А.И.Орлов

ТЕОРИЯ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ

Рекомендовано Советом Учебно-методического объединения ВУЗов России по образованию в области менеджмента в качестве учебного пособия по направлению «Менеджмент»

МОСКВА
2005

Орлов А.И.

Теория принятия решений. Учебное пособие / А.И.Орлов.- М.: Издательство «Экзамен», 2005. - 656 с.

Рецензенты: В.Н.Федосеев, доктор технических наук, профессор (Московский государственный технический университет им. Н.Э.Баумана);
Д.А.Новиков, доктор технических наук, профессор (Институт проблем управления Российской академии наук).

В учебном пособии дана структура современной теории принятия решений. Исходя из принципа: «Принятие решений – работа менеджера», в первой части рассмотрены основы технологии и процедур разработки и принятия управленческих решений. Вторая часть посвящена описанию вероятностно-статистических, интервальных, нечетких, а также связанных со шкалами измерения неопределенностей в теории принятия решений. Методам принятия решений, в том числе оптимизационным, вероятностно-статистическим, экспертным, посвящена третья часть. Моделирование как метод теории принятия решений и анализ ряда конкретных моделей – предмет четвертой части. Приводятся методы принятия решений как традиционные, так и недавно разработанные, даются примеры их применения для решения практических задач.

Каждая глава учебного пособия – это введение в большую область теории принятия решений. Приведенные литературные ссылки помогут выйти на передний край теоретических и прикладных работ, познакомиться с доказательствами теорем, включенных в учебное пособие.

Для студентов и преподавателей вузов, слушателей институтов повышения квалификации, структур второго образования и программ MBA («Мастер делового администрирования»), менеджеров,

экономистов, инженеров.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие

Решения принимают все – инженеры, менеджеры, экономисты, домохозяйки и космонавты. Принятие решений – основа любого управления. Поэтому знакомство с современной теорией принятия решений необходимо всем, связанным с системами управления. А управляет каждый из нас – хотя бы самим собой.

Учебное пособие состоит из четырех частей. Первая из них посвящена теоретическим основам и практическим примерам применения технологии и процедур разработки и принятия управленческих решений. На примере типовой задачи принятия решения о запуске в серию того или иного типа автомобиля показаны проблемы, возникающие при принятии решений. Рассмотрены четыре аналитических критерия принятия решений, а пятым - голосование как один из методов экспертных оценок. Вводятся основные понятия теории принятия решений: лица, принимающие решения (ЛПР), порядок подготовки решения (регламент), цели и ресурсы, риски и неопределенности, критерии оценки решения. Обсуждаются реальные процедуры принятия решений и их математико-компьютерная поддержка.

Во второй главе первой части прослежена роль принятия решений в работе менеджера – при прогнозировании, планировании, управлении командой, координации и контроле.

Рассмотрены последствия принятия решений для научно-технического и экономического развития. В третьей главе дан ретроспективный анализ развития фундаментальных и прикладных исследований по ядерной физике, проанализировано развитие науки и техники во второй половине XX века, прежде всего математических методов исследования и информационных технологий, рассмотрено взаимодействие фундаментальной и прикладной науки.

В четвертой главе более подробно рассмотрены вопросы принятия решений при стратегическом управлении. Основное внимание сосредоточено вокруг пирамиды планирования (миссия фирмы, стратегические цели, задачи и конкретные задания) и проблемы влияния горизонта планирования на принимаемые решения. Здесь же разобраны некоторые методы принятия решений в стратегическом менеджменте.

Пятая глава первой части учебного пособия посвящена подготовке и принятию решений при управлении инновационными и инвестиционными проектами. Рассмотрены инструменты инновационного и инвестиционного менеджмента, в частности, дисконт-функция и характеристики финансовых потоков. Обсуждается принципиально важная проблема оценки погрешностей характеристик финансовых потоков в связи с проблемой горизонта планирования.

Заканчивается первая часть анализом современных проблем принятия решений на основе информационных систем управления предприятием и контроллинга.

В дальнейших частях учебного пособия рассматривается научный инструментарий современной теории принятия решений. Для них первая часть является обширным введением, показывающим практическую пользу этого инструментария.

Вторая часть учебного пособия отведена способам описания неопределенностей в теории принятия решений. Первая глава касается теории измерений. Вводятся основные шкалы (наименований, порядковая, интервалов, отношений, разностей, абсолютная). Основное требования к методам обработки данных состоит в инвариантности выводов относительно допустимых преобразований шкал. Указано, какими средними величинами в каких шкалах можно пользоваться.

Подробно рассмотрены вероятностно-статистические методы описания неопределенностей в теории принятия решений. Разобраны основы теории вероятностей, включая описание случайных величин и их распределений, и суть вероятностно-статистических методов принятия решений. Обсуждается современное состояние прикладной статистики, типовые практические задачи и методы их решения, включая задачи описания данных, оценивания и проверка гипотез.

Третья глава второй части посвящена новому перспективному направлению - статистике интервальных данных. Вслед за основными идеями асимптотической математической статистики интервальных данных рассматриваются задачи оценивания характеристик и параметров распределений, проверки гипотез. Отметим, что методы оценивания параметров имеют другие свойства, чем в классическом случае. Развит асимптотический линейный регрессионный анализ для интервальных данных, интервальный дискриминантный анализ, интервальный кластер-анализ. Очерчено место статистики интервальных данных среди методов описания неопределенностей.

В заключительной четвертой главе описание неопределенностей проводится с помощью теории нечеткости. Рассмотрены практические примеры , в частности, методика ценообразования на основе теории нечетких множеств. Рассказано о статистике нечетких множеств. Нечеткие множества представлены как проекции случайных множеств, и продемонстрирована возможность сведения последовательности операций над нечеткими множествами к последовательности операций над случайными множествами.

Третья часть посвящена методам принятия решений. Сначала речь идет о простых и оперативных приемах принятия решений (включая декомпозицию задач принятия решений), не требующих применения развитых экономико-математических методов и моделей. Рассмотрен пример подготовки решения непосредственно на основе макроэкономических данных

Основное содержание второй главы - задачи оптимизации. В линейном программировании последовательно рассматриваются упрощенная производственная задача (с графическим решением) и двойственная к ней, задачи о диете, планировании номенклатуры и объемов выпуска, транспортная задача. Дается первоначальное представление о линейном программировании как научно-практической дисциплине. Рассмотрены методы решения задач линейного программирования: простой перебор, направленный перебор, симплекс-метод.

К целочисленному программированию относятся задача о выборе оборудования и задача о ранце. К ним примыкает тематика бинарных отношений и дискретной оптимизации в экспертных оценках - одном из инструментов принятия решений. Обсуждаются подходы к решению задач целочисленного программирования - метод приближения непрерывными задачами и методы направленного перебора.

Заключительный раздел второй главы - оптимизация на графах. Рассмотрены задачи коммивояжера, о кратчайшем пути, о максимальном потоке. Сформулирована задача линейного программирования при максимизации потока.

Третья глава посвящена некоторым из большого числа вероятностно-статистических методов принятия решений. Сначала рассматриваются эконометрические методы принятия решений в бурно растущей в настоящее время области менеджмента - контроллинге. Под эконометрикой в соответствии с общепринятым определением понимается наука, изучающая конкретные количественные и качественные взаимосвязи экономических объектов и процессов с помощью математических и статистических методов и моделей. Рассмотрены вероятностно-статистические проблемы принятия решений в условиях риска, подробно разобран практически полезный подход к оценке рисков для малых предприятий (на примере выполнения инновационных проектов в вузах). Завершается глава обсуждением вопросов принятия решений в условиях рисков инфляции

Экспертные методы принятия решений – предмет четвертой главы третьей части. Вслед за анализом примеров и основных идей экспертных методов обсуждаются математические методы анализа экспертных оценок. Методы средних баллов рассмотрены на примере сравнения восьми инвестиционных проектов. Проведено сравнение ранжировок полученных методом средних арифметических рангов и методом медиан рангов. Затем разобран способ согласования кластеризованных ранжировок. Один из часто используемых видов ответов экспертов - бинарные отношения. Дано их представление в виде матриц из 0 и 1 и введено расстояние Кемени между бинарными отношениями. Дискретная оптимизация применяется для получения результирующего мнения комиссии экспертов - медианы Кемени. На примере Федерального Закона «Об экологической экспертизе» (1995) рассмотрены практические проблемы применения экспертных оценок.

