

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ  
БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

«ВЯТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет экономики и менеджмента  
Кафедра бизнес-информатики

А.В. Ряттель

## **Теория систем и системный анализ**

Учебное пособие (лекционный материал)

Киров 2011

Допущено к изданию методическим советом факультета  
экономики и менеджмента ФГБОУ ВПО «ВятГУ»  
в качестве учебного пособия  
для студентов направления подготовки  
080500.62 «Бизнес-информатика»  
всех профилей подготовки и форм обучения

Рецензент:

кандидат физико-математических наук, доцент кафедры прикладной математики и информатики  
ФГБОУ ВПО «ВятГУ» М.Ю. Здоровенко

Р Ряттель А.В.

Теория систем и системный анализ: учебное пособие для студентов  
направления подготовки 080500.62 «Бизнес-информатика» всех профилей  
подготовки и форм обучения/ А.В. Ряттель.- Киров: ПРИП ФГБОУ ВПО  
«ВятГУ», 2011.- 117 с.

УДК 330

В издании излагается лекционный материал по дисциплине «Теория систем и системный анализ»,  
предусмотренных учебным планом дисциплины.

Редактор Е.В. Кайгородцева

**Модуль 1 «Основные понятия теории систем и системного анализа»**  
**Лекция 1.1. Основные понятия теории систем. Задача системного анализа.**  
**Классификация систем**

Термины теория систем и системный анализ, несмотря на период более 25 лет их использования, все еще не нашли общепринятого, стандартного истолкования.

Причина этого факта заключается в динамичности процессов в области человеческой деятельности и в принципиальной возможности использовать системный подход практически в любой решаемой человеком задаче.

Общая теория систем (ОТС) — научная дисциплина, изучающая самые фундаментальные понятия и аспекты систем. Она изучает различные явления, отвлекаясь от их конкретной природы и основываясь лишь на формальных взаимосвязях между различными составляющими их факторами и на характере их изменения под влиянием внешних условий, при этом результаты всех наблюдений объясняются лишь взаимодействием их компонентов, например характером их организации и функционирования, а не с помощью непосредственного обращения к природе вовлечённых в явления механизмов (будь они физическими, биологическими, экологическими, социологическими, или концептуальными)

Для ОТС объектом исследования является не «физическая реальность», а «система», т.е. абстрактная формальная взаимосвязь между основными признаками и свойствами.

При системном подходе объект исследования представляется как система. Само понятие система может быть относимо к одному из методологических понятий, поскольку рассмотрение объекта исследуется как система или отказ от такого рассмотрения зависит от задачи исследования и самого исследователя.

Существует много определений системы.

1. Система есть комплекс элементов, находящийся во взаимодействии.
2. Система — это множество объектов вместе с отношениями этих объектов.
3. Система — множество элементов находящихся в отношениях или связях друг с другом, образующая целостность или органическое единство (толковый словарь)

Термины «отношение» и «взаимодействие» используются в самом широком смысле, включая весь набор родственных понятий таких как ограничение, структура, организационная связь, соединение, зависимость и т.д.

Таким образом, система  $S$  представляет собой упорядоченную пару  $S=(A, R)$ , где  $A$  — множество элементов;  $R$  — множество отношений между  $A$ .

Система — это полный, целостный набор элементов (компонентов), взаимосвязанных и взаимодействующих между собой так, чтобы могла реализоваться функция системы.

Исследование объекта как системы предполагает использование ряда систем представлений (категорий) среди которых основными являются:

1. Структурное представление связано с выделением элементов системы и связей между ними.
2. Функциональное представление систем — выделение совокупности функций (целенаправленных действий) системы и её компонентов направленное на достижение определённой цели.
3. Макроскопическое представление — понимание системы как нерасчленимого целого, взаимодействующего с внешней средой.

4. Микроскопическое представление основано на рассмотрении системы как совокупности взаимосвязанных элементов. Оно предполагает раскрытие структуры системы.

5. Иерархическое представление основано на понятии подсистемы, получаемом при разложении (декомпозиции) системы, обладающей системными свойствами, которые следует отличать от её элемента — неделимого на более мелкие части (с точки зрения решаемой задачи). Система может быть представлена в виду совокупностей подсистем различных уровней, составляющую системную иерархию, которая замыкается снизу только элементами.

6. Процессуальное представление предполагает понимание системного объекта как динамического объекта, характеризующегося последовательностью его состояний во времени.

Рассмотрим определения других понятий, тесно связанных с системой и ее характеристиками.

#### **Объект.**

Объектом познания является часть реального мира, которая выделяется и воспринимается как единое целое в течение длительного времени. Объект может быть материальным и абстрактным, естественным и искусственным. Реально объект обладает бесконечным набором свойств различной природы. Практически в процессе познания взаимодействие осуществляется с ограниченным множеством свойств, лежащих в пределах возможности их восприятия и необходимости для цели познания. Поэтому система как образ объекта задаётся на конечном множестве отобранных для наблюдения свойств.

#### **Внешняя среда.**

Понятие «система» возникает там и тогда, где и когда мы материально или умозрительно проводим замкнутую границу между неограниченным или некоторым ограниченным множеством элементов. Те элементы с их соответствующей взаимной обусловленностью, которые попадают внутрь, — образуют систему.

Те элементы, которые остались за пределами границы, образуют множество, называемое в теории систем «системным окружением» или просто «окружением», или «внешней средой».

Из этих рассуждений вытекает, что немислимо рассматривать систему без ее внешней среды. Система формирует и проявляет свои свойства в процессе взаимодействия с окружением, являясь при этом ведущим компонентом этого воздействия.

В зависимости от воздействия на окружение и характер взаимодействия с другими системами функции систем можно расположить по возрастающему рангу следующим образом:

- пассивное существование;
- материал для других систем;
- обслуживание систем более высокого порядка;
- противостояние другим системам (выживание);
- поглощение других систем (экспансия);
- преобразование других систем и сред (активная роль).

Всякая система может рассматриваться, с одной стороны, как подсистема более высокого порядка (надсистемы), а с другой, как надсистема системы более низкого порядка (подсистема). Например, система «производственный цех» входит как

подсистема в систему более высокого ранга — «фирма». В свою очередь, надсистема «фирма» может являться подсистемой «корпорации».

Обычно в качестве подсистем фигурирует более или менее самостоятельные части систем, выделяемые по определённым признакам, обладающие относительной самостоятельностью, определённой степенью свободы.

**Компонент** — любая часть системы, вступающая в определённые отношения с другими частями (подсистемами, элементами).

**Элементом** системы является часть системы с однозначно определёнными свойствами, выполняющие определённые функции и не подлежащие дальнейшему разбиению в рамках решаемой задачи (с точки зрения исследователя).

Понятие элемент, подсистема, система взаимопреобразуемы, система может рассматриваться как элемент системы более высокого порядка (метасистема), а элемент при углубленном анализе, как система. То обстоятельство, что любая подсистема является одновременно и относительно самостоятельной системой приводит к 2 аспектам изучения систем: на макро- и микро- уровнях.

При изучение на макроуровне основное внимание уделяется взаимодействию системы с внешней средой. Причём системы более высокого уровня можно рассматривать как часть внешней среды. При таком подходе главными факторами являются целевая функция системы (цель), условия её функционирования. При этом элементы системы изучаются с точки зрения организации их в единое целое, влияние на функции системы в целом.

На микроуровне основными становятся внутренние характеристики системы, характер взаимодействия элементов между собой, их свойства и условия функционирования.

Для изучения системы сочетаются оба компонента.

### **Структура системы.**

Под структурой системы понимается устойчивое множество отношений, которое сохраняется длительное время неизменным, по крайней мере в течение интервала наблюдения. Структура системы опережает определенный уровень сложности по составу отношений на множестве элементов системы или что эквивалентно, уровень разнообразия проявлений объекта.

**Связи** — это элементы, осуществляющие непосредственное взаимодействие между элементами (или подсистемами) системы, а также с элементами и подсистемами окружения.

Связь — одно из фундаментальных понятий в системном подходе. Система как единое целое существует именно благодаря наличию связей между ее элементами, т.е., иными словами, связи выражают законы функционирования системы. Связи различают по характеру взаимосвязи как прямые и обратные, а по виду проявления (описания) как детерминированные и вероятностные.

**Прямые связи** предназначены для заданной функциональной передачи вещества, энергии, информации или их комбинаций — от одного элемента к другому в направлении основного процесса.

**Обратные связи**, в основном, выполняют осведомляющие функции, отражая изменение состояния системы в результате управляющего воздействия на нее. Открытие принципа обратной связи явилось выдающимся событием в развитии техники и имело исключительно важные последствия. Процессы управления, адаптации, саморегулирования, самоорганизации, развития невозможны без использования обратных связей.

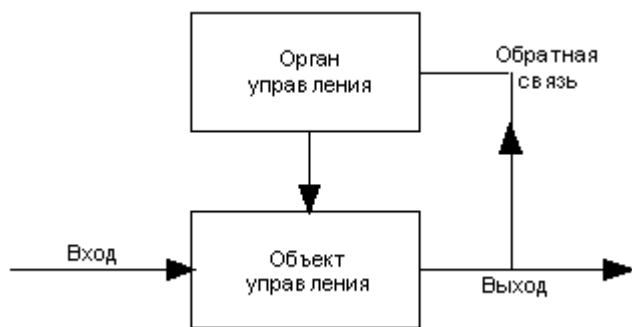


Рис. — Пример обратной связи

С помощью обратной связи сигнал (информация) с выхода системы (объекта управления) передается в орган управления. Здесь этот сигнал, содержащий информации о работе, выполненной объектом управления, сравнивается с сигналом, задающим содержание и объем работы (например, план). В случае возникновения рассогласования между фактическим и плановым состоянием работы принимаются меры по его устранению.

Основными функциями обратной связи являются:

1. противодействие тому, что делает сама система, когда она выходит за установленные пределы (например, реагирование на снижение качества);
2. компенсация возмущений и поддержание состояния устойчивого равновесия системы (например, неполадки в работе оборудования);
3. синтезирование внешних и внутренних возмущений, стремящихся вывести систему из состояния устойчивого равновесия, сведение этих возмущений к отклонениям одной или нескольких управляемых величин (например, выработка управляющих команд на одновременное появление нового конкурента и снижение качества выпускаемой продукции);
4. выработка управляющих воздействий на объект управления по плохо формализуемому закону. Например, установление более высокой цены на энергоносители вызывает в деятельности различных организаций сложные изменения, меняют конечные результаты их функционирования, требуют внесения изменений в производственно-хозяйственный процесс путем воздействий, которые невозможно описать с помощью аналитических выражений.

Нарушение обратных связей в социально-экономических системах по различным причинам ведет к тяжелым последствиям. Отдельные локальные системы утрачивают способность к эволюции и тонкому восприятию намечающихся новых тенденций, перспективному развитию и научно обоснованному прогнозированию своей деятельности на длительный период времени, эффективному приспособлению к постоянно меняющимся условиям внешней среды.

Особенностью социально-экономических систем является то обстоятельство, что не всегда удается четко выразить обратные связи, которые в них, как правило, длинные, проходят через целый ряд промежуточных звеньев, и четкий их просмотр затруднен. Сами управляемые величины нередко не поддаются ясному определению, и трудно установить множество ограничений, накладываемых на параметры управляемых величин. Не всегда известны также действительные причины выхода управляемых переменных за установленные пределы.

Детерминированная (жесткая) связь, как правило, однозначно определяет причину и следствие, дает четко обусловленную формулу взаимодействия элементов. Вероятностная (гибкая) связь определяет неявную, косвенную зависимость между

элементами системы. Теория вероятности предлагает математический аппарат для исследования этих связей, называемый «корреляционными зависимостями».

**Критерии** — признаки, по которым производится оценка соответствия функционирования системы желаемому результату (цели) при заданных ограничениях.

**Эффективность системы** — соотношение между заданным (целевым) показателем результата функционирования системы и фактически реализованным.

**Функционирование** любой произвольно выбранной системы состоит в переработке входных (известных) параметров и известных параметров воздействия окружающей среды в значения выходных (неизвестных) параметров с учетом факторов обратной связи.

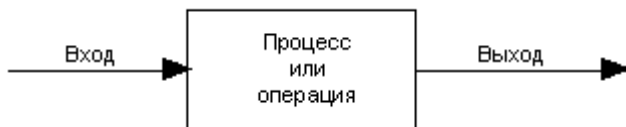


Рис. — Функционирование системы

**Вход** — все, что изменяется при протекании процесса (функционирования) системы.

**Выход** — результат конечного состояния процесса.

**Процессор** — перевод входа в выход.

Система осуществляет свою связь со средой следующим образом.

Вход данной системы является в то же время выходом предшествующей, а выход данной системы — входом последующей. Таким образом, вход и выход располагаются на границе системы и выполняют одновременно функции входа и выхода предшествующих и последующих систем.

Управление системой связано с понятиями прямой и обратной связи, ограничениями.

**Обратная связь** — предназначена для выполнения следующих операций:

- сравнение данных на входе с результатами на выходе с выявлением их качественно-количественного различия;
- оценка содержания и смысла различия;
- выработка решения, вытекающего из различия;
- воздействие на ввод.

**Ограничение** — обеспечивает соответствие между выходом системы и требованием к нему, как к входу в последующую систему — потребитель. Если заданное требование не выполняется, ограничение не пропускает его через себя. Ограничение, таким образом, играет роль согласования функционирования данной системы с целями (потребностями) потребителя.

Определение функционирования системы связано с понятием «проблемной ситуации», которая возникает, если имеется различие между необходимым (желаемым) выходом и существующим (реальным) входом.

**Проблема** — это разница между существующей и желаемой системами. Если этой разницы нет, то нет и проблемы.

Решить проблему — значит скорректировать старую систему или сконструировать новую, желаемую.

**Состоянием системы** называется совокупность существенных свойств, которыми система обладает в каждый момент времени.

### **Свойства систем**

Итак, состоянием системы называется совокупность существенных свойств, которыми система обладает в каждый момент времени.

Под свойством понимают сторону объекта, обуславливающую его отличие от других объектов или сходство с ними и проявляющуюся при взаимодействии с другими объектами.

Характеристика — то, что отражает некоторое свойство системы.

Какие свойства систем известны.

Из определения «системы» следует, что главным свойством системы является целостность, единство, достигаемое посредством определенных взаимосвязей и взаимодействий элементов системы и проявляющиеся в возникновении новых свойств, которыми элементы системы не обладают. Это свойство **эмерджентности** (от англ. emerge — возникать, появляться).

1. Эмерджентность — степень несводимости свойств системы к свойствам элементов, из которых она состоит.

2. Эмерджентность — свойство систем, обуславливающее появление новых свойств и качеств, не присущих элементам, входящих в состав системы.

Эмерджентность — принцип противоположный редукционизму, который утверждает, что целое можно изучать, расчленив его на части и затем, определяя их свойства, определить свойства целого.

Свойству эмерджентности близко свойство целостности системы. Однако их нельзя отождествлять.

**Целостность** системы означает, что каждый элемент системы вносит вклад в реализацию целевой функции системы.

Целостность и эмерджентность — интегративные свойства системы.

Наличие интегративных свойств является одной из важнейших черт системы. Целостность проявляется в том, что система обладает собственной закономерностью функциональности, собственной целью.

**Организованность** — сложное свойство систем, заключающиеся в наличие структуры и функционирования (поведения). Непременной принадлежностью систем является их компоненты, именно те структурные образования, из которых состоит целое и без чего оно не возможно.

**Функциональность** — это проявление определенных свойств (функций) при взаимодействии с внешней средой. Здесь же определяется цель (назначение системы) как желаемый конечный результат.

**Структурность** — это упорядоченность системы, определенный набор и расположение элементов со связями между ними. Между функцией и структурой системы существует взаимосвязь, как между философскими категориями содержанием и формой. Изменение содержания (функций) влечет за собой изменение формы (структуры), но и наоборот.

Важным свойством системы является наличие поведения — действия, изменений, функционирования и т.д.

Считается, что это поведение системы связано со средой (окружающей), т.е. с другими системами с которыми она входит в контакт или вступает в определенные взаимоотношения.

Процесс целенаправленного изменения во времени состояния системы называется **поведением**. В отличие от управления, когда изменение состояния системы достигается за счет внешних воздействий, поведение реализуется исключительно самой системой, исходя из собственных целей.

Поведение каждой системы объясняется структурой систем низшего порядка, из которых состоит данная система, и наличием признаков равновесия (гомеостаза). В



соответствии с признаком равновесия система имеет определенное состояние (состояния), которое является для нее предпочтительным. Поэтому поведение систем описывается в терминах восстановления этих состояний, когда они нарушаются в результате изменения окружающей среды.

Еще одним свойством является свойство роста (развития). Развитие можно рассматривать как составляющую часть поведения (при этом важнейшим).

Одним из первичных, а, следовательно, основополагающих атрибутов системного подхода является недопустимость рассмотрения объекта вне его **развития**, под которым понимается необратимое, направленное, закономерное изменение материи и сознания. В результате возникает новое качество или состояние объекта. Отождествление (может быть и не совсем строгое) терминов «развитие» и «движение» позволяет выразиться в таком смысле, что вне развития немислимо существование материи, в данном случае — системы. Наивно представлять себе развитие, происходящее стихийно. В неоглядном множестве процессов, кажушихся на первый взгляд чем-то вроде броуновского (случайного, хаотичного) движения, при пристальном внимании и изучении вначале как бы проявляются контуры тенденций, а затем и довольно устойчивые закономерности. Эти закономерности по природе своей действуют объективно, т.е. не зависят от того, желаем ли мы их проявления или нет. Незнание законов и закономерностей развития — это блуждание в потемках.

*Кто не знает, в какую гавань он плывет, для того нет попутного ветра*

Сенека

Поведение системы определяется характером реакции на внешние воздействия.

Фундаментальным свойством систем является **устойчивость**, т.е. способность системы противостоять внешним возмущающим воздействиям. От нее зависит продолжительность жизни системы.

Простые системы имеют пассивные формы устойчивости: прочность, сбалансированность, регулируемость, гомеостаз. А для сложных определяющими являются активные формы: надежность, живучесть и адаптируемость.

Если перечисленные формы устойчивости простых систем (кроме прочности) касается их поведения, то определяющая форма устойчивости сложных систем носят в основном структурный характер.

**Надежность** — свойство сохранения структуры систем, несмотря на гибель отдельных ее элементов с помощью их замены или дублирования, а **живучесть** — как активное подавление вредных качеств. Таким образом, надежность является более пассивной формой, чем живучесть.

**Адаптируемость** — свойство изменять поведение или структуру с целью сохранения, улучшения или приобретения новых качеств в условиях изменения внешней среды. Обязательным условием возможности адаптации является наличие обратных связей.

Всякая реальная система существует в среде. Связь между ними бывает настолько тесной, что определять границу между ними становится сложно. Поэтому выделение системы из среды связано с той или иной степенью идеализации.

Можно выделить два аспекта взаимодействия:

- во многих случаях принимает характер обмена между системой и средой (веществом, энергией, информацией);
- среда обычно является источником неопределенности для систем.

Воздействие среды может быть пассивным либо активным (антагонистическим, целенаправленно противодействующее системе).

Поэтому в общем случае среду следует рассматривать не только безразличную, но и антагонистическую по отношению к исследуемой системе.

### Классификация систем



Рис. — Классификация систем

Основание (критерий) классификации	Классы систем
По взаимодействию с внешней средой	Открытые Закрытые Комбинированные
По структуре	Простые Сложные Большие
По характеру функций	Специализированные Многофункциональные (универсальные)
По характеру развития	Стабильные Развивающиеся
По степени организованности	Хорошо организованные Плохо организованные (диффузные)
По сложности поведения	Автоматические Решающие Самоорганизующиеся Предвидящие Превращающиеся
По характеру связи между элементами	Детерминированные Стохастические

По характеру структуры управления	Централизованные Децентрализованные
По назначению	Производящие Управляющие Обслуживающие

**Классификацией** называется разбиение на классы по наиболее существенным признакам. Под классом понимается совокупность объектов, обладающие некоторыми признаками общности. Признак (или совокупность признаков) является основанием (критерием) классификации.

Система может быть охарактеризована одним или несколькими признаками и соответственно ей может быть найдено место в различных классификациях, каждая из которых может быть полезной при выборе методологии исследования. Обычно цель классификации ограничить выбор подходов к отображению систем, выработать язык описания, подходящий для соответствующего класса.

По содержанию различают реальные (материальные), объективно существующие, и абстрактные (концептуальные, идеальные), являющиеся продуктом мышления.

Реальные системы делятся на естественные (природные системы) и искусственные (антропогенные).

Естественные системы: системы неживой (физические, химические) и живой (биологические) природы.

Искусственные системы: создаются человечеством для своих нужд или образуются в результате целенаправленных усилий.

Искусственные делятся на технические (техничко-экономические) и социальные (общественные).

Техническая система спроектирована и изготовлена человеком в определенных целях.

К социальным системам относятся различные системы человеческого общества.

Выделение систем, состоящих из одних только технических устройств почти всегда условно, поскольку они не способны вырабатывать свое состояние. Эти системы выступают как части более крупных, включающие людей — организационно-технических систем.

Организационная система, для эффективного функционирования которой существенным фактором является способ организации взаимодействия людей с технической подсистемой, называется человеко-машинной системой.

Примеры человеко-машинных систем: автомобиль — водитель; самолет — летчик; ЭВМ — пользователь и т.д.

Таким образом, под техническими системами понимают единую конструктивную совокупность взаимосвязанных и взаимодействующих объектов, предназначенная для целенаправленных действий с задачей достижения в процессе функционирования заданного результата.

Отличительными признаками технических систем по сравнению с произвольной совокупностью объектов или по сравнению с отдельными элементами является конструктивность (практическая осуществимость отношений между элементами), ориентированность и взаимосвязанность составных элементов и целенаправленность.

Для того чтобы система была устойчивой к воздействию внешних влияний, она должна иметь устойчивую структуру. Выбор структуры практически определяет технический облик как всей системы, так ее подсистем, и элементов. Вопрос о целесообразности применения той или иной структуры должен решаться исходя из конкретного назначения системы. От структуры зависит также способность системы к перераспределению функций в случае полного или частичного отхода отдельных элементов, а, следовательно, надежность и живучесть системы при заданных характеристиках ее элементов.

Абстрактные системы являются результатом отражения действительности (реальных систем) в мозге человека.

Их настроение — необходимая ступень обеспечения эффективного взаимодействия человека с окружающим миром. Абстрактные (идеальные) системы объективны по источнику происхождения, поскольку их первоисточником является объективно существующая действительность.

Абстрактные системы разделяют на системы непосредственного отображения (отражающие определенные аспекты реальных систем) и системы генерализирующего (обобщающего) отображения. К первым относятся математические и эвристические модели, а ко вторым — концептуальные системы (теории методологического построения) и языки.

На основе понятия внешней среды системы разделяются на: открытые, закрытые (замкнутые, изолированные) и комбинированные. Деление систем на открытые и закрытые связано с их характерными признаками: возможность сохранения свойств при наличии внешних воздействий. Если система нечувствительна к внешним воздействиям ее можно считать закрытой. В противном случае — открытой.

Открытой называется система, которая взаимодействует с окружающей средой. Все реальные системы являются открытыми. Открытая система является частью более общей системы или нескольких систем. Если вычленишь из этого образования собственно рассматриваемую систему, то оставшаяся часть — ее среда.

Открытая система связана со средой определенными коммуникациями, то есть сетью внешних связей системы. Выделение внешних связей и описание механизмов взаимодействия «система-среда» является центральной задачей теории открытых систем. Рассмотрение открытых систем позволяет расширить понятие структуры системы. Для открытых систем оно включает не только внутренние связи между элементами, но и внешние связи со средой. При описании структуры внешние коммуникационные каналы стараются разделить на входные (по которым среда воздействует на систему) и выходные (наоборот). Совокупность элементов этих каналов, принадлежащих собственной системе называются входными и выходными полюсами системы. У открытых систем, по крайней мере, один элемент имеет связь с внешней средой, по меньшей мере, один входной полюс и один выходной, которыми она связана с внешней средой.

Для каждой системы связи со всеми подчиненными ей подсистемами и между последним, являются внутренними, а все остальные — внешними. Связи между системами и внешней средой также, как и между элементами системы, носят, как правило, направленный характер.

Важно подчеркнуть, что в любой реальной системе в силу законов диалектики о всеобщей связи явлений число всех взаимосвязей огромно, так что учесть и исследования абсолютно все связи невозможно, поэтому их число искусственно ограничивают. Вместе с тем, учитывать все возможные связи нецелесообразно, так как

среди них есть много несущественных, практически не влияющих на функционирование системы и количество полученных решений (с точки зрения решаемых задач). Если изменение характеристик связи, ее исключение (полный разрыв) приводят к значительному ухудшению работы системы, снижению эффективности, то такая связь — существенна. Одна из важнейших задач исследователя — выделить существенные для рассмотрения системы в условиях решаемой задачи связи и отделить их от несущественных. В связи с тем, что входные и выходные полюса системы не всегда удается четко выделить, приходится прибегать к определенной идеализации действий. Наибольшая идеализация имеет место при рассмотрении закрытой системы.

Закрытой называется система, которая не взаимодействует со средой или взаимодействует со средой строго определенным образом. В первом случае предполагается, что система не имеет входных полюсов, а во втором, что входные полюса есть, но воздействие среды носит неизменный характер и полностью (заранее) известно. Очевидно, что при последнем предположении указанные воздействия могут быть отнесены собственно к системе, и ее можно рассматривать, как закрытую. Для закрытой системы, любой ее элемент имеет связи только с элементами самой системы.

Разумеется, закрытые системы представляют собой некоторую абстракцию реальной ситуации, так как, строго говоря, изолированных систем не существует. Однако, очевидно, что упрощение описания системы, заключающееся в отказе от внешних связей, может привести к полезным результатам, упростить исследование системы. Все реальные системы тесно или слабо связаны с внешней средой — открытые. Если временный разрыв или изменение характерных внешних связей не вызывает отклонения в функционировании системы сверх установленных заранее пределов, то система связана с внешней средой слабо. В противном случае — тесно.

Комбинированные системы содержат открытые и закрытые подсистемы. Наличие комбинированных систем свидетельствует о сложной комбинации открытой и закрытой подсистем.

В зависимости от структуры и пространственно-временных свойств системы делятся на простые, сложные и большие.

Простые — системы, не имеющие разветвленных структур, состоящие из небольшого количества взаимосвязей и небольшого количества элементов. Такие элементы служат для выполнения простейших функций, в них нельзя выделить иерархические уровни. Отличительной особенностью простых систем является детерминированность (четкая определенность) номенклатуры, числа элементов и связей как внутри системы, так и со средой.

Сложные — характеризуются большим числом элементов и внутренних связей, их неоднородностью и разнокачественностью, структурным разнообразием, выполняют сложную функцию или ряд функций. Компоненты сложных систем могут рассматриваться как подсистемы, каждая из которых может быть детализирована еще более простыми подсистемами и т.д. до тех пор, пока не будет получен элемент.

Определение N1: система называется сложной (с гносеологических позиций), если ее познание требует совместного привлечения многих моделей теорий, а в некоторых случаях многих научных дисциплин, а также учета неопределенности вероятностного и невероятностного характера. Наиболее характерным проявлением этого определения является многомодельность.

**Модель** — некоторая система, исследование которой служит средством для получения информации о другой системе. Это описание систем (математическое, вербальное и т.д.) отображающее определенную группу ее свойств.

Определение N2: систему называют сложной если в реальной действительности рельефно (существенно) проявляются признаки ее сложности. А именно:

1. структурная сложность — определяется по числу элементов системы, числу и разнообразию типов связей между ними, количеству иерархических уровней и общему числу подсистем системы. Основными типами считаются следующие виды связей: структурные (в том числе, иерархические), функциональные, каузальные (причинно-следственные), информационные, пространственно-временные;

2. сложность функционирования (поведения) — определяется характеристиками множества состояний, правилами перехода из состояния в состояние, воздействие системы на среду и среды на систему, степенью неопределенности перечисленных характеристик и правил;

3. сложность выбора поведения — в многоальтернативных ситуациях, когда выбор поведения определяется целью системы, гибкостью реакций на заранее неизвестные воздействия среды;

4. сложность развития — определяемая характеристиками эволюционных или скачкообразных процессов.

Естественно, что все признаки рассматриваются во взаимосвязи. Иерархическое построение — характерный признак сложных систем, при этом уровни иерархии могут быть как однородные, так и неоднородные. Для сложных систем присущи такие факторы, как невозможность предсказать их поведение, то есть слабо предсказуемость, их скрытность, разнообразные состояния.

Сложные системы можно подразделить на следующие факторные подсистемы:

1. решающую, которая принимает глобальные решения во взаимодействии с внешней средой и распределяет локальные задания между всеми другим подсистемами;

2. информационную, которая обеспечивает сбор, переработку и передачу информации, необходимой для принятия глобальных решений и выполнения локальных задач;

3. управляющую для реализации глобальных решений;

4. гомеостазную, поддерживающую динамическое равновесие внутри систем и регулирующую потоки энергии и вещества в подсистемах;

5. адаптивную, накапливающую опыт в процессе обучения для улучшения структуры и функций системы.

Большой системой называют систему, ненаблюдаемую одновременно с позиции одного наблюдателя во времени или в пространстве, для которой существенен пространственный фактор, число подсистем которой очень велико, а состав разнороден.

Система может быть и большой и сложной. Сложные системы объединяет более обширную группу систем, то есть большие — подкласс сложных систем.

Основополагающими при анализе и синтезе больших и сложных систем являются процедуры декомпозиции и агрегирования.

Декомпозиция — разделение систем на части, с последующим самостоятельным рассмотрением отдельных частей.

Очевидно, что декомпозиция представляют собой понятие, связанное с моделью, так как сама система не может быть расчленена без нарушений свойств. На уровне

моделирования, разрозненные связи заменяются соответственно эквивалентами, либо модели систем строятся так, что разложение ее на отдельные части при этом оказывается естественным.

Применительно к большим и сложным системам декомпозиция является мощным инструментом исследования.

Агрегирование является понятием, противоположным декомпозиции. В процессе исследования возникает необходимость объединения элементов системы с целью рассмотреть ее с более общих позиций.

Декомпозиция и агрегирование представляют собой две противоположные стороны подхода к рассмотрению больших и сложных систем, применяемые в диалектическом единстве.

Системы, для которых состояние системы однозначно определяется начальными значениями и может быть предсказано для любого последующего момента времени, называются детерминированными.

Стохастические системы — системы, изменения в которых носят случайный характер. При случайных воздействиях данных о состоянии системы недостаточно для предсказания в последующий момент времени.

По степени организованности: хорошо организованные, плохо организованные (диффузные).

Представить анализируемый объект или процесс в виде хорошо организованной системы означает определить элементы системы, их взаимосвязь, правила объединения в более крупные компоненты. Проблемная ситуация может быть описана в виде математического выражения. Решение задачи при представлении ее в виде хорошо организованной системы осуществляется аналитическими методами формализованного представления системы.

Примеры хорошо организованных систем: солнечная система, описывающая наиболее существенные закономерности движения планет вокруг Солнца; отображение атома в виде планетарной системы, состоящей из ядра и электронов; описание работы сложного электронного устройства с помощью системы уравнений, учитывающей особенности условий его работы (наличие шумов, нестабильности источников питания и т. п.).

Описание объекта в виде хорошо организованной системы применяется в тех случаях, когда можно предложить детерминированное описание и экспериментально доказать правомерность его применения, адекватность модели реальному процессу. Попытки применить класс хорошо организованных систем для представления сложных многокомпонентных объектов или многокритериальных задач плохо удаются: они требуют недопустимо больших затрат времени, практически нереализуемы и неадекватны применяемым моделям.

Плохо организованные системы. При представлении объекта в виде плохо организованной или диффузной системы не ставится задача определить все учитываемые компоненты, их свойства и связи между ними и целями системы. Система характеризуется некоторым набором макропараметров и закономерностями, которые находятся на основе исследования не всего объекта или класса явлений, а на основе определенной с помощью некоторых правил выборки компонентов, характеризующих исследуемый объект или процесс. На основе такого выборочного исследования получают характеристики или закономерности (статистические, экономические) и распространяют их на всю систему в целом. При этом делаются соответствующие оговорки. Например, при получении статистических

закономерностей их распространяют на поведение всей системы с некоторой доверительной вероятностью.

Подход к отображению объектов в виде диффузных систем широко применяется при: описании систем массового обслуживания, определении численности штатов на предприятиях и учреждениях, исследовании документальных потоков информации в системах управления и т. д.

С точки зрения характера функций различаются специальные, многофункциональные, и универсальные системы.

Для специальных систем характерна единственность назначения и узкая профессиональная специализация обслуживающего персонала (сравнительно несложная).

Многофункциональные системы позволяют реализовать на одной и той же структуре несколько функций. Пример: производственная система, обеспечивающая выпуск различной продукции в пределах определенной номенклатуры.

Для универсальных систем: реализуется множество действий на одной и той же структуре, однако состав функций по виду и количеству менее однороден (менее определен). Например, комбайн.

По характеру развития 2 класса систем: стабильные и развивающиеся.

У стабильной системы структура и функции практически не изменяются в течение всего периода ее существования и, как правило, качество функционирования стабильных систем по мере изнашивания их элементов только ухудшается. Восстановительные мероприятия обычно могут лишь снизить темп ухудшения.

Отличной особенностью развивающихся систем является то, что с течением времени их структура и функции приобретают существенные изменения. Функции системы более постоянны, хотя часто и они видоизменяются. Практически неизменными остается лишь их назначение. Развивающиеся системы имеют более высокую сложность.

В порядке усложнения поведения: автоматические, решающие, самоорганизующиеся, предвидящие, превращающиеся.

Автоматические: однозначно реагируют на ограниченный набор внешних воздействий, внутренняя их организация приспособлена к переходу в равновесное состояние при выводе из него (гомеостаз).

Решающие: имеют постоянные критерии различения их постоянной реакции на широкие классы внешних воздействий. Постоянство внутренней структуры поддерживается заменой вышедших из строя элементов.

Самоорганизующиеся: имеют гибкие критерии различения и гибкие реакции на внешние воздействия, приспособляющиеся к различным типам воздействия. Устойчивость внутренней структуры высших форм таких систем обеспечивается постоянным самовоспроизводством.

Самоорганизующиеся системы обладают признаками диффузных систем: стохастичностью поведения, нестационарностью отдельных параметров и процессов. К этому добавляются такие признаки, как непредсказуемость поведения; способность адаптироваться к изменяющимся условиям среды, изменять структуру при взаимодействии системы со средой, сохраняя при этом свойства целостности; способность формировать возможные варианты поведения и выбирать из них наилучший и др. Иногда этот класс разбивают на подклассы, выделяя адаптивные или самоприспосабливающиеся системы, самовосстанавливающиеся,



самовоспроизводящиеся и другие подклассы, соответствующие различным свойствам развивающихся систем.

Примеры: биологические организации, коллективное поведение людей, организация управления на уровне предприятия, отрасли, государства в целом, т.е. в тех системах, где обязательно имеется человеческий фактор.

Если устойчивость по своей сложности начинает превосходить сложные воздействия внешнего мира — это предвидящие системы: она может предвидеть дальнейший ход взаимодействия.

Превращающиеся — это воображаемые сложные системы на высшем уровне сложности, не связанные постоянством существующих носителей. Они могут менять вещественные носители, сохраняя свою индивидуальность. Науке примеры таких систем пока не известны.

Систему можно разделить на виды по признакам структуры их построения и значимости той роли, которую играют в них отдельные составные части в сравнение с ролями других частей.

В некоторых системах одной из частей может принадлежать доминирующая роль (ее значимость  $\gg$  (символ отношения «значительного превосходства») значимость других частей). Такой компонент — будет выступать как центральный, определяющий функционирование всей системы. Такие системы называют централизованными.

В других системах все составляющие их компоненты примерно одинаково значимы. Структурно они расположены не вокруг некоторого централизованного компонента, а взаимосвязаны последовательно или параллельно и имеют примерно одинаковые значения для функционирования системы. Это децентрализованные системы.

Системы можно классифицировать по назначению. Среди технических и организационных систем выделяют: производящие, управляющие, обслуживающие.

В производящих системах реализуются процессы получения некоторых продуктов или услуг. Они в свою очередь делятся на вещественно-энергетические, в которых осуществляется преобразование природной среды или сырья в конечный продукт вещественной или энергетической природы, либо транспортирование такого рода продуктов; и информационные — для сбора, передачи и преобразования информации и предоставление информационных услуг.

Назначение управляющих систем — организация и управление вещественно-энергетическими и информационными процессами.

Обслуживающие системы занимаются поддержкой заданных пределов работоспособности производящих и управляющих систем.

## **Лекция 1.2. Модели сложных систем. Методы моделирования. Понятие управления. Структура системы с управлением. Обратная связь**

Сложная система — составной объект, части которого можно рассматривать как системы, закономерно объединенные в единое целое в соответствии с определенными принципами или связанные между собой заданными отношениями. Понятием сложной системы пользуются в системотехнике, системном анализе, исследовании операций и при системном подходе в различных областях науки, техники и народного хозяйства. Сложную систему можно расчленить (не обязательно единственным образом) на конечное число частей, называемое подсистемами; каждую такую подсистему (высшего уровня) можно в свою очередь расчленить на конечное число более мелких подсистем и т. д., вплоть до получения подсистем первого уровня, т. е. элементов

сложной системы, которые либо объективно не подлежат расчленению на части, либо относительно их дальнейшей неделимости имеется соответствующая договоренность. Подсистема, таким образом, с одной стороны, сама является сложной системой из нескольких элементов (подсистем низшего уровня), а с другой стороны — элементом системы старшего уровня.