Заключительная четвертая часть посвящена применению метода моделирования в теории принятия решений и рассмотрению ряда конкретных семейств моделей. В первой главе рассмотрены основные понятия общей теории моделирования, в том числе математического, и методология моделирования, а также пример процесса подготовки решений на основе демографических моделей. Вторая глава посвящена типовым макроэкономическим моделям в теории принятия решений, в том числе моделям экономики отдельных стран и мирового хозяйства в целом, моделированию процессов налогообложения в России и других странах.

В третьей главе рассмотрено применение микроэкономических моделей в теории принятия решений. Обсуждаются модель функционирования промышленного предприятия, проблемы принятия решений в малом бизнесе на основе экономико-математического моделирования, принятие решений в задачах логистики (управления запасами).

Четвертая глава посвящена принятию решений на основе моделей обеспечения качества. Рассмотрены основы теории статистического контроля и практические вопросы принятия решений при статистическом контроле качества продукции и услуг. Показано, что выходной контроль качества продукции нужен не всегда. Обсуждаются удачные и неудачные примеры принятия решений в области качества и сертификации.

В заключительной пятой главе обсуждается компьютерная система ЖОК поддержки анализа и управления в сложных ситуациях и опыт ее использования. Рассмотрены основные идеи эконометрического метода компьютерного моделирования ЖОК, пример применения метода ЖОК для изучения факторов, влияющих на налогооблагаемую базу подоходного налога с физических лиц , возможность использования балансовых соотношений в системе ЖОК

Для написания этой книги у автора была два стимула. Во-первых, сделать доступным широкой массе читателей более чем тридцатилетний опыт междисциплинарного научного коллектива, действующего вокруг семинара «Экспертные оценки и анализ данных». Семинар был организован в 1973 г. и работал сначала в МГУ им. М.В.Ломоносова, а затем в Институте проблем управления Российской академии наук. Некоторое время автор руководил семинаром (вместе с коллегами). Именно в рамках этого междисциплинарного коллектива создана отечественная научная школа в области современной теории принятия решений.

Во-вторых, подготовить учебное пособие по теории принятия решений для обеспечения различных видов образовательных услуг. После сравнения различных подходов к преподаванию, многочисленных вариантов организации обучения автор решил взять за исходный пункт курс «Теория принятия решений» российско-французской программы МАСТЕР («Менеджмент промышленных систем»). Она с 1995 г. осуществляется на факультете «Инженерный бизнес и менеджмент» Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана совместно с Высшими техническими школами Парижа и Лиона.

Итак, учебное пособие опирается на научные разработки последних лет и практику преподавания в России и во Франции, с учетом достижений специалистов других стран.

Включенные в учебник материалы прошли многолетнюю и всестороннюю проверку. Кроме МГТУ им. Н.Э.Баумана, они использовались при преподавании во многих других отечественных и зарубежных образовательных структурах. О некоторых из них можно получить представление из справки «Об авторе» в конце книги.

Учебное пособие может быть использовано различными категориями читателей. Студенты дневных отделений управленческих и экономических специальностей найдут в нем весь необходимый материал для изучения различных вариантов курсов типа «Теория принятия решений», «Управленческие решения», «Экономико-математическое моделирование» и др. Особенно хочется порекомендовать учебное пособие тем, кто получает наиболее ценимое в настоящее время образование - на экономических факультетах в технических вузах. Слушатели вечерних отделений, в том числе получающие второе образование по экономике и менеджменту, смогут изучить основы теории принятия решений и познакомиться с вопросами ее практического использования. Менеджерам, экономистам и инженерам, изучающим теорию принятия решений самостоятельно или в Институтах повышения квалификации, учебное пособие позволит познакомиться с ее ключевыми идеями и выйти на современный уровень. Специалистам по теории принятия решений, экспертным оценкам, теории вероятностей и математической статистике эта книга также может быть интересна и полезна. В ней описан современный взгляд на рассматриваемую тематику, ее основные подходы и результаты, открывающие большой простор для дальнейших математических исследований.

В отличие от учебной литературы по математическим дисциплинам, в настоящей книге практически полностью отсутствуют доказательства. Однако в нескольких случаях мы сочли целесообразным их привести. При первом чтении доказательства теорем можно пропустить.

О роли литературных ссылок в учебном пособии необходимо сказать достаточно подробно. Прежде всего, книга представляет собой замкнутый текст, не требующий для своего понимания ничего, кроме знания стандартных учебных курсов по высшей математике и основам экономической теории. Зачем же нужны ссылки? Доказательства всех приведенных в учебнике теорем приведены в ранее опубликованных статьях и монографиях. Дотошный читатель, в частности, при подготовке рефератов и при желании глубже проникнуть в материал учебного пособия, может обратиться к приведенным в каждой главе спискам цитированной литературы. Далее, каждая из глав пособия - это только введение в большую область теории принятия решений, и вполне естественным является желание выйти за пределы введения. Приведенные литературные списки могут этому помочь. При этом надо помнить, что за многие десятилетия накопились большие книжные богатства, и их надо активно использовать.

Включенные в учебник материалы оказались полезными не только студентам дневных и вечерних факультетов и слушателям системы второго высшего образования, но и тем, кто обучается по программам переподготовки, «Мастер (магистр) делового администрирования» (MBA) и иным, в том числе международным. Автор благодарен своим многочисленным коллегам, слушателям и студентам, прежде всего различных образовательных структур Московского государственного технического университета им. Н.Э.Баумана (программа МАСТЕР), Российской экономической

академии им. Г.В. Плеханова и Академии народного хозяйства при Правительстве Российской Федерации (программа «Топ-Менеджер»), за полезные обсуждения.

С текущей научной информацией по теории принятия решений проще всего познакомиться на сайтах автора www.antorlov.chat.ru, www.newtech.ru/~orlov, www.antorlov.euro.ru, входящих в Интернет. Достаточно большой объем информации содержит еженедельная рассылка "Эконометрика", выпускаемая с июля 2000 г. (автор искренне благодарен редактору этого электронного издания А.А. Орлову за многолетний энтузиазм по выпуску еженедельника).

В учебном пособии изложено представление о теории принятия решений, соответствующее общепринятому в мире. Сделана попытка довести рассказ до современного уровня научных исследований в этой области. Конечно, возможны различные точки зрения по тем или иным частным вопросам. Автор будет благодарен читателям, если они сообщат свои вопросы и замечания по адресу издательства или непосредственно автору по электронной почте E-mail: http: //orlovs.pp.ru.

2004-05-24

1. ТЕХНОЛОГИЯ И ПРОЦЕДУРЫ РАЗРАБОТКИ И ПРИНЯТИЯ УПРАВЛЕНЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ

1.1. Введение в теорию принятия решений

Сначала разберем несколько упрощенный пример задачи принятия решений при управлении организацией, а потом введем основные понятия теории принятия решений.

1.1.1. Пример задачи принятия решения

Совет директоров фирмы "Русские автомобили" должен принять важное решение. Какой образец запускать в серию - маленького верткого "Алешу" или представительного "Добрыню"? Отличаются эти типы автомобилей прежде всего расходом бензина на 100 км пробега - "Добрыня" больше, тяжелее, а потому и бензина ему надо больше, чем "Алеше". Зато "Добрыня" гораздо солиднее и вместительнее. При дешевом бензине потребители предпочтут "Добрыню", при дорогом - "Алешу". Будущая цена бензина неизвестна, это – фактор риска для фирмы "Русские автомобили".

Итак, каждый из двух вариантов решения имеет плюсы и минусы. Для принятия решения явно не хватает следующей количественной информации:

- насколько вероятна к моменту выхода продукции на рынок низкая цена бензина и насколько - высокая;

- каковы будут финансовые результаты работы фирмы при различных вариантах сочетания цены бензина и типа выпускаемого автомобиля (а таких сочетаний четыре: низкая цена бензина - автомобиль "Алеша", низкая цена бензина - автомобиль "Добрыня", высокая цена бензина - автомобиль "Алеша", высокая цена бензина - автомобиль "Добрыня")

На эти вопросы генеральный директор фирмы заранее поручил ответить соответствующим специалистам. Перед началом заседания члены Совета директоров получают нужные для принятия решения количественные данные, сведенные в табл.1.

Таблица 1. Прибыль фирмы "Русские автомобили"
при выпуске автомобилей двух типов (млн. руб.)

Цена бензина	Тип "Алеша"	Тип "Добрыня"
Низкая (60 %)	750	1000
Высокая (40 %)	500	200

На заседании Совета директоров началась дискуссия.

- Полагаю, надо получить максимум в самом плохом случае, - сказал осторожный Воробьев. - А хуже всего будет при высокой цене бензина, прибыль фирмы по сравнению со случаем низкой его цены уменьшается при любом нашем решении. Выпуская "Алешу", заработаем 500 миллионов, а "Добрыню" - 200 миллионов. Значит, надо выпускать "Алешу" - и как минимум 500 миллионов нам обеспечены.

- Нельзя быть таким пессимистом, - заявил горячий Лебедев. - Скорее всего, цена бензина будет низкой (за это - 60 шансов из 100), а высокой - лишь как исключение. Надо быть оптимистами - исходить из того, что все пойдет, как мы хотим, цена бензина будет низкой. Тогда, выпуская "Добрыню", получим миллиард в бюджет фирмы.

- На мой взгляд, и пессимист Воробьев, и оптимист Лебедев обсуждают крайние случаи - самую худшую ситуацию и самую лучшую. А надо подходить системно, обсудить ситуацию со всех сторон, учесть обе возможности, - начал свое выступление обстоятельный Чибисов, когда-то изучавший теорию вероятностей. - Рассмотрим сначала первый вариант - выпуск "Алеши". Мы получим 750 миллионов в 60% случаев (при низкой цене бензина) и 500 миллионов в 40% случаев (при высокой его цене), значит, в среднем 750 х 0,6 + 500 х 0,4 = 450 + 200 = 650 миллионов. А для варианта "Добрыни" аналогичный расчет дает 1000 х 0,6 + 200 х 0,4 = 600 + 80 = 680 миллионов, т.е. больше. Значит надо выпускать "Добрыню".

- Предыдущий оратор рассуждает так, как будто мы будем выбирать тип автомобиля на каждом заседании Совета директоров, да и все данные в табл.1 лет сто не изменятся, - вступил в дискуссию экономист Куликов. - Но нам предстоит принять решение только один раз, и сделать это надо так, чтобы потом не жалеть об упущенных возможностях. Если мы решим выпускать "Добрыню", а к моменту выхода на рынок цена бензина окажется высокой, то получим 200 миллионов вместо 500 миллионов при решении, соответствующем будущей цене бензина. Значит, упущенная выгода составит 500 - 200 = 300 миллионов. При выпуске "Алеши" в случае низкой цены бензина упущенная выгода составит 1000 - 750 = 250 миллионов, т.е. будет меньше. Значит, надо выпускать "Алешу".

- Подведем итоги, - сказал председательствующий Медведев. - Выступили четверо, каждый привел убедительные доводы в пользу того или иного решения, каждый исходил из той или иной теоретической концепции. При этом за выпуск "Алеши" выступили Воробьев и Куликов, а за выпуск "Добрыни" - Лебедев и Чибисов. Будем голосовать.

Результаты голосования - 15 членов Совета директоров за выпуск "Добрыни", 8 (в основном более осторожные представители старшего поколения) - за выпуск "Алеши". Большинством голосов решение принято - фирмы "Русские автомобили" будет выпускать "Добрыню" (см. также по поводу рассмотренного примера главу 8 книги [1]).

Экспертные оценки - один из методов принятия решений. Какие выводы может извлечь менеджер из хода заседания Совета директоров фирмы "Русские автомобили"? Критерии принятия решения, выдвинутые четырьмя выступавшими, противоречили друг другу, два из них приводили к выводу о выгодности выпуска автомобиля "Алеша", а два - "Добрыня". И Совет директоров решил вопрос голосованием. При этом каждый из голосовавших интуитивно оценивал достоинства и недостатки вариантов. Т.е. выступал как эксперт, а весь Совет в целом - как экспертная комиссия. По-английски expert - это специалист, в русском языке эти два слова имеют несколько различающийся смысл: под экспертом обычно понимают весьма опытного высококвалифицированного специалиста, умеющего использовать свою интуицию для принятия решений.

1.1.2. Голосование - один из методов экспертных оценок

Голосование - один из методов принятия решения комиссией экспертов. Организация голосования, в частности, на собрании акционеров, имеет свои подводные камни. Многое зависит от регламента (т.е. правил проведения) голосования. Например, традиционным является принятие решений по большинству голосов: принимается то из двух конкурирующих решений, за которое поданы по крайней мере 50% голосов и еще один голос. А вот от какого числа отсчитывать 50% - от присутствующих или от списочного состава? Каждый из вариантов имеет свои достоинства и недостатки.

Если от присутствующих - то одно из двух решений будет почти наверняка принято (исключение - когда голоса разделятся точно поровну). Однако те, кто не был на собрании, могут быть недовольны. Если исходить из списочного состава, то возникает проблема явки на заседание. При слабой явке решения присутствующими должны приниматься почти единогласно, следовательно, в ряде случаев ни одно из конкурирующих решений не будет принято. А если придет меньше 50% от утвержденного списочного состава, то принятие решений станет вообще невозможным. Перечисленные сложности увеличиваются, если регламентом предусмотрено квалифицированное большинство - 2/3 и еще один голос.

Еще одна проблема - как быть с воздержавшимися? Причислять ли их к голосовавшим "за" или к голосовавшим "против"? Рассмотрим условный пример - результат голосования по трем кандидатурам в Совет директоров (табл.2). Наиболее активным и результативным менеджером является И.И. Иванов. У него больше всего сторонников, но и больше всего противников. Его соперник П.П. Петров меньше себя проявил, у него меньше и сторонников, и противников. Третий - С.С. Сидоров - никому не известен, и относительно его кандидатуры все участники голосования воздержались.

Таблица 2. Результаты голосования при выборах в Совет директоров

Кандидатура	За	Против	Воздержались
Иванов И.И.	200	100	100
Петров П.П.	150	50	200
Сидоров С.С.	0	0	400

Пусть надо выбрать одного человека в Совет директоров. Если председатель заседания спрашивает: "Кто за?", то проходит И.И. Иванов. Если он, видя усталость зала от обсуждения предыдущих вопросов, спрашивает: "Кто против?", то выбирают "темную лошадку" С.С. Сидорова, поскольку активные противники остальных менеджеров "выбивают" их из соревнования. При выборе двух членов Совета директоров вопрос "Кто за?" приводит к выборам И.И. Иванова и П.П. Петрова, а вопрос: "Кто против?" - к выборам С.С. Сидорова и П.П. Петрова. Поэтому, желая избавиться от И.И. Иванова, председатель может при выборах ставить вопрос так: "Кто против?".

Нетрудно видеть, что вопрос: "Кто за?" автоматически относит всех воздержавшихся к противникам данного кандидата, а вопрос "Кто против?" - к сторонникам. Успех никому не известного С.С. Сидорова связан именно с этим - он не нажил себе врагов.

Теория и практика экспертных оценок - развитая научная и практическая дисциплина с большим числом подходов, идей, алгоритмов, теорем и способов их практического использования. Подробнее о ней пойдет разговор в одной из следующих глав. Однако необходимо подчеркнуть - *менеджер отвечает за принятие решений* *и не имеет права переложить ответственность на специалистов.*

1.1.3. Основные понятия теории принятия решений

Всем опытным управленцам хорошо известно, что один из наиболее эффективных интеллектуальных инструментов менеджера – это теория принятия решений. Подробно разобранный пример выбора типа автомобиля для запуска в серию наглядно демонстрируют ряд основных понятий теории принятия решений.

Кто принимает решения? Решение о выборе того или иного типа автомобиля для запуска в серию принимал Совет директоров фирмы "Русские автомобили" большинством голосов. Однако в подготовке решения участвовали и другие люди - специалисты, подготовившие информацию, приведенную в табл.1.

В теории принятия решений есть специальный термин - Лицо, Принимающее Решения, сокращенно ЛПР. Это тот, на ком лежит ответственность за принятое решение, тот, кто подписывает приказ или иной документ, в котором выражено решение. Обычно это генеральный директор или председатель правления фирмы, командир воинской части, мэр города и т.п., словом - ответственный работник. Но иногда действует коллективный ЛПР, как в случае с Советом директоров фирмы "Русские автомобили" или Государственной Думой Российской Федерации.