В каждый момент времени элемент сложной системы находится в одном из возможных состояний; из одного состояния в другое он переходит под действием внешних и внутренних факторов. Динамика поведения элемента сложной системы проявляется в том, что состояние элемента и его выходные сигналы (воздействия на внешнюю среду и др. элементы сложной системы) в каждый момент времени определяются предыдущими состояниями и входными сигналами (воздействиями со стороны внешней среды и других элементов сложной системы), поступившими как в данный момент времени, так и ранее. Под внешней средой понимается совокупность объектов, не являющихся элементами данной сложной системы, но взаимодействие с которыми учитывают при ее изучении. Элементы сложной системы функционируют не изолированно друг от друга, а во взаимодействии: свойства одного элемента в общем случае зависят от условий, определяемых поведением других элементов; свойства сложной системы в целом определяются не только свойствами элементов, но и характером взаимодействия между ними (две сложные системы, состоящие из попарно одинаковых элементов, которые, однако, взаимодействуют между собой различным образом, рассматривают как две различные системы).

### **Типичные примеры сложных систем**

В области организации производства и технологии — производственный комплекс предприятия как совокупность производственных комплексов цехов и участков, каждый из которых содержит некоторое число технологических линий; последние состоят из станков и агрегатов, рассматриваемых обычно как элементы сложной системы; в области автоматизированного управления — процесс управления предприятием или отраслью народного хозяйства как совокупность процессов сбора данных о состоянии управляемых объектов, формирования потоков информации, ее накопления, передачи и обработки, синтеза управляющих воздействий; в области вычислительной техники — математическое обеспечение современных вычислительных комплексов, включающее операционную систему для управления последовательностью вычислений и координации работы всех устройств комплекса, библиотеку стандартных программ, а также средства автоматизации программирования (алгоритмические языки, трансляторы, интерпретирующие системы), средства обслуживания и контроля вычислений; каждую из упомянутых частей можно представить в виде системы с иерархической многоуровневой структурой, состоящей из отдельных взаимосвязанных программ, процедур, операторов и т. д.; в области городского хозяйства — регулирование уличного движения в крупном городе или районе с большими потоками автомобилей на автомагистралях и очередями на перекрестках средствами автоматизированного управления движением с учетом реальных ситуаций и пропускной способности улиц; системы автоматической городской и междугородной телефонной связи; другие экономические, организационные, биологические и т. п. объекты и процессы.

### **Методы исследования сложных систем**

Основной метод исследования — математическое моделирование, в том числе имитация процессов функционирования сложной системы на ЭВМ (машинный эксперимент). Для моделирования сложной системы необходимо формализовать

процессы ее функционирования, т. е. представить эти процессы в виде последовательности четко определяемых событий, явлений или процедур, и затем построить математическое описание сложной системы. Элементы сложной системы обычно описывают в виде динамических систем (в широком смысле), к которым, кроме классических динамических систем, относят также и другие детерминистические и стохастические объекты — такие как конечные автоматы, вероятностные автоматы, системы массового обслуживания, кусочно-линейные агрегаты и т. п. Взаимодействие элементов сложной системы обычно представляют как обмен сигналами между ними и описывают четырьмя моделями: моделью формирования выходного сигнала элемента с учетом условий его функционирования; сопряжения элементов сложной системы сетью каналов связи, обеспечивающих передачу сигналов между элементами; изменения сигнала в процессе его прохождения через канал; поведения элемента при получении им сигнала. Первая и последняя модели естественным образом включаются в модель процесса функционирования динамической системы. Аналогично модель преобразования сигнала можно получить, если каждый реальный канал передачи сигналов (вместе с селектирующими и преобразующими устройствами) представить в виде соответствующей динамической системы и рассматривать как самостоятельный элемент сложной системы. При формализации сопряжения элементов сложной системы обычно вход (выход) элемента представляют в виде совокупности «элементарных» входов (выходов) — по числу характеристик, описывающих соответствующие сигналы. Предполагается, что характеристики сигналов передаются в сложной системе независимо друг от друга по «элементарным каналам», связывающим входы и выходы соответствующих элементов. Сопряжение элементов сложной системы задается соотношением, по которому данному входу  $i$ -го элемента ставится в соответствие тот выход  $j$ -го элемента, который связан с ним «элементарным каналом». Если сложная система расчленена на подсистемы, содержащие два элемента и более, то для описания каждой подсистемы необходима соответствующая одноуровневая схема сопряжения; кроме того, нужна схема сопряжения второго уровня для описания связей между подсистемами. Совокупность этих схем сопряжения составляет двухуровневую схему сопряжения сложной системы. Когда подсистемы объединяются в более крупные подсистемы, образуется трехуровневая схема сопряжения и т. д. Многоуровневые схемы сопряжения аналогичного вида применяются и в сложных системах с переменной во времени, управляемой или стохастической структурой связей между элементами. Сложная система с многоуровневой схемой сопряжения, элементы которой являются динамическими системами, можно также рассматривать как динамическую систему; ее характеристики определяются характеристиками элементов и схемой сопряжения. Поэтому на сложной системе можно распространить постановку и методы решения многих задач, относящихся к анализу и синтезу классических динамических систем, конечных и вероятностных автоматов, систем массового обслуживания и т. д.

Способы построения математических моделей сложных систем и методы их исследования — предмет возникшей в 60-х гг. 20 в. новой научной дисциплины — теории сложных систем. Для математического описания элементов сложной системы пользуются методами теории функций, современной алгебры и функционального анализа. Исследование математических моделей сложных систем обычно начинают с оценки функциональных характеристик, являющихся показателями эффективности, надежности, помехозащищенности, качества управления и других важных свойств

сложных систем. С формальной точки зрения упомянутые показатели представляются функционалами, заданными на множестве траекторий движения сложной системы. Рассмотрение зависимости функционалов от параметров сложной системы открывает возможности для использования при анализе сложных систем методов теории поля.

Изучение отношений между элементами и подсистемами, определение роли и места каждой подсистемы в общем процессе функционирования системы составляют предмет структурного анализа сложных систем. Так как схема сопряжения любой сложной системы представляется как совокупность предикатов, определенных на множестве входов и выходов ее элементов, то для изучения структуры сложной системы используют аппарат математической логики и теории графов. Методы структурного анализа позволяют выделить в сложной системе наборы подсистем, находящихся в заданных отношениях, и представить сложную систему как совокупность объектов с хорошо изученными типичными структурами. Кроме того, эти методы применяют для оценки т. н. структурных характеристик, которые в количественном виде отражают те или иные частные свойства схемы сопряжения элементов сложной системы. Количественную оценку функциональных и структурных характеристик дополняют качественным исследованием, проводимым при помощи методов т. н. качественной теории сложных систем. Сюда в первую очередь входят исследование устойчивости систем, в том числе построение областей устойчивости характеристик в пространстве параметров сложной системы, выделение типичных режимов функционирования сложных систем, оценка достижимости, управляемости и наблюдаемости сложных систем, анализ асимптотического поведения и т. д.

В 70-х гг. для исследования сложных систем стали широко применять алгебраические методы теории полугрупп, модулей, структур, обычно используемые при решении задач динамики детерминистических систем, декомпозиции автоматов, теории реализации линейных систем и др. В связи с необходимостью моделировать на ЭВМ процессы функционирования объектов большой сложности возникают серьезные проблемы, связанные с ростом трудоемкости вычислений. Для снижения объема работ при подготовке моделей целесообразно использовать универсальные автоматизированные моделирующие алгоритмы, способные настраиваться на любые конкретные объекты из заданного класса. Наличие имитационной модели позволяет применять специальные методы идентификации сложных систем и обработки экспериментальных данных, полученных в результате натурных испытаний систем. Испытываемый объект рассматривается как сложная система с неизвестными параметрами элементов и параметрами сопряжения. Неизвестные параметры оценивают посредством сравнения значений функциональных и структурных характеристик сложной системы, устанавливаемых экспериментально и в результате моделирования. Это дает возможность определять поправки к первоначальным значениям параметров сложной системы и добиваться достаточной точности оценки неизвестных параметров методом последовательных приближений.

Успешно развиваются также и аналитические методы исследования сложных систем, основанные на теории случайных процессов.

Различают следующие **методы моделирования**:

1. Математическое моделирование – такой метод исследования систем управления, который использует только математические модели.

а. Математическое моделирование называется динамическим, когда модели описывают только динамические свойства системы.

б. Математическое моделирование называют имитационным, когда временная последовательность событий в модели и реальной системе одинаковы.

2. Моделирование называется натурно-математическим (полунатурным), когда часть системы представлена ее реальной аппаратурой, а часть – математической моделью. Процессы в такой модели протекают в реальном времени. В этом смысле такое моделирование можно отнести к имитационному.

3. Виртуальное прототипирование – вариант имитационного натурно-математического моделирования.

Существуют два основных подхода к моделированию системы управления:

- эквивалентное моделирование – такое, когда модель системы строится по аналогии с ее структурой;

- модульное моделирование – такое, когда исходная система разбивается на физические модули (декомпозиция). Затем производится идентификация моделей каждого модуля. На основании результатов идентификации осуществляется математическая «сборка» полученных моделей в систему. После чего осуществляется математическое моделирование, но по реальным данным.

### **Структура системы с управлением**

В природе любой процесс развивается и протекает по некоторым присущим ему закономерностям. Между процессами в природе существуют взаимосвязи, благодаря которым все процессы взаимодействуют друг с другом. В результате таких воздействий происходят различные отклонения от первоначального развития процесса, и он протекает по более сложным закономерностям. Внешние воздействия на процесс разделяются на: *управляющие*, предназначенные для изменения хода процесса и *случайные*, непреднамеренные.

Совокупность управляющих воздействий, направленных на то, чтобы действительный ход процесса соответствовал желаемому, называют *управлением*. Управляющий орган, вырабатывающий управляющие воздействия, называется *системой управления*. Управление должно быть целенаправленным. Управляющие воздействия должны быть скоординированы между собой. Управление предполагает наличие управляемого объекта или группы объектов и управляющий орган, вырабатывающий управляющие воздействия, направленные на поддержание или улучшение функционирования управляемого объекта в соответствии с имеющейся программой или целью управления.

Целенаправленное воздействие управляющей системы на управляемую, ориентированное на достижение определенной цели и использующее информационный поток, называется *процессом управления*. Наилучший выбор управляющих воздействий из множества возможных с учетом ограничений и на основе информации о состоянии управляемого объекта и внешней среды называется *оптимальным управлением*.

В системах управления предприятием управляющее воздействие заключается в принятии решений, которые вырабатываются в процессах планирования и оперативного управления на низших уровнях управления и в процессе контроля за выполнением принятых решений на верхнем уровне управления. Персонал, выполняющий данные функции, называется администратором, руководителем, управляющим или менеджером. В сфере промышленного производства с позиций управления можно выделить следующие основные классы структур управления: централизованную систему, централизованную рассредоточенную систему, децентрализованную систему, иерархическую систему.

1. *Централизованная система.* Научно-технический прогресс в области материального производства и систем управления обеспечил возможность концентрации и централизации материальных, финансовых и других ресурсов. В результате чего были созданы крупные межнациональные объединения, концерны и корпорации. Преимуществом централизации является возможность направлять на реализацию решений крупные ресурсы, что позволяет решать сложные проблемы, требующие больших капиталовложений. Централизованная структура осуществляет реализацию всех процессов управления объектами в едином органе управления, который осуществляет сбор и обработку информации об управляемых объектах и на основе их анализа в соответствии с критериями системы вырабатывает управляющие сигналы. В централизованной системе сравнительно легко обеспечить скоординированную, согласованную деятельность подсистем, направленную на достижение единой цели. Потери в отдельных подсистемах компенсируются работой других подсистем. Многоуровневая централизованная система обладает большой живучестью за счет оперативного перераспределения функций и ресурсов.

В то же время при централизации систем больших размеров передача информации с уровня на уровень вызывает задержки, снижающие оперативность оценки обстановки и реализации управленческих решений, что приводит к искажениям как в процессе передачи информации, так и при ее обработке на промежуточных уровнях.

2. *Централизованная рассредоточенная система.* Основная особенность централизованной рассредоточенной структуры – сохранение принципа централизованного управления, т.е. выработка управляющего воздействия на каждый объект управления на основе информации о состоянии совокупности объектов управления. Некоторые функциональные устройства технологии управления являются общими для всех объектов системы. Структура управления в данном случае состоит из совокупности отдельных взаимосвязанных структур управления объектами. Для реализации функций управления каждый локальный орган по мере необходимости вступает в процесс информационного взаимодействия с другими органами управления.

3. *Децентрализованная система.* Использование децентрализованной структуры управления эффективно при делении системы на отдельные независимые объекты управления по материальным, энергетическим информационным и другим направлениям. Такая технология представляет собой совокупность нескольких независимых систем со своей информационной и структурной базой. Для выработки управляющего воздействия на каждый объект управления необходима информация о состоянии этого объекта.

Эффективность управления производством в значительной степени определяется соотношением централизации и децентрализации функций управления. Чем крупнее предприятие, тем настоятельнее проявляется необходимость в децентрализации функций управления по уровням и подразделениям. При рациональном сочетании элементов централизации и децентрализации информационные потоки в системе должны быть организованы таким образом, чтобы информация обрабатывалась в основном на том уровне, где она возникает, чтобы достичь минимальной передачи данных между уровнями системы.

Повышение степени централизации повышает управляемость подсистем. Повышение степени децентрализации соответствует увеличению самостоятельности подсистем и уменьшению объема информации, перерабатываемой верхними уровнями.

Рост числа задач управления в сложных системах значительно увеличивается объем перерабатываемой информации, что приводит к возникновению несоответствия между сложностью управляемого объекта и способностью любого управляющего органа получать и перерабатывать информацию. В результате возникает ситуация, при которой осуществлять управление системой централизованно невозможно. Кроме того, в сложных системах выделяются отдельные группы задач, каждая из которых характеризуется соответствующими требованиями по времени реакции на события, происходящие в управляемом объекте.

4. *Иерархическая система.* Иерархия задач управления приводит к созданию иерархической системы управления. Такое разделение позволяет справиться с информационными трудностями для каждого местного органа управления, порождает необходимость согласования принимаемых этим органом решений, т.е. создания над ними нового управляющего органа. Кроме того, многие производственные структуры могут иметь свою собственную иерархию. По мере усложнения системы выстраивается иерархическая пирамида управления (рис. 1.23).



Рис. 1.23. Иерархическая пирамида управления

Система управления представляет собой совокупность объектов управления и субъектов управления. При объединении по определенному признаку множества элементов в систему, можно ввести некоторые дополнительные признаки для разделения этого множества на подмножества путем выделения из системы ее составных частей – подсистем, которые в свою очередь могут делиться на более мелкие подсистемы и т.д. Подсистемы, которые получены путем выделения из одной исходной системы, относятся к подсистемам одного уровня. При дальнейшем делении получают подсистемы более низкого уровня. Такое деление называется *иерархией* – порядком подчинения верхнему уровню более низкого уровня.

Одну и ту же систему можно делить на подсистемы по-разному, в зависимости от выбранных правил объединения элементов в подсистемы, которые должны обеспечивать системе наиболее эффективное достижение поставленной цели. Число уровней, число подсистем каждого уровня может быть различным.

При делении системы на подсистемы установлены следующие правила:

- каждая подсистема должна реализовывать единственную функцию системы;
- выделенная в подсистему функция должна быть легко понимаема, независимо от сложности ее реализации;
- связи между подсистемами должны быть простыми;

– подсистемы, входящие в одну систему более высокого уровня, действуя совместно, должны выполнять все функции той системы, в которую они входят.

Управление любой организацией строится по иерархическому принципу (рис. 1.24). В иерархической системе управления любая подсистема некоторого уровня подчинена подсистеме более высокого уровня, в состав которой она входит и управляется ее. Система управления делится на подсистемы, пока полученная подсистема не перестанет выполнять функции управления, т.е. подсистемой низшего уровня будет подсистема, которая осуществляет непосредственное управление конкретными орудиями труда, механизмами, устройствами или технологическими процессами. Система управления более высокого уровня осуществляет управление технологическими процессами через подсистемы более низких уровней (промежуточных уровней).

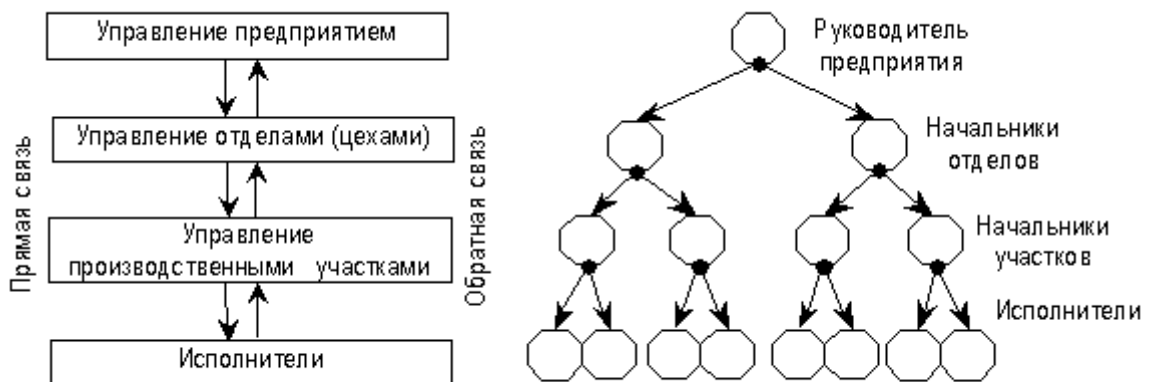


Рис.1.24. Иерархическая система управления предприятием

Система управления предприятием строится по многоуровневой структуре. От подсистем, расположенных на более высоком уровне, идет поток управляющей информации к подсистемам, расположенным на более низком уровне, в то же время подсистемы более низкого уровня посылают информацию о текущем состоянии объекта управления подсистемам более высокого уровня. Преимущество иерархической структуры управления предприятием заключается в том, что решение задач управления основывается на базе локальных решений, принимаемых на соответствующих уровнях иерархии управления.

Нижний уровень управления является источником информации для принятия управленческих решений на более высоком уровне. Поток информации от уровня к уровню по количеству информации уменьшается с повышением уровня, но при этом увеличивается ее смысловое (семантическое) содержание.

Все решений, принимаемые для управления производством делятся на *регламентные* и *случайные*. К регламентным решениям относятся решения, которые принимаются регулярно с определенной периодичностью, поэтому большая часть процедур, связанных с выполнением этих решений, поддается автоматизации. Случайные решения принимаются в результате непредвиденных обстоятельств и поэтому не поддаются надежному информационному обслуживанию.

В крупных производственных объединениях для руководителей верхнего уровня управления создаются специализированные системы контроля исполнения директивных вышестоящих и собственных решений. Это позволяет руководителям сосредоточить свое внимание на стратегических вопросах научно-технического прогресса, на исполнении перспективных задач и долгосрочных плановых работах за



счет повышения скорости получения стратегической информации, широты и глубины анализа на основе информационной группировке сведений.

### Лекция 1.3. Принципы системного анализа

#### Закономерности взаимодействия части и целого

##### Целостность/эмерджентность

Закономерность целостности/ эмерджентности проявляется в системе в появлении у нее новых свойств, отсутствующих у элементов.

Для того чтобы глубже понять закономерность целостности, необходимо, прежде всего, учитывать две ее стороны:

1. свойства системы (целого)  $Q_s$  не является простой суммой свойств составляющих ее элементов (частей):

$$Q_s \neq \sum Q_i$$

2. свойства системы (целого) зависят от свойств составляющих ее элементов (частей):

$$Q_s = f(q_i)$$

Кроме этих двух основных сторон, следует иметь в виду, что объединенные в систему элементы, как правило, утрачивают часть своих свойств, присущих им вне системы, т.е. система как бы подавляет ряд свойств элементов. Но, с другой стороны, элементы, попав в систему, могут приобрести новые свойства.

Обратимся к закономерности, двойственной по отношению к закономерности целостности. Ее называют физической аддитивностью, независимостью, суммативностью, обособленностью. Свойство физической аддитивности проявляется у системы, как бы распавшейся на независимые элементы; тогда становится справедливым

$$Q_s = \sum Q_i$$

В этом крайнем случае и говорить о системе уже нельзя.

Рассмотрим промежуточные варианты — две сопряженные закономерности, которые можно назвать прогрессирующей факторизацией — стремлением системы к состоянию с все более независимыми элементами, и прогрессирующей систематизацией — стремлением системы к уменьшению самостоятельности элементов, т. е. к большей целостности.

##### Интегративность

Этот термин часто употребляется как синоним целостности. Однако некоторые исследователи выделяют эту закономерность как самостоятельную, стремясь подчеркнуть интерес не к внешним факторам проявления целостности, а к более глубоким причинам, обуславливающим возникновение этого свойства, к факторам, обеспечивающим сохранение целостности.

Интегративными называют системообразующие, системосохраняющие факторы, в числе которых важную роль играют неоднородность и противоречивость элементов (исследуемые большинством философов), с одной стороны, и стремление их вступать в коалиции — с другой.

<b>Закономерности взаимодействия части и целого</b>	<b>Степень целостности <math>\alpha</math></b>	<b>Коэффициент использования элементов <math>\beta</math></b>
---	--	---

<b>Целостность/эмерджентность</b>	1	0
<b>Прогрессирующая систематизация</b>	$\alpha > \beta$	
<b>Прогрессирующая факторизация</b>	$\alpha < \beta$	
<b>Аддитивность (суммативность)</b>	0	1

### **Закономерности иерархической упорядоченности систем**

Эта группа закономерностей характеризует и взаимодействие системы с ее окружением — со средой (значимой или существенной для системы), надсистемой, подчиненными системами.

#### **Коммуникативность**

Эта закономерность составляет основу определения системы, где система не изолирована от других систем, она связана множеством коммуникаций со средой, представляющей собой, в свою очередь, сложное и неоднородное образование, содержащее надсистему (метасистему — систему более высокого порядка, задающую требования и ограничения исследуемой системе), подсистемы (нижележащие, подведомственные системы), и системы одного уровня с рассматриваемой.

Такое сложное единство со средой названо закономерностью коммуникативности, которая, в свою очередь легко помогает перейти к иерархичности как закономерности построения всего мира и любой выделенной из него системы.

#### **Иерархичность**

Закономерности иерархичности или иерархической упорядоченности были в числе первых закономерностей теории систем, которые выделил и исследовал Л. фон. Берталанфи.

Необходимо учитывать не только внешнюю структурную сторону иерархии, но и функциональные взаимоотношения между уровнями. Например, в биологических организациях более высокий иерархический уровень оказывает направляющее воздействие на нижележащий уровень, подчиненный ему, и это воздействие проявляется в том, что подчиненные члены иерархии приобретают новые свойства, отсутствовавшие у них в изолированном состоянии (подтверждение положения о влиянии целого на элементы, приведенного выше), а в результате появления этих новых свойств формируется новый, другой «облик целого» (влияние свойств элементов на целое). Возникшее таким образом новое целое приобретает способность осуществлять новые функции, в чем и состоит цель образования иерархий.

Выделим основные особенности иерархической упорядоченности с точки зрения полезности их использования в качестве моделей системного анализа:

1. В силу закономерности коммуникативности, которая проявляется не только между выделенной системой и ее окружением, но и между уровнями иерархии исследуемой системы, каждый уровень иерархической упорядоченности имеет сложные взаимоотношения с вышестоящим и нижележащим уровнями. По метафорической формулировке, каждый уровень иерархии обладает свойством

«двуликого Януса»: «лик», направленный в сторону нижележащего уровня, имеет характер автономного целого (системы), а «лик», направленный к узлу (вершине) вышестоящего уровня, проявляет свойства зависимой части (элемента вышестоящей системы). Эта конкретизация закономерности иерархичности объясняет неоднозначность использования в сложных организационных системах понятий «система» и «подсистема», «цель» и «средство» (элемент каждого уровня иерархической структуры целей выступает как цель по отношению к нижележащим и как «подцель», а начиная с некоторого уровня, и как «средство» по отношению к вышестоящей цели), что часто наблюдается в реальных условиях и приводит к некорректным терминологическим спорам.

2. Важнейшая особенность иерархической упорядоченности как закономерности заключается в том, что закономерность целостности/эмерджентности (т.е. качественные изменения свойств компонентов более высокого уровня по сравнению с объединяемыми компонентами нижележащего) проявляется в ней на каждом уровне иерархии. При этом объединение элементов в каждом узле иерархической структуры приводит не только к появлению новых свойств у узла и утрате объединяемыми компонентами свободы проявления некоторых своих свойств, но и к тому, что каждый подчиненный член иерархии приобретает новые свойства, отсутствовавшие у него в изолированном состоянии.

### **Закономерности осуществимости систем.**

Проблема осуществимости систем является наименее исследованной. Рассмотрим некоторые из закономерностей, помогающие понять эту проблему и учитывать ее при определении принципов проектирования и организации функционирования систем управления.

#### **Эквифинальность**

Эта закономерность характеризует как бы предельные возможности системы. Л. фон Берталанфи, предложивший этот термин, определил эквифинальность как «способность в отличие от состояния равновесия в закрытых системах, полностью детерминированных начальными условиями,...достигать не зависящего от времени состояния, которое не зависит от ее начальных условий и определяется исключительно параметрами системы».

В соответствии с данной закономерностью система может достигнуть требуемого конечного состояния, не зависящего от времени и определяемого исключительно собственными характеристиками системы при различных начальных условиях и различными путями. Это форма устойчивости по отношению к начальным и граничным условиям.

#### **Закон «необходимого разнообразия»**

На необходимость учитывать предельную осуществимость системы при создании впервые в теории систем обратил внимание У.Р. Эшби. Он сформулировал закономерность, известную под названием закон «необходимого разнообразия».

Для задач принятия решений наиболее важным является одно из следствий этой закономерности, которое можно упрощенно пояснить на следующем примере.

Когда исследователь (ЛПР — лицо, принимающее решение, наблюдатель)  $N$  сталкивается с проблемой  $D$ , решение которой для него неочевидно, то имеет место некоторое разнообразие возможных решений  $V_d$ . Этому разнообразию противостоит разнообразие мыслей исследователя (наблюдателя)  $V_n$ . Задача исследователя заключается в том, чтобы свести разнообразие  $V_d — V_n$  к минимуму, в идеале — к 0.

Эшби доказал теорему, на основе которой формулируется следующий вывод: «Если  $V_d$  дано постоянное значение, то  $V_d - V_n$  может быть уменьшено лишь за счет соответствующего роста  $V_n$ . только разнообразие в  $N$  может уменьшить разнообразие, создаваемое в  $D$ ; только разнообразие может уничтожить разнообразие».

Применительно к системам управления закон «необходимого разнообразия» может быть сформулирован следующим образом: разнообразие управляющей системы (системы управления)  $V_{su}$  должно быть больше (или, по крайней мере, равно) разнообразию управляемого объекта  $V_{ou}$ :

$$V_{su} > V_{ou}.$$

Возможны следующие пути совершенствования управления при усложнении производственных процессов:

1. увеличение  $V_{su}$ , что может быть достигнуто путем роста численности аппарата управления, повышения его квалификации, механизации и автоматизации управленческих работ;

2. уменьшение  $V_{ou}$ , за счет установления более четких и определенных правил поведения компонентов системы: унификация, стандартизация, типизация, введение поточного производства, сокращение номенклатуры деталей, узлов, технологической оснастки и т.п.;

3. снижение уровня требований к управлению, т.е. сокращение числа постоянно контролируемых и регулируемых параметров управляемой системы;

4. самоорганизация объектов управления путем ограничения контролируемых параметров с помощью создания саморегулирующихся подразделений (цехов, участков с замкнутым циклом производства, с относительной самостоятельностью и ограничением вмешательства централизованных органов управления предприятием и т.п.).

### **Закономерности развития систем**

В последнее время все больше начинает осознаваться необходимость учета при моделировании систем принципов их изменения во времени, для понимания которых могут помочь рассматриваемые ниже закономерности.

### **Историчность**

Хотя, казалось бы, очевидно, что любая система не может быть неизменной, что она не только возникает, функционирует, развивается, но и погибает, и каждый легко может привести примеры становления, расцвета, упадка (старения) и даже смерти (гибели) биологических и социальных систем, все же для конкретных случаев развития организационных систем и сложных технических комплексов трудно определить эти периоды. Не всегда руководители организаций и конструкторы технических систем учитывают, что время является неременной характеристикой системы, что каждая система подчиняется закономерности историчности, и что эта закономерность — такая же объективная, как целостность, иерархическая упорядоченность и др.

При этом закономерность историчности можно учитывать не только пассивно, фиксируя старение, но и использовать для предупреждения «смерти» системы, разрабатывая «механизмы» реконструкции, реорганизации системы для сохранения ее в новом качестве.

### **Закономерность самоорганизации**

В числе основных особенностей самоорганизующихся систем с активными элементами названы способность противостоять энтропийным (энтропия в данном случае — степень неопределенности, непредсказуемости состояния системы и

внешней среды) тенденциям, способность адаптироваться к изменяющимся условиям, преобразуя при необходимости свою структуру и т.п. В основе этих внешне проявляющихся способностей лежит более глубокая закономерность, базирующаяся на сочетании в любой реальной развивающейся системе двух противоречивых тенденций: с одной стороны, для всех явлений, в том числе и для развивающихся, открытых систем справедлив второй закон термодинамики («второе начало»), т.е. стремление к возрастанию энтропии; а с другой стороны, наблюдаются негэнтропийные (противоположные энтропийным) тенденции, лежащие в основе эволюции.

Важные результаты в понимании закономерности самоорганизации получены в исследованиях, которые относят к развивающейся науке, называемой синергетикой.

**Синергетикой** называют междисциплинарное научное направление, изучающее универсальные закономерности процессов самоорганизации, эволюции и кооперации. Ее цель состоит в построении общей теории сложных систем, обладающих особыми свойствами. В отличие от простых, сложные системы имеют следующие основные характеристики:

- множество неоднородных компонентов;
- активность (целенаправленность) компонентов;
- множество различных, параллельно проявляющихся взаимосвязей между компонентами;
- семиотическая (слабоформализуемая) природа взаимосвязей;
- кооперативное поведение компонентов;
- открытость;
- распределенность;
- динамичность, обучаемость, эволюционный потенциал;
- неопределенность параметров среды.

Особое место в синергетике занимают вопросы спонтанного образования упорядоченных структур различной природы в процессах взаимодействия, когда исходные системы находятся в неустойчивых состояниях. Следуя ученому И.Пригожину, ее можно кратко охарактеризовать как «комплекс наук о возникающих системах».

Согласно синергетическим моделям, эволюция системы сводится к последовательности неравновесных фазовых переходов. Принцип развития формулируется как последовательное прохождение критических областей (точек бифуркаций (раздвоения, разветвления)). Вблизи точек бифуркации наблюдается резкое усиление флуктуации (от лат. fluctuatio — колебание, отклонение). Выбор, по которому пойдет развитие после бифуркации, определяется в момент неустойчивости. Поэтому зона бифуркации характеризуется принципиальной непредсказуемостью — неизвестно, станет ли дальнейшее развитие системы хаотическим или родится новая, более упорядоченная структура. Здесь резко возрастает роль неопределенности: случайность на входе в неравновесной ситуации может дать на выходе катастрофические последствия. В то же время, сама возможность спонтанного возникновения порядка из хаоса — важнейший момент процесса самоорганизации в сложной системе.

Главные принципы синергетического подхода в современной науке таковы:

1. **Принцип дополненности Н. Бора.** В сложных системах возникает необходимость сочетания различных, ранее казавшихся несовместимыми, а ныне взаимодополняющих друг друга моделей и методов описания.

2. **Принцип спонтанного возникновения И. Пригожина.** В сложных системах возможны особые критические состояния, когда малейшие флуктуации могут внезапно привести к появлению новых структур, полностью отличающихся от обычных (в частности, это может вести к катастрофическим последствиям — эффекты «снежного кома» или эпидемии).

3. **Принцип несовместимости Л. Заде.** При росте сложности системы уменьшается возможность ее точного описания вплоть до некоторого порога, за которым точность и релевантность (смысловая связанность) информации становятся несовместимыми, взаимно исключающими характеристиками.

4. **Принцип управления неопределенностями.** В сложных системах требуется переход от борьбы с неопределенностями к управлению неопределенностями. Различные виды неопределенности должны преднамеренно вводиться в модель исследуемой системы, поскольку они служат фактором, благоприятствующим инновациям (системным мутациям).

5. **Принцип незнания.** Знания о сложных системах принципиально являются неполными, неточными и противоречивыми: они обычно формируются не на основе логически строгих понятий и суждений, а исходя из индивидуальных мнений и коллективных идей. Поэтому в подобных системах важную роль играет моделирование частичного знания и незнания.

6. **Принцип соответствия.** Язык описания сложной системы должен соответствовать характеру располагаемой о ней информации (уровню знаний или неопределенности). Точные логико-математические, синтаксические модели не являются универсальным языком, также важны нестрогие, приближенные, семиотические модели и неформальные методы. Один и тот же объект может описываться семейством языков различной жесткости.

7. **Принцип разнообразия путей развития.** Развитие сложной системы многовариантно и альтернативно, существует «спектр» путей ее эволюции. Переломный критический момент неопределенности будущего развития сложной системы связан с наличием зон бифуркации — «разветвления» возможных путей эволюции системы.

8. **Принцип единства и взаимопереходов порядка и хаоса.** Эволюция сложной системы проходит через неустойчивость; хаос не только разрушителен, но и конструктивен. Организационное развитие сложных систем предполагает своего рода конъюнкцию порядка и хаоса.

9. **Принцип колебательной (пульсирующей) эволюции.** Процесс эволюции сложной системы носит не поступательный, а циклический или волновой характер: он сочетает в себе дивергентные (рост разнообразия) и конвергентные (свертывание разнообразия) тенденции, фазы зарождения порядка и поддержания порядка. Открытые сложные системы пульсируют: дифференциация сменяется интеграцией, разбегание — сближением, ослабление связей — их усилением и т. п.

Нетрудно понять, что перечисленные принципы синергетической методологии можно разбить на три группы: принципы сложности (1-3), принципы неопределенности (3-6) и принципы эволюции (7-9).

### **Закономерности возникновения и формулирования целей.**

Обобщение результатов исследований процессов целеобразования, проводимых философами, психологами, кибернетиками, и наблюдение процессов обоснования и структуризации целей в конкретных условиях позволили сформулировать некоторые общие принципы, закономерности, которые полезно использовать на практике.

## **Зависимость представления о цели и формулировки цели от стадии познания объекта (процесса) и от времени**

Анализ определений понятия «цель» позволяет сделать вывод о том, что, формулируя цель нужно стремиться отразить в формулировке или в способе представления цели основное противоречие: ее активную роль в познании, в управлении, и в то же время необходимость сделать ее реалистичной, направить с ее помощью деятельность на получение определенного полезного результата. При этом формулировка цели и представление о цели зависит от стадии познания объекта, и по мере развития представления о нем цель может переформулироваться.

### **Зависимость цели от внешних и внутренних факторов.**

При анализе причин возникновения и формулирования целей нужно учитывать, что на цель влияют как внешние по отношению к системе факторы (внешние требования, потребности, мотивы, программы), так и внутренние факторы (потребности, мотивы, программы самой системы и ее элементов, исполнителей цели); при этом последние являются такими же объективно влияющими на процесс целеобразования факторами, как и внешние (особенно при использовании в системах управления понятия цели как средства побуждения к действию).

### **Проявление в структуре целей закономерности целостности**

В иерархической структуре закономерность целостности (эмерджентности) проявляется на любом уровне иерархии. Применительно к структуре целей это означает, что, с одной стороны, достижение цели вышестоящего уровня не может быть полностью обеспечено достижением подчиненных ей подцелей, хотя и зависит от них, а, с другой стороны, потребности, программы (как внешние, так и внутренние) нужно исследовать на каждом уровне структуризации, и получаемые разными ЛПР расчленения подцелей в силу различного раскрытия неопределенности могут оказаться разными, т.е. разные ЛПР могут предложить разные иерархические структуры целей и функций, даже при использовании одних и тех же принципов структуризации и методик.

### **Закономерности формирования иерархических структур целей**

Учитывая, что наиболее распространенным способом представления целей в системах организационного управления являются древовидные иерархические структуры («деревья целей»), рассмотрим основные рекомендации по их формированию:

- приемы, применяющиеся при формировании древовидных иерархий целей, можно свести к двум подходам: а) формирование структур «сверху» — методы структуризации, декомпозиции, целевой или целенаправленный подход, б) формирование структур целей «снизу» — морфологический, лингвистический, тезаурусный, терминальный подход; на практике обычно эти подходы сочетаются;

- цели нижележащего уровня иерархии можно рассматривать как средства для достижения целей вышестоящего уровня, при этом они же являются целями для уровня нижележащего по отношению к ним;

- в иерархической структуре по мере перехода с верхнего уровня на нижний происходит как бы смещение рассмотренной выше «шкалы» от цели-направления (цели-идеала, цели-мечты) к конкретным целям и функциям, которые на нижних уровнях структуры могут выражаться в виде ожидаемых результатов конкретной работы с указанием критериев оценки ее выполнения, в то время как на верхних уровнях иерархии указание критериев может быть либо выражено в общих

требованиях (например, «повысить эффективность»), либо вообще не приводится в формулировке цели;

- для того чтобы структура целей была удобной для анализа и организации управления, к ней рекомендуется предъявлять некоторые требования — число уровней иерархии и число компонентов в каждом узле должно быть (в силу гипотезы Миллера или числа Колмогорова)  $K = 5 \pm 2$  (предел восприятия человеком).

И еще несколько важных законов.

**Закон простоты сложных систем** — Реализуется, выживает, отбирается тот вариант сложной системы, который обладает наименьшей сложностью.

Закон простоты сложных систем реализуется природой в ряде конструктивных принципов:

- Оккама,
- иерархического модульного построения сложных систем,
- симметрии,
- симморфоза (равнопрочности, однородности),
- полевого взаимодействия (взаимодействия через носитель),
- экстремальной неопределенности (функции распределения характеристик и параметров, имеющих неопределенные значения, имеют экстремальную неопределенность).

**Закон конечности скорости распространения взаимодействия** — Все виды взаимодействия между системами, их частями и элементами имеют конечную скорость распространения. Ограничена также скорость изменения состояний элементов системы. Автором закона является А.Эйнштейн.