Проект решения готовят специалисты, как говорят, "аппарат ЛПР", часто вместе с сотрудниками иных организаций. Если ЛПР доверяет своим помощникам, то может даже не читать текст, а просто подписать его. Но ответственность все равно лежит на ЛПР, а не на тех, кто участвовал в подготовке решения.

При практической работе важно четко отделять этап дискуссий, когда рассматриваются различные варианты решения, от этапа принятия решения, после которого надо решение выполнять, а не обсуждать.

Порядок подготовки решения (регламент). Часты конфликты между менеджерами по поводу сфер ответственности - кто за что отвечает, кто какие решения принимает. Поэтому очень важны регламенты, определяющие порядок работы. Недаром любое собрание принято начинать с утверждения председательствующего, секретаря и повестки заседания, а работу любого предприятия или общественного объединения - с утверждения его устава. Влияние регламента на результаты принятия решений показано выше при обсуждении процедур голосования.

Цели. Каждое решение направлено на достижение одной или нескольких целей. Например, Совет директоров фирмы "Русские автомобили" желал:

- продолжать выполнять миссию фирмы, т.е. выпуск автомобилей;

- получить максимальную возможную прибыль (в условиях неопределенности будущих цен на бензин).

Эти две цели можно достичь одновременно. Однако так бывает не всегда.

Например, часто встречающаяся формулировка "максимум прибыли при минимуме затрат" внутренне противоречива. Минимум затрат равен 0, когда работа не проводится, но и прибыль тогда тоже равна 0. Если же прибыль велика, то и затраты велики, поскольку и то, и другое связано с объемом производства. Можно либо максимизировать прибыль при фиксированных затратах, либо минимизировать затраты при заданной прибыли, но невозможно добиться "максимума прибыли при минимуме затрат".

Одной и той же цели можно, как правило, добиться различными способами. Например, миссия фирмы "Русские автомобили" будет осуществляться и при выпуске машин типа "Алеша", и при выпуске "Добрыни".

Ресурсы. Каждое решение предполагает использование тех или иных ресурсов. Так, Совет директоров фирмы "Русские автомобили" исходит из существования производства (системы предприятий), позволяющего выпускать автомобили типа "Алеша" и типа "Добрыня". Если бы такого производства не было, то и дискуссия в Совете директоров не имела бы смысла. Конечно, можно было бы сначала обсудить вопрос о строительстве заводов, о посильности таких затрат для фирмы...

Кроме того, предполагается, что у фирмы достаточно финансовых средств, материальных и кадровых ресурсов для массового выпуска автомобилей и того, и другого типа. Ведь надо сначала подготовить производство и работников, закупить сырье и комплектующие изделия, произвести и реализовать продукцию. И только потом получить прибыль (как разность между доходами и расходами).

В повседневной жизни мы чаще всего принимаем решения, покупая товары и услуги. И тут совершенно ясно, что такое ресурсы - это количество денег в нашем кошельке.

При практической работе над проектом решения важно все время повторять: "Чего мы хотим достичь? Какие ресурсы мы готовы использовать для этого?"

Риски и неопределенности. Почему четверо выступавших членов Совета директоров разошлись во мнениях? В частности, потому что они по-разному оценивали риск повышения цен на бензин, влияние этого риска на успешность достижения цели.

Многие решения принимаются в условиях риска, т.е. при возможной опасности потерь. Связано это с разнообразными неопределенностями, окружающими нас. Кроме отрицательных (нежелательных) неожиданностей бывают положительные - мы называем их удачами. Менеджеры стараются застраховаться от потерь и не пропустить удачу.

Внутренне противоречива формулировка: "Максимум прибыли и минимум риска". Обычно при возрастании прибыли возрастает и риск - возможность многое или все потерять.

Вернемся к табл.1. Неопределенность не только в том, будет цена на бензин высокой или низкой. *Неопределенности - во всех числах таблицы*. Шансы низкой цены на бензин оценены в 60%. Этот прогноз, очевидно, не может быть абсолютно точным. Вместо 60 % следовало бы поставить, скажем, (60±3) % . Тем более содержат неустранимые неточности данные о предполагаемой прибыли. Ведь для того, чтобы ее рассчитать, необходимо:

- оценить затраты на подготовку производства и выпуск продукции (это можно сделать достаточно точно, особенно при отсутствии инфляции);

- оценить число будущих покупателей в зависимости от цены и установить оптимальную цену, обеспечивающую максимальную прибыль (отделу маркетинга сделать это достаточно трудно, хотя бы потому, что промежуточным этапом является прогноз социально-экономического развития страны, из которого вытекают финансовые возможности и предпочтения потребителей, размеры налогов и сборов и др.).

В результате вместо 1000 в таблице должно стоять, скажем, 1000±200. Следовательно, рассуждения четырех членов Совета директоров, опирающихся на числа из табл.1, строго говоря, некорректны. Реальные числа - иные, хотя и довольно близкие. Необходимо изучить устойчивость выводов по отношению к допустимым отклонениям исходных данных, а также по отношению к малым изменениям предпосылок используемой математической модели. Речь идет об общеинженерной идее - любое измерение проводится с некоторой погрешностью, и эту погрешность необходимо указывать.

Критерии оценки решения. Вспомните еще раз дискуссию в

Совете директоров фирмы "Русские автомобили". Каждый из выступавших использовал свой критерий для выбора наилучшего варианта решения.

Воробьев предлагал исходить из наихудшего случая высокой цены бензина. Фактически он рассматривал внешний (для фирмы) мир как врага, который всячески будет стараться уменьшить прибыль фирмы. И в условиях жесткого противодействия со стороны внешнего мира он предлагал выбрать наиболее выгодный вариант решения - выпуск "Алеши". Подход Воробьева хорош при рассмотрении совершенно бескомпромиссного противостояния двух противников, имеющих противоположные интересы, например, двух армий воюющих между собой государств. Существует математизированная наука - т.н. *теория игр*, - в которой рассматриваются методы оптимального поведения в условиях антагонистического или иного конфликта. В дискуссии о выборе типа автомобиля для запуска в серию позиция Воробьева - это позиция крайнего пессимиста, поскольку нет оснований считать внешний мир активным сознательным противником фирмы. Отметим также, что наиболее плохой случай, на который ориентируется теория игр, встречается сравнительно редко (согласно табл.1 - в 40% случаев).

Подход оптимиста Лебедева прямо противоположен подходу Воробьева. Предлагается исходить из самого благоприятного стечения обстоятельств. Внешний мир для Лебедева - друг, а не враг. И надо сказать, что для такой позиции есть основания - низкая цена на бензин в полтора раза вероятнее высокой. С точки зрения теории планирования предложение Лебедева можно было бы взять за основу, добавив возможности коррекции плана в случае неблагоприятных обстоятельств, а именно, повышения цены на бензин. И тут мы наталкиваемся на неполноту дискуссии в Совете директоров - никто не рассмотрел возможность подготовки производственной программы "двойного назначения". Выполнение такой программы обеспечивало бы гибкость управления - при низкой цене на бензин был бы налажен выпуск "Добрыни", а при высокой - "Алеши". В частности, такую гибкость обеспечивало бы повышение стандартизации автомашин фирмы, использование в них одних и тех же узлов и деталей, применение для их изготовления одних и тех же технологических процессов.

С чисто логической точки зрения оптимизм Лебедева не менее и не более оправдан, чем пессимизм Воробьева. Люди вообще и менеджеры в частности делятся на два типа - оптимистов и пессимистов. Особенно четко различие проявляется при вложении капитала, поскольку, как правило, увеличение прибыли связано с увеличением риска. Одни люди предпочтут твердый доход (да еще и застрахуются), отказавшись от соблазнительных, но рискованных предложений. Другой тип людей - оптимисты и авантюристы, они уверены, что им повезет. Такие люди надеются разбогатеть, играя в лотерею.

Надо иметь в виду, что на человека выигрыш или проигрыш одной и той же суммы могут оказать совсем разное влияние. Выигрыш приносит радость (но не счастье), в то время как проигрыш может означать разорение, полный крах, т.е. несчастье. Недаром в микроэкономической теории полезности рассматривают парадоксальное понятие - полезность денег - и приходят к выводу, что полезность равна логарифму имеющейся суммы [2].

Вернемся к Совету директоров фирмы "Русские автомобили". Совсем с других позиций, чем Воробьев и Лебедев, подошел к делу Чибисов. Его подход фактически предполагает, что придется много раз принимать решения по аналогичным вопросам. Вот он и рассчитывает средний доход, исходя из того, что в 60% случаев цена бензина будет низкой, а в 40% случаев - высокой. Такой подход вполне обоснован, когда выбор технической политики проводится каждую неделю или каждый день. Например, к нему мог бы прибегнуть менеджер, проектирующий свой ресторан - ориентироваться ли на открытые столики с видом на живописные окрестности или замкнуться в четырех стенах, отгородившись от дождя. Если события происходят много раз, то для принятия решений естественно использовать методы современной прикладной статистики, например, как это делают, например, при статистическом контроле качества продукции и сертификации. Тогда оценка математического ожидания дохода, проведенная Чибисовым, вполне корректна.

Однако Совет директоров фирмы "Русские автомобили" решает вопрос об одном-единственном выборе. Поэтому 60% и 40% - это не вероятности как пределы частот, что обычно предполагается при применении теории вероятностей, это шансы низкой и высокой цены бензина (иногда употребляют термин "субъективные вероятности"). Эти шансы полезны, чтобы в одном критерии свести вместе пессимистический и оптимистический подходы.

Четвертый оратор, Куликов, вводит в обсуждение новый критерий - "упущенная выгода". Обратите внимание - средний доход, рассчитанный Чибисовым, больше при выпуске "Добрыни". А упущенная выгода, наоборот, меньше при выпуске "Алеши". Эти два критерия в данном случае противоречат друг другу.

Каждому менеджеру приходится решать, какой из критериев для него важнее. В этом ему может помочь теория полезности, хорошо разработанная в экономике (в частности, т.н. "маржинальная полезность" в теории поведения потребителей и др.) и имеющая развитый математический аппарат.

Математико-компьютерная поддержка принятия решения. В настоящее время менеджер может использовать при принятии решения различные компьютерные и математические средства. В памяти компьютеров держат массу информации, организованную с помощью баз данных и других программных продуктов, позволяющих оперативно ею пользоваться. Экономико-математические и эконометрические модели позволяют просчитывать последствия тех или иных решений, прогнозировать развитие событий. Методы экспертных оценок, о которых уже шла речь выше, также весьма математизированы и используют компьютеры.

Наиболее часто используются оптимизационные модели принятия решений. Их общий вид таков:

$$F\,(X) \rightarrow \max$$
$$X \in A$$

Здесь X - параметр, который менеджер может выбирать (управляющий параметр). Он может иметь различную природу - число, вектор, множество и т.п. Цель менеджера - максимизировать целевую функцию $F(X)$, выбрав соответствующий X. При этом менеджер должен учитывать ограничения $X \in A$ на возможные значения управляющего параметра X – этот параметр должен лежать во множестве A. Ряд примеров оптимизационных задач рассмотрен ниже.

1.1.4. Современный этап развития теории принятия решений.

Теория принятия решений – быстро развивающаяся наука. Задачи, которыми она занимается, порождены практикой управленческих решений на различных уровнях – от отдельного подразделения или малого предприятия до государств и международных организаций. Рассмотрим только несколько проблем, активно обсуждающихся на современном этапе развития теории принятия решений. Это - системный подход при принятии решений, современные методы принятия решений и проблема горизонта планирования.

Системный подход при принятии решений. При обсуждении проблем принятия решений часто говорят о системном подходе, системе, системном анализе. Речь идет о том, что надо рассматривать проблему в целом, а не "выдергивать” для обсуждения какую-нибудь одну черту, хотя и важную. Так, при массовом жилищном строительстве можно "выдернуть" черту - стоимость квадратного метра в доме. Тогда наиболее дешевые дома - пятиэтажки. Если же взглянуть системно, учесть стоимость транспортных и инженерных коммуникаций (подводящих электроэнергию, воду, тепло и др.), то оптимальное решение уже другое – девятиэтажные дома.

Так, например, менеджер банка, отвечающий за распространение пластиковых карт, может сосредоточиться на рекламе. Между тем ему от системы "банк - владельцы карт" лучше перейти к системе "банк - руководители организаций - владельцы карт". Договоренность с руководителем учреждения, давшим в итоге приказ выплачивать заработную плату с помощью пластиковых карт, даст нашему менеджеру гораздо больший прирост численности владельцев карт, чем постоянная дорогая реклама. Его ошибка состояла в неправильном выделении системы, с которой он должен работать.

Менеджер банка будет не прав, оценивая работу подразделений банка в текущих рублях. Обязательно надо учитывать инфляцию. Иначе мы сталкиваемся с парадоксальными явлениями, когда реальная ставка платы за кредит отрицательна; или же - рублевый оборот растет, банк якобы процветает, а после перехода к сопоставимым ценам путем деления на индекс инфляции становится ясно, что дела банка плохи.

Различных определений понятия «система» - десятки. Общим в них является то, что о системе говорят как о множестве, между элементами которого имеются связи. Целостность системы и ее "отделенность" от окружающего мира обеспечиваются тем, что взаимосвязи внутри системы существенно сильнее, чем связь какого-либо ее элемента с любым элементом, лежащим все системы. По определению действительного члена Российской академии наук Н.Н.Моисеева: "Системный анализ - это дисциплина, занимающаяся проблемами принятия решений в условиях, когда выбор альтернативы требует анализа сложной информации различной физической природы" [3].

Современные методы принятия решений. Кроме упомянутых или кратко рассмотренных выше методов, прежде всего экспертных, при принятии решений применяют весь арсенал методов современной прикладной математики. Они используются для оценки ситуации и прогнозирования при выборе целей, для генерирования множества возможных вариантов решений и выбора из них наилучшего.

Прежде всего надо назвать всевозможные методы оптимизации (математического программирования). Для борьбы с многокритериальностью используют различные методы свертки критериев, а также интерактивные компьютерные системы, позволяющие вырабатывать решение в процессе диалога человека и ЭВМ. Применяют имитационное моделирование, базирующееся на компьютерных системах, отвечающих на вопрос: “Что будет, если...?", метод статистических испытаний (Монте-Карло), модели надежности и массового обслуживания. Часто необходимы статистические (эконометрические) методы, в частности, методы выборочных обследований. При принятии решений применяют как вероятностно-статистические модели, так и методы анализа данных.

Особого внимания заслуживают проблемы неопределенности и риска, связанных как с природой, так и с поведением людей. Разработаны различные способы описания неопределенностей: вероятностные модели, теория нечеткости, интервальная математика. Для описания конфликтов (конкуренции) полезна теория игр. Для структуризации рисков используют деревья причин и последствий (диаграммы типа "рыбий скелет"). Менеджеру важно учитывать постоянные и аварийные экологические риски. Плата за риск и различные формы страхования также постоянно должны быть в его поле зрения.

Необходимо подчеркнуть, что весьма полезны и различные простые приемы принятия решений [4]. Например, при сравнении двух возможных мест работы весьма помогает таблица из трех столбцов. В левом из них перечислены характеристики рабочего места: заработок, продолжительность рабочего времени, время в пути от дома до работы, надежность предприятия, возможности для профессионального роста, характеристики рабочего места и непосредственного начальства и др. А в двух других столбцах - оценки этих характеристик, в "натуральных" показателях или в процентах от максимума. Иногда при взгляде на подобную таблицу все сразу становится ясно. Но можно вычислить значения обобщенного показателя, введя весовые коэффициенты и сложив взвешенные оценки вдоль столбцов. Не менее полезно изобразить на бумаге возможные варианты решения, которое предстоит принять, а также возможные реакции лиц и организаций на те или иные варианты решения, а затем и возможные ответы на эти реакции. Полезны таблицы доводов "за" и "против" и др.

Проблема горизонта планирования. Во многих ситуациях продолжительность проекта не определена либо горизонт планирования инвестора не охватывает всю продолжительность реализации проекта до этапа утилизации. В таких случаях важно изучить влияние горизонта планирования на принимаемые решения.