**Теорема Геделя о неполноте** — В достаточно богатых теориях (включающих арифметику) всегда существуют недоказуемые истинные выражения. Поскольку сложные системы включают в себя (реализуют) элементарную арифметику, то при выполнении вычислений в ней могут возникнуть тупиковые ситуации (зависания).

**Закон эквивалентности вариантов построения сложных систем** — С ростом сложности системы доля вариантов ее построения, близких к оптимальному варианту, растет.

**Закон Онсагера максимизации убывания энтропии** — Если число всевозможных форм реализации процесса, согласных с законами физики, не единственно, то реализуется та форма, при которой энтропия системы растет наиболее медленно. Иначе говоря, реализуется та форма, при которой максимизируется убывание энтропии или рост информации, содержащейся в системе.

## **Лекция 1.4. Структура системного анализа**

Общий подход к решению проблем может быть представлен как цикл.



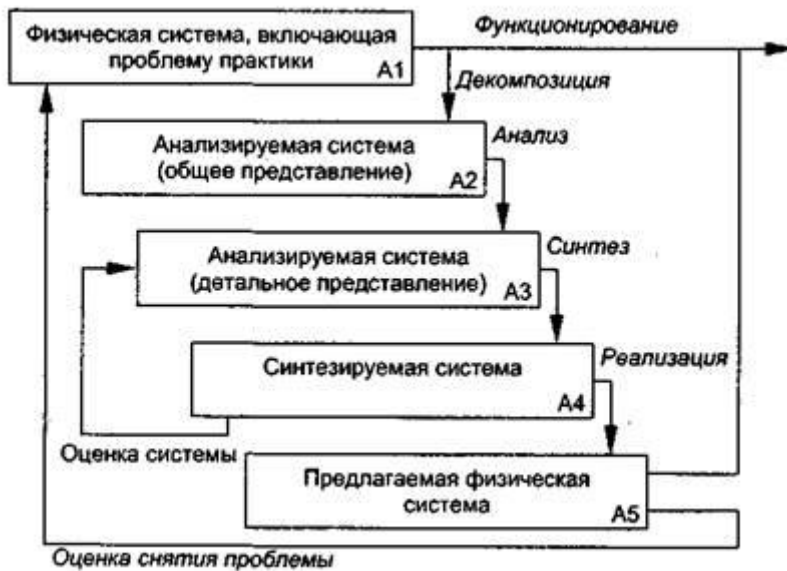


Рис. — Общий подход к решению проблем

При этом в процессе функционирования реальной системы выявляется проблема практики как несоответствие существующего положения дел требуемому. Для решения проблемы проводится системное исследование (декомпозиция, анализ и синтез) системы, снимающее проблему. В ходе синтеза осуществляется оценка анализируемой и синтезируемой систем. Реализация синтезированной системы в виде предлагаемой физической системы позволяет провести оценку степени снятия проблемы практики и принять решение на функционирование модернизированной (новой) реальной системы.

При таком представлении становится очевидным еще один аспект определения системы: система есть средство решения проблем.

Основные задачи системного анализа могут быть представлены в виде трехуровневого дерева функций.



Рис. — Основные задачи системного анализа

На этапе декомпозиции, обеспечивающем общее представление системы, осуществляются:

1. Определение и декомпозиция общей цели исследования и основной функции системы как ограничение траектории в пространстве состояний системы или в области допустимых ситуаций. Наиболее часто декомпозиция проводится путем построения дерева целей и дерева функций.

2. Выделение системы из среды (разделение на систему/«несистему») по критерию участия каждого рассматриваемого элемента в процессе, приводящем к результату на основе рассмотрения системы как составной части надсистемы.

3. Описание воздействующих факторов.

4. Описание тенденций развития, неопределенностей разного рода.

5. Описание системы как «черного ящика».

6. Функциональная (по функциям), компонентная (по виду элементов) и структурная (по виду отношений между элементами) декомпозиции системы.

Глубина декомпозиции ограничивается. Декомпозиция должна прекращаться, если необходимо изменить уровень абстракции — представить элемент как подсистему. Если при декомпозиции выясняется, что модель начинает описывать внутренний алгоритм функционирования элемента вместо закона его функционирования в виде «черного ящика», то в этом случае произошло изменение уровня абстракции. Это означает выход за пределы цели исследования системы и, следовательно, вызывает прекращение декомпозиции.

В автоматизированных методиках типичной является декомпозиция модели на глубину 5-6 уровней. На такую глубину декомпозируется обычно одна из подсистем. Функции, которые требуют такого уровня детализации, часто очень важны, и их детальное описание дает ключ к секретам работы всей системы.

В общей теории систем доказано, что большинство систем могут быть декомпоziрованы на базовые представления подсистем. К ним относят: последовательное (каскадное) соединение элементов, параллельное соединение элементов, соединение с помощью обратной связи.

Проблема проведения декомпозиции состоит в том, что в сложных системах отсутствует однозначное соответствие между законом функционирования подсистем и алгоритмом, его реализации. Поэтому осуществляется формирование нескольких вариантов (или одного варианта, если система отображена в виде иерархической структуры) декомпозиции системы.

Рассмотрим некоторые наиболее часто применяемые стратегии декомпозиции.

**Функциональная декомпозиция.** Декомпозиция базируется на анализе функций системы. При этом ставится вопрос что делает система, независимо от того, как она работает. Основанием разбиения на функциональные подсистемы служит общность функций, выполняемых группами элементов.

**Декомпозиция по жизненному циклу.** Признак выделения подсистем — изменение закона функционирования подсистем на разных этапах цикла существования системы «от рождения до гибели». Рекомендуется применять эту стратегию, когда целью системы является оптимизация процессов и когда можно определить последовательные стадии преобразования входов в выходы.

**Декомпозиция по физическому процессу.** Признак выделения подсистем — шаги выполнения алгоритма функционирования подсистемы, стадии смены состояний. Хотя эта стратегия полезна при описании существующих процессов, результатом ее часто может стать слишком последовательное описание системы,

которое не будет в полной мере учитывать ограничения, диктуемые функциями друг другу. При этом может оказаться скрытой последовательность управления. Применять эту стратегию следует, только если целью модели является описание физического процесса как такового.

Декомпозиция по подсистемам (структурная декомпозиция). Признак выделения подсистем — сильная связь между элементами по одному из типов отношений (связей), существующих в системе (информационных, логических, иерархических, энергетических и т.п.). Силу связи, например, по информации можно оценить коэффициентом информационной взаимосвязи подсистем  $k = N / N_0$ , где  $N$  — количество взаимоиспользуемых информационных массивов в подсистемах,  $N_0$  — общее количество информационных массивов. Для описания всей системы должна быть построена составная модель, объединяющая все отдельные модели. Рекомендуется использовать разложение на подсистемы, только когда такое разделение на основные части системы не изменяется. Нестабильность границ подсистем быстро обесценит как отдельные модели, так и их объединение.

На этапе анализа, обеспечивающем формирование детального представления системы, осуществляются:

1. Функционально-структурный анализ существующей системы, позволяющий сформулировать требования к создаваемой системе. Он включает уточнение состава и законов функционирования элементов, алгоритмов функционирования и взаимовлияний подсистем, разделение управляемых и неуправляемых характеристик, задание пространства состояний  $Z$ , задание параметрического пространства  $T$ , в котором задано поведение системы, анализ целостности системы, формулирование требований к создаваемой системе.

2. Морфологический анализ — анализ взаимосвязи компонентов.

3. Генетический анализ — анализ предыстории, причин развития ситуации, имеющихся тенденций, построение прогнозов.

4. Анализ аналогов.

5. Анализ эффективности (по результативности, ресурсоемкости, оперативности). Он включает выбор шкалы измерения, формирование показателей эффективности, обоснование и формирование критериев эффективности, непосредственно оценивание и анализ полученных оценок.

6. Формирование требований к создаваемой системе, включая выбор критериев оценки и ограничений.

Этап синтеза системы, решающей проблему, представлен в виде упрощенной функциональной диаграммы на рисунке. На этом этапе осуществляются:

1. Разработка модели требуемой системы (выбор математического аппарата, моделирование, оценка модели по критериям адекватности, простоты, соответствия между точностью и сложностью, баланса погрешностей, многовариантности реализаций, блочности построения).

2. Синтез альтернативных структур системы, снимающей проблему.

3. Синтез параметров системы, снимающей проблему.

4. Оценивание вариантов синтезированной системы (обоснование схемы оценивания, реализация модели, проведение эксперимента по оценке, обработка результатов оценивания, анализ результатов, выбор наилучшего варианта).

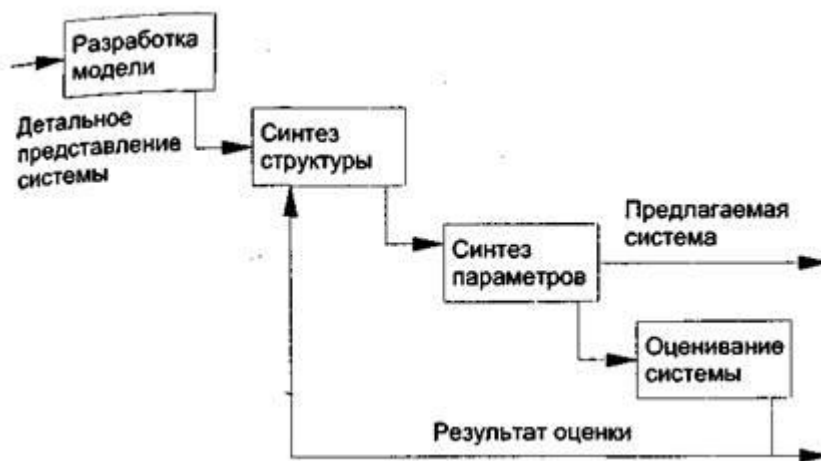


Рис. — Упрощенная функциональная диаграмма этапа синтеза системы, решающей проблему

Оценка степени снятия проблемы проводится при завершении системного анализа.

Наиболее сложными в исполнении являются этапы декомпозиции и анализа. Это связано с высокой степенью неопределенности, которую требуется преодолеть в ходе исследования.

Рассмотрим процесс формирования общего и детального представления системы, включающий девять основных стадий.

### **Формирование общего представления системы**

**Стадия 1.** Выявление главных функций (свойств, целей, предназначения) системы. Формирование (выбор) основных предметных понятий, используемых в системе. На этой стадии речь идет об уяснении основных выходов в системе. Именно с этого лучше всего начинать ее исследование. Должен быть определен тип выхода: материальный, энергетический, информационный, они должны быть отнесены к каким-либо физическим или другим понятиям (выход производства — продукция (какая?), выход системы управления — командная информация (для чего? в каком виде?), выход автоматизированной информационной системы — сведения (о чем?) и т.д.).

**Стадия 2.** Выявление основных функций и частей (модулей) в системе. Понимание единства этих частей в рамках системы. На этой стадии происходит первое знакомство с внутренним содержанием системы, выявляется, из каких крупных частей она состоит и какую роль каждая часть играет в системе. Это стадия получения первичных сведений о структуре и характере основных связей. Такие сведения следует представлять и изучать при помощи структурных или объектно-ориентированных методов анализа систем, где, например, выясняется наличие преимущественно последовательного или параллельного характера соединения частей, взаимной или преимущественно односторонней направленности воздействий между частями и т.п. Уже на этой стадии следует обратить внимание на так называемые системообразующие факторы, т.е. на те связи, взаимообусловленности, которые и делают систему системой.

**Стадия 3.** Выявление основных процессов в системе, их роли, условий осуществления; выявление стадийности, скачков, смен состояний в функционировании; в системах с управлением — выделение основных управляющих факторов. Здесь исследуется динамика важнейших изменений в системе, ход событий, вводятся параметры состояния, рассматриваются факторы, влияющие на эти

параметры, обеспечивающие течение процессов, а также условия начала и конца процессов. Определяется, управляемы ли процессы и способствуют ли они осуществлению системой своих главных функций. Для управляемых систем уясняются основные управляющие воздействия, их тип, источник и степень влияния на систему.

**Стадия 4.** Выявление основных элементов «несистемы», с которыми связана изучаемая система. Выявление характера этих связей. На этой стадии решается ряд отдельных проблем. Исследуются основные внешние воздействия на систему (входы). Определяются их тип (вещественные, энергетические, информационные), степень влияния на систему, основные характеристики. Фиксируются границы того, что считается системой, определяются элементы «несистемы», на которые направлены основные выходные воздействия. Здесь же полезно проследить эволюцию системы, путь ее формирования. Нередко именно это ведет к пониманию структуры и особенностей функционирования системы. В целом данная стадия позволяет лучше уяснить главные функции системы, ее зависимость и уязвимость или относительную независимость во внешней среде.

**Стадия 5.** Выявление неопределенностей и случайностей в ситуации их определяющего влияния на систему (для стохастических систем).

**Стадия 6.** Выявление разветвленной структуры, иерархии, формирование представлений о системе как о совокупности модулей, связанных входами-выходами.

Стадией 6 заканчивается формирование общих представлений о системе. Как правило, этого достаточно, если речь идет об объекте, с которым мы непосредственно работать не будем. Если же речь идет о системе, которой надо заниматься для ее глубокого изучения, улучшения, управления, то нам придется пойти дальше по спиралеобразному пути углубленного исследования системы.

#### **Формирование детального представления системы**

**Стадия 7.** Выявление всех элементов и связей, важных для целей рассмотрения. Их отнесение к структуре иерархии в системе. Ранжирование элементов и связей по их значимости.

Стадии 6 и 7 тесно связаны друг с другом, поэтому их обсуждение полезно провести вместе. Стадия 6 — это предел познания «внутри» достаточно сложной системы для лица, оперирующего ею целиком. Более углубленные знания о системе (стадия 7) будет иметь уже только специалист, отвечающий за ее отдельные части. Для не слишком сложного объекта уровень стадии 7 — знание системы целиком — достижим и для одного человека. Таким образом, хотя суть стадий 6 и 7 одна и та же, но в первой из них мы ограничиваемся тем разумным объемом сведений, который доступен одному исследователю.

При углубленной детализации важно выделять именно существенные для рассмотрения элементы (модули) и связи, отбрасывая все то, что не представляет интереса для целей исследования. Познание системы предполагает не всегда только отделение существенного от несущественного, но также акцентирование внимания на более существенном. Детализация должна затронуть и уже рассмотренную в стадии 4 связь системы с «несистемой». На стадии 7 совокупность внешних связей считается проясненной настолько, что можно говорить о доскональном знании системы.

Стадии 6 и 7 подводят итог общему, цельному изучению системы. Дальнейшие стадии уже рассматривают только ее отдельные стороны. Поэтому важно еще раз обратить внимание на системообразующие факторы, на роль каждого элемента и

каждой связи, на понимание, почему они именно таковы или должны быть именно таковыми в аспекте единства системы.

**Стадия 8.** Учет изменений и неопределенностей в системе. Здесь исследуются медленное, обычно нежелательное изменение свойств системы, которое принято называть «старением», а также возможность замены отдельных частей (модулей) на новые, позволяющие не только противостоять старению, но и повысить качество системы по сравнению с первоначальным состоянием. Такое совершенствование искусственной системы принято называть развитием. К нему также относят улучшение характеристик модулей, подключение новых модулей, накопление информации для лучшего ее использования, а иногда и перестройку структуры, иерархии связей.

Основные неопределенности в стохастической системе считаются исследованными на стадии 5. Однако недетерминированность всегда присутствует и в системе, не предназначенной работать в условиях случайного характера входов и связей. Добавим, что учет неопределенностей в этом случае обычно превращается в исследование чувствительности важнейших свойств (выходов) системы. Под чувствительностью понимают степень влияния изменения входов на изменение выходов.

**Стадия 9.** Исследование функций и процессов в системе в целях управления ими. Введение управления и процедур принятия решения. Управляющие воздействия как системы управления. Для целенаправленных и других систем с управлением данная стадия имеет большое значение. Основные управляющие факторы были уяснены при рассмотрении стадии 3, но там это носило характер общей информации о системе. Для эффективного введения управлений или изучения их воздействий на функции системы и процессы в ней необходимо глубокое знание системы. Именно поэтому мы говорим об анализе управлений только сейчас, после всестороннего рассмотрения системы. Напомним, что управление может быть чрезвычайно разнообразным по содержанию — от команд специализированной управляющей ЭВМ до министерских приказов.

Однако возможность единообразного рассмотрения всех целенаправленных вмешательств в поведение системы позволяет говорить уже не об отдельных управленческих актах, а о системе управления, которая тесно переплетается с основной системой, но четко выделяется в функциональном отношении.

На данной стадии выясняется, где, когда и как (в каких точках системы, в какие моменты, в каких процессах, скачках, выборах из совокупности, логических переходах и т.д.) система управления воздействует на основную систему, насколько это эффективно, приемлемо и удобно реализуемо. При введении управлений в системе должны быть исследованы варианты перевода входов и постоянных параметров в управляемые, определены допустимые пределы управления и способы их реализации.

После завершения стадий 6-9 исследование систем продолжается на качественно новом уровне — следует специфическая стадия моделирования. О создании модели можно говорить только после полного изучения системы.

## **Модуль 2 «Экономическая система как объект управления»**

### **Лекция 2.1. Наиболее существенные характеристики. Структуризация экономических задач**

Экономическая система охватывает параметры и характеристики общественного производства, распределения, обмена и потребления материальных благ и услуг. Она является подсистемой социально-экономической суперсистемы, т.е. цели и ограничения ее функционирования подчинены социальным целям и ограничениям и вытекают из них, или, по крайней мере, согласуются с ними. Целенаправленное функционирование экономической системы, за исключением простейших частных случаев, по своей природе многокритериально. Это означает, что в процессе функционирования, например, предприятия или фирмы одновременно ставятся цели: добиться максимально возможной прибыли и выпуска продукции в натуральном или стоимостном выражении, одновременно с этим выдержать диктуемый рынком или заказчиком ассортимент, снизить себестоимость, добиться определенного уровня качества и рентабельности производства или услуг и т.д. Некоторые из этих показателей при их реализации могут быть противоречивыми. Например, стремление к максимальному выпуску продукции одновременно ведет и к суммарному росту себестоимости (не смешивать со снижением удельной себестоимости при росте объема производства). Иначе быть не может, так как производство каждого дополнительного изделия сопряжено с дополнительными затратами; чем больше выпускается продукции, тем больше становится и суммарная себестоимость производства. Ограничение такой себестоимости – противоположное требование к росту выпуска продукции. Минимизировать себестоимость производства имеет смысл только тогда, когда точно установлен необходимый объема производства.

Подобные противоречия могут иметь место и в отношении других частных критериев. В целом можно представить себе одно из двух:

- либо все принимаемые в расчет частные критериальные показатели ведут себя в процессе динамики выпуска продукции или услуг качественно сходным образом, достигая одновременно своих максимальных или минимальных значений,
- либо не существует такого возможного варианта (плана) производства, которому соответствовали бы одновременно максимальные или минимальные значения всех частных критериальных показателей.

Первому варианту отвечает по существу однокритериальная ситуация, когда в модели используется в явном виде основной на содержательном уровне критерий, а остальные игнорируются, так как они, ничему в модели не противореча, не влияют на значение основного критерия.

Второй вариант заключается в выборе разумного, с практической точки зрения, компромисса, когда для приемлемого для практики варианта производства или услуг не достигаются потенциально возможные наилучшие значения отдельных целевых показателей (критериев), но каждый из них для этого варианта принимает в той или иной мере близкое к оптимальному значение.

### **Лекция 2.2. Построение простейших экономических моделей (оптимизационных моделей линейного программирования)**

Линейное программирование относится к числу относительно простых и широко распространенных методов исследования операций в экономике, используемых при

решении производственных и коммерческих задач. Этот метод экономически является одним из наиболее эффективных.

Разберемся с особенностями данного этапа системного анализа на примере крупного производственного предприятия с типовыми технологическими процессами, например, крупной нефтяной компании.

Важнейшие управленческие решения в этом случае связаны со следующими процессами:

1. геологическая разведка с целью обнаружения нефтяных месторождений;
2. добыча сырой нефти;
3. обмен сырой нефти, добываемой фирмой, на нефтесырьё других нефтяных компаний;
4. дополнительная закупка сырой нефти;
5. доставка нефти на нефтеперегонные заводы;
6. крекинг и ректификация с целью получения различных нефтепродуктов для смешения (промежуточных продуктов);
7. получение многочисленных видов готовой продукции в результате соединения промежуточных нефтепродуктов (в различных комбинациях и пропорциях);
8. доставка (транспортировка) готовой продукции к местам сбыта.

Допустим, что принимается решение смонтировать на нефтеперегонном заводе дополнительную крекинг-установку. Это, естественно, отразится на производственных показателях данного предприятия. По всей вероятности, это решение затронет и все другие операции, перечисленные выше. Проектные показатели новой крекинг установки могут отразиться на требованиях, предъявляемых к нефтесырью, повлиять на размещение источников сырой нефти, а также привести к пересмотру ассортимента выпускаемой нефтепродукции и к изменениям в сфере сбыта.

Аналогичным образом увеличение (в том или ином районе) спроса на бензин сопряжено с пересмотром мощностных показателей нефтеперегонных заводов, с необходимостью заключения контрактов по обмену нефтесырьем с другими нефтяными компаниями и с определением районов, где следует сосредоточить основные усилия по обнаружению нефтяных месторождений.

Качественно такая же картина может возникнуть применительно к фирмам по выращиванию лесомассивов (лес на корню) и производству лесоматериалов и др. ресурсов.

Несмотря на очевидные упрощения, мы имеем хорошую иллюстрацию проблем, с которыми приходится сталкиваться фирмам при принятии решений, связанных с распределением ресурсов. Реальные ситуации, как правило, оказываются более сложными. Однако задачи именно такого рода успешно решаются многими крупными фирмами с помощью линейных оптимизационных моделей, или моделей линейного программирования.

### **Потенциальные возможности линейного программирования**

Почему прежде всего преуспевающие компании прибегают к помощи системного анализа и математики? Разве управленческого опыта, интуиции и знания дела недостаточно для принятия обоснованных решений? Руководящие работники фирм, отвечающие за прибыльность предприятий, давно убедились в том, что успех дела в значительной степени определяется качеством комплексного и системно-организованного планирования выполняемых фирмой операций. В то же время на больших предприятиях одна только регистрация фактических данных, необходимых для анализа сложных проблем организационного управления, сопряжена с огромными



трудозатратами. Людские же ресурсы фирмы, которые можно было бы использовать для оценки экономической эффективности того или иного плана, ограничены.

Линейное программирование позволяет существенно повысить эффективность аналитических возможностей управляющего фирмы и его аппарата. Однако важно помнить, что результаты такого анализа не подменяют опыт и интуицию руководителя. Они позволяют выявить четко определенные и исчерпывающие данные, необходимые руководителю для эффективного применения своих знаний.

### Некоторые экономические задачи линейного программирования

Транспортная задача, задача распределения ресурсов, задача оптимального составления рациона и другие задачи, с постановкой и методами решения которых студенты уже знакомы по дисциплине «Основы исследования операций».

Одновременно с желанием определить оптимальные значения для каждой неизвестной, у руководителя может возникнуть намерение выяснить, каким образом отразится на полученной прибыли увеличение каждого из потребляемых ресурсов, совершенствование того или иного технологического процесса, изменение стоимости потребляемого сырья (и, следовательно, изменение прибыльности производственно-технологических процессов) или использование в процессе производства какого-либо другого ресурса, не являющегося дефицитным. При решении многих практических задач линейного программирования подобные вопросы оказываются иногда важнее оптимальных значений каждой из переменных.

## Модуль 3 «Основы оценки сложных систем»

### Лекция 3.1. Основные типы шкал

Теория измерения разработала широкий арсенал разнообразных по своим свойствам шкал для измерения значений различных параметров и характеристики объектов. Эти шкалы позволяют в наибольшей степени обеспечить требование высокой информативности при решении задач выбора лучшей альтернативы и одновременно добиться достаточной простоты и экономии при измерениях.

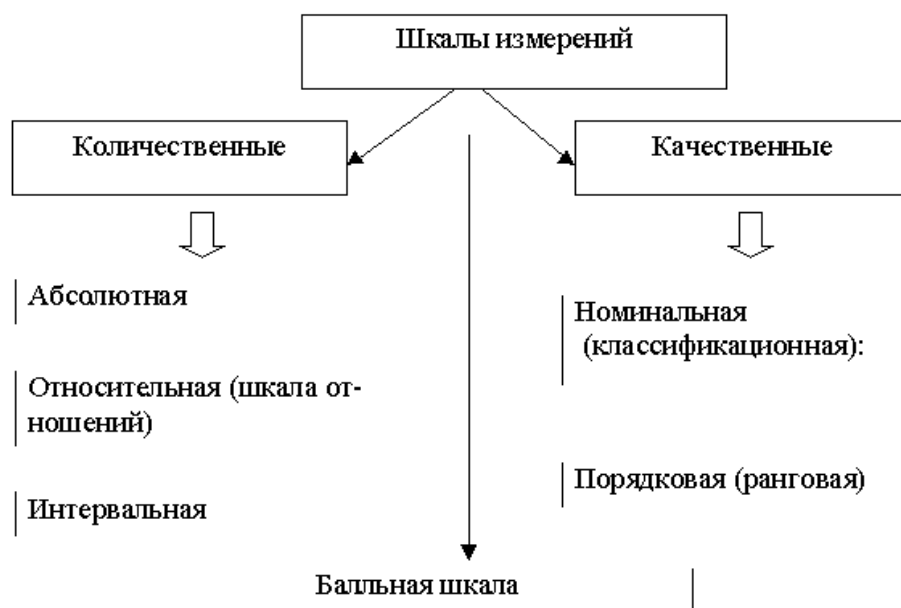


Рис. Шкалы измерений для оценки альтернатив

Шкалы измерений используются как для выражения значений конкретных показателей (критериев), так и для интегральной характеристики альтернатив.

В общем виде различают два основных типа шкал для измерения – количественные и качественные.

Если целью измерения является разделить альтернативы (или другие объекты) на классы по признакам типа «да - нет», «пригодный-непригодный», «плохой – удовлетворительный - хороший» и т.п. используются так называемые номинальные или классификационные шкалы. Отметим, что несмотря на такую «словесную» формулировку классов, они могут быть пронумерованы. Например, шкале «плохой – удовлетворительный - хороший» можно сопоставить множество чисел  $\{1, 2, 3\}$  и считать, что оценка “хороших” альтернатив равна трем, а “плохих” – единице. Недостатком такой шкалы является то, что она не предназначена для измерения расстояний между альтернативами, т.е. в случае с “плохими” и “хорошими” альтернативами нельзя сказать насколько одни хуже или лучше других.

При использовании ранговой шкалы альтернативы упорядочиваются по некоторому признаку. Номер альтернативы в упорядоченной последовательности называется ее рангом. При использовании этой шкалы каждой альтернативе присваивается ее ранг. Обычно считается лучшей та альтернатива, ранг у которой меньше (это прямая ранговая шкала). Однако, по договоренности можно условиться считать лучшей ту альтернативу, у которой ранг выше (обратная ранговая шкала). Как видно, ранг является некоторой интегральной характеристикой альтернативы. Вместо численной характеристики-ранга шкала может состоять из упорядоченных лингвистических значений, например, “низкий”-“средний”-“высокий”. Такая шкала называется порядковой.

При оценке значений отдельных характеристик альтернатив, т.е. показателей чаще используются не качественные, а количественные шкалы. Наиболее обычной является абсолютная шкала. Здесь значение показателя выражается, как правило, в некоторых единицах измерения. Например, показатель временных затрат может принимать на этой шкале значения 10, 100, 400 и др. и измеряться в часах, показатель стоимости – в рублях или другой валюте и т.п. Абсолютная шкала позволяет сравнивать различные значения показателей между собой и определять расстояния между ними.

Определенным неудобством абсолютной шкалы является наличие единиц измерения. Покажем это на примере. Пусть предлагаются два варианта выполнения мероприятия, т.е. есть две альтернативы  $X_1$  и  $X_2$ , которые характеризуются двумя показателями: стоимости мероприятия  $f_1$  (единица измерения - рубли) и показателем временных затрат  $f_2$  (единица измерения – часы). Пусть имеем оценки для первой альтернативы -  $f_1(X_1) = 1000$  руб,  $f_2(X_1) = 8$  час; для второй альтернативы -  $f_1(X_2) = 800$  руб,  $f_2(X_2) = 10$  час. Сравнить альтернативы по этим значениям и сказать, какая лучше, мы не можем, не имея критерия выбора. Для сравнения альтернатив можно было бы использовать некоторый комплексный показатель  $F$ , такой, что  $F(X) = f_1(X) + f_2(X)$ . Тогда, можно было бы сказать, что лучше та альтернатива, у которой значение  $F$  меньше. Однако простое сложение «рублей с часами» будет, очевидно, неправильным. Для преодоления трудности необходимо избавиться от единиц измерения. Это позволяет сделать переход к шкале отношений.

На шкале отношений (относительной шкале) значения показателей измеряются в относительных (безразмерных) единицах и характеризуют их сравнительные оценки. Для перехода от абсолютной к относительной шкале применяется нормирование показателей. Распространенным способом является соотнесение измеренного значения

показателя  $f$  с некоторым эталонным, нормативным или другим специальным значением  $f_e$ . Если сравнивается множество альтернатив, в качестве  $f_e$  может выступать значение показателя той альтернативы, у которой он принимает самое большое (самое маленькое) значение по сравнению с другими на абсолютной шкале.

Интервальная шкала обладает как и абсолютная или относительная обладает также характеристикой расстояния между отдельными градациями шкалы, измеряемого с помощью определенной единицы измерений. На этой шкале оцениваются разности между отдельными градациями шкалы и можно решить, равны они или нет, а если не равны, то какая из двух больше. Шкальные значения можно складывать. Обычно предполагается, что данные внутри шкалы выстроены равномерно. Например, измерять экономичность модели какого-то технического объекта можно по шкале, имеющей градации:

- 1) чрезвычайно экономичен;
- 2) очень экономичен;
- 3) в известной мере экономичен;
- 4) в известной мере не экономичен;
- 5) очень не экономичен;
- 6) чрезвычайно не экономичен.

При оценке и сравнении альтернатив с помощью экспертов широкое распространение находит балльная шкала. На этой шкале показателям или всей альтернативе ставятся в соответствие некоторые баллы – оценки, которые выставляют эксперты. Например, эксперт может характеризовать альтернативу – план реорганизации предприятия с точки зрения (по показателю) его реальной выполнимости. Для этого можно использовать 10 балльную шкалу, где 10 баллов будут означать наивысшую оценку, а 1 – наихудшую оценку, которая соответствует мнению эксперта о том, что план является невыполнимым.

Считается, что балльная шкала занимает промежуточное значение между качественными и количественными шкалами. Чем меньше градаций у балльной шкалы и чем проще правила начисления баллов, тем ближе такие шкалы к качественным, ранговым. Наоборот, чем число градаций больше и сложнее правила начисления баллов, тем балльная шкала ближе по своим свойствам и возможностям к количественной, интервальной.

### **Лекция 3.2. Обработка характеристик, измеренных в разных шкалах. Виды критериев качества. Шкала уровней качества систем с управлением**

При проведении измерений необходимо отделять существенно несравнимые альтернативы от несравнимых альтернатив, допускающих косвенную сравнительную оценку.

Так, например, если эксперт считает несравнимыми альтернативы  $y_1$  и  $y_2$ , но в то же время считает альтернативу  $y_1$  более предпочтительной, а альтернативу  $y_2$  менее предпочтительной, чем  $y_3$ , то можно с определенными оговорками считать  $y_1$  более предпочтительной, чем  $y_2$ . Отношение  $R$  при наличии несравнимых альтернатив является отношением частичного порядка. В этом случае вводится понятие квазишкалы.

Особенностью измерения и оценивания качества сложных систем является то, что для одной системы по разным частным показателям качества могут применяться любые из типов шкал от самых слабых до самых сильных. При этом для получения надежного значения показателя может проводиться несколько измерений. Кроме того,

обобщенный показатель системы может представлять собой некую осредненную величину однородных частных показателей.

При измерении и оценке физических величин обычно трудностей не возникает, так как перечисленные величины измеряются в абсолютной шкале. Измерение, например, ряда антропометрических характеристик осуществляется в шкале отношений. Более сложной является оценка в качественных шкалах. Однако отдельные показатели в процессе системного анализа уточняются, и, как следствие, появляется возможность от измерения и оценки в качественных шкалах перейти к оценке в количественных шкалах. В любом случае при работе с величинами, измеренными в разных шкалах, необходимо соблюдать определенные правила, которые не всегда очевидны.

Проиллюстрируем широко распространенную ошибку при использовании балльной оценки. Пусть для экспертизы представлены две системы А и Б, оцениваемые по свойствам  $y_1, y_2, y_3, y_4$ . Качество каждой системы оценивается как среднеарифметическое по пятибалльной системе, но оценка в баллах является вследствие округления не совсем точной. Так, например, свойства, имеющие фактический уровень 2,6 и 3,4 балла, получают одинаковую оценку 3 балла. Результаты экспертизы приведены в табл.2.1. По фактическому качеству лучшей является система А, а по результатам экспертизы лучшей признают систему Б. Таким образом, способы измерения и обработки их результатов оказывают существенное влияние на результаты.

Таблица 1 Пример балльной оценки свойств систем

Свойство системы	Система А	Система Б	
истинная	в баллах	истинная	в баллах
$y_1$	4,4		3,6
$y_2$	3,3		3,7
$y_3$	2,4		2,6
$y_4$	4,4		2,6
Суммарная оценка	14,5		12,5

Избежать ошибок можно, используя результаты, полученные в теории шкалирования, они определяют правила и перечень допустимых операций осреднения характеристик.

1) Проводить осреднение допускается только для однородных характеристик, измеренных в одной шкале. Осредняются только такие значения  $y_i$ , которые представляют собой или оценки различных измерений одной и той же характеристики, или оценки нескольких различных однородных характеристик.

Каждое значение показателя  $y_i$  может иметь для исследователя различную ценность, которую учитывают с помощью коэффициентов значимости  $c_i$ , причем

$\sum c_i = 1$ . Для получения осредненного значения показателя наиболее часто применяют основные формулы осреднения (табл.2.2).

Простая и взвешенные средние величины различаются не только по величине (не всегда), по способу вычисления, но и по своей роли в решении задач системного анализа. При этом средневзвешенные величины используются для сравнения систем с учетом вклада различных факторов в осредненную оценку.

Рассмотрим, например, среднее количество информации, получаемой из сети Интернет организацией, пользующейся услугами различных прикладных служб. Если эта средняя величина входит в систему показателей себестоимости, протоколов работы, типов используемых линий, то следует применять взвешенное среднее, так как произведение невзвешенного среднего на общую пропускную способность линий не даст количества полученной информации, поскольку служба электронной почты используется, например, значительно реже, чем WWW, и, следовательно, вносит меньший вклад в общее количество получаемой информации. Если же необходимо изучить связь количества получаемой информации с днем недели, то следует применять простое среднее количество информации за сутки, полностью абстрагируясь от различий между типами служб.

Среднеарифметическое используется в случаях, когда важно сравнить абсолютные значения какой-либо характеристики нескольких систем. Например, скорость вывода на печать текстов (лист/мин) для различных печатающих устройств.

Если при замене индивидуальных значений показателя на среднюю величину требуется сохранить неизменной сумму квадратов исходных величин (измерение вариации характеристики в совокупности), то в качестве средней следует использовать среднеквадратичное. Например, при определении местоположения источника радиоизлучения в радиоразведке вычисляется среднеквадратичное отклонение нескольких измерений.

Таблица 2.2 Основные формулы осреднения показателей

Наименование	Формула
Средневзвешенное арифметическое (СВА)	$y_{CBA} = \sum_{i=1}^n c_i y_i$
Среднеарифметическое (СА), частный случай СВА при равнозначности измерений ( $c_i = 1/n$ )	$y_{CA} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$
Среднеквадратичное (СК)	$y_{CK} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2}$
Средневзвешенное геометрическое (СВГм)	$y_{CBGM} = \prod_{i=1}^n y_i^{c_i}$
Среднегеометрическое (СГм), частный случай СВГм при $c_i = 1/n$	$y_{CGM} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n y_i}$
Средневзвешенное гармоническое (СВГр)	$y_{CBGP} = \left( \sum_{i=1}^n c_i y_i^{-1} \right)^{-1}$
Среднегармоническое (СГр)	$y_{CGP} = n \left( \sum_{i=1}^n y_i^{-1} \right)^{-1}$

Среднегеометрическое, в свою очередь, используется для определения относительной разности отдельных значений при необходимости сохранения произведения индивидуальных величин тогда, когда среднее значение качественно одинаково удалено от максимального и минимального значений, т.е. когда важны не абсолютные значения, а относительный разброс характеристик. Например, если максимальная производительность процессора на операциях с данными целочисленного типа составляет для сжатия текстового файла миллион условных единиц, а для сжатия изображений графических объектов сто, то какую величину считать средней? Среднеарифметическое (500 000) качественно однородно с максимальным и резко отлично от минимального. Среднегеометрическое по логике дает верный ответ: 10 000. Не миллион, и не сотня, а нечто среднее. В статистике среднегеометрическое находит применение при определении средних темпов роста.

Среднегармоническое используется, если необходимо, чтобы неизменной оставалась сумма величин, обратных индивидуальным значениям характеристик. Пусть, например, в режиме обмена данными средняя скорость передачи данных по прямому каналу составляет 64 Кбайт/с, а средняя скорость по обратному каналу 2,4 Кбайт/с. Какова средняя скорость обмена данными? При замене индивидуальных значений скорости  $y_1 = 64$  и  $y_2 = 2,4$  на среднюю величину необходимо, чтобы неизменной величиной осталось время передачи в обе стороны, иначе средняя скорость может оказаться любой. Таким образом,  $y = 2(1/64 + 1/2,4)^{-1} \approx 4,8$  Кбайт/с.

Приведенные примеры показывают, что в каждом конкретном случае требуется четкое определение допустимых условий применения средних величин.