Рассмотрим условный пример. Предположим, я являюсь владельцем завода. Если горизонт моего планирования - 1 месяц, то наибольший денежный доход я получу, продав предприятие. Если же планирую на год, то я сначала понесу затраты, закупив сырье и оплатив труд рабочих, и только затем, продав продукцию, получу прибыль. Если я планирую на 10 лет, то пойду на крупные затраты, закупив лицензии и новое оборудование, с целью увеличения дохода в дальнейшие годы. При планировании на 30 лет имеет смысл вложить средства в создание и развитие собственного научно-исследовательского центра, и т.д.

Таким образом, популярное утверждение "фирма работает ради максимизации прибыли" не имеет точного смысла. За какой период максимизировать прибыль - за месяц, год, 10 или 30 лет? От горизонта планирования зависят принимаемые решения. Понимая это, ряд западных экономистов отказываются рассматривать фирмы как инструменты для извлечения прибыли, предпочитают смотреть на них как на живые существа, старающиеся обеспечить свое существование и развитие. (Подробнее проблемы устойчивости принимаемых решений к изменению горизонта планирования рассматриваются в монографии [5].)

Как уже отмечалось, в последние годы все большую популярность получает т.н. контроллинг - современная концепция системного управления организацией, в основе которой лежит стремление обеспечить ее долгосрочное эффективное существование [6,7]. В конкретных прикладных работах успех достигается при комбинированном применении различных методов. Для подготовки решений создаются аналитические центры и "ситуационные комнаты", позволяющие соединять человеческую интуицию и компьютерные расчеты. Все шире используются информационные технологии поддержки принятия решений, прежде всего в контроллинге.

Литература

1. Менеджмент / Под ред. Ж.В. Прокофьевой. - М.: Знание, 2000. - 288 с.

2. Пиндайк Р., Рубинфельд Д. Микроэкономика. - М.: "Экономика","Дело", 1992. – 510 с.
3. Моисеев Н.Н. Математические задачи системного анализа. – М.: Наука, 1981. – 488 с.
4. Науман Э. Принять решение, но как? - М.: Мир, 1987. - 198 с.
5. Орлов А.И. Устойчивость в социально-экономических моделях. - М.: Наука, 1979. - 296 с.
6. Карминский А.М., Оленев Н.И., Примак А.Г., Фалько С.Г. Контроллинг в бизнесе. Методологические и практические основы построения контроллинга в организациях. - М.: Финансы и статистика, 1998. - 256 с.
7. Хан Д. Планирование и контроль: концепция контроллинга / Пер. с нем. - М.: Финансы и статистика, 1997. - 800 с.
8. Вольский В.И., Лезина З.М. Голосование в малых группах. Процедуры и методы сравнительного анализа. - М.: Наука, 1991. - 192 с.

Контрольные вопросы

1. Какой из критериев принятия решения, высказанных на заседании Совета директоров фирмы "Русские автомобили" Воробьевым, Лебедевым, Чибисовым и Куликовым, представляется Вам наиболее естественным? Как бы Вы сами поступили на месте Совета директоров фирмы "Русские автомобили"?
2. Какой образец мотоцикла запустить в серию? Исходные данные для принятия решения приведены в табл.3. Разберите четыре критерия принятия решения: пессимистичный, оптимистичный, средней прибыли, минимальной упущенной выгоды.

Таблица 3. Прибыль фирмы при различном выборе
образца мотоцикла для запуска в серию (млн. руб.)

Цена бензина	Мотоцикл "Витязь"	Мотоцикл "Комар"
Низкая (20%)	900	700
Средняя (60%)	700	600
Высокая (20%)	100	400

3. Проанализируйте утверждение "максимум прибыли при минимуме затрат". Как можно избавиться от его противоречивости? Предложите как можно больше способов.
4. Целесообразно ли, на Ваш взгляд, купить 1000 билетов лотереи с целью разбогатеть?
5. Имеет ли точный смысл утверждение "цель работы фирмы - максимизация прибыли"?

Темы докладов и рефератов

1. Теория конечных антагонистических игр и ее применения в экономике.
2. Теория статистических решений применительно к дискуссии на заседании Совета директоров фирмы "Русские автомобили".
3. Экономические и социальные последствия отмены в России всех таможенных сборов и пошлин на экспорт и импорт.
4. Различные методы организации голосования в малых группах (с использованием результатов научных исследований, приведенных в монографии [8]).
5. Применение нечетких множеств в теории принятия решений.
6. Проведите системный анализ конкретной хорошо знакомой Вам производственной ситуации и примените изученные Вами методы принятия решений для подготовки организационных или иных мероприятий в своей организации. Оформите работу в виде доклада вышестоящему руководителю или органу (например, Совету директоров, Правлению или Собранию акционеров). Рекомендуемый объем - 10-20 стр.
7.

1.2. Принятие решений – работа менеджера

1.2.1. Основные функции управления по Анри Файолю.

В кабинетах многих менеджеров висят плакаты со словами Анри Файоля: "Управлять - значит прогнозировать и планировать, организовывать, руководить командой, координировать и контролировать". В этих словах одного из основоположников научного менеджмента сформулированы основные функции управления. И каждая из них неразрывно связана с принятием решений.

Француз Анри Файоль (1841-1925) более 30 лет управлял горно-металлургическим синдикатом. В 1916 г. в Бюллетене Общества горной промышленности был опубликован его основной труд "Основные черты промышленной администрации - предвидение, организация, распорядительство, координирование, контроль", который затем неоднократно переиздавался на различных языках. Вместе с Фредериком Тейлором, Генри Фордом и рядом других специалистов Анри Файоль работал над созданием научной теории управления. Таким образом, научный менеджмент появился сравнительно недавно - в начале XX века. Бурное развитие этой научной дисциплины продолжается. Так, лишь в последние годы выявилась важная роль контроллинга - современной концепции системного управления организацией, в основе которой лежит стремление обеспечить ее долгосрочное эффективное существование. О контроллинге рассказано в монографиях [1,2], с 2002 г. в России издается журнал «Контроллинг».

Выделенные А. Файолем пять функций менеджмента дают основу для анализа работы современного управляющего. Рассмотрим их подробнее, выделяя задачи принятия решения, составляющие основу работы менеджера.

1.2.2. Роль прогнозирования при принятии решений

Прогнозирование и планирование. Прогнозирование - это взгляд в будущее, оценка возможных путей развития, последствий тех или иных решений. Планирование же - это разработка последовательности действий, позволяющей достигнуть желаемого, завершающаяся принятием управленческого решения. В работе менеджера они тесно связаны.

Разберем простой пример, показывающий взаимосвязь прогнозирования и планирования. Представьте себе, что вы находитесь в степи, а ваша максимальная скорость ходьбы - 6 километров в час. Тогда можно предсказать, что через час вы будете находиться в какой-то точке круга радиуса 6 километров с центром в начальной точке. Результаты прогнозирования вы можете использовать для планирования. Если место, куда вы направляетесь, отстоит от начальной точки не более чем на 6 километров, то вы доберетесь туда пешком не более чем за час. Если же это расстояние - 18 километров, то прогноз показывает невозможность решения поставленной задачи. Что же делать? Либо отказаться от своего намерения, либо увеличить выделенной время (до 3 часов), либо воспользоваться более быстрым транспортным средством, чем ноги (автомобилем, вертолетом).

Почему прогнозировать сложно? Иногда прогноз основан на хорошо изученных закономерностях и осуществляется наверняка. Никто не сомневается, что вслед за ночью наступит день. Методы прогнозирования движения космических аппаратов разработаны настолько, что возможна автоматическая стыковка кораблей. Однако встающие перед менеджером проблемы прогнозирования обычно не позволяют дать однозначный обоснованный прогноз. Почему же остается неопределенность? (А где неопределенность, там и риск!)

Не претендуя на полную классификацию различных видов неопределенностей, укажем некоторые из них. Часть связана с недостаточностью знаний о природных явлениях и процессах, например:

- неопределенности, связанные с недостаточными знаниями о природе (например, нам неизвестен точный объем полезных ископаемых в конкретном месторождении, а потому мы не можем точно предсказать развитие добывающей промышленности и объем налоговых поступлений от ее предприятий),

- неопределенности природных явлений, таких, как погода, влияющая на урожайность, на затраты на отопление, на туризм, на загрузку транспортных путей и др.