Соотношение между разными типами средних величин определяется правилом мажорантности средних  $СГр \leq СГм \leq СА \leq СК$ .

Использование необоснованных способов определения средних величин может привести к искусственному завышению или занижению осредненного значения показателя качества системы.

Для величин, измеренных в номинальной шкале, никаких осреднений не допускается.

Среднеарифметическое применимо для величин, измеренных в шкалах интервалов, разностей, отношений и абсолютной, но недопустимо для шкалы порядка.

Математическое ожидание допустимо для шкал интервалов, разностей, отношений и абсолютных. Применение математического ожидания для величин, измеренных в шкале порядка, является некорректным. Среднегеометрическое является единственно допустимым средним для степенных и логарифмических шкал, а также одним из допустимых для шкалы отношений. Для шкалы отношений допустимы также средневзвешенное арифметическое, среднегармоническое и среднеквадратичное.

Вопрос о применении средних в настоящее время исследован достаточно полно. Этого нельзя сказать о средневзвешенных. Однако для наиболее часто применяемого средневзвешенного арифметического доказан следующий факт. Средневзвешенное арифметическое, часто применяемое как обобщенный линейный критерий (аддитивная свертка при сведении векторной задачи к скалярной, при осреднении показателей и др.), допустимо использовать тогда и только тогда, когда значения частных показателей можно представить мультипликативным метризованным отношением линейного порядка или, другими словами, когда они измерены в шкале отношений. Доказано, что задача линейного программирования корректна, если коэффициенты ее целевой функции и ограничений измерены в шкале отношений.

### **Виды критериев качества**

Соотношение понятий качества и эффективности представлено в табл. 2.5. Для рассмотрения утверждений, приведенных в табл. 2.5, вводится ряд понятий.

Таблица 2.5.

Соотношение понятий качества и эффективности систем

Параметр	Качество	Эффективность
Определение понятия	Свойство или совокупность существенных свойств системы, обуславливающих ее пригодность (соответствие) для использования по назначению	Комплексное операционное свойство процесса функционирования системы, характеризующее его приспособленность к достижению цели операции (выполнению задачи системы)
Область применения	Объекты любой природы, в том числе элементы систем	Только целенаправленные операции, проводимые системой
Основная характеристика	Совокупность атрибутивных свойств системы, существенных для ее использования по назначению	Степень соответствия результатов операции ее цели
Фактор структурного анализа	Строение системы (состав и свойства составных частей, структура, организация)	Алгоритм функционирования, качество системы, реализующей алгоритм, воздействия внешней среды
Размерность	Показатель качества - вектор показателей существенных свойств	Показатели результативности, ресурсоемкости и оперативности по исходу операции и по качеству «алгоритма», обеспечивающего получение результатов
Способ оценивания	Критерии пригодности, оптимальности, превосходства	Критерии пригодности или оптимальности, определяемые в зависимости от типа проводимой операции (детерминированная, вероятностная или неопределенная)

Каждое  $i$ -е качество  $j$ -й системы,  $i = 1, \dots, n$ ;  $j = 1, \dots, n$ , может быть описано с помощью некоторой выходной переменной  $u_{ji}$ , отображающей определенное существенное свойство системы, значение которой характеризует меру

(интенсивность) этого качества. Эту меру назовем показателем свойства или частным показателем качества системы. Показатель  $y_j^i$  может принимать значения из множества (области) допустимых значений  $\{удоп_i\}$ .

Назовем обобщенным показателем качества  $j$ -n системы вектор  $Y^j = \langle y_1^j, y_2^j, \dots, y_i^j, \dots, y_n^j \rangle$ , компоненты которого суть показатели его отдельных свойств. Размерность этого вектора определяется числом существенных свойств системы. Обратим внимание на то, что показатель качества именно вектор, а не простое множество частных показателей, поскольку между отдельными свойствами могут существовать связи, которые в рамках теории множеств описать весьма сложно.

Частные показатели имеют различную физическую природу и в соответствии с этим различную размерность. Поэтому при образовании обобщенного показателя качества следует оперировать не с «натуральными» показателями, а с их нормированными значениями, обеспечивающими приведение показателей к одному масштабу, что необходимо для их сопоставления.

Задача нормировки решается, как правило, введением относительных безразмерных показателей, представляющих собой отношение «натурального» частного показателя к некоторой нормирующей величине, измеряемой в тех же единицах, что и сам показатель

$$y_i^{норм} = \frac{y_i}{y_i^0},$$

где  $y_i^0$  - некоторое «идеальное» значение  $i$ -го показателя.

Выбор нормирующего делителя для перевода частных показателей в безразмерную форму в значительной мере носит субъективный характер и должен обосновываться в каждом конкретном случае.

Возможны несколько подходов к выбору нормирующего делителя.

Во-первых, нормирующий делитель  $y_i^0$  можно задавать с помощью ЛПР, и это предполагает, что значение  $y_i^0$  является образцовым.

Во-вторых, можно принять, что нормирующий делитель  $y_i^0 = \max y_i^j$ .

В-третьих, в качестве нормирующего делителя может быть выбрана разность между максимальным и минимальным значениями показателя для перевода его в диапазон  $[0, 1]$ .

Требуемое качество системы задается правилами (условиями), которым должны удовлетворять показатели существенных свойств, а проверка их выполнения называется оцениванием качества системы. Таким образом, критерий качества - это показатель существенных свойств системы и правило его оценивания.

Назовем идеальной системой  $Y^*$  гипотетическую модель исследуемой системы, идеально соответствующую всем критериям качества,  $Y^* = \langle y_1^*, y_2^*, \dots, y_i^*, \dots, y_n^* \rangle$  - вектор, являющийся показателем качества идеальной системы.



Назовем областью адекватности некоторую окрестность значений показателей существенных свойств. В общем виде область адекватности определяется как модуль нормированной разности между показателем качества  $Y$  и показателем качества  $Y^*$ :

$$\delta \subseteq |Y^{\delta_{\text{ок}}} \setminus Y^*| / |Y^*|$$

где  $\delta$  - радиус области адекватности.

На радиус области адекватности накладываются ограничения, зависящие от семантики предметной области. Как правило, определение этой величины является результатом фундаментальных научных исследований или экспертной оценки.

При таком рассмотрении все критерии в общем случае могут принадлежать к одному из трех классов:

Критерий пригодности  $K_{\text{приг}}$ :  $(\forall i) y^{j_i} \in \delta \mid \delta_i \rightarrow y^{\delta_{\text{ок}}}_i, i = 1, \dots, n$  правило, согласно которому  $j$ -я система считается пригодной, если значения всех  $i$ -х частных показателей  $y^{j_i}$  этой системы принадлежат области адекватности  $\delta$ , а радиус области адекватности соответствует допустимым значениям всех частных показателей.

Критерий оптимальности  $K_{\text{опт}}$ :  $(\exists) (y^{j_i} \in \delta \mid \delta_i \rightarrow \delta^{\text{ок}}_i)$  правило, согласно которому  $j$ -я система считается оптимальной по 1-му показателю качества, если существует хотя бы один частный показатель качества  $y^{j_i}$ , значение которого принадлежит области адекватности  $\delta$ , а радиус области адекватности по этому показателю оптимален. Оптимальность радиуса адекватности определяется из семантики предметной области, как правило, в виде  $\delta_{\text{опт}} = 0$ , что подразумевает отсутствие отклонений показателей качества от идеальных значений.

Критерий превосходства  $K_{\text{прев}}$ :  $(\forall i) y^{j_i} \in \delta \mid \delta_i \rightarrow \delta^{\text{ок}}_i, i = 1, \dots, n$  правило, согласно которому  $j$ -я система считается превосходной, если все значения частных показателей качества  $y^{j_i}$  принадлежат области адекватности  $\delta$ , а радиус области адекватности оптимален по всем показателям.

Иллюстрация приведенных формулировок приведена на рис. 2.9, где по свойствам  $y_1$  и  $y_2$  сравниваются характеристики пяти систем  $\{Y^1, Y^2, Y^3, Y^4, Y^5\}$ , имеющие допустимые области адекватности значений  $\{y^1_i, y^2_i\}$ ,  $i = 1, 2$ , для которых определены оптимальные значения  $y_{\text{опт}1}$ ,  $y_{\text{опт}2}$  соответственно.

Из рис. 2.9 видно, что системы  $Y^1, Y^2, Y^3, Y^4, Y^5$  пригодны по свойствам  $y_1$  и  $y_2$ . Системы  $Y^1$  и  $Y^3$  оптимальны по свойству  $y_1$ .

Система  $Y^3$  является превосходной, несмотря на то, что имеет место соотношение  $y_{42} > y_{32}$  > поскольку система  $Y^4$  вообще не пригодна и, следовательно, неконкурентоспособна по сравнению с остальными.

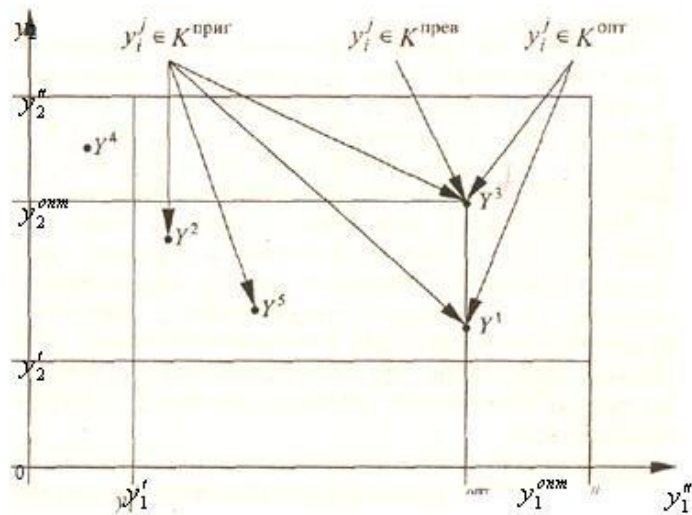


Рис.2.9 - Пример оценок систем по критериям пригодности, оптимальности и превосходности

Легко заметить, что критерий превосходства является частным случаем критерия оптимальности, который, в свою очередь, является частным случаем критерия пригодности, поскольку область адекватности по критерию пригодности представляет собой декартово произведение множеств  $\langle y_1^1, y_1^н \rangle \times \langle y_2^1, y_2^н \rangle$ , по критерию оптимальности вырождается в двухточечное множество  $\langle y_{опт1}, y_{опт2} \rangle$ , по критерию превосходства вырождается в точку превосходства. Формально  $K_{приг} \supset K_{опт} \supset K_{прев}$ .

В квалиметрии широко используется относительная мера качества – уровень качества. Это есть относительная характеристика, основанная на сравнении значений показателей качества оцениваемого объекта с базовыми значениями соответствующих показателей. Если в качестве оцениваемого объекта рассматривать систему управления, то для нее принята своя шкала уровней качества.

При оценивании качества систем с управлением признают целесообразным введение нескольких уровней качества, проранжированных в порядке возрастания сложности рассматриваемых свойств.

Эмпирические уровни качества получили названия: устойчивость, помехоустойчивость, управляемость, способность, самоорганизация. Порядковая шкала уровней качества и дерево свойств систем с управлением приведены на рис. 2.10. Система, обладающая качеством данного порядка, имеет и все другие более простые качества, но не имеет качеств более высокого порядка.

Первичным качеством любой системы является ее устойчивость. Для простых систем устойчивость объединяет такие свойства, как прочность, стойкость к внешним воздействиям, сбалансированность, стабильность, гомеостазис (способность системы возвращаться в равновесное состояние при выводе из него внешними воздействиями). Для сложных систем характерны различные формы структурной устойчивости, такие, как надежность, живучесть и т.д.

Более сложным, чем устойчивость, является помехоустойчивость, понимаемая как способность системы без искажений воспринимать и передавать информационные потоки. Помехоустойчивость объединяет ряд свойств, присущих в основном системам управления. К таким свойствам относятся надежность информационных систем и систем связи, их пропускная способность, возможность эффективного кодирования декодирования информации, электромагнитная совместимость радиоэлектронных средств и т.д.

Следующим уровнем шкалы качества системы является управляемость – способность системы переходить за конечное (заданное) время в требуемое состояние под влиянием управляющих воздействий. Управляемость обеспечивается прежде всего

наличием прямой и обратной связи, объединяет такие свойства системы, как гибкость управления, оперативность, точность, производительность, инерционность, связность, наблюдаемость объекта управления и др. На этом уровне качества для сложных систем управляемость включает способность принятия решений по формированию управляющих воздействий.

Следующим уровнем на шкале качеств является способность. Это качество системы, определяющее ее возможности по достижению требуемого результата на основе имеющихся ресурсов в заданный период времени. Данное качество характеризуется такими свойствами, как результативность (производительность, мощность и т.п.), ресурсоемкость и оперативность. Итак, способность - это потенциальная эффективность функционирования системы, способность получить требуемый результат при идеальном способе использования ресурсов и в отсутствие воздействий внешней среды.

Наиболее сложным качеством системы является самоорганизация. Самоорганизующаяся система способна изменять свою структуру, параметры, алгоритмы функционирования, поведение для повышения эффективности. Принципиально важными свойствами этого уровня являются свобода выбора решений, адаптируемость, самообучаемость, способность к распознаванию ситуаций.

Принцип свободы выбора решений предусматривает возможность изменения критериев на любом этапе принятия решений в соответствии со складывающейся обстановкой.

Введение уровней качества позволяет ограничить исследования одним из перечисленных уровней. Для простых систем часто ограничиваются исследованием устойчивости. Уровень качества выбирает исследователь в зависимости от сложности системы, целей исследования, наличия информации, условий применения системы.

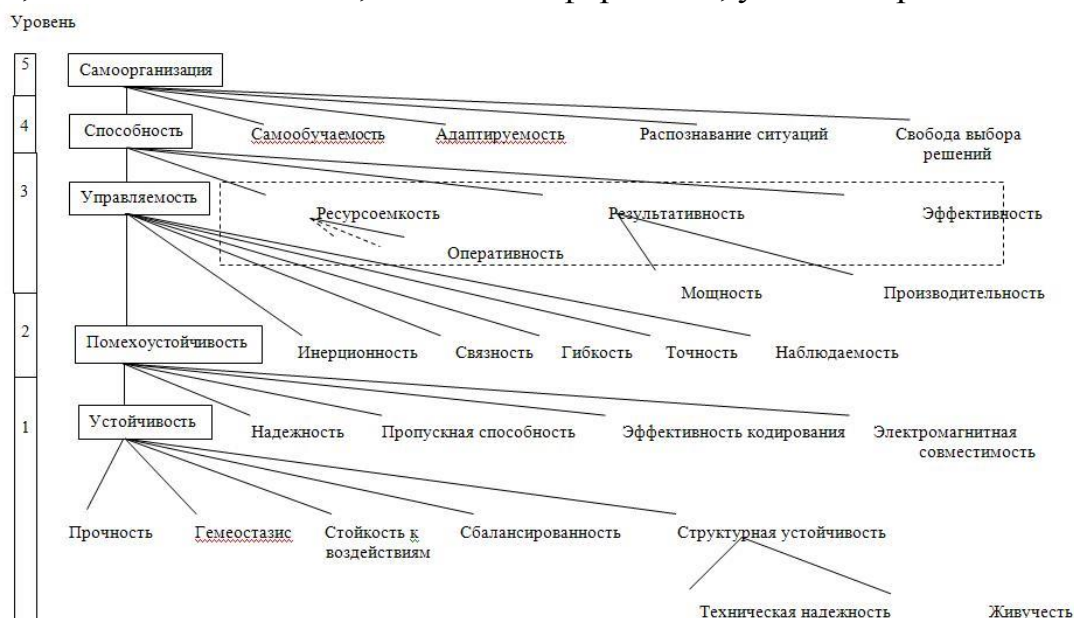


Рис.2.10. Шкала уровней качества и дерево свойств систем с управлением

### Лекция 3.3. Методы качественного оценивания систем: методы типа «мозговая атака», типа сценариев, экспертных оценок, типа Дельфи, типа дерева целей, морфологические методы

#### Модели и методы качественного оценивания систем

Методы оценивания систем разделяются на качественные и количественные.

Качественные методы используются на начальных этапах моделирования, если реальная система не может быть выражена в количественных характеристиках, отсутствуют описания закономерностей систем в виде аналитических зависимостей. В результате такого моделирования разрабатывается концептуальная модель системы.

Количественные методы используются на последующих этапах моделирования для количественного анализа вариантов системы.

Между этими крайними методами имеются и такие, с помощью которых стремятся охватить все этапы моделирования от постановки задачи до оценки вариантов, но для представления задачи оценивания привлекают разные исходные концепции и терминологию с разной степенью формализации. К ним относят:

- кибернетический подход к разработке адаптивных систем управления, проектирования и принятия решений (который исходит из теории автоматического управления применительно к организационным системам);

- информационно-гносеологический подход к моделированию систем (основанный на общности процессов отражения, познания в системах различной физической природы);

- структурный и объектно-ориентированные подходы системного анализа;

- метод ситуационного моделирования;

- метод имитационного динамического моделирования.

Такие методы позволяют разрабатывать как концептуальные, так и строго формализованные модели, обеспечивающие требуемое качество оценки систем.

Во всех методах смысл задачи оценивания состоит в сопоставлении рассматриваемой системы (альтернативе) вектора из критериального пространства  $K_m$ , координаты точек которого рассматриваются как оценки по соответствующим критериям.

Например, пусть множество  $Q$  разбито на подмножества  $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$ . Для каждого элемента  $x \in Q$  необходимо указать, к какому из подмножеств  $Q_i$  он относится. В этом случае элементу  $x$  сопоставляется одно из чисел  $1, 2, \dots, n$ , в зависимости от номера содержащего его подмножества.

Простейшей формой задачи оценивания является обычная задача измерения, когда оценивание есть сравнение с эталоном, а решение задачи находится подсчетом числа эталонных единиц в измеряемом объекте.

Например, пусть  $x$  - отрезок, длину которого надо измерить. В этом случае отрезку сопоставляется действительное число  $f(x)$  - его длина.

Более сложные задачи оценивания разделяются на задачи: ранжирования, численной оценки, парного сравнения, классификации.

- Ранжирование - упорядочение объектов, образующих систему, по убыванию (возрастанию) значения некоторого признака.

- Численная оценка (нормирование) - сопоставление системе одного или нескольких чисел.

- Парные сравнения - выявление лучшего из двух имеющихся объектов.

- Классификация - отнесение заданного элемента к одному из подмножеств.

Перечисленные задачи могут быть решены непосредственно лицом, принимающим решение, или с помощью экспертов - специалистов в исследуемой области. Во втором случае решение задачи оценивания называется экспертизой.

Качественные методы измерения и оценивания характеристик систем, используемые в системном анализе, достаточно многочисленны и разнообразны.

К основным методам качественного оценивания систем относят:

- экспертных оценок
- методы типа мозговой атаки или коллективной генерации идей;
- типа сценариев
- типа Дельфи
- типа дерева целей
- морфологические методы.

### **Экспертные методы**

Группа методов экспертных (латинское expert - 'опытный') оценок наиболее часто используется в практике оценивания сложных систем на качественном уровне.

При использовании экспертных оценок обычно предполагается, что мнение группы экспертов надежнее, чем мнение отдельного эксперта. В некоторых теоретических исследованиях отмечается, что это предположение не является очевидным, но одновременно утверждается, что при соблюдении определенных требований в большинстве случаев групповые оценки надежнее индивидуальных. К таким требованиям относятся:

- распределение оценок, полученных от экспертов, должно быть 'гладким';
- две групповые оценки, данные двумя одинаковыми подгруппами, выбранными случайным образом, должны быть близки.

Преимущества коллективных экспертных методов перед индивидуальными состоит в следующем.

- Сумма информации, которой обладают все члены группы экспертов, не меньше информации, располагаемой каждым из них. При удачном (правильном) подборе группы суммарная информация, располагаемая ею, гораздо больше информации любого из участников группы.

- При коллективной экспертизе количество учитываемых альтернатив обычно превосходит число альтернатив, которыми оперирует отдельный член группы.

- Правильно организованное взаимодействие членов группы позволяет компенсировать полярность их мнений и тем самым способствует разработке более обоснованного прогнозного решения.

Кроме того, каждый из методов коллективной оценки прогноза может иметь свои преимущества, следующие из способа организации экспертизы, который включает в себя подбор экспертов, учет степени их компетентности, установление обратной связи и т.п.

Все множество проблем, решаемых методами экспертных оценок, делится на два класса.

К первому классу относятся такие, в отношении которых имеется достаточное обеспечение информацией. При этом методы опроса и обработки основываются на использовании принципа «хорошего измерителя», т.е. эксперт источник достоверной информации; групповое мнение экспертов близко к истинному решению.

Ко второму классу относятся проблемы, в отношении которых знаний для уверенности и справедливости указанных гипотез недостаточно. В этом случае экспертов нельзя рассматривать как «хороших измерителей» и необходимо осторожно подходить к обработке результатов экспертизы.

Экспертные оценки несут в себе как узко-субъективные черты, присущие каждому эксперту, так и коллективно-субъективные, присущие коллегии экспертов. И если первые устраняются в процессе обработки индивидуальных экспертных оценок, то вторые не исчезают, какие бы способы обработки не применялись.

Методы обработки групповых мнений и принятия коллективных решений есть общее определение для разнообразных методов построения некоторого коллективного мнения по совокупности индивидуальных мнений (или предположений) — голосование, проведение опроса, или проведение экспертизы, т. е. измерение группой людей свойств определенных объектов или признаков объектов, если эти признаки носят субъективный характер или нет измерительных приборов.

Примеры:

- 1) Оценка качества продукции.
- 2) Решение о победителях соревнований, конкурсов и т. д.

Совокупность опрашиваемых участников процесса называется референтной или экспертной группой, а для оцениваемых объектов принято использовать термин факторы.

Методы сбора данных включают:

- проверку результатов на обоснованность;
- обсуждение результатов и заикливание (коррекция анкеты, реформирование группы и т. д.).
- оформление решения.

### Методы сбора данных

Результатом экспертизы является так называемая совокупность групповых предпочтений, к изображению которой имеются два альтернативных подхода (как и к изображению индивидуальных предпочтений):

- ординальное (порядковое) предпочтение — здесь объекты упорядочиваются по рангу или месту в общем ряду совокупности. Ранг — это число  $i=1, \dots, n$ , где  $n$  — общая численность факторов;

- кардинальное (числовое) представление. Здесь каждому фактору ставится в соответствие вес или число  $w_i$ , вся группа оцениваемых факторов описывается вектором.

$$W = \begin{pmatrix} w_1 \\ \dots \\ w_n \end{pmatrix}, \text{ обычно } \sum_{i=1}^n w_i = 1$$

Наибольшее распространение получили следующие три метода:

- ранжирование;
- нормирование;
- парные сравнения.

Рассмотрим данные методы сбора для общей ситуации: наличия  $n$  объектов  $a_1, a_2, \dots, a_n$  (или факторов  $F_1, F_2, \dots, F_n$ ) и  $t$  экспертов  $\Xi_1, \dots, \Xi_2, \dots, \Xi_t$ .

### Ранжирование (ординарный подход)

Метод представляет собой процедуру упорядочения объектов, выполняемую экспертом. На основе знаний и опыта эксперт располагает объекты в порядке предпочтения, руководствуясь одним или несколькими выбранными показателями сравнения. В зависимости от вида отношений между объектами возможны различные варианты упорядочения объектов.

Рассмотрим эти варианты. Пусть среди объектов нет одинаковых по сравниваемым показателям, т.е. нет эквивалентных объектов. В этом случае между объектами существует только отношение строгого порядка. В результате сравнения всех факторов (объектов) по отношению строгого порядка составляется упорядоченная последовательность  $a_1 \succ a_2 \succ \dots \succ a_n$ , где объект с первым

номером является наиболее предпочтительным из всех объектов, объект со вторым номером менее предпочтителен, чем первый объект, но предпочтительнее всех остальных объектов и т.д. Полученная система объектов с отношением строгого порядка при условии сравнимости всех объектов по этому отношению образует полный строгий порядок. Для этого отношения доказано существование числовой системы, элементами которой являются действительные числа, связанные между собой отношением неравенства  $>$ . Это означает, что упорядочению объектов соответствует упорядочение чисел  $x_1 > \dots > x_N$ , где  $x_1 = p(a_1)$ .

Возможна и обратная последовательность  $x_1 < \dots < x_N$ , в которой наиболее предпочтительному объекту приписывается наименьшее число и по мере убывания предпочтения объектам приписываются большие числа.

Соответствие перечисленных последовательностей, т.е. их гомоморфизм, можно осуществить, выбирая любые числовые представления. Единственным ограничением является монотонность преобразования. Следовательно, допустимое преобразование при переходе от одного числового представления к другому должно обладать свойством монотонности. Таким свойством допустимого преобразования обладает шкала порядков, поэтому ранжирование объектов есть измерение в порядковой шкале.

В практике ранжирования чаще всего применяется числовое представление последовательности в виде натуральных чисел:

$$x_1 = \varphi(a_1), x_2 = \varphi(a_2), \dots, x_n = \varphi(a_n)$$

т.е. используется числовая последовательность. Числа  $x_1, x_2, \dots, x_n$  в этом случае называются рангами и обычно обозначаются буквами  $r_1, r_2, \dots, r_n$ . Применение строгих численных отношений «больше» ( $>$ ), «меньше» ( $<$ ) или «равно» ( $=$ ) не всегда позволяет установить порядок между объектами. Поэтому наряду с ними используются отношения для определения большей или меньшей степени какого-то качественного признака (отношения частичного порядка, например, полезности), отношения типа «более предпочтительно» ( $\succ$ ), «менее предпочтительно» ( $\prec$ ), «равноценно» ( $\approx$ ) или «безразлично» ( $\sim$ ). Упорядочение объектов при этом может иметь, например, следующий вид:

$$a_1 \succ a_2 \succ a_3 \approx a_4 \approx a_5 \succ a_6 \succ \dots \succ a_{n-1} \approx a_n$$

Такое упорядочение образует нестрогий линейный порядок. Для отношения нестрогого линейного порядка доказано существование числовой системы с отношениями неравенства и равенства между числами, описывающими свойства объектов. Любые две числовые системы для нестрогого линейного порядка связаны между собой монотонным преобразованием. Следовательно, ранжирование при условии наличия эквивалентных объектов представляет собой измерение также в порядковой шкале.

В практике ранжирования объектов, между которыми допускаются отношения как строгого порядка, так и эквивалентности, числовое представление выбирается следующим образом.

Наиболее предпочтительному объекту присваивается ранг, равный единице, второму по предпочтительности - ранг, равный двум, и т.д. Для эквивалентных объектов удобно с точки зрения технологии последующей обработки экспертных оценок назначать одинаковые ранги, равные среднеарифметическому значению рангов, присваиваемых одинаковым объектам. Такие ранги называют связанными рангами.

Связанные ранги могут оказаться дробными числами. Удобство использования связанных рангов заключается в том, что сумма рангов  $n$  объектов равна сумме

натуральных чисел от единицы до  $n$ . При этом любые комбинации связанных рангов не изменяют эту сумму. Данное обстоятельство существенно упрощает обработку результатов ранжирования при групповой экспертной оценке.

В общем случае, если, например, не удастся различать факторы, занимающие места с  $p$  по  $q$  (область безразличия), то им всем присваивается ранг:

$$R_{св} = \frac{p + (p + 1) + \dots + (q - 1) + q}{q - p + 1}$$

(фактически связанный ранг – это связанный ранг для данного промежутка). Для приведенного примера упорядочения на основе нестрогого линейного порядка при  $n = 10$  ранги объектов  $a_3, a_4, a_5$  будут равными  $r_3 = r_4 = r_5 = (3+4+5) / 3 = 4$ . В этом же примере ранги объектов  $a_9$ , и  $a_{10}$  также одинаковы и равны среднеарифметическому  $r_9 = r_{10} = (9+10) / 2 = 9,5$ .

Существенно, что сумма всех рангов для данного эксперта должна быть постоянной и равняться  $1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n + 1)}{2}$ .

Результатом опроса в случае метода ранжирования является

матрица  $R = R_{ij}, i=1\dots n, j=1\dots m, \sum_{i=1}^n R_{ij} = \frac{n(n + 1)}{2}$  для  $j= 1, \dots, m$ :

$$R = \begin{pmatrix} R_{11} & \dots & R_{1j} & \dots & R_{1m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_{i1} & \dots & R_{ij} & \dots & R_{im} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_{n1} & \dots & R_{nj} & \dots & R_{nm} \end{pmatrix}$$

$$R = \begin{pmatrix} R_{11} & \dots & R_{1j} & \dots & R_{1m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_{i1} & \dots & R_{ij} & \dots & R_{im} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_{n1} & \dots & R_{nj} & \dots & R_{nm} \end{pmatrix}$$

Пример ЭМ- 1:

Пусть  $n = 5, m = 4, i=1\dots 5, j = 1\dots 4$ , тогда матрица  $R = (R_{ij})$  может иметь вид, приведенный в Таблица 0-1

Таблица 0-1

Пример результата опроса методом ранжирования

Объект	Э1	Э2	Э3	Э4
A1	1	1	3	1,5
A2	3	2	1	1,5
A3	2	4	3	3
A4	5	3	3	5
A5	4	5	5	4

Здесь сумма каждого столбца составляет  $\sum_{i=1}^5 R_{ij} = \frac{5 \cdot 6}{2} = 15$ .

В третьем и четвертом столбцах наблюдаются связанные ранги, причем в третьем столбце для опрашиваемого в области безразличия находятся объекты с рангами 2, 3, 4, поэтому значения связанных рангов составят  $R_{св} = (2 + 3 + 4) / 3 = 3$ ; четвертый опрашиваемый не различает первый и второй объекты, поэтому здесь  $R_{св} = (1+2) / 2 = 1,5$ .

### Нормирование (балльная кардинальная оценка)

Метод заключается в присваивании объектам числовых значений в шкале интервалов. Эксперту необходимо поставить в соответствие каждому объекту точку на



определенном отрезке числовой оси. При этом необходимо, чтобы эквивалентным объектам приписывались одинаковые числа.

Здесь каждый эксперт Э<sub>ж</sub> приписывает а<sub>і</sub> определенный балл ρ<sub>іж</sub> ∈ [0,1].

Эксперт соединяет каждый объект линией с точкой числовой оси и получает следующие числовые представления объектов:

$$\rho_1=0,65 \quad \rho_2=0,95 \quad \rho_3=0,95 \quad \dots$$

Результатом работы группы экспертов является таблица (матрица):

$$\rho = (\rho_{ij})_{i=1..n, j=1..m} = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \dots & \rho_{1j} & \dots & \rho_{1m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \rho_{i1} & \dots & \rho_{ij} & \dots & \rho_{im} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \rho_{n1} & \dots & \rho_{nj} & \dots & \rho_{nm} \end{pmatrix}$$

где ρ<sub>іж</sub> — балл, присвоенный і-му фактору с точки зрения ж-го опрашиваемого.

Измерения в шкале интервалов могут быть достаточно точными при полной информированности экспертов о свойствах объектов. Эти условия на практике встречаются редко, поэтому для измерения применяют балльную оценку. При этом вместо непрерывного отрезка числовой оси рассматривают участки, которым приписываются баллы.

Эксперт, приписывая объекту балл, тем самым измеряет его с точностью до определенного отрезка числовой оси. Применяются 5-, 10- и 100-балльные шкалы.

### Парное сравнение (парные оценки)

Этот метод представляет собой процедуру установления предпочтения объектов при сравнении всех возможных пар. В отличие от ранжирования, в котором осуществляется упорядочение всех объектов, парное сравнение объектов является более простой задачей. При сравнении пары объектов возможно либо отношение строгого порядка, либо отношение эквивалентности. Отсюда следует, что парное сравнение так же, как и ранжирование, есть измерение в порядковой шкале.

В результате сравнения пары объектов а<sub>і</sub>, а<sub>ж</sub> эксперт упорядочивает ее, высказывая либо а<sub>і</sub> > а<sub>ж</sub>, либо а<sub>ж</sub> < а<sub>і</sub>, либо а<sub>і</sub> ≈ а<sub>ж</sub>.

$$a_1 > a_2, a_1 > a_4, a_1 < a_5, a_2 > a_3, a_2 > a_4, a_2 < a_5, a_3 \approx a_4, a_3 < a_5, a_4 < a_5$$

В практике парного сравнения используются следующие числовые представления:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ если } a_i > a_j, \text{ или } a_i \approx a_j \\ 0, \text{ если } a_i < a_j \end{cases} \quad i, j = \overline{1, N} \quad (1)$$

$$x_{ij} = \begin{cases} 2, \text{ если } a_i > a_j \\ 1, \text{ если } a_i \approx a_j \\ 0, \text{ если } a_i < a_j \end{cases} \quad i, j = \overline{1, N} \quad (2)$$

Каждый ж-й эксперт записывает свой результат в формат матрицы V<sub>ж</sub> = (b<sup>ж</sup><sub>ік</sub>), имеющей размерность n x n (иногда для них достаточно полуматрицы).

Пример ЭМ- 2 (качественная оценка).

Пусть, например, имеются пять объектов а<sub>1</sub>, а<sub>2</sub>, а<sub>3</sub>, а<sub>4</sub>, а<sub>5</sub> и проведено парное сравнение этих объектов по предпочтительности. Результаты сравнения отдельного эксперта Э<sub>ж</sub> представляются как

Таблица 0-2

Пример матрицы парных сравнений (вариант 1)

	a1	a2	a3	a4	a5
a1	1	1	1	1	0
a2	0	1	1	1	0
a3	0	0	1	0	0
a4	0	0	1	1	0
a5	1	1	1	1	1

или

Таблица 0-3

Пример матрицы парных сравнений (вариант 2)

	a1	a2	a3	a4	a5
a1	1	2	2	2	0
a2	0	1	1	1	0
a3	0	0	1	1	0
a4	0	0	1	1	0
a5	2	2	2	2	1

которые называются матрицами парных сравнений.

В таблице на диагонали всегда будут расположены единицы, поскольку объект эквивалентен себе. Представление Таблица 0-3 характерно для отображения результатов спортивных состязаний. За выигрыш даются два очка, за ничью одно и за проигрыш ноль очков (футбол, хоккей и т.п.). Предпочтительность одного объекта перед другим трактуется в данном случае как выигрыш одного участника турнира у другого. Таблица результатов измерения при использовании числового представления не отличается от таблиц результатов спортивных турниров за исключением диагональных элементов (обычно в турнирных таблицах диагональные элементы заштрихованы). В качестве примера в Таблица 0-3 приведены результаты измерения пяти объектов с использованием представления (2), соответствующие

Однако, как показывает опыт, эксперт далеко не всегда последователен в своих предпочтениях. В результате использования метода парных сравнений эксперт может указать, что объект a1 предпочтительнее объекта a2, a2 предпочтительнее объекта a3 и в то же время a3 предпочтительнее объекта a1. Выявление такой ошибки можно произвести путем визуального контроля графического представления матрицы предпочтений на присутствие в нем циклов.

В случае разбиения объекта на классы эксперт может к одному классу отнести пары a1 и a2, a2 и a3, но в то же время отнести к различным классам a1 и a3.

Такая непоследовательность эксперта может объясняться различными причинами: сложностью задачи, неочевидностью предпочтительности объектов или разбиения их на классы (в противном случае, когда все очевидно, проведение экспертизы необязательно), недостаточной компетентностью эксперта, недостаточно четкой постановкой задачи, многокритериальностью рассматриваемых объектов и т.д.

Непоследовательность эксперта приводит к тому, что в результате парных сравнений при определении сравнительной предпочтительности объектов мы не получаем ранжирования и даже отношений частичного порядка не выполнено свойство транзитивности.

Если целью экспертизы при определении сравнительной предпочтительности объектов является получение ранжирования или частичного упорядочения, необходима их дополнительная идентификация. В этих случаях имеет смысл в качестве результирующего отношения выбрать отношение заданного типа, ближайшее к полученному в эксперименте.

Результаты в матричном виде  $V_j$  имеют следующий вид (будем в дальнейшем изложении ориентироваться на вариант представления результатов сравнений в виде Таблица 0-3):

Пример ЭМ- 3

$$V^j = (b_{jk}^j) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad (0-2)$$

### Обработка результатов опроса

Основным результатом обработки является вектор весов факторов:

$$w = \begin{pmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_n \end{pmatrix}$$

или ряд рангов — для ordinalного указания предпочтений, который строится в два этапа.

1) Построение системы векторов или матрицы  $X = (x_{ij})$

$$X = \begin{pmatrix} x_{11} & \dots & x_{1j} & \dots & x_{1m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{i1} & \dots & x_{ij} & \dots & x_{im} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{n1} & \dots & x_{nj} & \dots & x_{nm} \end{pmatrix}$$

2)

Это матрица индивидуальных весов, где  $j$ -й столбец описывает веса, приписанные  $j$ -м экспертом  $j=1\dots m$ , по всем  $n$  факторам, причем

$$\sum_{i=1}^n w_{ij} = 1 \quad \text{для } j=1, \dots, m$$

3) Построение групповых весов (при использовании метода ранжирования обычно получают также групповые ранги).

Рассмотрим сначала построение  $X$  отдельно по каждому из методов сбора данных.

### Метод ранжирования

Здесь в качестве исходной информации используется  $R = (R_{ij})$ .