- неопределенности, связанные с осуществлением действующих (неожиданные аварии) и проектируемых (возможные ошибки разработчиков или физическая невозможность осуществления процесса, которую заранее не удалось предсказать) технологических процессов.

Многие возможные неопределенности связаны с ближайшим окружением фирмы, менеджер которой занимается прогнозированием:

- неопределенности, связанные с деятельностью участников экономической жизни (прежде всего партнеров и конкурентов нашей фирмы), в частности, с их деловой активностью, финансовым положением, соблюдением обязательств,

- неопределенности, связанные с социальными и административными факторами в конкретных регионах, в которых наша фирма имеет деловые интересы.

Большое значение имеют и неопределенности на уровне страны, в частности:

- неопределенность будущей рыночной ситуации в стране, в том числе отсутствие достоверной информации о будущих действиях поставщиков в связи с меняющимися предпочтениями потребителей,

- неопределенности, связанные с колебаниями цен (динамикой инфляции), нормы процента, валютных курсов и других макроэкономических показателей,

- неопределенности, порожденные нестабильностью законодательства и текущей экономической политики (т.е. с деятельностью руководства страны, министерств и ведомств), связанные с политической ситуацией, действиями партий, профсоюзов, экологических и других организаций в масштабе страны.

Часто приходится учитывать и внешнеэкономические неопределенности, связанные с ситуацией в зарубежных странах и международных организациях, с которыми вы поддерживаете деловые отношения.

Таким образом, менеджеру приходится прогнозировать будущее, принимать решения и действовать, буквально купаясь в океане неопределенностей. Полезно ввести их классификацию на СТЭЭП-факторы (по первым буквам от слов - социальные, технологические, экономические, экологические, политические) и факторы конкурентного окружения. СТЭЭП-факторы действуют независимо от менеджера, а вот конкуренты отнюдь к нам не безразличны. Возможно, они будут бороться с нами, стремиться к вытеснению нашей фирмы с рынка. Но возможны и переговоры, ведущие к обоюдовыгодной договоренности.

Каждая из перечисленных видов неопределенности может быть структуризована далее. Так, имеются крупные разработки по анализу неопределенностей при технологических авариях, в частности, на химических производствах и на атомных электростанциях. Ясно, что аварии типа Чернобыльской существенно влияют на значения СТЭЭП-факторов и тем самым на поступления и выплаты из бюджета как на местном, так и на федеральном уровне и уровне субъектов федерации..

Различные виды прогнозов. Прогнозы всегда опираются на некоторые предположения. Наиболее обычным является предположение стабильности: "если существующие тенденции и связи сохранятся", "если не произойдет ничего необычного"... Однако иногда надо спрогнозировать развитие интересующего нас процесса как раз в необычных условиях. Например, что произойдет с экономикой России в целом и с Вашей фирмой в частности, если будут отменены все таможенные сборы и пошлины на экспорт и импорт, т.е. Россия перейдет к политике "свободной торговли", пропагандируемой во многих американских учебниках по экономике?

Если необходимо рассмотреть ситуацию, в которой события могут развиваться по нескольким принципиально различным вариантам, то применяют метод сценариев. Это - это метод декомпозиции (т.е. упрощения) задачи прогнозирования, предусматривающий выделение набора отдельных вариантов развития событий (сценариев), в совокупности охватывающих все возможные варианты развития. При этом каждый отдельный сценарий должен допускать возможность достаточно точного прогнозирования, а общее число сценариев - быть обозримым.

В конкретной ситуации сама возможность подобной декомпозиции не всегда очевидна. При применении метода сценариев необходимо осуществить два этапа исследования:

- построение исчерпывающего, но обозримого набора сценариев;

- прогнозирование в рамках каждого конкретного сценария с целью получения ответов на интересующие менеджера вопросы.

Каждый из этих этапов лишь частично формализуем. Существенная часть рассуждений проводится на качественном уровне, как это принято в общественно-экономических и гуманитарных науках. Одна из причин заключается в том, что стремление к излишней формализации и математизации приводит к искусственному внесению определенности там, где ее нет по существу, либо к использованию громоздкого математического аппарата. Так, рассуждения на словесном уровне считаются доказательными в большинстве ситуаций, в то время как попытка уточнить смысл используемых слов с помощью, например, теории нечетких множеств (одно из перспективных направлений современной прикладной математики) приводит к весьма громоздким математическим моделям.

Например, просыпаясь утром, ленивый и недобросовестный менеджер может рассмотреть несколько сценариев своего поведения (шутка!):

- пойти на работу;
- остаться дома без всяких объяснений;
- остаться дома, сославшись на болезнь;
- позвонить вышестоящему менеджеру и сообщить о том, что надо отправляться на переговоры, а самому остаться дома, и т.д.

Спрогнозировать развитие событий в каждом из этих сценариев предоставляем читателю.

Некоторые прогнозы имеют свойство самоосуществляться. Само их высказывание способствует их осуществлению. Например, высказанный по телевидению прогноз банкротства конкретного банка приводит к тому, что многие вкладчики сразу заявляют о желании забрать свои вклады из этого банка. Но ни один банк не может вернуть вклады одновременно всем вкладчикам или даже достаточно большой их доле (например, 4 из 10), поскольку часть средств выдана в качестве кредитов, часть вложена в ценные бумаги той или иной степени ликвидности, часть истрачена на содержание банка (здание, компьютеры, зарплата сотрудников, ...). В результате банк действительно оказывается банкротом.

Один из вариантов применения методов прогнозирования - выявление необходимости изменений путем "приведения к абсурду".

Например, если предположить, что население Земли каждые 50 лет будет увеличиваться вдвое (как в XX веке), то нетрудно подсчитать, через сколько лет на каждый квадратный метр поверхности Земли будет приходиться по 10000 человек. Из такого прогноза следует, что закономерности роста численности населения должны измениться.

Учет нежелательных тенденций, выявленных при прогнозировании, позволяет наметить необходимые меры для их предупреждения, принять и выполнить соответствующие решения, а тем самым помешать осуществлению прогноза. Прогнозирование - частный вид моделирования как основы познания и управления.

Методы прогнозирования. Разработана масса методов прогнозирования [3]. Кратко их обсудим.

Простейшие методы восстановления зависимостей в детерминированном случае исходят из заданного временного ряда, т.е. функции, определенной в конечном числе точек на оси времени. Задачам анализа и прогноза временных рядов посвящена большая литература. Временной ряд при этом часто рассматривается в рамках вероятностной модели, вводятся иные факторы (независимые переменные), помимо времени, например, объем денежной массы (агрегат М2). Временной ряд может быть многомерным, т.е. число откликов (зависимых переменных) может быть больше одного. Основные решаемые задачи - интерполяция и экстраполяция (т.е. собственно прогноз). Метод наименьших квадратов в простейшем случае (линейная функция от одного фактора) был разработан немецким математиком К.Гауссом в 1794-1795 гг. Могут оказаться полезными предварительные преобразования переменных. Для игроков на финансовых рынках такой подход именуется "техническим анализом".

Большой опыт прогнозирования индекса инфляции и стоимости потребительской корзины накоплен в Институте высоких статистических технологий и эконометрики Московского государственного технического университета им. Н.Э.Баумана. При этом оказалось полезным преобразование (логарифмирование) переменной - текущего индекса инфляции. Характерно, что при стабильности условий точность прогнозирования оказывалась достаточно удовлетворительной - 10-15 %. Однако спрогнозированное на осень 1996 г. значительное повышение уровня цен не осуществилось. Дело в том, что руководство страны перешло к стратегии сдерживания роста потребительских цен путем массовой невыплаты зарплаты и пенсий. Условия изменились - и статистический прогноз оказался непригодным. Влияние решений руководства Москвы проявилось также в том, что в ноябре 1995 г. (перед парламентскими выборами) цены в Москве упали в среднем на 9,5%, хотя обычно для ноября характерен более быстрый рост цен, чем в другие месяцы года, кроме декабря и января (см. [3]).

Для применения статистических методов прогнозирования нужны длинные временные ряды. Поэтому в быстро меняющейся обстановке, при прогнозировании развития вновь возникших ситуаций их применять не удается. Конкретный пример только что приведен: переход правительства к новой политике изменил ситуацию и обесценил сделанные ранее прогнозы. Альтернативой статистическим методам служат экспертные методы прогнозирования, опирающиеся на опыт и интуицию специалистов. О методе экспертных оценок подробно рассказано ниже. В части 3.