1) Строится матрица преобразованных рангов

$$R' = (R'_{ij})$$

элементы которой  $R_{ij}$  вычисляются по следующему правилу:

$$R'_{ij} = n - R_{ij}$$

$R'_{ij} \in [0, n - 1]$ , поскольку  $R_{ij} \in [1, n]$

2) Строится матрица нормированных весов  $X = (x_{ij})$ , где

$$x'_{ij} = \frac{R_{ij}}{\sum_{i=1}^n R'_i} = \frac{R'_i}{\frac{n(n-1)}{2}}$$

поскольку

$$\sum_{i=1}^n R'_{ij} = \sum_{i=1}^n (n - R_{ij}) = n^2 - \frac{(n+1)n}{2} = \frac{n(n-1)}{2} \text{ для } j=1,2,\dots,m$$

Если воспользоваться данными Таблица 0-1, то матрица  $R' = (R'_{ij})$  определяется из соотношения  $R'_{ij} = 5 - R_{ij}$  (для всех значений  $i, j$ ):

$$R' = \{R'_{ij}\} = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 2 & 3,5 \\ 2 & 3 & 4 & 3,5 \\ 3 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Здесь  $\frac{n(n-1)}{2} = 10$  и после нормирования элементов

$$X = \begin{pmatrix} 0,4 & 0,4 & 0,2 & 0,35 \\ 0,2 & 0,3 & 0,4 & 0,35 \\ 0,3 & 0,1 & 0,2 & 0,2 \\ 0 & 0,2 & 0,2 & 0 \\ 0,1 & 0 & 0 & 0,1 \end{pmatrix}$$

### Метод нормирования

Здесь процедура наиболее проста: исходя из матрицы (0-1)  $\rho = (\rho_{ij})_{i=1,\dots,n, j=1,\dots,m}$  посредством нормирования к единице определяются элементы матрицы  $X$ :

$$x_{ij} = \frac{\rho_{ij}}{\sum_{i=1}^n \rho_{ij}}$$

### Метод парных сравнений

Матрица  $X = (x_{ij})_{n \times m}$  здесь строится на базе последовательности матриц (0-2)  $V = \{V^1, \dots, V^j, \dots, V^m\}$ .

Рассмотрим вначале построение  $j$ -го столбца матрицы  $X$  (вектора  $x^j$ ), опуская далее временно в тексте индекс  $j$

$$x^j = x = \begin{pmatrix} x_1 \\ \dots \\ x_i \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{1j} \\ \dots \\ x_{ij} \\ \dots \\ x_{nj} \end{pmatrix},$$

$$V = V^j = (b_{ik})_{n \times m}$$

Здесь существуют по крайней мере два метода перехода от  $V$  к  $x$  — без учета и с учетом косвенных (т. е. неявных, скрытых в структуре матрицы  $V$ ) предпочтений.

Здесь вначале определяется сумма в каждой строке матрицы  $V$ , дающая вектор-столбец  $\beta$ :

$$\beta = \beta^{(0)} = \begin{pmatrix} \beta_1^{(0)} \\ \dots \\ \beta_i^{(0)} \\ \dots \\ \beta_n^{(0)} \end{pmatrix}$$

где  $\beta_i^{(0)}$  — сумма элементов по i-й строке;

$$\beta_{ik}^{(0)} = \sum_{k=1}^n b_{ik} \quad (b_{ik} \text{ — элемент матрицы } B = V_j).$$

Затем осуществляется нормирование элементов вектора, приводящее к весам:

$$x = x_i^{(0)} = \begin{pmatrix} x_1^{(0)} \\ \dots \\ x_i^{(0)} \\ \dots \\ x_n^{(0)} \end{pmatrix} \quad \text{причем} \quad x_i^{(0)} = \frac{\beta_i^{(0)}}{\sum_{k=1}^n \beta_k^{(0)}}$$

Для матрицы (0-2)

$$\beta_1^{(1)} \quad \beta_1^{(1)} = 3,$$

$$\beta_1^{(2)} \quad \beta_1^{(2)} = 7, \dots$$

т.е.

$$\beta^{(0)} = \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \\ 6 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} \text{ и поскольку}$$

$$x^{(0)} = \begin{pmatrix} \frac{3}{25} \\ \frac{7}{25} \\ \frac{6}{25} \\ \frac{4}{25} \\ \frac{5}{25} \end{pmatrix}$$

Если факторам поставить в соответствие места по их весам, то это будет

$$\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 2 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

### Построение результата

Итак, вне зависимости от того, какой метод сбора данных использовался, в результате первого этапа мы имеем совокупность векторов  $x_1, \dots, x_j, \dots, x_m$  или матрицу  $X = (x_{ij})$ , показывающую (количественно), как оценивает каждый из опрашиваемых все факторы.

Теперь необходимо построить групповое мнение или некоторый центроид системы векторов  $x_1, \dots, x_j, \dots, x_m$ .

Центроид находится где-то внутри области, ограниченной крайними мнениями», а фактическое его местонахождение зависит от выбора меры или критерия расстояния между векторами  $x_1 \dots x_m$ .

Классической мерой близости является квадрат отклонения. Поэтому наиболее распространенный метод построения центраида есть нахождение вектора-столбца  $w$ , такого, что

$$\Delta(w) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (w_i - x_{ij})^2 = \min_w \Delta(w) \quad w = \begin{pmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_i \\ \vdots \\ w_n \end{pmatrix}$$

Известно, что это выполняется тогда и только тогда, когда

$$w_i = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m x_{ij} \quad (i = 1, \dots, n)$$

т.е.  $w_i$  является средним арифметическим оценок варианта  $a_i$  экспертами  $\mathcal{E}_1, \dots, \mathcal{E}_j, \dots, \mathcal{E}_m$ .

Вернемся к примеру Таблица 0-1 (используем матрицу  $X$  весов, полученную выше).

$$w_1 = \frac{0,4 + 0,4 + 0,2 + 0,35}{4} = 0,344$$

$$w_2 = \frac{0,2 + 0,3 + 0,4 + 0,35}{4} = 0,31$$

$$w_3 = \dots$$

Отсюда следует, что

$$w = \begin{pmatrix} 0,34 \\ 0,31 \\ 0,20 \\ 0,10 \\ 0,05 \end{pmatrix}$$

Здесь необходимо заметить, что при использовании метода ранжирования в качестве результата часто приводят групповые ранги.

В результате могут быть получены порядковые групповые предпочтения. Более предпочтительному фактору присваивается больший вес. Для примера (Таблица 0-1) результат принимает вид Таблица 0-4.

Таблица 0-4

Построение групповых рангов по весам

Номер объекта	Вес	Ri
1	0,34	1
2	0,31	2
3	0,20	4
4	0,10	3
5	0,05	5

Простое усреднение факторов содержит предположение о равной компетентности (весах) экспертов. Однако, это не всегда так, и логично предположить, что более компетентный должен «притягивать к себе» центраида мнений.

Назовем вектором нормированных весов экспертов (или вектором

$$K = \begin{pmatrix} K_1 \\ \vdots \\ K_i \\ \vdots \\ K_m \end{pmatrix}, \quad \sum_{j=1}^m K_j = 1$$

компетентностей) вектор

Оценка  $i$ -го фактора с учетом весов экспертов есть:

$$w_i = \sum_{j=1}^n x_{ij} K_j \quad \text{или} \quad W = X \times K$$

Отсутствие взвешивания формально эквивалентно случаю  $K_j = 1/m$ , т. е. ситуации равной компетентности.

Для построения  $K$  можно применять различные подходы:

- перекрестные оценки экспертами друг друга (ранжирование, например, результаты которого обрабатываются обычным образом);
- оценка экспертов данной группы экспертами другой группы.

Данные подходы явно носят выраженный субъективный характер.

По-видимому, более объективной, хотя это и не обязательно, является оценка эксперта по его результатам голосования, причем более компетентным можно считать того эксперта, оценки которого наиболее близки к оценкам группы (однако, это может быть не компетентность, а конформизм).

Рассмотрим процедуру такой оценки на следующем примере:

Пример ЭМ- 4.

Пусть  $n = 2$ ,  $m = 3$ , и матрица нормированных индивидуальных весов ( $X$ ) есть:

$$X = (x_{ij}) = \begin{pmatrix} 0,8 & 0,4 & 0,7 \\ 0,2 & 0,6 & 0,3 \end{pmatrix}$$

Предположим, что эксперты равнокомпетентны, и определим веса факторов.

$$W^{(1)} = \begin{pmatrix} w_1^{(1)} \\ w_2^{(1)} \end{pmatrix}$$

$$w_1 = \frac{1}{3}(0,8 + 0,4 + 0,7) = 0,63$$

$$w_2 = \frac{1}{3}(0,2 + 0,6 + 0,3) = 0,37$$

В матричной форме:

$$W^{(1)} = X \times K^{(0)}$$

$$K^{(0)} = \begin{pmatrix} \frac{1}{m} \\ \vdots \\ \frac{1}{m} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

Где – вектор начальной (априорной) компетентности (компоненты равны между собой).

Теперь можно уточнить вектор компетентности. В результате больший вес должен получить тот эксперт, который дал большую оценку фактору, получившему большее групповое предпочтение.

Для этого сначала суммируем индивидуальные оценки экспертами факторов, взвесив их весами факторов:

$$Q^{(1)} = \begin{pmatrix} q_1^{(1)} \\ q_2^{(1)} \\ q_3^{(1)} \end{pmatrix}$$

в матричной форме  $Q(i) = X^T \times W(i)$ , где T- символ транспозиции  
затем результат нормируется

$$K_j^{(1)} = \frac{q_j^{(1)}}{\sum_{l=1}^m q_l^{(1)}} = \frac{\sum_{i=1}^n x_{ij} w_i^{(1)}}{\sum_{l=1}^m \sum_{i=1}^n x_{il} w_l^{(1)}} = \frac{\sum_{i=1}^n x_{ij}^T w_i^{(1)}}{\sum_{l=1}^m \sum_{i=1}^n x_{il}^T w_l^{(1)}}$$

Для рассматриваемого примера:

$$q_1^{(1)} = 0,8 \times 0,63 + 0,2 \times 0,37 = 0,58$$

$$q_2^{(1)} = 0,4 \times 0,63 + 0,6 \times 0,37 = 0,47$$

$$q_3^{(1)} = 0,7 \times 0,63 + 0,3 \times 0,37 = 0,55$$

т. е. вектор «невзвешенных» коэффициентов для экспертов принимает вид:

$$Q^{(1)} = \begin{pmatrix} q_1^{(1)} \\ q_2^{(1)} \\ q_3^{(1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,58 \\ 0,47 \\ 0,55 \end{pmatrix}$$

Нормирующий множитель есть:

$$\sum_{j=1}^m q_j^{(1)} = 0,58 + 0,47 + 0,55 = 1,6$$

Откуда после нормирования получаем веса компетентности после первой итерации:

$$K_1^{(1)} = \frac{0,58}{1,6} = 0,36$$

$$K_1^{(1)} = \begin{pmatrix} 0,36 \\ 0,30 \\ 0,34 \end{pmatrix} \neq K^{(0)}$$

Далее пересчитываются веса с учетом  $K(1)$

$$W^{(2)} = \begin{pmatrix} 0,65 \\ 0,35 \end{pmatrix}$$

Имеем процесс вида

$$W^{(t)} = X \times K^{(t-1)}$$

$$K^{(t)} = \frac{1}{\lambda^{(t)}} X^T \times W^{(t)}$$

где

$$\lambda^{(t)} = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n x_{ij} w_i^{(t)} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij}^T w_j^{(t)} = |X^T \times W^{(t)}|$$
 - модуль вектора  $Q^{(t)}$

$$K^{(0)} = \begin{pmatrix} \frac{1}{m} \\ \vdots \\ \frac{1}{m} \end{pmatrix}$$
 - исходное состояние вектора K



## Анализ результатов

Итак, получено групповое мнение в кардинальном или ординальном представлении.

На этапе анализа пытаются оценить, можно ли доверять полученным результатам. Действительно, один и тот же центроид может получиться при различных конфигурациях области мнений.

Математика не может дать точные рекомендации, как действовать организаторам голосования при разных конфигурациях. Можно лишь оценить количественно плотность области мнений, оценить ее размеры и расстояния между векторами, а также от центроида области до каждого из векторов.

Методы такой оценки, рассматриваемые далее, исходят из априорного (начального) предположения о том, что существует некая объективная система оценок, и индивидуальные оценки суть флуктуации, вероятностные отклонения. Поэтому на данном этапе анализа используют методы теории вероятностей и иногда говорят о «статистическом анализе результата».

Традиционной мерой оценки плотности области мнений для случая голосования методом ранжирования является коэффициент конкордации Кендалла ( $W$ ).

Коэффициент конкордации  $W$  изменяется от 1 до приблизительно нуля, при этом он равен 1, если все ранжировки комонотонны, т. е. совпадают, и наоборот, равен нулю, если они образуют все возможные перестановки, т. е. они все контрамонотонны (это в точности возможно только при  $n=2$ ).

Строится  $W$  следующим образом.

Вначале в каждой строке матрицы  $R = \{R_j\}$  вычисляется сумма элементов (рангов):

$$R_i = \sum_{j=1}^m R_{ij}$$

Для примера Таблица 0-1 это составляет:

$$(R_i) = \begin{pmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \\ R_4 \\ R_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6,5 \\ 7,5 \\ 12,0 \\ 16,0 \\ 18,0 \end{pmatrix}$$

По матрице  $R$  в целом вычисляется среднее значение  $\bar{R}$ :

$$\bar{R} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n R_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m R_{ij} = \frac{1}{n} \left( \frac{mn(n+1)}{2} \right) = \frac{m(n+1)}{2}$$

Далее определяется  $s$  - сумма квадратов отклонений значений в строке матрицы  $R$  от  $\bar{R}$

$$s = \sum_{i=1}^n (R_i - \bar{R})^2$$

Для примера 1 это

$$s = (6,5 - 12)^2 + (7,5 - 12)^2 + (12,5 - 12)^2 + (16,5 - 12)^2 + (18 - 12)^2 = 5,5^2 + 4,5^2 + 0^2 + 4^2 + 6^2 = 30,25 + 20,25 + 16 + 36 = 102,5$$

Определяем далее  $W$  по формуле:

$$W = v(m, n) s$$

где  $v(m, n)$  — нормирующий множитель.

Рассмотрим вывод  $v(m, n)$  для случая отсутствия связанных рангов.  
Если все ранжирования комонотонны, то

$$v(m, n) = \frac{1}{s_{\max}}$$

Определим  $s_{\max}$  для случая совпадающих ранжирований. Здесь

$$(R_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & \dots & 1 \\ 2 & \dots & 2 \\ \dots & \dots & \dots \\ i & \dots & i \\ \dots & \dots & \dots \\ n & \dots & n \end{pmatrix}$$

соответственно

$$(R_i) = \begin{pmatrix} m \\ 2m \\ 3m \\ \dots \\ im \\ \dots \\ nm \end{pmatrix}$$

Тогда

$$\begin{aligned} s_{\max} &= (m - \bar{R})^2 + (2m - \bar{R})^2 + \dots + (im - \bar{R})^2 + \dots + (nm - \bar{R})^2 = \\ &= \sum_{i=1}^n (mi - \bar{R})^2 = \sum_{i=1}^n \left( mi - \frac{m(n+1)}{2} \right)^2 = \\ &= m^2 \sum_{i=1}^n \left( i - \frac{(n+1)}{2} \right)^2 = m^2 \sum_{i=1}^n \left( i^2 - (n+1)i + \left( \frac{n+1}{2} \right)^2 \right) = \\ &= m^2 \left( \sum_{i=1}^n i^2 - (n+1) \sum_{i=1}^n i + n \left( \frac{n+1}{2} \right)^2 \right) = \\ &= m^2 \left( \frac{n}{6} (2n^2 + 3n + 1) - \frac{(n+1)(n+2)n}{2} + \frac{n(n+1)}{2} \right) = \\ &= m^2 \left( \frac{2n^3 + 3n^2 + n}{6} - \frac{n^3 + 2n^2 + n}{4} \right) \end{aligned}$$

откуда

$$v(m, n) = \frac{12}{m^2(n^3 - n)}$$

Тогда коэффициент конкордации может быть вычислен путем нормирования  $s$ :

$$w = \frac{12s}{m^2(n^3 - n)}$$

Для случая наличия связанных рангов  $W$  приобретает более сложный вид, поэтому данное выражение дает только приближенное значение.

Для

Пример ЭМ- 1:

$$W = \frac{12 \cdot 102}{16 \cdot (125 - 5)} = \frac{1224}{1920} \approx 0,64$$

(Получено приближенное значение, так как в реальной таблице присутствовали связанные ранги.)

Далее полученное значение проверяется на значимость (поскольку в принципе то или иное  $W$  может появиться случайно).

Интуитивно понятно, что чем больше  $p$  и/или  $t$ , тем ниже вероятность того, что случайно расставленные экспертами ранги выстроятся так, что  $W$  будет велик (т. е. близко совпадающими последовательностями).

Если все ранжирования случайны, то некоторая величина  $\alpha = t(p-1)W$  подчиняется закону, близкому  $\chi^2$  (распределение Пирсона) с  $k = \{p - 1\}$  степенями свободы.

Чтобы утверждать, что ранжирования зависимы (т. е. совпадение мнений экспертов не случайно, а имеет объективную подоплеку), достаточно убедиться, что в данной экспертизе  $\alpha$  не распределено по  $\chi^2$  или, иначе говоря, коэффициент конкордации  $W$  значим.

Надо при этом иметь в виду, что с абсолютной надежностью никогда нельзя утверждать, что данная случайная величина распределена или нет по данному закону. Можно говорить лишь о высокой вероятности данной гипотезы.

Для различных  $k$  (степеней свободы) функции плотности вероятностей различны. Распределение  $\chi^2$  принято табулировать в форме особым образом организованных таблиц, содержащих

$$k, \beta, P(x \leq \beta) = \int_0^{\beta} f_k(x) dx = P_k(\beta)$$

и называемых таблицами квантилей, фрагмент приведен в Таблица 0-5 Таблица 0-5.

Фрагмент таблицы квантилей распределения

k	Значение $\beta$ ( $P, k$ ) при $P_0 = P_k(\beta)$		
	0,10	0,05	0,01
6	10,6	12,6	16,8
7	12,0	14,1	18,5

Здесь  $\beta(P, k)$  — квантили, т. е. такие числа, что вероятность того, что  $x > \beta$  равна  $P_k(\beta)$ .

Пусть необходимо проверить гипотезу о том, что некоторая случайная величина  $\alpha$  принадлежит выборке из  $\chi^2$  с  $k$  степенями свободы, с надежностью (вероятностью ошибки)  $P_0$ , (где  $P_0$  — малое число).

В таблице квантилей на пересечении столбца  $P_k(\beta)$  и строки  $k$  содержится  $\beta$ , и если  $\alpha > \beta$ , то вероятность того, что  $\alpha$  принадлежит выборке из  $\chi^2$ , есть  $P_k(\beta)$ .

Пусть  $m = 5, n = 7, W = 0,8, P_0 = 0,1$ , тогда  $\alpha = 5 \cdot 6 \cdot 0,8 = 24$  (здесь число степеней свободы  $k = 7 - 1 = 6$ ).

На пересечении строки 6 и столбца 0,1 находится число  $\beta > 10,6$ . Очевидно,  $24 > 10,6$ , откуда следует, что  $\alpha > \beta$ , и поэтому коэффициент  $W$  значим (вероятность ошибки около 0,1).

Анализ результатов экспертизы может включать также установление расстояний между индивидуальными предпочтениями. В частности, расстояние между ранжированиями  $R_{ij}$  и  $R_{il}$  может быть оценено коэффициентом корреляции Спирмена:

$$r_{jl} = 1 - \frac{6}{n^3 - n} \sum_{i=1}^n (R_{ij} - R_{il})^2 = 1 - \frac{6s(d)^2}{n^3 - n}$$

Для

Пример ЭМ- 1 вычислим  $r_{ij}$  для  $j = 1$  и  $l = 2$ , т. е. для 1-го и 2-го экспертов:

$$s(d)^2 = (1 - 2)^2 + (3 - 2)^2 + (2 - 4)^2 + (5 - 3)^2 + (4 - 5)^2 = 1 + 4 + 4 + 1 = 10$$

$$r_{12} = 1 - \frac{6 \cdot 10}{125 - 5} = 1 - \frac{60}{120} = 0,5$$

### **Методы типа “Мозговая атака” или “Коллективная генерация идей”**

Концепция «мозговая атака» получила широкое распространение с начала 50-х гг. как метод тренировки мышления, нацеленный на открытие новых идей и достижение согласия группы людей на основе интуитивного мышления. Методы этого типа известны также под названиями «мозговой штурм», «конференция идей», «коллективная генерация идей» (КГИ).

Его сущность состоит в том, что при обосновании прогноза дифференцированно решаются две задачи:

- генерирование новых идей в отношении возможных вариантов развития процесса;

- анализ и оценка выдвинутых идей.

Обычно при проведении сессий КГИ стараются выполнять определенные правила, суть которых:

- обеспечить как можно большую свободу мышления участников КГИ и высказывания ими новых идей;

- приветствовать любые идеи, даже если вначале они кажутся сомнительными или абсурдными (обсуждение и оценка идей производятся позднее);

- не допускать критики любой идеи, не объявлять ее ложной и не прекращать обсуждение;

- желательно высказывать как можно больше идей, особенно нетривиальных.

В зависимости от принятых правил и жесткости их выполнения различают прямую «мозговую атаку», метод обмена мнениями и другие виды коллективного обсуждения идей и вариантов принятия решений. В последнее время стараются ввести правила, помогающие сформировать некоторую систему идей, т.е. предлагается, например, считать наиболее ценными те из них, которые связаны с ранее высказанными и представляют собой их развитие и обобщение. Участникам не разрешается зачитывать списки предложений, которые они подготовили заранее. В то же время, чтобы предварительно нацелить участника на обсуждаемый вопрос, при организации сессий КГИ заранее или перед началом сессии участникам представляется некоторая предварительная информация об обсуждаемой проблеме в письменной или устной форме. Подобием сессий КГИ можно считать разного рода совещания – конструктораты, заседания научных советов по проблемам, заседания специально создаваемых временных комиссий и другие собрания компетентных специалистов.

Так как на практике трудно собрать специалистов ввиду их занятости по основной работе, желательно привлекать компетентных специалистов, не требуя обязательного их присутствия на общих собраниях КГИ и устного высказывания своих соображений

хотя бы на первом этапе системного анализа при формировании предварительных вариантов.

Обычно все специалисты в ходе заседания разделяются на две группы, состоящие из одних и тех же или разных представителей так, что одна группа генерирует идеи, а вторая — их анализирует. При этом в ходе заседания запрещается высказывать любые критические оценки ценности идеи; приветствуется выдвижение как можно большего их количества, поскольку предполагается, что вероятность появления действительно ценной идеи повышается с увеличением их общего числа; поощряется свободный обмен мнениями, т.е. высказанные мысли должны подхватываться и развиваться и т.п. Ходом заседания руководит беспристрастный ведущий. Его задача состоит в том, чтобы направлять развитие дискуссии в нужное русло, к достижению заданной цели, не сбиваясь на беседу, соревнование в остроумии и т.п. В то же время он не должен навязывать участникам дискуссии свое мнение, ориентировать их на определенный способ мышления.

Роль ведущего в поиске решения с помощью метода «мозгового штурма» чрезвычайно велика. Он должен следить за тем, чтобы эксперты при выработке решения не встали на путь компромиссов и взаимных уступок. Психологически для группы, как для единого организма, проблема достижения соглашения часто оказывается более важной, чем разработка тщательно продуманного и полезного прогноза. Кроме того, в силу чрезмерной активности один или несколько членов группы, обладающие даром убеждения, могут направить всю группу по ложному пути. Группа может оказать давление на своих членов, вынуждая отдельных специалистов соглашаться с большинством, даже если каждый из них понимает, что точка зрения большинства ошибочна.

Особое значение в этом методе придается вопросам формирования группы экспертов. При неудачном их подборе группа может разделять общее предубеждение, и прогноз в этом случае оказывается предрешенным без проведения глубокого анализа проблемы. Вследствие этого нежелательна слишком тесная связь между членами группы. Никто из них не должен «давить» на окружающих своим высоким авторитетом, и потому экспертов целесообразно подбирать из людей, занимающих примерно одинаковое служебное и общественное положение.

Критика идей осуществляется в неявной форме, скорее можно говорить даже не о критике, а о степени поддержки каждой идеи. Более сильная идея должна получать и большую поддержку.

После проведения заседания наступает второй этап разработки прогноза, состоящий в анализе его результатов, выборе и обосновании окончательного решения. В ходе его выдвинутые предположения классифицируются по определенным критериям, оцениваются по принятой шкале значимости. Если возможности формализации решений достаточно велики, то на этапе анализа целесообразно использовать и математико-статистические методы обработки их количественных характеристик.

Метод «мозгового штурма» рекомендуется использовать в практических ситуациях, характеризующихся отсутствием реальных, достаточно очевидных вариантов развития процессов в перспективе. Наиболее часто он применяется на уровне крупных фирм, концернов для анализа ситуации, складывающейся на рынке, для определения круга мероприятий по преодолению «барьеров». Известны случаи его использования военными организациями при прогнозировании конфликтных ситуаций, в области развития вооружения. Этот метод также используется в более

крупных прогнозных системах для осуществления аналитических функций при анализе вариантов решений.

### **Методы типа Дельфи**

Название методов экспертной оценки типа Дельфи связано с древнегреческим городом Дельфи, где при храме Аполлона с IX в. до н.э. до IV в. н.э. по преданиям находился Дельфийский оракул.

В отличие от традиционных методов экспертной оценки метод Дельфи предполагает полный отказ от коллективных обсуждений. Это делается для того, чтобы уменьшить влияние таких психологических факторов, как присоединение к мнению наиболее авторитетного специалиста, нежелание отказаться от публично выраженного мнения, следование за мнением большинства. В методе Дельфи прямые дебаты заменены программой последовательных индивидуальных опросов, проводимых в форме анкетирования. Ответы обобщаются и вместе с новой дополнительной информацией поступают в распоряжение экспертов, после чего они уточняют свои первоначальные ответы. Такая процедура повторяется несколько раз до достижения приемлемой сходимости совокупности высказанных мнений. Результаты эксперимента показали приемлемую сходимость оценок экспертов после пяти туров опроса.

### **Метод Дельфи**

Метод Дельфи первоначально был предложен О. Хелмером как итеративная процедура «мозговой атаки», которая должна помочь снизить влияние психологических факторов и повысить объективность результатов. Однако почти одновременно Дельфи-процедуры стали основным средством повышения объективности экспертных опросов с использованием количественных оценок при оценке деревьев цели и при разработке сценариев за счет использования обратной связи, ознакомления экспертов с результатами предшествующего тура опроса и учета этих результатов при оценке значимости мнений экспертов.

Процедура Дельфи-метода заключается в следующем:

- 1) организуется последовательность циклов «мозговой атаки»;
- 2) разрабатывается программа последовательных индивидуальных опросов с помощью вопросников, исключая контакты между экспертами, но предусматривающая ознакомление их с мнениями друг друга между турами; вопросники от тура к туру могут уточняться;
- 3) в наиболее развитых методиках экспертам присваиваются весовые коэффициенты значимости их мнений, вычисляемые на основе предшествующих опросов, уточняемые от тура к туру и учитываемые при получении обобщенных результатов оценок.

Как правило, на практике оказывается достаточным проведение четырех туров опросов. После чего мнения всех экспертов либо сближаются, либо образуют две (или больше) группы существенно различающихся мнений. В первом случае достигнутый результат со значительной степенью обоснованности может быть рассмотрен в качестве прогнозного решения, во втором — необходимо продолжить исследование проблем развития объекта с учетом выдвигаемой различными группами аргументации.

Метод Дельфи имеет несомненные преимущества по сравнению с методами, основанными на обычной статистической обработке результатов индивидуальных опросов. Он позволяет уменьшить колебания по всей совокупности индивидуальных ответов, ограничивает колебания внутри групп. При этом, как показывают проводимые эксперименты, наличие малоквалифицированных экспертов оказывает

менее сильное влияние на групповую оценку, чем простое усреднение результатов ответов, поскольку ситуация помогает им исправить ответы за счет получения новой информации от своей группы.

Метод Дельфи впервые был описан в «Докладе об изучении долгосрочного прогнозирования» американской корпорации «Рэнд» в 1964 г. Объектами исследования явились: научные прорывы, рост населения, автоматизация, исследование космоса, возникновение и предотвращение войн, будущие системы оружия. За истекший период круг прогнозируемых процессов с помощью метода Дельфи значительно расширился, но несомненно, что наибольшее применение этот метод нашел в областях, связанных с научно-техническим прогрессом.

Недостатки метода Дельфи:

- значительный расход времени на проведение экспертизы, связанный с большим количеством последовательных повторений оценок;

- необходимость неоднократного пересмотра экспертом своих ответов, вызывающая у него отрицательную реакцию, что сказывается на результатах экспертизы.

В 60-е гг. область практического применения метода Дельфи значительно расширилась, однако присущие ему ограничения привели к возникновению других методов, использующих экспертные оценки. Среди них особого внимания заслуживают методы QUEST, SEER, PATTERN.

### **Методы типа сценариев**

Методы подготовки и согласования представлений о проблеме или анализируемом объекте, изложенные в письменном виде, получили название сценария. Первоначально этот метод предполагал подготовку текста, содержащего логическую последовательность событий или возможные варианты решения проблемы, упорядоченные по времени. Однако требование временных координат позднее было снято, и сценарием стали называть любой документ, содержащий анализ рассматриваемой проблемы или предложения по ее решению независимо от того, в какой форме он представлен.

Сценарий не только предусматривает содержательные рассуждения, которые помогают не упустить детали, обычно не учитываемые при формальном представлении системы (в этом и заключалась первоначально основная роль сценария), но и содержит результаты количественного технико-экономического или статистического анализа с предварительными выводами, которые можно получить на их основе. Группа экспертов, подготавливающих сценарии, пользуется правом получения необходимых справок от организаций, консультаций специалистов. Понятие сценариев расширяется в направлении как областей применения, так и форм представления и методов их разработки: в сценарий не только вводятся количественные параметры и устанавливаются их взаимосвязи, но и предлагаются методики составления сценариев с использованием ЭВМ.

На практике по типу сценариев разрабатывались прогнозы в некоторых отраслях промышленности. В настоящее время разновидностью сценариев можно считать предложения к комплексным программам развития отраслей народного хозяйства, подготавливаемые организациями или специальными комиссиями. Существенную помощь в подготовке сценариев оказывают специалисты по системному анализу. Весьма перспективной представляется разработка специализированных информационно-поисковых систем, накапливающих прогнозную информацию по данной отрасли и по смежным отраслям.

Сценарий является предварительной информацией, на основе которой проводится дальнейшая работа по прогнозированию или разработке вариантов проекта. Таким образом, сценарий помогает составить представление о проблеме, а затем приступить к более формализованному представлению системы в виде графиков, таблиц для проведения других методов системного анализа.

### Лекция 3.4. Методы количественного оценивания систем

#### Характеристика методов теории полезности

Декомпозиционные методы теории ожидаемой полезности получили наиболее широкое распространение среди группы аксиоматических методов принятия решений в условиях риска и неопределенности.

Основная идея этой теории состоит в получении количественных оценок полезности возможных исходов, которые являются следствиями процессов принятия решений. В дальнейшем на основании этих оценок можно выбрать наилучший исход. Для получения оценок полезности необходимо иметь информацию о предпочтениях лица, ответственного за принимаемое решение.

Парадигма анализа решения может быть сведена к процессу, включающему пять этапов.

Этап 1. Предварительный анализ. На этом этапе формулируется проблема и определяются возможные варианты действий, которые можно предпринять в процессе ее решения.

Этап 2. Структурный анализ. Этот этап предусматривает структуризацию проблемы на качественном уровне, на котором ЛПР намечает основные шаги процесса принятия решений и пытается упорядочить их в виде некоторой последовательности. Для этой цели строится дерево решений, (рис.1.3).

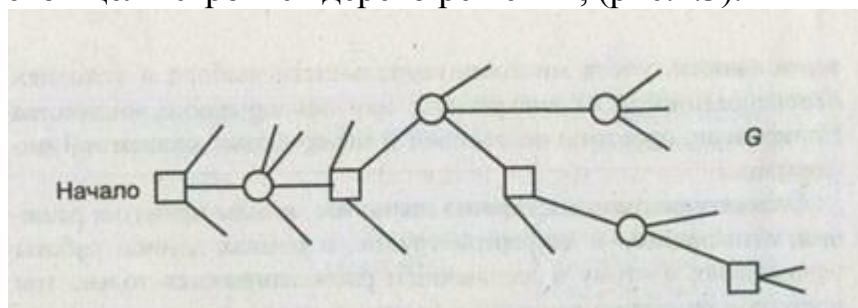


Рис. 1.3. Фрагмент дерева решений

Дерево решений имеет два типа вершин: вершины решения (обозначены квадратиками) и вершины случая (обозначены кружочками). В вершинах решения выбор полностью зависит от ЛПР, в вершинах случаях ЛПР не полностью контролирует выбор, так как случайные события можно предвидеть лишь с некоторой вероятностью.

Этап 3. Анализ неопределенности. На этом этапе ЛПР устанавливает значения вероятности для тех ветвей на дереве решений, которые начинаются в вершинах случаях. При этом полученные значения вероятностей подлежат проверке на наличие внутренней согласованности.

Для получения значений вероятности привлекается вся доступная информация: статистические данные, результаты моделирования, экспертная информация и т. д.

Этап 4. Анализ полезности. На данном этапе следует получить количественные оценки полезности последствий (исходов), связанных с реализацией того или иного пути на дереве решений. На рис. 1.3 показан один из возможных путей — от начала до точки G.



Исходы (последствия принимаемых решений) оцениваются с помощью функции полезности фон Неймана — Моргенштерна, которая каждому исходу  $rk$  ставит в соответствие его полезность  $u(rk)$ . Построение функции полезности осуществляется на основе знаний ЛПР и экспертов.

Этап 5. Процедуры оптимизации. Оптимальная стратегия действий (альтернатива, путь на дереве решений) может быть найдена с помощью вычислений, а именно: максимизации ожидаемой полезности на всем пространстве возможных исходов. Одно из условий постановки задачи оптимизации — наличие адекватной математической модели, которая связывает параметры оптимизации (в данном случае это альтернативные варианты действий) с переменными, входящими в целевую функцию (функция полезности). В методах теории полезности такие модели имеют вероятностный характер и основаны на том, что оценка вероятности ожидаемого исхода может быть использована для введения числовых оценок возможных вероятных распределений на конечном множестве исходов.

Задача выбора наилучшего решения в соответствии с аксиоматикой теории полезности может быть представлена следующим образом:

$$\max_{A \in A} \left[ \bar{u}(A) = \int_K u(K) f(K/A) dK \right].$$

где  $u(K)$  — многомерная функция полезности;

$K$  — точка в критериальном пространстве;

$f(K/A)$  — функция плотности условного от альтернативы  $A$  распределения критериальных оценок.

Построение функций полезности является основной и наиболее трудоемкой процедурой методов теории полезности, после этого с помощью такой функции можно оценить любое количество альтернатив.

Процедура построения функции полезности включает пять шагов.

Шаг 1. Подготовительный. Главная задача здесь — подбор экспертов и разъяснение им того, как следует выразить свои предпочтения.

Шаг 2. Определение вида функции. Функция полезности должна отражать представления ЛПР и экспертов об ожидаемой полезности возможных исходов. Поэтому множество исходов упорядочивается по их предпочтительности, после чего в соответствие каждому возможному исходу необходимо поставить предполагаемое значение ожидаемой полезности. На этом шаге выясняют, является ли функция полезности монотонной, убывающей или возрастающей, отражает ли она склонность, несклонность или безразличие к риску и т. п.

Шаг 3. Установление количественных ограничений. Здесь определяется интервал изменения аргумента функции полезности и устанавливаются значения функции полезности для нескольких контрольных точек.

Шаг 4. Подбор функции полезности. Необходимо выяснить, являются ли согласованными количественные и качественные характеристики, выявленные к данному моменту. Положительный ответ на этот вопрос равнозначен существованию некоторой функции, которая обладает всеми требуемыми свойствами. Если последует отрицательный ответ, то возникает проблема согласования свойств, что предполагает возврат на более ранние шаги.

Шаг 5. Проверка адекватности. Необходимо убедиться в том, что построенная функция полезности действительно полностью соответствует истинным

предпочтениям ЛПР. Для этого применяются традиционные методы сравнения расчетных значений с экспериментальными.

Рассмотренная процедура соответствует задаче со скалярной функцией полезности. В общем случае последняя может быть векторной величиной. Это имеет место, когда ожидаемую полезность невозможно представить единственной количественной характеристикой (задача со многими критериями). Обычно многомерная функция полезности представляется как аддитивная или мультипликативная функция частных полезностей. Процедура построения многомерной функции полезности еще более трудоемка, чем одномерной.

Таким образом, методы теории полезности занимают промежуточное место между методами принятия решений в условиях определенности и методами, направленными на выбор альтернатив в условиях неопределенности. Для применения этих методов необходимо иметь количественную зависимость между исходами и альтернативами, а также экспертную информацию для построения функции полезности. Эти условия выполняются не всегда, что накладывает ограничение на применение методов теории полезности. К тому же следует помнить, что процедура построения функции полезности трудоемка и плохо формализуема.

### **Векторная оптимизация**

К общей формулировке многокритериальной задачи могут сводиться задачи различного содержания, которые можно подразделить на четыре типа.

1. Задачи оптимизации на множестве целей, каждая из которых должна быть учтена при выборе оптимального решения. Примером может служить задача составления плана работы предприятия, в которой критериями служит ряд экономических показателей.

2. Задачи оптимизации на множестве объектов, качество функционирования каждого из которых оценивается самостоятельным критерием. Если качество функционирования каждого объекта оценивается несколькими критериями (векторным критерием), то такая задача называется многовекторной. Примером может служить задача распределения дефицитного ресурса между несколькими предприятиями. Для каждого предприятия критерием оптимальности является степень удовлетворения его потребности в ресурсе или другой показатель, например, величина прибыли. Для планирующего органа критерием выступает вектор локальных критериев предприятий.

3. Задачи оптимизации на множестве условий функционирования. Задан спектр условий, в которых предстоит работать объекту, и применительно к каждому условию качество функционирования оценивается некоторым частным критерием.

4. Задачи оптимизации на множестве этапов функционирования. Рассматривается функционирование объектов на некотором интервале времени, разбитом на несколько этапов. Качество управления на каждом этапе оценивается частным критерием, а на множестве этапов - общим векторным критерием.

Многокритериальные задачи можно также классифицировать по другим признакам: по вариантам оптимизации, по числу критериев, по типам критериев, по соотношениям между критериями, по уровню структуризации, наличию фактора неопределенности.

При разработке методов решения векторных задач приходится решать ряд специфических проблем.

Проблема нормализации возникает в связи с тем, что локальные критерии имеют, как правило, различные единицы и масштабы измерения, и это делает невозможным

их непосредственное сравнение. Операция приведения критериев к единому масштабу и безразмерному виду носит название нормирования. Наиболее распространенными способами нормирования является замена абсолютных значений критериев их безразмерными относительными величинами

$$\bar{f}_k(X) = \frac{f_k(X)}{f_k^*},$$

или относительными значениями отклонений от оптимальных значений критериев  $f_k^*$

$$\bar{f}_k(X) = \frac{f_k^* - f_k(X)}{f_k^*},$$

Проблема выбора принципа оптимальности связана с определением свойств оптимального решения и решением вопроса — в каком смысле оптимальное решение превосходит все остальные.

Проблема учета приоритета критериев встает, если локальные критерии имеют различную значимость. Необходимо найти математическое определение приоритета и степень его влияния на решение задачи.

Проблема вычисления оптимума возникает, если традиционные вычислительные схемы и алгоритмы непригодны для решения задачи векторной оптимизации.

Решение перечисленных проблем идет в нескольких направлениях. Основные направления:

- методы, основанные на свертывании критериев в единый;
- методы, использующие ограничения на критерии;
- методы целевого программирования;
- методы, основанные на отыскании компромиссного решения;
- методы, в основе которых лежат человеко-машинные процедуры принятия решений (интерактивное программирование).

В методах, основанных на свертывании критериев, из локальных критериев формируется один. Наиболее распространенным является метод линейной комбинации частных критериев. Пусть задан вектор весовых коэффициентов критериев  $a = \{a_1, \dots, a_k\}$ , характеризующих важность соответствующего

критерия,  $\sum_{k=1}^K a_k = 1, a_k \geq 0 (k = \overline{1, K})$ . Линейная скаляризованная функция представляет собой сумму частных критериев, умноженных на весовые коэффициенты. Задача математического программирования становится однокритериальной и имеет вид

$$F = \sum_{k=1}^K a_k f_k(X) \quad (\max),$$

$$g_i(X) \leq b_i \quad (i = \overline{1, M}),$$

$$X \geq 0$$

Критерии в свертке могут быть нормированы. Решение, полученное в результате оптимизации скаляризованного критерия эффективно.

К недостаткам метода можно отнести то, что малым приращениям коэффициентов соответствуют большие приращения функции, т. е. решение задачи неустойчиво, а также необходимость определения весовых коэффициентов.

Направление методов, использующих ограничения на критерии включает два подхода:

- 1) метод ведущего критерия;

2) методы последовательного применения критериев (метод последовательных уступок, метод ограничений).

Метод ведущего критерия

В методе ведущего критерия все целевые функции кроме одной переводятся в разряд ограничений. Пусть  $\gamma = (\gamma_2, \gamma_3, \dots, \gamma_{k-1})$  - вектор, компоненты которого представляют собой нижние границы соответствующих критериев. Задача будет иметь вид

$$F = f_1(\max),$$

$$f_k \geq \gamma_k \quad (k = \overline{2, K}),$$

$$g_i(X) \leq b_i \quad (i = \overline{1, M}),$$

$$X \geq 0.$$

Полученное этим методом решение может не быть эффективным, поэтому необходимо проверить его принадлежность области компромиссов.

Метод ведущего критерия применяется в таких задачах, как минимизация полных затрат при условии выполнения плана по производству различных видов продукции, максимизация выпуска комплектных наборов при ограничении на потребляемые ресурсы.

Метод последовательных уступок

Алгоритм метода последовательных уступок:

1. Критерии нумеруются в порядке убывания важности.
2. Определяется значение  $f_1^*$ . Лицом, принимающим решение, устанавливается величина уступки  $\Delta_1$  по этому критерию.
3. Решается задача по критерию  $f_1$  с дополнительным ограничением  $f_1(X) \geq f_1^* - \Delta_1$ .  
Далее пункты 2 и 3 повторяются для критерия  $f_2, \dots, f_k$ .

### Лекция 3.5. Метод анализа иерархий

Метод анализа иерархий (МАИ) предложен Т. Саати в конце семидесятых годов прошлого века. Основные принципы МАИ основываются на том, что для практических целей система часто рассматривается в терминах ее структуры и функций. В действительности структура и функции между собой тесно связаны. Структура системы позволяет анализировать ее функции, а в процессе функционирования может измениться структура системы. Иерархия является некоторой абстракцией структуры системы, предназначенной для изучения функциональных взаимодействий ее компонент и их воздействий на систему в целом.

Иерархия есть определенный тип системы, особенность которой заключается в том, что элементы системы могут группироваться в связанные множества. Элементы каждой группы находятся под влиянием другой вполне определенной группы элементов и, в свою очередь, оказывают влияние на элементы другой группы. Будем считать, что элементы в каждой группе иерархии (называемой уровнем, кластером) независимы. Заметим, что хотя в этом определении обратная связь не предполагается, тем не менее, многие специалисты считали и считают иерархии важным элементом анализа. Красноречивым подтверждением увлечения иерархическими структурами является следующая цитата из достаточно давно вышедшей книги: «Очевидна огромная сфера приложений иерархической классификации. Это наиболее мощный метод классификации, используемый человеком для приведения в порядок опыта,

наблюдений и информации... Использование иерархического упорядочивания, по-видимому, так же старо, как и человеческое мышление...».

Оценка вариантов решений методом анализа иерархий сводится к следующему:

1. Изучаемую систему представляют в виде иерархии, которая изображается графом связей (в простейшем случае типа дерево) между элементами уровней - первый и очень важный этап решения задачи.

Нулевой уровень иерархии {фокус иерархии) - глобальный критерий (цель) системы. Следующими уровнями иерархии могут служить: акторы (1- уровень) - участники процесса, действующие силы, организации, коллективы, поведение и предпочтения которых могут воздействовать на результаты (исходы), виды критериев; цели или критерии, определяющие действие акторов; возможные действия акторов - стратегии; альтернативные варианты решений - сценарии прогнозируемого или желаемого будущего, варианты проектов, программ и т.д.

2. Входной информацией для расчетов, выполняемых СППР, служат матрицы парных сравнений приоритетов элементов нижнего уровня иерархии, с точки зрения элементов верхнего (предыдущего) уровня, составляемые экспертами (или руководителями). По этим матрицам СППР рассчитывает вектор относительных приоритетов, являющийся собственным нормированным вектором матрицы суждений, который чаще всего, однако, вычисляется по следующему приближенному алгоритму: в матрице суждений необходимо суммировать элементы каждой строки и нормализовать сумму делением ее на сумму всех элементов матрицы; сумма полученных результатов будет равна единице; первый элемент результирующего вектора будет приоритетом первого объекта, второй - второго и т.д.

Следуя для парных сравнений эффективнее всего использовать 9-балльную шкалу, исходя из которой составляется матрица приоритетов (суждений), хотя при необходимости, могут быть использованы и лингвистические переменные. Эта 9-балльная шкала выглядит следующим образом:

1 - одинаковая значимость (два сравниваемых фактора (объекта) вносят одинаковый вклад в конечный результат);

3 - слабое преобладание (легкое предпочтение отдается 1 объекту);

5 - существенное преобладание;

7 - очевидное преобладание;

9 - абсолютное преобладание;

2, 4, 6, 8 - промежуточные значения преобладания (например, 2 -слабо-существенное преобладание).

Матрица суждений составляется таким образом, что если приоритет  $i$ -го объекта перед  $j$ -м есть  $b_{ij}$ , то приоритет  $j$ -го объекта перед  $i$ -м -  $1/b_{ij}$ , а  $b_{ii}=1$  и  $b_{ii}$  не равно нулю.

Сложность составления матрицы приоритетов состоит в том, что оценки руководителя могут оказаться несогласованными. Например, сравнивая три объекта  $C_1, C_2, C_3$  они могут дать следующие противоречивые оценки:  $C_1 = 5C_2$ ,  $C_1 = 6C_3$ ,  $C_2 = 4C_3$ , т.е.  $C_1 = 20C_3$ , и  $Q = 6C_3$ .

Для контроля согласованности матриц приоритетов вычисляются две характеристики этой матрицы: индекс согласованности (ИС) и отношений согласованности (ОС):

$$ИС = (\lambda_{\max} - n) / (n - 1)$$

где  $n$ - размерность матрицы приоритетов (число сравниваемых объектов);

$\lambda_{\max}$  - наибольшее собственное значение (число) матрицы суждений, которое чаще всего вычисляется по следующему алгоритму, сначала суммируется каждый

столбец матрицы суждений, затем сумма первого столбца умножается на величину первой компоненты, рассчитанного вектора приоритетов, сумма второго столбца на вторую и т.д.; затем полученные числа суммируются и получается значение  $X_{тоах}$ .

Можно показать, что при  $X_{тах}=п$  обратносимметрическая матрица, которой является матрица суждений, является идеально согласованной.

Индекс согласованности, сгенерированный случайным образом, называется случайным индексом согласованности (СИ). В табл. 7.10 приведены значения СИ в зависимости от числа  $n$  столбцов (строк) матрицы суждений.

Отношение ИС к СИ называется отношением согласованности (ОС)  $ОС=ИС/СИ$ . Значение ОС меньше или равное 0.10 считается приемлемым, если нет, то руководителю необходимо пересмотреть свои приоритеты или даже саму иерархию.

N	1	2	3	4	5	6	7
СИ	0.0	0.0	0.0	0.5	0.9	1.1	1.3
	0.	0	0	8	0	2	200
8	9	10	11	12	13	14	15
1.4	1.4	1.4	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5
1	5.	8	1	4	6	7	9

3. Из векторов приоритетов, оценивающих влияние элементов  $i+1$  го уровня на каждый связанный с ним элемент  $i$ -го уровня (связь фиксируется наличием соответствующей дуги в графе иерархии), образуется матрицу приоритетов, которая умножается справа на вектор приоритетов полученный на  $i$ -м уровне иерархии и получается вектор приоритетов  $i+1$ -го уровня.

4. Последовательное вычисление приоритетов элементов от верхних уровней к нижним позволяет численно оценить влияние всех включенных в иерархию элементов (акторов, стратегий, видов критериев, критериев, сценариев, действий и т. д.) на возможные исходы (терминальные вершины графа иерархии).

5. Сравнивая полученные приоритеты для элементов последнего уровня можно установить соотношения в их значимости (выгодности, эффективности) с точки зрения руководителя. Если задача состоит в выборе одного из альтернативных решений, то предпочтение следует отдать варианту с наибольшим приоритетом.

Рассмотрим пример.

Пусть, известно, что для разработки некоторого нефтяного месторождения в результате анализа его геолого-геофизических и геолого-гидродинамических характеристиках определено три благоприятных технологических варианта разработки: законтурное заводнение (D1), циклическое заводнение (D2), циклическое заводнение в сочетании паротепловой обработкой скважин на всех объектах разработки (D3).

Предположим, что из множества показателей эффективности разработки месторождений нефти и газа руководитель выбрал следующие показатели (критерии):

B1. Экономические показатели

C1. Чистый дисконтированный доход

C2. Внутренняя норма рентабельности

C3. Срок окупаемости C4. Индекс доходности

B2. Риски

C5. Оправданность выбора технических решений (систем (вариантов) разработки)

C6. Надежность контроля за выработкой запасов

C7. Экономический риск

83. Охрана окружающей среды и недр

С8. Загрязнение воздуха и воды

С9. Сохранность флоры и фауны

Руководителю необходимо выбрать лучший вариант разработки, с учетом этого набора этих показателей эффективности.

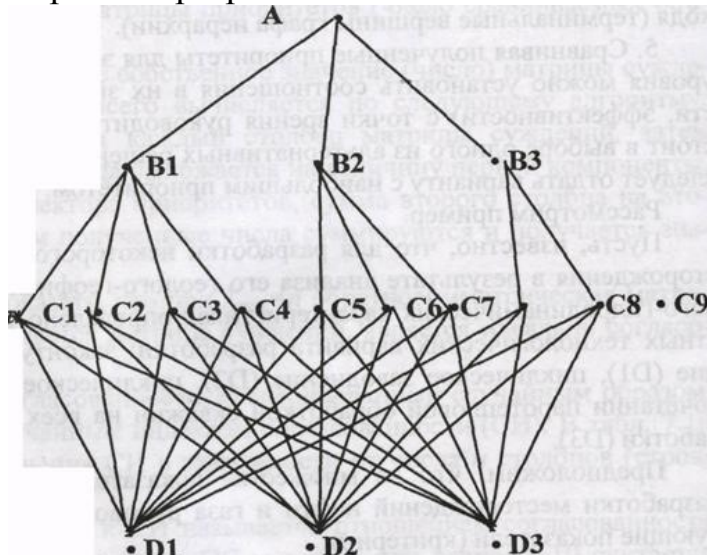
Для поставленной задачи можно построить следующую иерархию (рис.).

Комплексная эффективность разработки месторождения

Виды критериев

Критерии

Варианты разработки



Здесь буквами В обозначены виды критериев (показателей) эффективности разработки месторождений, буквы С обозначают конкретные критерии, буквы D — варианты разработки.

Пусть матрицы парных сравнений (суждений или приоритетов) оказались следующими (табл. 1 и 2):

Сумма всех элементов матрицы равна 11,33; П - вектор приоритетов.

$\lambda_{\max} = (1+0.5+0.33)0.53+(2+1+0.5)0.31+(3+2+1)0.15=2.955$  и

ИС= -0.0025, то есть эта матрица является согласованной. Заметим, что отрицательное значение ИС получается в данном случае в силу приближенности алгоритма вычислений.

1-й уровень

Таблица 1

A	AB1	AB2	AB3	£ по строке	П
AB1	1	2	3	6	6/11,33 = 0,53
AB2	1/2	1	2	3,5	0,31
AB3	1/3	1/2	1	1,83	0,15

2-й уровень

Таблица 2

V1	V1C1	V1C2	V1C3	V1C4	Σ по строке	П
V1C1	1	1	4	5	11	0,38
V1C2	1	1	4	5	11	0,38
V1C3	1/4	1/4	1	4	5,5	0,19
V1C4	1/5	1/5	1/4	1	1,65	0,05

B2	B2C5	B2C6	B2C7	$\Sigma$ по строке	П
B2C5	1	4	2	7	0,61
B2C6	1/4	1	1	2,25	0,19
B2C7	1/2	1	1	2,5	0,2
B3	B3C8	B3C9	Z	$\Sigma$ по строке	П
B3C8	1	4	5		0,8
B3C9	1/4	1	1,25		0,2

В общей матрице приоритетов второго уровня иерархии будет столько столбцов, сколько элементов на предыдущем уровне (в данном случае 3), а строк будет столько, сколько элементов на нижнем уровне (т.е. 9). Эта матрица справа умножается на вектор приоритетов видов критериев:  $\|П(A, B_i, C_i)\| =$

0,38  
0,38  
0,19  
0,05  
0,61  
0,19  
0,2  
0,8  
0,2  
\*0,53  
0,31  
0,15

Вектор приоритетов критериев с учетом приоритета видов критериев по отношению к глобальному критерию будет равен:

$$П(A, B_i, C_i) = [0,2 \ 0,2 \ 0,1 \ 0,03 \ 0,19 \ 0,06 \ 0,07 \ 0,12 \ 0,03]$$

После этого шага составляется 9 матриц сужений (по числу критериев) приоритетов вариантов разработки месторождений (табл. 3):

3-й уровень иерархии

Таблица 3

C1	C1D1	C1D2	C1D3	$\Sigma$ по строке	П
C1D1	1				
C1D2		1			
C1D3			1		
C9	C9D1	C9D2	C9D3	$\Sigma$ по строке	П
C9D1	1				
C9D2		1			
C9D3			1		



Далее из девяти полученных СППР векторов столбцов приоритетов ею формируется матрица приоритетов третьего уровня иерархии, которая умножается на вектор приоритетов полученный на предыдущем шаге и получается вектор приоритетов вариантов разработки месторождения.

В заключение следует сказать, что если эксперту или руководителю удалось свести задачу выбора лучшего решения к иерархической, то вполне можно использовать метод, описанный в настоящем разделе. Хотя класс задач, сводящихся к методам анализа иерархий достаточно широк (задачи выбора учебного заведения, оценки национального богатства страны, размещения ресурсов и т.п.) существует много проблем, не решаемых этим методом.

Это главным образом задачи, в которых необходимо учитывать взаимную зависимость (взаимное влияние) результирующих факторов друг на друга. В нашем случае это взаимное влияние результатов разработки.

## **Модуль 4 «Многокритериальная оптимизация»**

### **Лекция 4.1. Многокритериальная оптимизация и анализ моделей на чувствительность**

Задача принятия решений (ПР) возникает, когда существует несколько вариантов действий (альтернатив) для достижения заданного результата. При этом требуется выбрать наилучшую в определенном смысле альтернативу. Задача выбора состоит в следующем:

- построение формальных моделей ситуации выбора;
- анализ неопределенностей;
- формирование целей принятия решений.

Процесс принятия решений целесообразно рассматривать как систему, состоящую из некоторого набора типовых подсистем (этапов) и их элементов (процедур, действий, операций), взаимодействующих между собой, число и состав которых может варьироваться в зависимости от условий и решаемой задачи. Входным элементом системы принятия решений является информация о проблемной области (исходная информация), выходным – множество допустимых (оптимальных) решений.

Табл. 1 содержит детализированную структуру обобщенного процесса принятия решения.

Основными неформальными элементами принятия решений являются: формирование множества альтернатив, оценивание альтернатив и выбор оптимальных (в определенном смысле) вариантов решения.

В табл.2 дана классификация задач принятия решений по ряду признаков.

В общем случае задача принятия решения представима кортежем следующего вида:  $\langle X, I, S, F \rangle$ , где  $X$  – множество альтернатив;  $I$  – уровень информации;  $S$  – метод поиска (метод) решения;  $F$  – множество критериев оценки альтернатив.

Стратегия поиска решения зависит от имеющейся информации о задаче и включает способ выбора альтернатив,

Таблица 1.

Структура процесса принятия решения.	
Этап	Действие
Уяснение задачи	Сбор и анализ информации; оценка уровня информации, классификация ситуации (проблемы); поиск прямых аналогов, выявление возможных вариантов действий; формирование идеальной модели (стереотипа

	решения)
Системный анализ задачи	Структуризация проблемы; учет влияющих факторов и ограничений; формирование модели (решения); построение дерева решений; определение возможных последствий на каждом уровне дерева решений; формирование набора оценочных критериев выделение наиболее существенных признаков (критериев); формирование рабочих вариантов решения, оценка последствий решений по набору критериев
Оптимизация	Выбор метода (модели) оптимизации; агрегирование оценочных критериев; нахождение подмножества оптимальных решений
Выбор и анализ решения	Выбор допустимых решений (решения); оценка качества решения и возможности его улучшения; прогноз последующих действий

определяемый структурой предпочтений лица принимающего решение (ЛПР) и метод (модель) оптимизации, обуславливающий способ агрегирования критериев. Способ выбора альтернатив может предусматривать поиск наилучшего решения, удовлетворительного решения, наиболее предпочтительной альтерна-

Таблица 2

Классификационный признак	Классификация задач принятия решения
	Разновидность задачи принятия решения
Новизна задачи (алгоритм решения, наличие аналога)	Задача имеется в базе знаний (есть алгоритм решения); задачи нет в базе знаний, но есть аналоги; задача не имеет аналогов
Тип исхода (информационная среда задачи, уровень информации)	Детерминированный исход (в условиях определенности); случайный исход (в условиях риска, в условиях неопределенности); нечеткий исход (в условиях нечеткости)
Вид проблемной ситуации	Необходимость решения новой задачи; изменение условий функционирования системы; появление новой информации; сбой в работе (отказ) системы или ее элементов
Метод описания и представления информации	Декларативный; процедурный; комбинированный (сочетание нескольких методов)
Метод поиска решений	Полный перебор; имплицитный перебор; эвристический поиск
Число критериев	Однокритериальная; многокритериальная
Тип критериальной оценки решения	Точечная; интервальная; нечеткая; статистическая
Область применения решения	Управление; прогнозирование; измерение; контроль; диагностирование; проектирование; классификация

тивы, недоминируемой альтернативы, возможной альтернативы, и т.п. Метод (модель) оптимизации включает такие подходы, как векторная оптимизация, использование функции полезности, интерактивное программирование. Множество критериев определяется степенью детализации задачи и требуемым качеством ее решения.

В табл.3 приведены меры информации в различных средах.

Таблица 3.

Меры информации в различной информационной среде.

Среда решения	Измеряемая характеристика	Мера информации
Детерминированная	Степень отличия поведения системы от заданного	Точность достижения заданного состояния
Случайная	Вероятность, ожидаемая полезность	Количество, ценность
Нечеткая	Степень удовлетворения рассматриваемому свойству	Степень принадлежности

На практике задачи системного анализа и принятия решений обладают слабой структурированностью. Для существования задачи ПР необходимо иметь хотя бы две альтернативы.

Бинарное отношение позволяет формализовать операции попарного сравнения альтернатив.

Бинарным отношением на множестве  $X$  будем называть произвольное подмножество  $R$  множества  $X^2$ , т.е.  $R \subseteq A^2$  ( $R \subseteq X \times X$ ). Если задано отношение  $R \subseteq X^2$  и  $(x_i, x_j) \in R$  ( $(x_i, x_j) \in R \Leftrightarrow x_i R x_j$ ),  $x_i \in X$ ,  $x_j \in X$ , то задание бинарного отношения интерпретируется как введение некоторой системы предпочтений, т.е. если  $(x_i, x_j) \in R$ ,  $x_i \in X$ ,  $x_j \in X$ , то подразумевается, что в определенном смысле элемент  $x_i$  “лучше” или не “хуже” элемента  $x_j$ . Рассмотрим некоторые свойства бинарного отношения.

1. Отношение называется рефлексивным, если  $(x_i, x_i) \in R \quad \forall x_i \in X$ .
2. Отношение называется антирефлексивным, если из  $x_i R x_j \Rightarrow x_i \neq x_j$ .
3. Отношение называется связным, если  $\forall x_i, x_j \in X \quad (x_i, x_j) \in R$  или  $(x_j, x_i) \in R$ .
4. Отношение называется симметричным, если  $\forall x_i, x_j \in X$  из  $x_i R x_j \Rightarrow x_j R x_i$ .
5. Отношение называется асимметричным, если из двух соотношений  $x_i R x_j$  и  $x_j R x_i$ , по меньшей мере, одно не выполняется. Если отношение ассиметрично, то оно и антирефлексивно.
17. Отношение называется антисимметричным, если  $\forall x_i, x_j \in X$  из  $x_i R x_j$  и  $x_j R x_i \Rightarrow x_i = x_j$ .
7. Отношение называется транзитивным, если  $\forall x_i, x_j, x_k \in X$  таких, что  $(x_i, x_j) \in R$  и  $(x_j, x_k) \in R \Rightarrow (x_i, x_k) \in R$ .
8. Отношение  $R$  называется квазипорядком, если  $R$  рефлексивно и транзитивно.
9. Отношение  $R$  называется линейным квазипорядком, если  $R$  рефлексивно, транзитивно и связно.
10. Отношение  $P$  называется отношением строгого предпочтения, если оно антисимметрично и связно.

11. Отношение **I** называется отношением безразличия, если оно симметрично и транзитивно.

Наиболее распространенным подходом к решению задач ПР является построение скалярной функции ценности (полезности)  $U(x)$  со следующими свойствами:  $U(x_i) > U(x_j)$ , если  $(x_i, x_j) \in P$ ;  $U(x_i) = U(x_j)$ , если  $(x_i, x_j) \in I$ . Если функция ценности существует, то она определяет линейный квазипорядок на множестве **X**. Верно и обратное, если на множестве **X** построен линейный квазипорядок, то возможно построение функции ценности (например, путем сопоставления альтернативам множества **X**, расположенных в порядке убывания их предпочтительности натуральных чисел в возрастающем порядке; одинаково предпочтительным альтернативам будут присвоены одинаковые числа).

Если задано **X** – множество сравниваемых альтернатив (объектов), **R** – бинарное отношение на множестве **X**. Пару  $\langle X, R \rangle$ , будем называть моделью выбора.

Под задачей ПР будем понимать задачу выделения множества максимальных элементов из **X** по некоторому бинарному отношению **R**:  $X^{MAX} = MAX_R X$ .

Специфика задач ПР заключается в задании соответствующего множества альтернатив **X**, в формировании бинарного отношения **R**, характеризующего определенные цели принятия решений.

Матрица парных сравнений  $A = \|a_{ij}\|$  содержащая в качестве элементов  $a_{ij}$  результаты сравнений элементов с номерами  $i$  и  $j$  множества вариантов **X**. отражает возникающее бинарное отношение предпочтения (безразличия на множестве). На элементы матрицы  $a_{ij}$  можно наложить дополнительные калибровочные ограничения, однозначно связывающие попарно альтернативы  $a_{ij}$  и  $a_{ji}$ . Калибровки позволяют придать оценкам различный смысл. Наиболее распространенные калибровочные соотношения приведены в табл.4.

Простейшая ситуация выбора возникает, когда принятие конкретного решения  $x$  приводит к однозначному исходу  $y$ , оцениваемому с помощью единственного критерия. Предполагается однозначная зависимость  $y = \varphi(x)$ . "Ценность" ("полезность") исходов можно определить функционалом:  $F: Y \rightarrow E$ , где  $y = \varphi(x)$ . Каждому  $x$  соответствует числовая оценка  $f(y) = f(\varphi(x))$ .

Таблица 4.

Калибровочные соотношения между альтернативами

Наименование калибровок	Соотношение между элементами матрицы предпочтений
<div style="display: flex; align-items: center;"> <span style="font-size: 2em; margin-right: 10px;">{</span>                     Простая структура                 </div>	$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } x_i > x_j \\ 0, & \text{если } x_i = x_j \\ 0,5, & \text{если } x_i \sim x_j \end{cases}$ <p>Диагональные элементы при этом не фиксируются и могут быть любыми. Нередко договариваются <math>a_{ii} = 0,5</math>.</p>
Турнирная калибровка	Для всех $i$ и $j$ , для которых $a_{ij} \geq 0$ : $a_{ij} + a_{ji} = \text{const}$
Степенная калибровка	Для всех $i$ и $j$ , для которых $a_{ij} > 0$ : $a_{ij} \times a_{ji} = 1$
Кососимметричная калибровка	Для всех $i$ и $j$ : $a_{ij} + a_{ji} = 0$

Вероятностная калибровка	Для всех $i$ и $j$ : $0 < a_{ij} < 1$ ; $a_{ij} + a_{ji} = 1$
--------------------------	---

### Формирование критериев оценки вариантов решений

**Определение.** Сначала напомним формальное определение критерия, поскольку это понятие уже упоминалось и будет широко использоваться в дальнейшем. Пусть задано некоторое конечное множество вариантов (альтернатив) решений  $A$ . Из множества  $A$  или любого его подмножества  $X$  ( $X \subseteq A$ ) необходимо выделить одно или несколько вариантов решений в некотором смысле лучших или более соответствующих каким-либо заранее оговоренным условиям. Для решения этой задачи традиционно используется критериально-экстремизационный подход, который может быть описан следующим образом.

Множество вариантов  $A$  проецируется на числовую ось, так что каждому варианту соответствует конкретная точка числовой оси. Числовая ось, на которую спроецировано множество вариантов  $A$ , называется шкалой. Сам процесс проецирования, то есть приписывание элементам из  $A$  числовых значений, соответствующих точкам числовой оси, в которые они проецируются, - шкалированием. Если после такого проецирования упорядочить все варианты из  $A$  по величине приписанных им числовых оценок и сохранить за вариантами лишь их порядковый номер, то образованная таким образом шкала называется порядковой или ранговой.

Если вариант считается тем «лучше» или более соответствующим заранее фиксированной цели выбора, чем большая (или меньшая) числовая или ранговая оценка приписывается варианту, то шкала называется критерием для выбора или критериальной шкалой.

Рассмотрим вариант  $x \in A$  и рассмотрим его критериальную оценку, т.е. числовое значение той точки шкалы, в которую вариант спроецирован. Обозначим через  $f(x)$  функцию, заданную на множестве всех вариантов  $x$  из  $A$  и имеющую числовые значения, определяемые критериальной шкалой. Такая функция и называется **критерием**.

Таким образом, использование критерия есть способ выражения различий в оценке альтернативных вариантов с точки зрения руководителя.

Выбор подмножества  $Y_A$  лучших вариантов из  $A$  по заданному критерию  $f(x)$  называется экстремизационным, если он осуществляется по правилу:

$$Y_A = \left\{ y \in A / \nexists x \in A : f(x) > f(y) \right\}$$

$$Y_A = \left\{ y \in A / \nexists x \in A : f(y) > f(x) \right\}.$$

То есть в  $Y_A$  включаются такие и только такие варианты, для которых в множестве  $A$  не существует вариантов, имеющих строго большую критериальную оценку.

В случае, когда имеется несколько критериев, будем говорить, что задан набор или вектор критериев  $\{f(x)\} = \{f_i(x), i = 1, n\}$ , где  $i$  - номер критерия, а  $n$  - число критериев. Поскольку ситуация может описываться не одним, а несколькими критериями, возникла необходимость расширения представления об экстремизационном выборе так, чтобы оно приводило к осмысленному выбору некоторого подмножества вариантов, лучших с точки зрения этого набора критериев. Для этого необходимо, чтобы неравенства выполнялись как векторные. То есть формулы заменим формулами:

$$Y_A = \left\{ y \in A / \exists x \in A : \{f(x)\} > \{f(y)\} \right\} \quad \text{или}$$

$$Y_A = \left\{ y \in A / \exists x \in A : \{f(y)\} > \{f(x)\} \right\}$$

где соотношение  $\{f(x)\} > \{f(y)\}$  означает, что  $f_i(x) > f_i(y)$ ,  $\forall i \in \{1, \dots, n\}$ .

Иногда знак  $>$  заменяется на  $\geq$  при дополнительном предположении, что хотя бы для одного  $i^* \in \{1, \dots, n\}$  строгое неравенство  $f_{i^*}(x) > f_{i^*}(y)$  сохраняется. Такое видоизмененное правило в литературе называют правилом Парето.

**Желательные свойства набора критериев.** Можно сформулировать следующие требования к набору критериев, связанному с принятием решений. Набор критериев должен быть полным, действенным, разложимым, неизбыточным и минимальным.

*Полнота набора сценариев.* Набор должен схватывать все важные аспекты проблемы. Набор критериев является полным, если с его помощью можно выразить степень достижения общей цели, то есть набор из  $n$  критериев полон, если, зная значение и-мерного критерия, связанного с общей целью, руководитель имеет полное представление о степени достижения общей цели. Заметим, что последнее определение не является конструктивным, а скорее дает некоторую идеальную меру полноты набора критериев.

Видимо, не существует формального метода определения полноты набора критериев; но каждый на собственном опыте мог убедиться, что неучет какого-либо фактора или группы факторов приводил к неуспеху проводимого мероприятия.

*Действенность критериев.* Руководитель должен понимать смысл критериев и их соответствие обсуждаемой проблеме. Критерии должны быть такими, чтобы их смысл можно было объяснить другим, особенно в тех случаях, когда важнейшей целью работы является выработка и защита определенной позиции, точки зрения и т. д.

*Разложимость.* Формальный анализ решения требует, чтобы было найдено количественное выражение, как предпочтений руководителя относительных последствий, так и его суждений о неоднозначно оцениваемых событиях. При использовании  $n$  критериев это означает, что необходимо построить и-мерную функцию предпочтения. Для задач с большим числом критериев полезно произвести декомпозицию задачи и разложить ее на подзадачи, каждая из которых содержит меньшее число критериев. То есть желательно, чтобы набор критериев был разложимым.

*Неизбыточность.* Критерии должны быть определены так, чтобы не дублировался учет одних и тех же аспектов решаемой проблемы.

*Минимальная размерность.* Желательно, чтобы набор критериев оставался настолько малым, насколько это возможно. Увеличение числа критериев приводит, с одной стороны, к более глубокому анализу решаемой задачи, с другой стороны, может сильно усложнить и запутать анализ, что приведет к ошибочности результатов.

Хорошо известно желание руководителя - указать как можно больше критериев, пытаясь связать каждый примитивный признак с самостоятельным критерием. Но чем больше число критериев, тем большее число сравниваемых вариантов попадают в категорию несравнимых. Поэтому желательно если не уменьшать число критериев (их неучет может привести к серьезным искажениям оценки объекта), то, во всяком случае, не увеличивать их.

**Векторная (многокритериальная) оптимизация** - направление в теории оптимизации, в котором критерием оптимальности является вектор с несколькими компонентами (критериями).

Пусть  $X$  обозначает *множество возможных решений*, содержащее по крайней мере два элемента. Через  $Se1X$  обозначим подмножество множества  $X$ , которое называют *множеством выбираемых (выбранных) решений*. Часто это множество состоит из одного элемента, но в некоторых задачах оно может содержать и большее число элементов. *Задача принятия решений* состоит в осуществлении выбора, т.е. в нахождении множества  $Se1X$  с использованием всей имеющейся в наличии информации.

Процесс выбора невозможен без того, кто осуществляет выбор, преследуя свои собственные цели. Человека (или целый коллектив, подчиненный достижению определенной цели), который производит выбор и несет ответственность за его последствия, называют *лицом, принимающим решение* (ЛПР).

Обычно выбранным (наилучшим) оказывается такое решение, которое наиболее полно удовлетворяет стремлениям, интересам и целям ЛПР. Желание ЛПР достичь определенной цели нередко удается в математических терминах выразить в виде максимизации (или минимизации) некоторой числовой функции, которую называют *целевой функцией* или *критерием*. Однако в более сложных ситуациях ЛПР приходится иметь дело не с одной, а сразу с несколькими функциями подобного типа.

Пусть имеется  $m$  ( $m \geq 2$ ) целевых функций, определенных на множестве  $X$ . Они образуют так называемый *векторный критерий*  $f = (f_1, f_2, \dots, f_m)$ , который принимает значения в  $m$ -мерном арифметическом пространстве  $R^m$ . Это пространство называют *критериальным пространством*.

Задачу выбора решений, включающую множество возможных решений  $X$  и векторный критерий  $f$ , называют *многокритериальной задачей* (или *задачей векторной оптимизации*).

## **Лекция 4.2. Теория многокритериальной оптимизации по Парето**

Ключевую роль в многокритериальной оптимизации играет понятие парето-оптимального решения. Решение  $x^* \in X$  называют *парето-оптимальным (оптимальным по Парето, эффективным или неуплучшаемым)*, если не существует другого возможного решения  $x \in X$ , такого, что  $f_i(x) \geq f_i(x^*)$  для всех номеров  $i = 1, 2, \dots, m$ , причем по крайней мере для одного номера  $j \in (1, 2, \dots, m)$  имеет место строгое неравенство  $f_j(x) > f_j(x^*)$ . Другими словами, парето-оптимальное решение не может быть улучшено (в данном случае - увеличено) ни по какому критерию (ни по какой группе критериев) при условии сохранения значений по всем остальным критериям. Множество всех парето-оптимальных решений часто обозначают  $P_f(X)$  и называют *множеством Парето* {множеством Эджворта-Парето} или *областью компромиссов*.

Заметим, что в частном случае, когда критерий всего один, т.е.  $m = 1$ , определение парето-оптимального решения превращается в определение точки максимума функции  $f$ , на множестве  $X$ . Это означает, что парето-оптимальное решение представляет собой обобщение обычной точки максимума числовой функции.

Если каждый критерий  $f_i$  трактовать как функцию полезности  $i$ -го участника экономики, то к понятию парето-оптимального решения приводит воплощение идеи социальной справедливости, состоящей в том, что для коллектива всех участников более выгодным будет только то решение, которое не ущемляет интересы ни одного из них в отдельности. При этом при переходе от одного парето-оптимального решения к

другому если и происходит улучшение (увеличение) одного из критериев, то обязательно это улучшение будет сопровождаться ухудшением (уменьшением) какого-то другого критерия (или сразу нескольких критериев). Таким образом, переход от одного парето-оптимального решения к другому невозможен без определенного компромисса. Отсюда и наименование множества Парето - область компромиссов.

При анализе и решении многокритериальных задач обычно считают выполненной так называемую *аксиому Парето*, согласно которой в случае выполнения неравенств  $f_i(x') \geq f_i(x'')$  для всех номеров  $i = 1, 2, \dots, m$ , где по крайней мере для одного номера

$j \in \{1, 2, \dots, m\}$  имеет место строгое неравенство  $f_j(x') > f_j(x'')$ , ЛПР из двух данных возможных решений  $x'$  и  $x''$  всегда отдает предпочтение первому из них.

Аксиома Парето фиксирует стремление ЛПР получить максимально возможные значения по всем имеющимся критериям. Кроме того, она показывает, что из пары произвольных решений, то из них, которое не является в этой паре парето-оптимальным, из указанной пары никогда выбирать не следует. Так как решения, которые не выбираются из пары, разумно не выбирать и из всего множества возможных решений, то в итоге приходим к так называемому *принципу Парето* (*принципу Эджворта-Парето*), в соответствии с которым **выбирать (наилучшие) решения следует только среди парето-оптимальных.**

Математическим выражением этого принципа служит включение

$$\text{Se}1X \subset P_f(X),$$

которое имеет место для любого множества выбираемых решений  $\text{Se}1X$ .

Основной проблемой в теории принятия решений при наличии нескольких критериев считается *проблема сужения множества Парето*, т.е. выбор наилучшего решения (или наилучших решений) в пределах множества Парето. Эта проблема не может быть решена без привлечения какой-то дополнительной информации о многокритериальной задаче. Чаще всего такой информацией являются сведения об относительной важности критериев.

Недавно проведенные исследования показали, что принцип Парето, т.е. указанное выше включение, не является универсальным, пригодным во всех без исключения многокритериальных задачах, и иногда может нарушаться. Принципа Парето следует придерживаться в тех случаях, когда ЛПР в процессе выбора ведет себя достаточно «рационально». Если же ЛПР действует в определенном смысле «нерационально», то для него наилучшим (выбранным) может оказаться и то решение, которое парето-оптимальным не является.

К настоящему времени свойства множества Парето изучены достаточно подробно. В общем случае множество Парето может

- оказаться пустым;
- состоять из одного элемента;
- содержать бесконечное число элементов;
- совпадать с исходным множеством возможных решений.

Легко доказывается, что для конечного множества возможных решений множество Парето всегда не пусто, т.е. имеет место неравенство  $P_f(X) \neq \emptyset$ . Следует также отметить, что в случае непрерывных целевых функций  $f_1, f_2, \dots, f_m$  и непустого компактного множества  $X$ ,  $X \subset \mathbb{R}^m$ , обязательно существует хотя бы одно парето-оптимальное решение.



Важную роль в многокритериальной оптимизации играют различного рода необходимые и/или достаточные условия парето-оптимальности. Здесь в первую очередь следует отметить следующий легко проверяемый результат.

Если существует такой набор положительных чисел  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$ , для некоторого возможного решения  $x' \in X$  выполняется неравенство

$$\sum_{i=1}^m \lambda_i f_i(x') \geq \sum_{i=1}^m \lambda_i f_i(x) \quad \text{для всех } x \in X, \quad (1)$$

то  $x^*$  - парето-оптимальное решение.

Согласно приведенному достаточному условию парето-оптимальности, максимизация скалярной функции с положительными коэффициентами  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$  на множестве  $X$ , которую называют *аддитивной сверткой критериев*, всегда приводит к парето-оптимальному решению (при условии, что указанная задача максимизации имеет решение).

При определенных дополнительных условиях имеет место и обратный результат, т.е. необходимое условие парето-оптимальности. Сформулируем этот результат.

Пусть множество возможных решений  $X, X \subset R^n$ , является выпуклым и все целевые функции  $f_1, f_2, \dots, f_m$  вогнуты на этом множестве. Для всякого парето-оптимального решения  $x'$  существует соответствующий набор неотрицательных

чисел  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$ ,  $\sum_{i=1}^m \lambda_i = 1$ , при котором имеет место неравенство (1).

Нетрудно заметить, что между достаточным (первым) и необходимым (вторым) условием парето-оптимальности имеется определенная «нестыковка». В достаточном условии требуется строгая положительность всех чисел  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$ , тогда как в необходимом условии эти числа неотрицательны и в сумме равны единице, а значит, они одновременно в нуль не обращаются, но среди них могут встречаться равные нулю.

Действительно, имеются примеры, когда максимизация аддитивной свертки, среди коэффициентов  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$ , которой могут встречаться нули, на множестве  $X$  приводит к решению, лежащему за пределами множества Парето.

Тем не менее, указанные результаты свидетельствуют о том, что задача многокритериальной оптимизации (точнее говоря, задача построения множества парето-оптимальных решений) в принципе может быть сведена к решению определенного семейства скалярных задач (т.е. задач с одним критерием). Такое сведение многокритериальной задачи к семейству скалярных задач называют *скаляризацией*. Тем самым, приведенные выше два результата служат фундаментом скаляризации на основе аддитивной свертки критериев.

Следует сказать, что к настоящему времени разработан богатый арсенал самых различных типов скаляризации многокритериальных задач.

Существуют определенные модификации понятия парето-оптимального решения. Например, возможное решение  $x'$  называют *оптимальным по Слейтеру (слабо эффективным)*, если не существует  $x \in X$ , для которого имеют место строгие неравенства  $f_i(x) > f_i(x')$ , для всех  $i = 1, 2, \dots, m$ .

Из приведенных определений следует, что всякое парето-оптимальное решение является оптимальным по Слейтеру. Обратное в общем случае места не имеет, так как существуют оптимальные по Слейтеру решения, не являющиеся парето-оптимальными. Таким образом, множество решений, оптимальных по Слейтеру, в общем случае шире множества Парето.

Имеются и другие разновидности понятия решения многокритериальной задачи. Среди них наиболее важным является понятие *собственно эффективного решения*. Для него выполняются аналогичные приведенным выше необходимые и достаточные условия, использующие аддитивную свертку, что и для парето-оптимального решения, но с коэффициентами  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$ , которые все строго положительны. Тем самым, для собственно эффективного решения указанная выше «нестыковка» необходимых и достаточных условий отсутствует.

Часто числа  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$  трактуют как коэффициенты относительной важности критериев. Следует отметить, что это чисто эвристический подход, не имеющий под собой математической основы. В настоящее время можно в общих чертах считать построенной математическую *теорию относительной важности критериев*, в рамках которой разработаны определения относительной важности как для пары критериев, так и в общем случае - для произвольной пары групп критериев. Показано, каким образом информацию об относительной важности критериев можно использовать для сужения множества Парето. Более того, установлено, что только на основе информации подобного типа (т.е. информации об относительной важности критериев) можно получить сколь угодно точное приближение для множества тех решений, которые претендуют на роль выбранных. Это говорит о принципиально важной роли, которую выполняет информация об относительной важности критериев в решении проблемы сужения множества Парето. Иными словами, в процессах принятия решений нужно лишь научиться выявлять такую информацию у ЛПР, а затем с помощью результатов теории относительной важности критериев - умело ее использовать.

### **Модуль «Имитационное моделирование»**

#### **Лекция 5.1. Системный подход как инструментарий для исследования сложных взаимосвязей в экономических системах. Определение прикладного системного анализа**

Любая экономическая система, являясь составной частью более общей системы (или экономической системы более высокого порядка), включает в себя элементы, характеризующие ее динамику, параметры состояния, вход-выходные воздействия, помехи и возмущения. ***Объектами при описании динамики конкретной системы являются – вход, параметры состояния, возмущения и помехи, процесс, выход, выраженные, как правило, в экономических размерностях, в правилах и способах описания.*** Внешними дополнениями являются целевая функция (или несколько локальных целевых функций), критерии оценки достижимости выполнения целей, стратегия реализация целей.

Структурообразующей основой любой экономической системы является производственные отношения, выступающие в качестве базиса всех общественных отношений.

Процесс функционирования экономической системы характеризуется сложностью, взаимными связями, ограничениями, изменяющимися внешними воздействиями, возмущениями и помехами, изменяющимися критериями и целями. Как правило, любая экономическая система расчленяется на составляющие ее подсистемы, объектно-ориентированные как по характеру обработки экономической информации, целям и критериям, так и по выполняемым функциям.

Границами системы принято считать ее входы и выходы, взаимодействующие с системой более высокого порядка. В экономических многоуровневых системах, как правило, выход одной системы (систем) является входом другой системы более высокого уровня.

Повторим, что *проблемой в системном анализе называют численное значение разности фактических значений целевой функции и их желаемых значения. Проблема может иметь и качественное изложение, которое, в конечном итоге, можно свести к одному или нескольким количественным параметрам (показателям).* Экономические системы отображаются в системном анализе при помощи математических моделей, использующих структурное (графо-аналитическое, топологическое, графическое и чисто математическое описание) представление в следующей последовательности:

*формирование проблемы исследований (максимизация прибыли, снижение собственных затрат, экономическая эффективность от расширения или прекращения производства);*

*неформальное (словесное, чисто графическое, содержательное, логическое) описание задачи исследований, целей, критериев, сроков исполнения;*

*построение структурной схемы (с помощью теории графов, исследований и выявление взаимосвязей параметров описания, переменных состояния объекта исследований);*

*построение математической модели объекта исследований, определение информационных потоков, способов регистрации и обработки информации, ее достоверности;*

*построение модели возмущений и помех, действующих как на материальные и энергетические компоненты описания (параметры, переменные, константы) математической модели, так и на информационные;*

*детализация информационного и математического описания параметров модели, уточнение ее состава и структуры, корректировка целей и задач проблемы;*

*программная реализация математической модели, имитационные расчеты, уточнение и корректировка модели и составляющих ее компонент;*

*анализ полученных результатов моделирования, сравнение результатов с заданными критериями, ответ на вопрос о достижении цели моделирования и цели системного анализа проблемы.*

*Объект управления* рассматривается в теории систем и системном анализе как неразрывное информационное единство материальных (или энерго-материальных) и информационных процессов. Это единство определяет цель функционирования и критерии оценки выполнимости цели. Не существует чисто информационных процессов и отдельно от них материальных процессов, не имеющих своих информационных образов, целей функционирования и не имеющих критериев оценки качества.

*Объект управления (или система управления) состоит из управляющей части (устройство управления, система управления, управляющая система) и управляемой ей части (материальные, энергетические, организационные, экономические процессы).*

*Управление является динамическим процессом, в котором как пассивная компонента информации, так и активная ее компонента являются функциями времени.*

**Информационная теория управления** рассматривает систему управления как средство реализации **цели системы** (или совокупности нескольких локальных целей), при использовании **стратегии реализации цели**.

Цель реализуется при известных **входных переменных** или входных параметров системы, ее **выходных переменных** или параметров, **параметров состояния** системы (вектора состояния), **управляющих воздействий**, а так же некоторых внешних и внутренних параметров, препятствующих выполнению цели системы или **вектора возмущений и помех**.

**Лемма 1.** Смысловое содержание информации, рассматриваемое с позиций полезности информации как для определения состояния или поведения объекта управления, так и ее полезности для достижения цели функционирования определяют **соответственно семантическое и прагматическое содержание информации** в задачах управления.

В соответствии с этим, показателем ценности информации будет функция чувствительности степени достижения рассматриваемой цели

$$Z(z_0 \rightarrow z_j) = \partial z / \partial \ln(j),$$

где  $Z(z_0 \rightarrow z_j)$  – функция ценности информации  $\ln(j)$ , возрастающей при **полезном** изменении прагматического и семантического аспекта информации.  $Z(..)$  образуют кривую прироста ценности информации для задач управления.

В приложении к мерам Шеннона, эта лемма устанавливает условия **снижения информационной неопределенности** совместно с отражением фактора ценности информации по отношению к реализации целевой функции. Кроме того, эта лемма имеет достаточно общий характер и не раскрывает связь информационной ценности с управлением – определяется не только потенциальная ценность информации, но и устанавливается связь с тем как она реализуется в процессах управления.

**Лемма 2.** Полезной информацией являются те характеристики организованности (или неорганизованности) информации о системе и внешней среде, которые, будучи использованными при принятии управленческих решений, способны уменьшить неорганизованность функционирования системы в отношении рассматриваемой  $Z(z_0 \rightarrow z_j)$  цели.

Рассматривая информацию с системных позиций, можно сделать вывод, что мера организованности системы в целом отображается численной мерой организованности пассивной и активной информации, используемой в задачах управления.

**Лемма 3.** Количество вероятностно-статистической информации, как частный случай информации о состоянии и поведении системы, находится через разность статистически неорганизованной информации до и после ее обработки и использования в задачах управления.

Вероятностно-статистическая информация может быть целевой, если в качестве параметра неупорядоченности рассматривается вероятностный характер информации (вероятностная неопределенность достижения цели). При этом системная цель может формулироваться в терминах теории вероятности, например, выполнение целевой функции может быть задано отношениями

$$P\{Z(z, ..z_n)\} = 1.0 \text{ или } P\{Z(z, ..z_n)\} \leq 0.95,$$

которые интерпретируются так - выполнение цели  $Z(z, .., z_n)$  должно быть достигнуто с вероятностью 1.0 (или не менее 0.95).

Полный информационный цикл ее обработки в терминах информационной теории управления состоит из следующих последовательных и взаимосвязанных этапов: восприятию информации о состоянии объекта управления (регистрации информации), переработки ее на основе заданных целей и критериев, предсказании изменения информации о поведении объекта управления и принятия и реализации управляющего воздействия.

Все процессы обработки информации в системном анализе функционирования исследуемого объекта определяются четырьмя показателями:

**количеством входной информации** ( $In^{ex}$ );

**ценностью входной информации**  $Zn(In^{ex})$  в терминах перечисленных выше лемм для достижения  $j$ -той цели;

**преобразующими свойствами алгоритма управления** (свойствами качества управления, квалификацией управленческого персонала, способностями достижения  $j$ -той заданной цели управления);

**информационными коэффициентами полезного действия** самого преобразователя  $In$  в управляющие воздействия.

## **Лекция 5.2. Понятие имитационного моделирования. Структура типовой имитационной системы**

Как отмечалось ранее, под имитационным моделированием понимается вид моделирования, при котором логико-математическая модель исследуемого объекта представляет собой алгоритм его функционирования, реализованный в виде программного комплекса для компьютера. В соответствии с этим определением, имитационной моделью называется логико-математическое описание системы, которое может быть исследовано в ходе проведения экспериментов с использованием средств вычислительной техники.

Имитационные модели могут применяться для:

- исследования границ и структур систем,
- определения и анализа критических элементов, компонентов и точек в исследуемых системах и процессах,
- синтеза и оценки предполагаемых решений,
- прогнозирования и планирования будущего развития исследуемых систем.

В имитационном моделировании предполагается, что систему можно описать в терминах, понятных вычислительной системе. Ключевым моментом при этом является выделение и описание состояний системы. Система характеризуется набором переменных, каждая комбинация значений которых описывает ее конкретное состояние. Следовательно, путем изменения значений переменных можно имитировать переход системы из одного состояния в другое. Таким образом, имитационное моделирование – это представление динамического поведения системы посредством продвижения ее от одного состояния к другому в соответствии с хорошо определенными операционными правилами.

Изменения состояний системы могут происходить либо непрерывно, либо в дискретные моменты времени. Хотя процедуры описания динамического поведения дискретно и непрерывно изменяющихся моделей различны, основная концепция имитации системы – отображение изменений ее состояния с течением времени – остается той же.

Как правило, основной независимой переменной в имитационном моделировании является время. Другие переменные, включенные в имитационную модель, являются функциями времени, т.е. зависимыми переменными.

При дискретной имитации зависимые переменные изменяются дискретно в определенные моменты времени, называемые моментами совершения событий. Переменная времени может быть либо непрерывной, либо дискретной, в зависимости от того, могут ли дискретные изменения зависимых переменных происходить в любые моменты времени, или только в определенные моменты. Как правило, в дискретных моделях значения зависимых переменных не изменяются в промежутках между моментами совершения событий.

При непрерывной имитации зависимые переменные модели изменяются непрерывно в течение имитационного времени. Непрерывная модель может быть либо непрерывной, либо дискретной по времени, в зависимости от того, будут ли значения зависимых переменных доступны в любой точке, или только в определенные моменты имитационного времени.

При комбинированной имитации зависимые переменные модели могут изменяться дискретно, непрерывно, или непрерывно с наложенными дискретными скачками. Время изменяется либо дискретно, либо непрерывно. Наиболее важный аспект комбинированной имитации заключается в возможности взаимодействия между дискретно и непрерывно изменяющимися переменными.

**Дискретное имитационное моделирование.** Элементы дискретных систем, такие как люди, оборудование, заказы и т.п., включенные в имитационную модель, называют ее компонентами. Каждый компонент описывается различными характеристиками (атрибутами). Компоненты, участвующие в действиях различного типа, могут иметь одну или несколько общих характеристик, что позволяет объединять их в группы. Группы компонентов называются файлами. Включение компонента в файл означает, что он логически связан с другими компонентами этого файла.

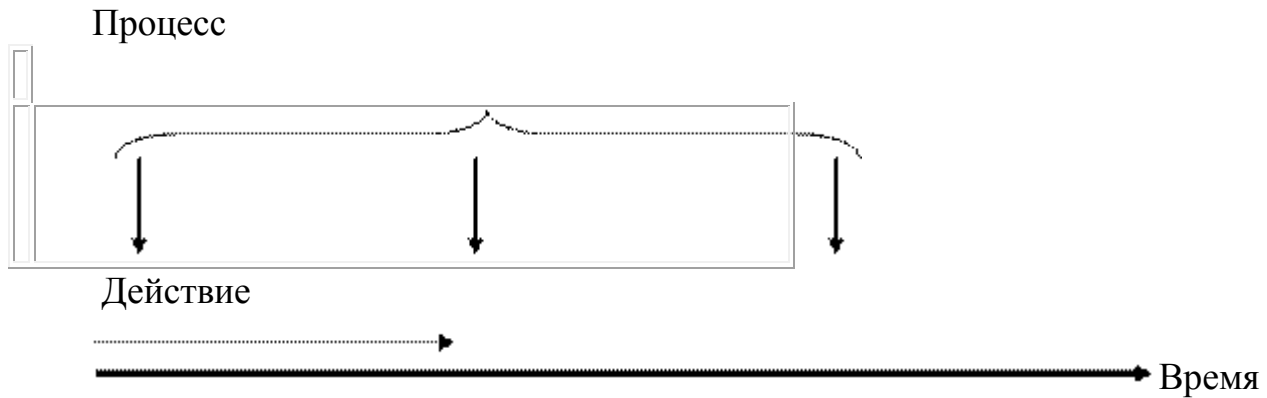
Целью дискретного имитационного моделирования является воспроизведение взаимодействий, в которых участвуют компоненты, и изучение поведения и функциональных возможностей исследуемой системы. Для этого выделяются состояния системы и описываются действия, которые переводят ее из одного состояния в другое. Говорят, что система находится в определенном состоянии, когда все ее компоненты находятся в состояниях, совместимых с областью значений, описывающих это состояние характеристик. Таким образом, имитация – это «динамический портрет» состояний системы во времени, т.е. воспроизведение поведения системы во времени.

При дискретной имитации состояние системы может меняться только в моменты совершения событий. Так как состояние системы не изменяется между этими моментами, полный динамический портрет состояний системы может быть получен путем продвижения имитационного времени от одного события к другому.

Функционирование дискретной имитационной модели можно задать одним из следующих способов:

- определяя изменения состояний системы, происходящие в моменты свершения событий;
- описывая действия, в которых принимают участие элементы системы;
- описывая процесс, через который проходят элементы.

Взаимосвязь между понятиями «событие», «действие» и «процесс» отражена на рис.



Событие Событие Событие

«прибытие» «Начало обслуживания» «Конец обслуживания»

Рис. Взаимосвязь между понятиями «событие», «действие» и «процесс»

Эти представления лежат в основе трех альтернативных методологических подходов к построению дискретных имитационных моделей, называемых обычно событийным подходом, подходом сканирования активностей (обозначает подход, ориентированный на действия) и процессно-ориентированным подходом.

Событийный подход. При событийном подходе система моделируется путем идентификации изменений, происходящих в ней в моменты совершения событий. Задача исследователя заключается в описании событий, которые могут изменить состояние системы, и определении логических взаимосвязей между ними. Имитация функционирования системы осуществляется путем выполнения упорядоченной во времени последовательности логически взаимосвязанных событий.

Подход сканирования активностей. При использовании подхода сканирования активностей разработчик модели описывает действия, в которых принимают участие элементы системы, и задает условия, определяющие начало и окончание этих действий. События, которые начинают или завершают действие, не планируются разработчиком модели, а инициируются по условиям, определенным для данного действия. Условия начала или окончания действия проверяются после очередного продвижения имитационного времени. Если заданные условия удовлетворяются, происходит соответствующее действие. Чтобы было выполнено каждое действие в модели, сканирование условий производится для всего множества действий при каждом продвижении имитационного времени.

Подход сканирования активностей наиболее эффективен для ситуаций, в которых продолжительность действия определяется в зависимости от того, насколько состояние системы удовлетворяет заданным условиям. Тем не менее, в силу необходимости сканирования условий для каждого действия, подход сканирования активностей менее эффективен по сравнению с событийным подходом, и поэтому находит ограниченное применение в дискретной имитации.

Процессно-ориентированный подход. Многие имитационные модели содержат последовательности компонентов, которые возникают в них по определенной схеме. Процессно-ориентированный подход, сочетая в себе черты событийного подхода и подхода сканирования активностей, обеспечивает описание прохождения компонентов через процесс, содержащий ресурсы. Простота этого подхода в том, что, как правило, логика событий закладывается в инструментарий разработки имитационной модели. Однако, этот подход является менее гибким, чем событийный. Кроме того, требуется постоянный анализ состояния ресурсов после их использования.

**Непрерывное имитационное моделирование.** В непрерывной имитационной модели состояние системы представляется с помощью непрерывно изменяющихся зависимых переменных, которые в отличие от дискретно изменяющихся переменных называются переменными состояния. Непрерывная имитационная модель создается путем задания уравнений для совокупности переменных состояния, динамическое поведение которых имитирует реальную систему. Модели непрерывных систем часто определяются в терминах производных переменных состояния.

**Комбинированные дискретно-непрерывные модели.** В комбинированных дискретно-непрерывных моделях независимые переменные могут изменяться как дискретно, так и непрерывно. В рамках методологии комбинированного моделирования исследуемая система описывается с помощью элементов, их атрибутов и переменных состояния. Поведение системы имитируется путем вычисления значений переменных состояния через небольшие отрезки времени и значений атрибутов элементов в моменты совершения событий.

В комбинированном моделировании применяется два типа событий: временные события (события, совершение которых планируется в определенные моменты времени) и события состояния (эти события не планируются, но происходят тогда, когда система достигает определенного состояния).

Понятие «событие состояния» аналогично понятию «сканирование активностей», в котором событие также не планируется, а инициируется определенным состоянием системы. Возможность возникновения события состояния должна проверяться при каждом продвижении имитационного времени.

## **Модуль 6 «Принципы математического моделирования экономического механизма»**

### **Лекция 6.1. Определение и составляющие экономического механизма.**

#### **Классический подход к анализу экономических механизмов. Простая модель**

Экономический механизм – это большая и сложная система, предназначенная для осуществления ориентированной, направленной деятельности отдельных субъектов и других экономических агентов и организаций на достижение общих для всех целей. Тем самым преодолевается на микроуровне стихийность, вызванная как случайностями в течении природных процессов, так и наличием собственных интересов у индивидуумов (отдельных производителей) и других более крупных экономических единиц (так называемое правило «невидимой руки»).

Математические модели, используемые для анализа экономического механизма, выходят за рамки общепринятых в курсах экономико-математических методов. Таким моделям в настоящем разделе уделено особое внимание.

При построении математических моделей экономического механизма прежде всего необходимо на формализованном уровне описать систему организационных, правовых, экономических и финансовых процедур и правил, использующихся и не использующихся в экономической практике, но в последнем случае представляющих научный интерес для исследования.

Далее, надо уметь на формализованном уровне (математических или в виде имитирующих алгоритмов) описать реакцию отдельных людей или целых коллективов на различные аспекты экономического механизма. Это означает, что должны быть разработаны принципы построения математических моделей, достаточно адекватно описывающие интересы людей и организаций, и учитывающие социальные и психологические факторы, которые воздействуют на принятие решений в реальности.



Следует учитывать, что принципы математического моделирования экономического поведения людей разработаны крайне в недостаточной степени.

Для решения проблем математического описания экономических механизмов в науке предлагаются разнообразные подходы и методы. Мы рассмотрим ограниченный, но весьма важный вопрос о моделировании взаимоотношений между производственной единицей (напр., предприятием) и вышестоящей организацией (руководством фирмы, министерства). При этом не будем затрагивать всю структуру их отношений, а ограничимся проблемой стимулирования рационального использования производственных ресурсов. Практическая важность этой проблемы очевидна, она поставлена Я.Корнаи и Т.Липтаком, после чего ею занимались многие специалисты.

Как следствие, имеется значительное число разнообразных подходов и направлений к анализу даже этой, ограниченной, проблемы. Каждое из направлений обладает собственной системой понятий и собственными методами исследования тех или иных аспектов проблемы. Поэтому в начале каждого раздела на основе одной простой и довольно условной модели системы производственных единиц будет дано представление о применяемых методах, а затем, если это окажется возможным, могут быть кратко описаны модели и результаты, которые были получены в соответствующих направлениях.

В качестве стандартной модели рассмотрим модель двухуровневой системы, структурная схема которой приведена на рис.1.

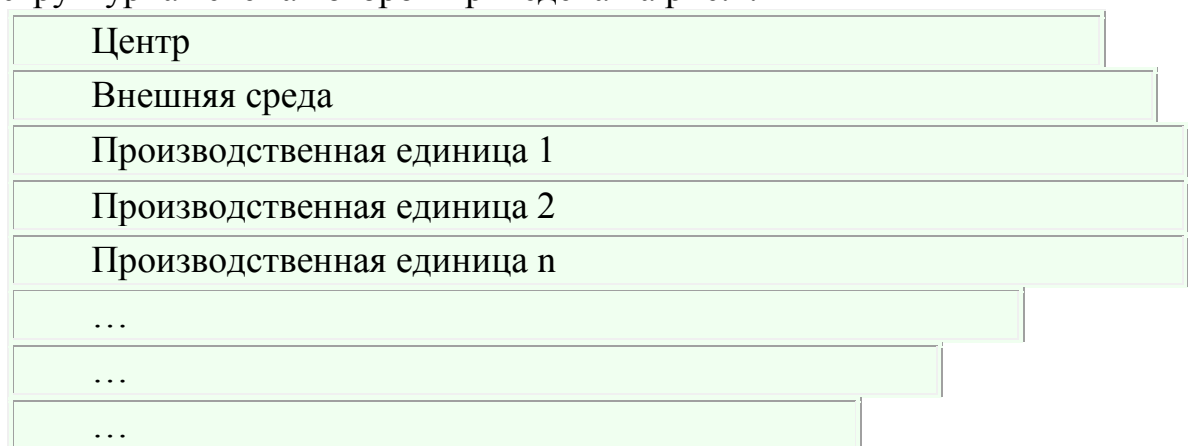


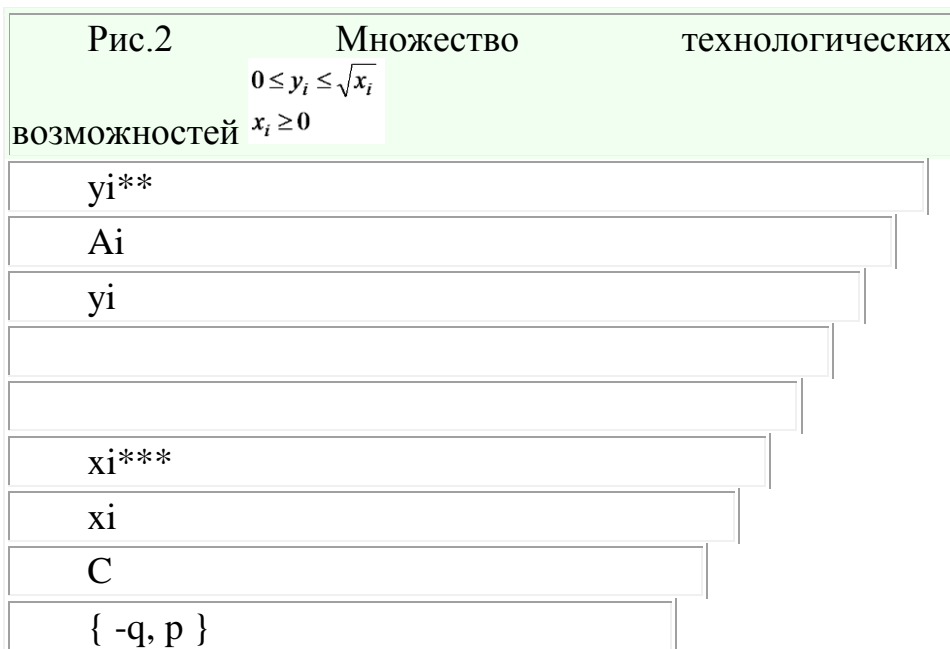
Рис. 1 Схема двухуровневой производственной иерархической структуры

В модели имеется  $n$  производственных единиц, руководство которыми осуществляется вышестоящей организацией (Центром). Блок «Внешняя среда» описывает воздействие на систему со стороны природы и других экономических систем. Пусть для простоты каждая производственная единица производит единственный продукт, используя для этого единственный ресурс.

Производство в  $i$ -й производственной единице опишем на основе концепции множества технологических возможностей, имеющего вид (рис.2), где:

$u_i$  - выпуск продукции,  $x_i$  - затраты ресурса,  $A_i$  – эффективность использования единицы ресурса (таким ресурсом может быть численность рабочих на предприятии или отработанные ими количество человеко-часов).

Задача Центра состоит в распределении ресурса между производственными единицами, причем в различных подходах возможности Центра и используемые им методы будут описываться различным образом, в зависимости от используемых концепций.



## Классический подход к анализу экономических механизмов

### Простая модель

Модели основаны на предположении о полной информированности Центра о возможностях производственных единиц. Пусть задача, стоящая перед Центром, состоит в таком распределении заданий отдельным производственным единицам, которое приводило бы к заранее заданному суммарному выпуску продукции  $Y^*$  при минимальных затратах ресурса. При этом необходимо построить такую систему стимулирования производства, которая делала бы план распределения ресурсов и выпуска продукции, выбранный Центром, наиболее предпочтительным и для производственных единиц, т.е. необходимо построить систему стимулирования, согласованную с планом.

В соответствии с рис.2 предполагается, что множество производственных возможностей предприятий имеет вид

$$0 \leq y_i \leq A_i \sqrt{x_i}; i = \overline{1, n} \quad (6.1)$$

причем известны величины  $A_i$ , отражающие эффективность производства отдельных единиц, известны Центру. Центр распределяет ресурс исходя из того, что производственные единицы используют полученные ресурсы эффективно, т.е.

$$y_i = A_i \sqrt{x_i}; i = \overline{1, n} \quad (6.2)$$

Выполнение объема производства на уровне необходимого выпуска (напр., рыночного спроса  $Y^*$ ) запишем в виде:

$$\sum_{i=1}^n y_i = Y^* \quad (6.3)$$

Требование экономии производственных ресурсов приводит к следующей формулировке целевой функции Центра:

$$X = \sum_{i=1}^n x_i \rightarrow \min \quad (6.4)$$

Для решения задачи (5.2)-(5.4), т.е. выбора такого варианта распределения ресурса  $x_i (i = \overline{1, n})$  и соответствующих производственных заданий  $y_i (i = \overline{1, n})$ , связанных с  $x_i$  соотношением (5.2), можно использовать метод множителей Лагранжа.

Функция Лагранжа имеет вид

$$L(x, v) = \sum_{i=1}^n x_i - v \left( \sum_{i=1}^n A_i \sqrt{x_i} - Y^* \right), \quad (6.5)$$

где  $v$  – множитель Лагранжа.

Для нахождения решения задачи (6.2)-(6.4) надо удовлетворить необходимому условию оптимальности – найти стационарные точки функции Лагранжа, т.е. точки  $(x^*, v^*)$ , в которых выполняются условия. ( $x^* = x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*$ ):

$$\frac{\partial L}{\partial x_i} = 0; i = \overline{1, n};$$

$$\frac{\partial L}{\partial v} = 0;$$

и проверить, что в них достигается минимум функции (6.4).

Так как

$$\frac{\partial L}{\partial x_i} = 1 - v \frac{A_i}{2\sqrt{x_i}}, i = \overline{1, n};$$

$$\frac{\partial L}{\partial v} = \sum_{i=1}^n A_i \sqrt{x_i} - Y^*,$$

то стационарная точка  $(x^*, v^*)$  удовлетворяет соотношениям

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{x_i^*} &= v^* \frac{A_i}{2}, i = \overline{1, n}; \\ \sum_{i=1}^n A_i \sqrt{x_i^*} &= Y^*. \end{aligned} \right\} \quad (6.6)$$

Из этих соотношений сразу следует, что

$$v^* = \frac{2Y^*}{\sum_{i=1}^n A_i^2}. \quad (6.7)$$

В силу вогнутости кривых производственных возможностей на рис.8, стационарная точка функции Лагранжа в данном случае (6.7) соответствует минимуму  $X$ . Поэтому оптимальное распределение ресурсов и производственные задания, соответствующие этому распределению ресурсов, имеют вид:

$$x_i^* = \frac{A_i^2}{\left( \sum_{i=1}^n A_i^2 \right)^2} (Y^*)^2, y_i = A_i \sqrt{x_i^*}, i = \overline{1, n} \quad (6.8)$$

Суммарное потребление ресурса при этом имеет значение

$$X^* = \sum_{i=1}^n x_i^* = \frac{1}{\sum_{i=1}^n A_i^2} (Y^*)^2$$

Распределение ресурсов и плановых заданий для производственных единиц, описываемое соотношениями (6.8), является оптимальным для Центра.

В какой степени это распределение соответствует интересам отдельных производственных единиц? Иначе управление будет носить административно-приказной, а не экономический характер, построенный на заинтересованности производителей.

Для этого необходимо описать интересы производителей. Наиболее часто предполагается, что на ресурсы и продукцию задаются цены, которые обозначим  $q$  и  $r$

соответственно. Причем производственные единицы влияния на цены не оказывают (условия, близкие к совершенной конкуренции). Считается, что производственные единицы заинтересованы в увеличении прибыли

$$\mathfrak{J}_i = py_i - qx_i; i = \overline{1, n} \quad (6.9)$$

Заинтересованность в увеличении прибыли может быть основана на том, что материальное положение и вытекающие из него различные льготы сотрудникам растут с ростом прибыли (6.9).

Чтобы оценить производственное задание и объемы ресурсов, в которых заинтересована производственная единица, рассмотрим, какой объем ресурсов и выпуск продукции приводит к максимизации прибыли (5.9) в случае, когда множество производственных возможностей описывается соотношением (6.1). Отметим, что при любом фиксированном Центром объеме ресурсов  $x_i$  максимум прибыли при любых

положительных ценах  $q$  и  $p$  достигается при  $y_i = A_i \sqrt{x_i}$ , т.е. когда производственные возможности используются полностью. Поэтому задача максимизации (6.9) при условии (6.1) эквивалентна задаче максимизации (6.9) при условии (6.2), т.е. надо максимизировать

$$\mathfrak{J}_i(x_i) = pA_i \sqrt{x_i} - qx_i$$

Поскольку необходимое условие максимума имеет вид

$$\frac{d\mathfrak{J}_i(x_i)}{dx_i} = pA_i \frac{1}{2\sqrt{x_i}} - q = 0 \quad (6.10)$$

то разрешая уравнение (6.10) относительно  $x_i$ , оптимальное количество ресурсов и соответствующий выпуск продукции  $y_i$  при данных ценах  $q$  и  $p$  и  $y_i = A_i \sqrt{x_i}$  будут равны

$$x_i^{**}(p, q) = \frac{p^2 A_i^2}{q^2 4}, y_i^{**}(p, q) = \frac{p A_i^2}{q 2} \quad (6.11)$$

Если цены  $q$  и  $p$  произвольны, то потребность в ресурсах  $x_i^{**}$  и выпуск продукции  $y_i^{**}$  не будут совпадать с величинами  $x_i^*$  и  $y_i^*$ , предпочтительными с точки зрения Центра. Это обычно приводит ко всевозможным действиям производственных единиц в части перераспределения ресурса в своих интересах. Поэтому целесообразно установить такие цены (по крайней мере, внутренние, в пределах фирмы, управляемой Центром), при которых распределение ресурсов, оптимальное для Центра, было бы оптимальным и для отдельных производственных единиц. Приравнявая формулы (6.6) и (6.11), легко заметить, что для этого достаточно положить

$$\frac{p}{q} = v^* = \frac{2Y}{\sum_{i=1}^n A_i^2} \quad (*)$$

Из этого соотношения вытекает экономический смысл оптимального значения множителя Лагранжа  $v^*$ : это такое соотношение цен ресурсов и внутренних цен продукции, при котором интересы Центра и отдельных производственных единиц совпадают. Остается сопоставить внутренние цены с рыночными, и проблема

согласования решений в двухуровневой рыночной экономической системе будет согласована в полной мере.

Пусть  $q^* > 0$  – произвольная цена продукции. Положим  $p^* = v^* q^*$ . Тогда  $x_i^{**}(p^*, q^*) = x_i^*$ ,  $y_i^{**}(p^*, q^*) = y_i^*$  для всех  $i$ .

Таким образом, система стимулирования оказывается согласованной с системой планирования производства при  $p = p^*$  и  $q = q^*$ .

Рассмотрим теперь произвольные цены  $q$  и  $p$ . На рис.2 изображена точка  $(x_i^{**}, y_i^{**})$ , оптимальная для  $i$ -го предприятия при данных ценах. Изменяя цены (неотрицательные!), можно сделать оптимальным для предприятия любое сочетание затрат и выпусков, принадлежащее кривой ОС, которая характеризует эффективное использование ресурса. Таким образом, Центр может назначить любой эффективный для  $i$ -го предприятия план затрат ресурсов и выпуска продукции  $(x_i, y_i)$ . При этом Центр может сделать с помощью цен выгодным его выполнение вне зависимости от того, был ли этот план получен на основе решения задачи (6.2)-(6.4) или некоторой другой задачи оптимизации, либо же он был назначен с помощью какой-либо неформализованной процедуры. При этом цены для  $i$ -го предприятия  $p_i$  и  $q_i$  могут не совпадать при различных  $i$ . Может возникнуть затруднение: цены приходится назначать для каждого предприятия в отдельности. Таким образом, переход от величин, полученных на основе задачи оптимизации (6.2)-(6.4), к произвольным эффективным для предприятия величинам  $(x_i, y_i)$  приводит к потере важного свойства системы стимулирования – единых цен на ресурсы и продукцию. С экономической точки зрения такая дифференциация цен может оказаться неприемлемой (дискриминация производителей), поэтому обсудим вопрос о том, в каких случаях удастся сохранить единые цены.

### Лекция 6.2. Условия сохранения единых цен

$$X = \sum_{i=1}^n x_i \quad \text{и}$$

Рассмотрим множество  $G$  таких значений суммарных затрат ресурсов

$$Y = \sum_{i=1}^n y_i$$

выпусков, которые могут быть реализованы изучаемой системой предприятий с производственными возможностями, описываемыми соотношениями (6.1).

Вид множества  $G$  можно представить себе, исходя из следующих соображений.

Во-первых, множество  $G$  выпукло. Во-вторых, в силу  $x_i \geq 0 (i = \overline{1, n})$  выполняется условие  $X \geq 0$ . В-третьих, при любых  $X \geq 0$  продукция, согласно (6.1), должна быть неотрицательной, т.е. нижняя граница множества  $G$  имеет вид

луча  $\{X \geq 0, Y \geq 0\}$ . Наконец, верхнюю границу множества  $G$  можно описать на основе решения задачи (6.2)-(6.4), которое имеет вид (6.8). Т.е. минимальные затраты ресурсов  $X^*$  зависят от суммарного выпуска  $Y^*$  следующим образом:

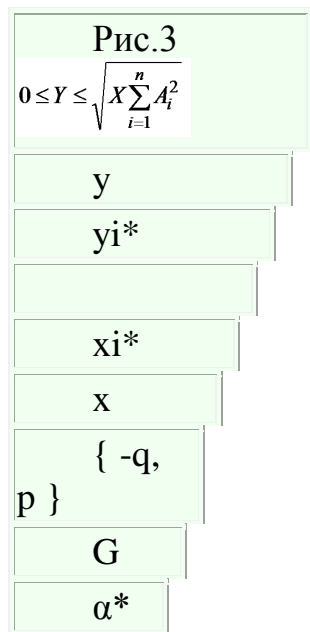
$$X^* = \frac{(Y^*)^2}{\sum_{i=1}^n A_i^2}$$

Это позволяет построить кривую минимальных затрат, т.е. зависимость  $X^*$  от  $Y^*$ . Обратная функция

$$Y^* = \sqrt{X^* \sum_{i=1}^n A_i^2} \quad (**)$$

задает кривую зависимости максимального выпуска продукции от затрат. Таким образом, множество G имеет вид (рис.3)

$$0 \leq Y \leq \sqrt{X \sum_{i=1}^n A_i^2}$$



а соотношение (\*\*\*) задает эффективную границу G. При изменении  $X^*$  от нуля до бесконечности  $Y^*$  также меняется от нуля до бесконечности.

Множитель Лагранжа в задаче (6.2)-(6.4) равен отношению прироста затрат к приросту выпуска на эффективной кривой, т.е. угол наклона касательной к эффективной кривой в точке  $(X^*, Y^*)$  (угол  $\alpha^*$  на рис.6.3), связан с множителем Лагранжа  $v^*$  соотношением

$$\operatorname{tg} \alpha^* = \frac{1}{v^*}$$

На основе формулы (\*) для множителя Лагранжа в задаче (6.2)-(6.4) получаем

$$\operatorname{tg} \alpha^* = \sum_{i=1}^n \frac{A_i^2}{2Y^*}$$

Таким образом, при изменении  $X^*$  от нуля до бесконечности множитель Лагранжа растет от нуля до бесконечности, а угол  $\alpha^*$  изменяется от 90 до нуля.

Рассмотрим некоторую произвольную точку  $(X, Y)$ , принадлежащую эффективной границе множества G. Решим задачу оптимизации (6.2)-(6.4) с  $Y=Y$  и найдем ее решение  $y_i$  и  $x_i$  ( $i = \overline{1, n}$ ), а также множитель Лагранжа  $v$ .

Очевидно, что 
$$\sum_{i=1}^n x_i = X, y_i = A_i \sqrt{x_i}$$

Т.к. в противном случае точка  $(X, Y)$  не лежала бы на эффективной границе G.

$$\frac{p}{q} = v$$

Как было показано выше, назначив цены  $p$  и  $q$  такими, что  $\frac{p}{q} = v$ , мы сделаем план затрат и выпуска выгодным для каждого из предприятий. Таким образом, проблема выбора стимулирующего механизма с ценами на ресурсы и продукцию, одинаковыми для всех предприятий, может быть решена, если выбранные каким-то образом

значения (X, Y) лежат на эффективной границе множества их достижимых значений. Можно показать, что это свойство сохраняется и для более сложных экономических систем.

По принципиально подобной схеме могут рассматриваться модели экономического механизма с несколькими ресурсами. Известны также методы построения систем стимулирования на основе двойственных оценок задач линейного программирования.

### **Лекция 6.3. Исследование реальных систем стимулирования производства.**

#### **Анализ стандартной системы производственных единиц. Воздействие хозяйственного механизма на показатели работы предприятия. Системный анализ и машинная имитация экономического механизма**

В этом разделе рассмотрены системы стимулирования, в которых главное внимание уделено возможно более точному описанию экономического механизма, а реакция производственной единицы на воздействие этой системы описывается упрощенно с помощью функциональных моделей либо не описывается вообще. Основные идеи иллюстрируются на основе стандартной модели системы производственных единиц.

#### **Анализ стандартной системы производственных единиц**

Пусть возможности производственных единиц описываются соотношением (6.1), а получаемая прибыль – соотношением (6.9)

Пусть предприятию выделяется определенная доля прибыли  $\varphi(\dot{A})$ . Эта часть прибыли используется на поощрение увеличения эффективности использования ресурсов в процессе производства, что приводит к зависимости коэффициента  $A_i$  от  $W_i = \varphi(\dot{A})$ . Например, в виде

$$A_i = k_i(W_i), i = \overline{1, n} \quad (6.13)$$

Функция (5.13) описывает в модели реакцию производственной единицы на различные величины поощрения. Оценка этой функции производится с помощью эконометрических методов. Они имеют свои достоинства и недостатки, но тем не менее успешно используются, например, при построении производственных функций.

После построения функции (6.13) исследование модели производится следующим образом: задаются различные варианты выделения ресурсов  $x_i$  и способы формирования фонда поощрения, т.е. функции  $\varphi(\dot{A})$ , а затем изучаются последствия принятых решений, т.е. выпуск продукции  $y_i$ . Таким образом удается проанализировать влияние изменений в системе стимулирования производства на деятельность производственных единиц. При этом вместо включения в модель недостаточно обоснованных предположений об интересах производственных единиц оценивается наблюдаемая в реальности связь между стимулированием и повышением эффективности. В случае сохранения без изменения других факторов, влияющих на эффективность производства, такое описание может оказаться достаточно адекватным. В связи с относительной простотой такой методики исследования с ее помощью удастся проанализировать сложные системы экономического стимулирования.

#### **Воздействие хозяйственного механизма на показатели работы предприятия**

Проанализируем возможности исследования влияния хозяйственного механизма на эффективность деятельности предприятия на основе такого подхода, когда поведения производственной единицы не описывается вообще. Вместо этого

исследователи анализируют вопрос о том, каково было бы рациональное поведение предприятия при различных целях, в том числе и совпадающих с целями вышестоящих организаций. При этом удастся оценить рассогласование возможных интересов предприятий и Центра. Можно также попытаться выяснить те критерии оптимизации, которые приводят к результатам, наиболее близким к реальности. Проиллюстрируем возможности подобного подхода на примере стандартной модели производственной единицы (6.1).

Т.к. будет рассматриваться единственная единица, то индекс  $i$  будем опускать. Цены на ресурс и продукцию будем считать фиксированными ( $p=1$ ). Выясним, какой объем ресурсов потребовала бы производственная единица и какой объем продукции был бы выпущен при разных критериях выбора решения, если бы ресурсы выдавались без ограничений.

В том случае, когда производственная единица максимизирует прибыль, решение имеет вид (6.8). Если же критерием является увеличение масштабов производства на предприятии (часто наблюдается в реальной жизни), то решение будет иным. Формально критерий, который, в отличие от максимизации прибыли, будем обозначать  $\hat{A}_2$ , имеет вид

$$\hat{A}_2 = x. \quad (6.14)$$

При использовании этого критерия необходимо ввести ограничения на прибыль снизу:  $\hat{A}_1 = y - qx \geq 0$ . (6.15)

В модели (6.1) максимально возможная при данном  $x$  прибыль  $\mathfrak{F}_1 = A\sqrt{x} - qx$  сначала растет с ростом  $x$ , а затем начинает падать. Поэтому требование неотрицательности прибыли (6.15) является единственным ограничением на рост масштабов производства в модели. Оно и определяет максимальные масштабы производства. Поэтому решение задачи максимизации с критерием (6.14) при выполнении (6.1)-(6.15) удовлетворяет условию

$$A\sqrt{x} - qx = 0, \text{ т.е.}$$

$$x = \frac{A^2}{q^2}, y = \frac{A^2}{q} \quad (6.16)$$

Это решение отличается от решения, оптимального в случае максимизации прибыли. Две различные цели – увеличение масштабов производства и увеличение прибыли – являются несовпадающими. Если одна из этих целей является целью Центра, а другая – предприятия, то интересы будут рассогласованы, и понадобятся изменения в экономическом механизме для их согласования.

Если в исследовании анализируется деятельность конкретного предприятия, то можно сравнить решения, принимавшиеся на данном предприятии, с решениями, полученными теоретически, и сделать вывод о принципах принятия решения администрацией предприятия. Если, например, реальный выпуск  $y$  и реальные затраты ресурса  $x$  совпадают со значениями (6.8), то логично предположить, что решения на предприятии принимаются исходя из увеличения прибыли. В случае совпадения реальных показателей с (6.16) можно предположить, что интересы администрации предприятия состоят в увеличении масштабов производства.

В том случае, когда реальное решение, характеризуемое величинами  $x$  и  $y$ , не совпадает ни с (6.8), ни с (6.16), например,



$$\underline{x} = \frac{A^2}{2q^2}, \underline{y} = \frac{A^2}{\sqrt{2}q}, \quad (6.17)$$

то возникает вопрос о таком описании интересов предприятия, при котором теоретический анализ модели приводил бы к решению (6.17). Для ответа на этот вопрос разумно построить множество достижимых значений показателей (6.14)-(6.15) для модели (6.1)-(6.15). Это множество – обобщенное множество достижимости (ОМД). В данном случае ОМД может быть построено аналитически.

Как видно из системы (6.18) (она же (6.14)-(6.15)), показатели  $\hat{A}1$  и  $\hat{A}2$  связаны с переменными модели  $x$  и  $y$  взаимно однозначно. Сразу находим

$$x = \hat{A}2, y = \hat{A}1 + q\hat{A}2.$$

Подставляя эти соотношения в описание модели (6.1)-(6.15), получаем

$$0 \leq \mathfrak{S}_1 + q\mathfrak{S}_2 \leq A\sqrt{\mathfrak{S}_2}, \mathfrak{S}_1 \geq 0 \quad (6.19)$$

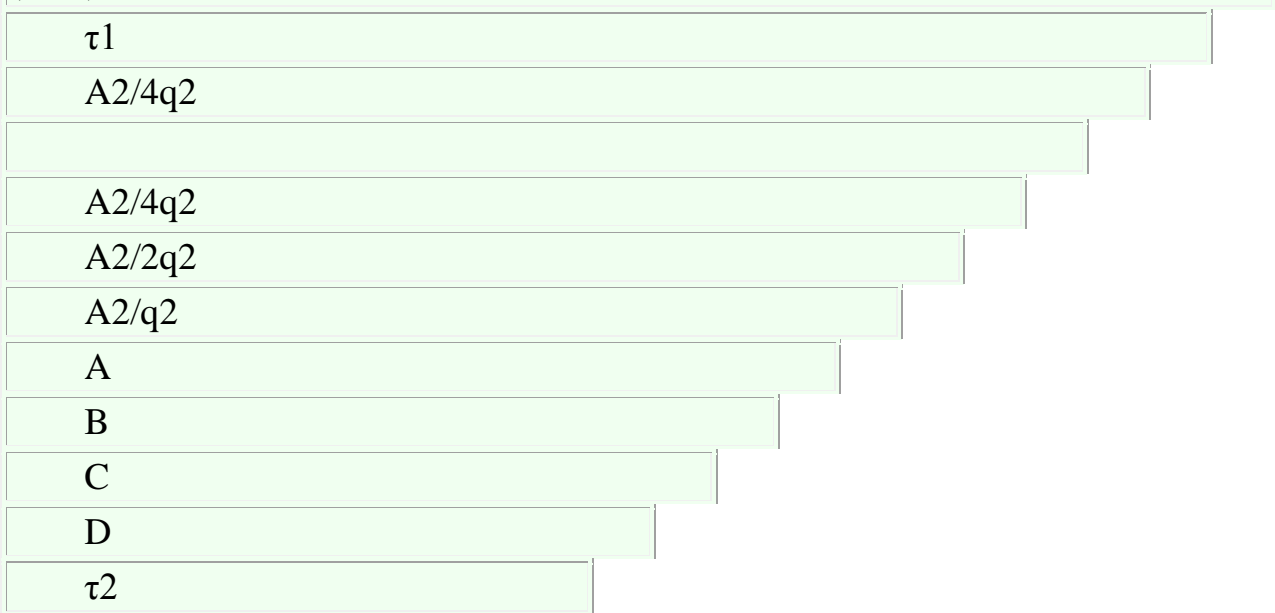
Множество достижимых значений показателей, описываемое этими соотношениями, изображено на рис.4.

Точка  $A$  этого множества соответствует поведению предприятия, максимизирующего прибыль, точка  $B$  – максимизирующего масштабы производства. Подсчитаем значение показателей в том случае, когда было использовано решение (6.17):

$$\underline{\mathfrak{S}}_1 = \underline{y} - qx = \frac{A^2}{\sqrt{2}q} - q \frac{A^2}{2q^2} = \frac{A^2(\sqrt{2}-1)}{2q},$$

$$\underline{\mathfrak{S}}_2 = \underline{x} = \frac{A^2}{2q^2}$$

Рис.4 Множество допустимых значений показателей для модели (6.1) – (6.15)



Рассмотрим точку  $C$ , соответствующую этим значениям показателей. Она лежит на границе ОМД и принадлежит эффективным (или недоминируемым, или неулучшаемым) точкам множества достижимых значений показателей. На рис.6.4 эффективное множество состоит из точек кривой  $AB$ , которой принадлежит и точка  $C$ .

Точка  $C$  в этом случае может рассматриваться как некоторый компромисс между улучшением показателя  $\hat{A}1$  и показателя  $\hat{A}2$ . Поэтому в том случае, когда решение, принятое в жизни, соответствует эффективной точке, можно утверждать, что

экономическое поведение предприятия не противоречит описанию его интересов на основе показателей прибыли  $A_1$  и масштабов производства  $A_2$ .

Пусть наблюдавшиеся в жизни решения администрации предприятия приводят к некоторой точке  $D$ , уже не принадлежащей множеству эффективных точек. Почему администрация предприятия не предприняла действий для достижения точки  $C$ , которая лучше точки  $D$  по обоим показателям? Ответ в том, что либо модель предприятия неверна, либо неверно описаны интересы администрации предприятия. Если модель верна, то остается анализировать деятельность предприятия в целях выявления других интересов, которые могли бы быть отражены в виде показателей модели.

Здесь может быть использован математический аппарат теории эффективных точек в моделях многокритериальной оптимизации, связанный с элементами теории компромиссов при принятии управленческих решений.

## **Модуль 7 «понятие цели. Закономерности целеобразования»**

### **Лекция 7.1. Определение цели. Закономерности целеобразования**

Закономерности целеобразования - закономерности формулирования целей в открытых системах с активными элементами.

Обобщение результатов исследований процессов целеобразования, проводимых философами, психологами, кибернетиками, и наблюдение процессов обоснования и структуризации целей в конкретных условиях позволили сформулировать некоторые общие принципы, закономерности, которые полезно использовать на практике.

Зависимость представления о цели и формулировки цели от стадии познания объекта (процесса) и от времени. Анализ определений понятия цель (см.) позволяет сделать вывод о том, что, формулируя цель нужно стремиться отразить в формулировке или в способе представления цели основное противоречие: ее активную роль в познании, в управлении, и в то же время необходимость сделать ее реалистичной, направить с ее помощью деятельность на получение определенного полезного результата. При этом формулировка цели и представление о цели зависит от стадии познания объекта, и по мере развития представления о нем цель может переформулироваться.

При формулировании и пересмотре цели коллектив, выполняющий эту работу, должен определить, в каком смысле на данном этапе рассмотрения объекта и развития наших представлений о нем употребляется понятие цель, к какой точке условной шкалы «идеальные устремления в будущее - реальный конечный результат деятельности» ближе принимаемая формулировка цели.

По мере углубления исследований, познания объекта цель может сдвигаться в одну или другую сторону шкалы, а соответственно должна изменяться и формулировка цели.

Зависимость цели от внешних и внутренних факторов. При анализе причин возникновения и формулирования целей нужно учитывать, что на цель влияют как внешние по отношению к системе факторы (внешние требования, потребности, мотивы, программы), так и внутренние факторы (потребности, мотивы, программы самой системы и ее элементов, исполнителей цели); при этом последние являются такими же объективно влияющими на процесс целеобразования факторами, как и внешние (особенно при использовании в системах управления понятия цели как средства побуждения к действию).

Цели могут возникать на основе взаимодействия противоречий, (или, напротив, коалиций) как между внешними и внутренними факторами, так и между внутренними факторами, существующими ранее и вновь возникающими в находящейся в постоянном самодвижении целостности.

Эта закономерность характеризует очень важное отличие открытых, развивающихся систем с активными элементами от технических систем, отображаемых обычно замкнутыми или закрытыми моделями. Теория управления последними оперирует обычно понятием цель как внешним по отношению к системе, а в открытых, развивающихся системах цели не задаются извне, а формируются внутри системы на основе рассматриваемой закономерности.

Возможность (и необходимость) сведения задачи формулирования обобщающей (общей, глобальной) цели к задаче ее структуризации.<sup>2</sup> Анализ процессов формулирования обобщенной (глобальной) цели в сложных системах показывает, что эта цель первоначально возникает в сознании руководителя или иного лица, принимающего решение, не как единичное понятие, а как некоторая, достаточно «размытая» область.

Исследования психологов показывают, что цель на любом уровне управления вначале возникает в виде некоторого «образа» или «области» цели. В наибольшей степени это проявляется на уровне глобальной цели. При этом достичь одинакового понимания этой области цели всеми ЛПР, видимо, принципиально невозможно без ее детализации в виде неупорядоченного или упорядоченного (в структуре) набора одновременно возникающих взаимосвязанных подцелей, которые делают ее более конкретной и понятной для всех участников процесса целеобразования.

Сказанное позволяет сделать вывод о том, что задача формулирования обобщающей цели в сложных системах не только может, но и должна сводиться к задаче структуризации или декомпозиции цели. Структура цели, коллективно формируемая, помогает достичь одинакового понимания общей цели всеми ЛПР и исполнителями.

Закономерности формирования структур целей. Следующие три закономерности развивают рассмотренные выше закономерности применительно к структурам целей.

Зависимость способа представления целей от стадии познания объекта. Цели могут представляться в форме различных структур: а) сетевых (декомпозиция во времени); б) иерархических различного вида (декомпозиция в пространстве) - древовидных (см. Дерево целей), со «слабыми связями», в виде страт (см.) и эшелонов (см.) М. Месаровича; в) в матричной (табличной) форме.

На начальных этапах моделирования системы, как правило, удобнее применять декомпозицию в пространстве, и предпочтительнее - древовидные иерархические структуры. Возникновение «слабых» иерархий можно объяснить тем, что цели вышестоящих уровней иерархии сформулированы слишком «близко» к идеальным устремлениям в будущее, а представление исполнителей о целях-задачах и подцелях-функциях не может обеспечить эти устремления.

Представление развернутой последовательности подцелей (функций) в виде сетевой модели требует хорошего знания объекта, знания законов его функционирования, технологии производства и т.п. Иногда сетевая структура может быть сформирована не сразу, а последующие подцели могут выдвигаться по мере достижения предыдущих, т. е. пространство между обобщающей целью и исходным первоначальным пониманием первой подцели будет заполняться как бы постепенно.

Такое представление может быть использовано и как средство управления, когда руководитель хорошо представляет себе конечную цель и ее декомпозицию во времени, но не уверен, что конечную цель сразу поймут исполнители; тогда он может выдвигать перед ними подцели постепенно по мере достижения предыдущей, корректируя их с учетом мнений и возможностей исполнителей.<sup>1</sup>

Перспективным представляется развертывание во времени иерархических структур целей, т. е. сочетание декомпозиции цели в пространстве и во времени.

Проявление в структуре целей закономерности целостности. В иерархической структуре закономерность целостности или эмерджентности (см. Целостность) проявляется на любом уровне иерархии. Применительно к структуре целей это означает, что, с одной стороны, достижение цели вышестоящего уровня не может быть полностью обеспечено достижением подчиненных ей подцелей, хотя и зависит от них, а, с другой, потребности, программы (как внешние, так и внутренние) нужно исследовать на каждом уровне структуризации. При этом получаемые разными ЛПР расчленения подцелей в силу различного раскрытия неопределенности могут оказаться разными, т.е. разные ЛПР могут предложить разные иерархические структуры целей и функций, даже при использовании одних и тех же принципов структуризации и методик.

Иными словами, эффект целеобразования проявляется на каждом уровне иерархии, но при этом большая неопределенность как бы расчленяется на более мелкие. Соответственно и задача анализа потребностей, мотивов, программ, влияющих на формирование обобщенной цели, тоже расчленяется на подзадачи анализа более частных потребностей, мотивов, программ на каждом уровне, что становится более реальным, и в результате появляется возможность согласования мнений ЛПР на каждом шаге структуризации.

Закономерности формирования иерархических структур целей. Учитывая, что наиболее распространенным способом представления целей в системах организационного управления является древовидная иерархическая структура или дерево целей, рассмотрим основные рекомендации по ее формированию:

приемы, применяющиеся при формировании древовидных иерархий целей, можно свести к двум подходам (см. Подходы к анализу и разработке систем): а) формирование структуры «сверху» - методы структуризации, декомпозиции, целевой или целенаправленный подход; б) формирование структуры целей «снизу» - морфологический, лингвистический, тезаурусный, терминальный подход; на практике обычно эти подходы сочетаются;

цели нижележащего уровня иерархии можно рассматривать как средства для достижения целей вышестоящего уровня, при этом они же являются целями для уровня нижележащего по отношению к ним (свойство «двуликого Януса»); поэтому в реальных условиях одновременно с использованием философских понятий «цель», «подцель», удобно разным уровням иерархической структуры присваивать различные названия, типа «направления», «программы», «задания», «задачи» и т. п.);

в иерархической структуре по мере перехода с верхнего уровня на нижний происходит как бы смещение «шкалы» цели (см.) - от цели-направления (цели-идеала, цели-мечты) к конкретным целям и функциям, которые на нижних уровнях структуры могут выражаться в виде ожидаемых результатов конкретной работы с указанием критериев оценки ее выполнения, в то время как на верхних уровнях иерархии указание критериев может быть либо выражено в общих требованиях (например, «повысить эффективность»), либо вообще не приводится в формулировке цели;

для того чтобы структура целей была удобной для анализа и организации управления, к ней рекомендуется предъявлять некоторые требования: расчленение на каждом уровне должно быть соразмерным, а выделенные части логически независимыми; признаки декомпозиции (структуризации) в пределах одного уровня должны быть едиными; число уровней иерархии и число компонентов в каждом узле должно (в силу гипотезы Миллера или числа Колмогорова) не превышать  $K = 7 \pm 2$ . Эти требования не всегда совместимы, и на практике нужно искать компромиссы;

процесс развертывания обобщенной цели в иерархической структуре, в принципе, может быть бесконечным, однако на практике ситуация иная: во-первых, в силу гипотезы Миллера число уровней иерархии следует ограничить до  $5 + 7$ , а во-вторых, на каком-то уровне возникает потребность изменить «язык» описания подцелей, и для того, чтобы не создавать сложностей при восприятии структуры, целесообразно считать одним «деревом цели» ту часть структуры, которая может быть сформирована в терминах одного «языка» (политического, экономического, инженерного, технологического и т. п.); иными словами, возникает потребность в стратифицированном представлении структуры целей.

Рассмотренные закономерности необходимо учитывать при разработке методик структуризации и структур целей.

## **Лекция 7.2. Виды и формы представления структур целей (сетевая структура, иерархическая структура, страты и эшелоны)**

Существуют различные виды структур целей.

1. Сетевая структура представляет декомпозицию элементов, представленных во времени. При сетевом представлении структуры системы принято использовать такие понятия как: вершина, ребро, путь, критический путь. Сетевые структуры систем отображают порядок операций или действий в системе. Например, с помощью сетевого графика описываются производственные этапы деятельности, при проектировании систем отображается ее сетевая модель, при создании плана производственной деятельности – сетевой план. Сетевые модели могут быть представлены однонаправленными, обратными и циклическими связями между элементами системы. Такие связи описываются в виде пути или критического пути между элементами. При системном анализе сетевых структур используются математический аппарат теории графов, а также теория сетевого планирования и управления, которая имеет прикладной характер.

2. Иерархическая структура представляет собой декомпозицию системы в пространстве, устанавливая уровневые связи (отношения) между элементами (подсистемами) в целом образовании.

Структуры, в которых каждый элемент нижележащего уровня подчинен одному узлу вышестоящего, называют древовидными, структурами типа «дерево» или структурами с «сильными» связями». Структуры, в которых элемент нижележащего уровня подчинен двум и более узлам (вершинам) вышестоящего, называют иерархическими структурами со «слабыми» связями. С помощью иерархических структур представляются цели и функции систем управления, организационные структуры предприятий.

3. В теории многоуровневых иерархических систем М. Месаровича представлены особые классы иерархических структур – страты, слои, эшелоны, отличающиеся различными принципами взаимоотношений элементов в пределах уровня и различным

правом вмешательства вышестоящего уровня в организацию взаимоотношений между элементами нижележащего.

Страты – это способ описания сложных структур с помощью замены их наиболее простыми моделями. При этом способе, каждая страта описывает свой уровень абстракции, сохраняя особенности входных и выходных параметров. Для каждого уровня существуют характерные особенности, законы и принципы, с помощью которых описывается поведение системы на этом уровне. Стратифицированное представление может использоваться и как средство последовательного углубления представления о системе, ее детализации: чем ниже по иерархии страт – тем детальнее изучение системы, чем выше – тем яснее смысл и значение всей системы. При представлении системы управлением предприятием страты могут соответствовать сложившимся соответствовать сложившимся уровням управления: управление технологическими процессами (собственно производственным процессом) и организационное управление предприятием. Если предприятие входит в объединение, то к этим двум стратам может быть добавлен уровень управления объединением.

Слои – этот вид структуризации предложен для организации процессов принятия решений. С целью уменьшения неопределенности ситуации выделяются уровни сложности принимаемого решения – слои, т.е. определяется совокупность последовательно решаемых проблем. При этом выделение проблем осуществляется таким образом, чтобы решение вышестоящей проблемы определяло бы ограничения (допустимую степень упрощения) при моделировании на нижележащем уровне, т.е. снижало бы неопределенность нижележащей проблемы, но без утраты замысла решения общей проблемы. Многослойные системы принятия решений возможно формировать для решения задач планирования и управления промышленными предприятиями, отраслями, народным хозяйством в целом, при этом в многослойной модели принятия решений возможно учесть изменения экономических и технологических условий производства.

Эшелоны – это способ описания иерархической структуры в виде относительно зависимых, взаимодействующих между собой подсистем (объектов). Такие многоэшелонные структуры описывают относительно независимые уровни управления. Часть (или все) подсистемы имеют права принятия решений, а иерархическое расположение подсистем (многоэшелонная структура) определяется тем, что некоторые из них находятся под влиянием или управляются вышестоящими. Основная отличительная особенность многоэшелонной структуры – предоставление подсистемам всех уровней определенной свободы в выборе ими собственных решений, причем эти решения могут быть (но не обязательно) не теми решениями, которые бы выбрал вышестоящий уровень. Месарович утверждает, что предоставление свободы действий в принятии решений компонентам всех эшелонов иерархической структуры повышает эффективность ее функционирования. Отношения, подобные принятым в эшелонированных структурах, реализуются в практике управления в форме холдинговых структур, или холдингов. Правила взаимоотношений между фирмами, банками, торговыми домами и другими организациями, входящими в холдинг, оговариваются в соответствующих договорах и других нормативно-правовых и нормативно-технических документах. Связь между уровнями управления представлена в виде координации процесса принятия решений в каждой подсистеме. Такая структурная организация связей между подсистемами управления принято называть многоцелевой иерархической структурой управления. Поэтому многоэшелонные структуры часто называют многоцелевыми.

4. Матричные структуры представляют взаимоотношения между уровнями иерархической структуры. Они могут быть описаны в виде древовидной иерархической структуры связей, двумерной матрицы со «слабыми» и «сильными» связями и многомерной матрицы. Матричная структура управления сочетает в себе линейный, функциональный и программно-целевой принципы управления.

5. Смешанные иерархические структуры с вертикальными и горизонтальными связями. Примером такой системы может послужить государственная система управления. Используются одновременно несколько видов структур – от древовидных до многоэшелонных. В таких смешанных иерархических структурах могут быть как вертикальные связи разной силы (управление, координация), так и горизонтальные взаимодействия между элементами (подсистемами) одного уровня. Впервые идея структур такого вида предложена В.М. Глушковым при разработке общегосударственной автоматизированной системы управления (ОГАС). Смешанный характер носит и организационная структура современного предприятия (объединения, акционерного общества и т.п.). Линейный принцип управления реализуется в оргструктурах с помощью древовидных иерархических структур; линейно-функциональные оргструктуры представляют собой иерархию со «слабыми» связями; программно-целевые структуры основаны на приоритете горизонтальных связей; матричные (тензорные) – на равноправии составляющих многомерной организационной структуры.

Структуры с произвольными связями используются, как правило, на начальном этапе исследования системы, для определения важных и необходимых элементов и установления лишь тех связей и отношений, которые оказывают наибольшее влияние на принятие управленческих решений.

### **Лекция 7.3. Разработка методик структуризации целей. Обобщенная методика анализа целей и функций систем управления. Пример структуризации целей и функций**

На рис. приведены признаки структуризации, рекомендуемые для разных уровней системы управления в различных работах по системному анализу, и указаны источники информации, которые могут использоваться при формировании разных уровней «дерева целей».

Уровни ЦФ	«дерева»	Признаки структуризации	Источники научно-технической информации
Верхние (политика)	уровни	Концепция системы: концепция Ю.И.Черняка; концепция А.И.Умова; концепция, учитывающая взаимодействие системы со средой В.Н.Сагатовского и др. Сферы деятельности. Структура деятельности. Уровни иерархии существующей системы управления.	- Законы и законодательные акты. Материалы центральных и отраслевых органов управлений. Документы высшестоящих организаций. Информационные материалы по обмену опытом. Материалы социологических опросов. (И т.д.)
Средние (наука)	уровни	Виды конечного продукта. Предметы деятельности. Деятельности.	Научно-технические отчеты. Материалы конференций, совещаний и т.п. Монографии,

Нижние уровни (техника и технологии)	цикл». Цикл управления. (И т.д.) статьи и т.п.
	Конструкция. Технология. Статьи и др. публикации. Основные элементы системы. Патенты и авторские «Часть – целое», «вид – род», свидетельства. Отчеты об «причина – следствие». экспериментах. Растры. Структура предложения Кадастры. Классификаторы. естественного языка: кто, что, Фактографические где, с помощью чего, когда и информационные сообщения о т.д. новой технике и технологии.
Рис. Признаки структуризации, рекомендуемые для разных уровней системы управления.	

### **Обобщенная методика анализа целей и функций систем управления**

В рассматриваемой обобщенной методике предусматривается возможность использования различных методик структуризации при формировании первоначального варианта структуры целей (основных направлений деятельности, развития) системы, несколько способов оценки вариантов будущих структур и выбор в конкретных условиях методики структуризации и методов оценки с учетом особенностей предприятий или организаций, периода их развития.

Кратко охарактеризуем этапы.

Этап 1. Формирование первоначального варианта (вариантов) структуры целей (основных направлений развития) и функций системы управления предприятием (объединением, организацией).

1. Определение принципов и выбор подхода к формированию структуры целей и функций (ЦФ) системы управления.

2. Применение методики, базирующейся на двойственном определении системы. Формируется матрица «цикл управления – объект управления».

3. Применение методики, базирующейся на концепции системы, учитывающей среду и целеполагание.

4. Применение методики, базирующейся на концепции деятельности.

5. Формирование структуры ЦФ на основе представлений ЛПР и обследования существующей системы управления.

6. Обобщение результатов выполнения подэтапов 1.2-1.5 и принятие решения о дальнейшем ходе работ.

Этап 2. Оценка первоначального варианта (вариантов) и его корректировка (или выбор наилучшего).

2.1. Оценка структуры целей и функций для выявления наиболее значимых составляющих.

1. Оценка структуры (вариантов структуры) с точки зрения ее формы и удобства для дальнейшего использования.

Наиболее целесообразно на основе обобщенной методики разработать методику для конкретного предприятия. Использование методик структуризации, базирующихся на различных концепциях, позволяет обеспечить полноту анализа целей и функций



системы управления предприятием (организацией) с точностью до принятой концепции.

Однако применение методик на практике сдерживается тем, что для полной последовательной реализации методики необходимы довольно большие затраты времени и труда.

### **Пример структуризации целей и функций в системах управления**

Рассмотрим формирование структуры целей и функций системы управления районом. При этом за основу целесообразно взять методику, учитывающую взаимодействие системы со средой (рис.1).

Первое из выделенных направлений характеризует взаимодействие системы управления районом с «надсистемой» (в качестве которой рассматривается территория и население). Для его структуризации применяется методика Акоффа - Эмери , которая позволяет раскрыть разносторонние сферы, необходимые для обеспечения жизнедеятельности района и его жителей (рис.2-а).

При структуризации второй ветви – «подведомственные системы» - используется классификатор видов деятельности, хорошо отработанный в методике Умова - Кошарского (рис.2 -б).

В актуальной среде следует выделить (рис.2-в) дружественную, конкурентную и безразличную (концепция В.Г.Колосова).

Последняя ветвь – это «собственно система управления», содержащая подцели и функции, которые обеспечивают выживание и развитие района и его администрации. Её следует структурировать с использованием методики, базирующейся на концепции Деятельности (рис.2-г).

При структуризации функций в разных ветвях структуры следует использовать признаки структуризации, рекомендованные для различных уровней системы на рис.2.

Система управления районом

Методика, учитывающая взаимодействие системы со средой

1. Надсистема
2. Подведомственные системы
3. Актуальная среда
4. Собственно система

Рис.2-а

Методика Акоффа - Эмери

Методика Умова – Кошарского

Методика, основанная на концепции деятельности

Концепция Колосова

Большинство составляющих известно опытным руководителям. Однако наглядное их представление и помещение на один уровень помогает осознать, что все они равноценны и только одновременная реализация программ по всем направлениям дает эффект целостности, обеспечит качество жизни и развитие района, региона, страны.

Рис.4 Структуризация каждого из направлений, выделенных на рис.

1. Надсистема

изобилие

правда

добро

красота

1.4 Культура

Спорт

1.3 Юстиция

Милиция

1.2 Наука

Образование

1.1 Экономика

Политика

а)

2. Подведомственные системы  
(ресурсы)

2.4 Кадры

2.3 МТО

2.2 Недвижимость

2.1 Финансы

2.5 Информация

б)

3. Актуальная  
среда

3.2

Конкурентная

3.1

Дружественная

3.3

Безразличная

в)

4. Собственно система управления

4.4 Автоматизация управления районом

4.3 Создание системы нормативно-методического обеспечения  
управления

4.2 Разработка (корректировка) организационной структуры  
управления

4.1 Прогнозирование развития и планирование деятельности  
района

4.5 Анализ факторов, влияющих на развитие района

цели

содержание и формы

методы

средства  
“входы”

г)

Рис.4 Детальная структуризация первой из ветвей структуры

1.1. Экономика

1.1.4 Налоговые службы

1.1.3 Транспорт. Связь

1.1.2 Строительство

1.1.5 Банки. Биржи

1.1.1 Промышленность

1.1.6 Здравоохранение

а)

1.2. Наука. Образование

1.2.4 Высшее образование

1.2.3 Среднее специальное образование

1.2.2 Среднее образование

1.2.1 Дошкольное воспитание

1.2.5 Научные исследования

б)

1.3. Юстиция. Милиция

1.3.4 Службы доверия

1.3.3 Милиция

1.3.2 Суд, прокуратура

1.3.1 Юридическая служба

1.3.5 Религиозные учреждения

в)

1.4. Культура. Спорт

1.4.4 СМИ

1.4.3 Выставочные залы

1.4.2 Кинотеатры

1.4.5 Бюро путешествий и экскурсий

1.4.1 Театры

1.4.6 Спорт. сооружения



## Список литературы

### 1. Основная литература:

1. Лукиных И.Г., основы системного анализаб курс лекций / И.Г. Лукиных; сост. И.Г. Лукиных; ВятГУ, СЭФ, каф. ММЭ. – Киров, 2006. – 90 с.
- Бесекерский, В.А. Теория систем и автоматического управления / В.А. Бесекерский, Е.П. Попов. – 4-е изд, перераб. И доп. – СПб: Изд-во «профессия», 2003. – 748 с.

### 2. Дополнительная литература

1. Пантелеев, А.В. Методы оптимизации в примерах и задачах: учеб. пособие / В.А. Пантелеев, Т.А. Летова. – М.: Высш. шк., 2002. – 544 с.: ил.
2. Плешакова, М.В. Деловые игры в экономике: методология и практика: учеб. пособие / В.А. Плешакова, Н.В. Чигиринская, Л.С. Шаховская. – М.: Кнорус, 2008. – 235 с.
3. Фомин, Г.П. математические методы и модели в коммерческой деятельности: учеб. / Г.П. Фомин. – М.: Финансы и статистика, 2001. – 544 с.
4. Шелобаев, С.И. Математические методы и модели в экономике, финансах и бизнесе: учеб. пособие / С.И. Шелобаев. – м.: ЮНИТИ, 2000. – 367 с.

Учебное издание

Рягтель Александра Владимировна

Теория систем и системный анализ

Учебное пособие (лекционный материал)

Подписано в печать . Печать цифровая. Бумага для офисной техники.

Усл. Печ. л. 7,38. Тираж 100 экз. Заказ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Вятский государственный университет»

610000, Киров, ул. Московская, 36, тел.: (8332) 64-23-56, <http://vytsu.ru>