Для прогнозирования могут использоваться также эконометрические и экономико-математические модели, а также создаваться специальные компьютерные системы, позволяющие совместно применять все перечисленные методы. Целью является учет всех возможных факторов, с помощью которых есть надежда улучшить прогноз. Для игроков на финансовых рынках такой подход именуется "фундаментальным анализом". Иногда, в последние годы все чаще и чаще, крупные государственные или частные организации создают т.н. "ситуационные комнаты", в которых группа высококвалифицированных экспертов анализирует ситуацию, имея доступ к различным банкам статистических данных и базам знаний, пользуясь широким спектром математических и имитационных моделей.

Как проверить достоверность прогноза? Самое простое – получите письменный текст прогноза, запечатайте его в пакет и положите в сейф. Когда придет срок, на который рассчитан прогноз - вскройте пакет и сравните прогноз с реальностью. Конечно, для этого прогноз должен быть сформулирован так, чтобы можно было в будущем определить, сбылся прогноз или нет. Недаром прогнозы астрологов, хироманты и гадалок столь туманны. Если же ваш собеседник отказывается от подобной проверки достоверности прогноза, не сомневайтесь - он шарлатан.

Если у вас есть технология прогнозирования, для оценки достоверности прогноза не обязательно долго ждать. Пусть для определенности речь идет о прогнозе на год вперед. Отбросьте информацию за последний год и примените вашу технологию. Получите прогноз на год вперед от последних по времени данных - т.е. на настоящий момент. Остается сравнить его с реальностью и оценить качество прогностического правила.

1.2.3. Принятие решений при планировании

Планирование в нашей жизни. Все мы планируем постоянно. Как мне попасть из дома в институт? Собрав информацию и подумав (т.е. проведя прогнозирование), я понимаю, что имеется целый ряд возможностей:

- можно пойти пешком (на прогулку уйдет полтора часа, но не понадобится тратить деньги);

- можно поехать на метро, а оставшуюся часть пути пройти;

- можно поехать на метро, а потом две остановки на троллейбусе;

- можно поехать на такси, и т.д.

Какую возможность выбрать? В зависимости от обстоятельств. Если надо срочно быть в институте - придется ехать на такси, хотя этот вариант гораздо дороже остальных. Если погода хорошая, а дел у меня немного, можно пойти пешком. Но в типовой ситуации я решаю ехать на метро и покупаю месячный проездной билет. Если автобуса нет на остановке, иду пешком, а если есть - новая возможность выбора: что сэкономить - время или деньги?

Мы все время планируем - на час, день, месяц, год или на всю жизнь. Мы решаем, взять ли на обед котлету или сосиску, поступать в МГТУ им. Н.Э.Баумана или в МЭИ, жениться на Маше или на Кате, оставаться на прежней работе или искать новую. Только цена этих решений разная. Правильно вы выбрали обед или неправильно - забудется к вечеру (если Вы не отравились), а последствия других решений вам придется расхлебывать годами, а то и всю жизнь.

Планирование как управленческое решение. Планирование как часть работы менеджера имеет много общего с планированием в личной жизни. Применяется он не к рутинным ежедневным делам, а к важным решениям, определяющим дальнейшее развитие фирмы.

Согласно концепции немецкого профессора Д.Хана планирование - это ориентированный в будущее систематический процесс принятия решений [1]. Именно так планируют в известных концернах "Даймлер-Бенц" и "Сименс". Таким образом, решения в области планирования - частный вид управленческих решений.

Выделяют стратегическое планирование, ориентированное на продолжительное существование предприятия, обеспечиваемое путем поиска, построения и сохранения потенциала успеха (доходности), и оперативное планирование - формирование годовых (оперативных) планов, определяющих развитие организации в кратко- и среднесрочной перспективе на базе стратегических целей.

Надо предупредить об одном укоренившемся заблуждении. После развала СССР слова "план", "плановая экономика" стали иногда употребляться с отрицательным оттенком. Недостатки экономики СССР некоторые связывали с тем, что она была "плановой". Однако знакомство с опытом ведущих западных компаний, с западной наукой об управлении показывает, что вопросам планирования на Западе уделялось и уделяется больше внимания, планы готовились и готовятся более тщательно, чем это было в СССР. Например, очереди в советских магазинах и недостаток ряда товаров можно объяснить прежде всего плохим планированием системы торгового обслуживания и, соответственно, выпуска товаров народного потребления.

Методы планирования. Технология планирования хорошо разработана и постоянно используется. Исходя из миссии и основных принципов фирмы, отвечающих на вопрос "Зачем?", формулируются стратегические цели, указывающие, что делать в целом. Затем они конкретизируются до задач, а те - до конкретных заданий. Далее подсчитываются необходимые ресурсы - материальные, финансовые, кадровые, временные - и при необходимости пересматриваются задания, задачи и цели. В результате получают реально осуществимый план. Очень важно, что необходимы резервы на случай непредвиденных обстоятельств.

Например, Вы решили стать экономистом. Это - ваша миссия. Стратегические цели состоят в том, чтобы изучить те учебные предметы, что входят в программу подготовки экономиста. Значит, одна из таких целей - познакомиться с менеджментом по тому или иному учебному пособию. Эта цель делится на задачи, каждая из которых - изучить определенную главу. Конкретное задание состоит в освоении определенного раздела главы. Ресурсы, которые вам нужны - это время для учебы. Предположим, что в учебном пособии около 240 страниц. Сколько понадобится времени? Детективы вы читаете со скоростью 60 страниц в час, значит, на менеджмент уйдет 4 часа. Всего в учебном плане около 30 предметов, значит, на весь курс понадобится 120 часов. Если заниматься по 8 часов в день, то экономическое образование можно получить за 120/8 = 15 дней. Зачем же студент учится 5 лет? В чем ошибка проведенного рассуждения? Во-первых, изучение учебного пособия - это не чтение детектива. Надо не только читать текст, но и обдумывать его, отвечать на вопросы в конце глав, готовить рефераты, обращаться к дополнительной литературе, наконец, сдавать экзамен. Поэтому на учебный предмет "Менеджмент" уйдет не 4 часа, а в 10-30 раз больше времени. Во-вторых, очень трудно освободить даже 15 дней от всех дел, кроме изучения экономики. Непредвиденные задержки (болезни, приходы друзей и др.) еще в несколько раз снизят темпы вашей работы.

Обычно выделяют восемь этапов в процессе планирования.

Этап 1. Целеполагание (формулировка целей). Чего именно вы (или ваша фирма) хотите достичь? Это - самый трудный этап. Его нельзя формализовать. Личность менеджера проявляется именно в том, какие цели он ставит.

Этап 2. Подбор, анализ и оценка способов достижения поставленных целей. Обычно можно действовать разными способами. Какой из них представляется наилучшим? Какие можно сразу отбросить как нецелесообразные?

Этап 3. Составление перечня необходимых действий. Что конкретно нужно сделать, чтобы осуществить выбранный на предыдущем этапе вариант достижения поставленных целей ?

Этап 4. Составление программы работ (плана мероприятий). В каком порядке лучше всего выполнять намеченные на предыдущем этапе действия, учитывая, что многие из них связаны между собой ?

Этап 5. Анализ ресурсов. Какие материальные, финансовые, информационные, кадровые ресурсы понадобятся для реализации плана? Сколько времени уйдет на его выполнение?

Этап 6. Анализ разработанного варианта плана. Решает ли разработанный план поставленные на этапе 1 задачи? Являются ли затраты ресурсов приемлемыми? Есть ли соображения по улучшению плана, возникшие в ходе его разработки при движении от этапа 2 к этапу 5? Возможно, целесообразно вернуться к этапу 2 или 3, или даже к этапу 1.

Этап 7. Подготовка детального плана действий. Необходимо детализировать разработанный на предыдущих этапах план, выбрать согласованные между собой сроки выполнения отдельных работ, рассчитать необходимые ресурсы. Кто будет отвечать за отдельные участки работы?

Этап 8. Контроль за выполнением плана, внесение необходимых изменений в случае необходимости. Контроль как функцию менеджмента обсудим в одном из дальнейших разделов настоящей главы.

Результаты планирования часто оформляют в виде специального управленческого документа, например, т.н. "бизнес-плана".

Ясно, что реально используемые фирмами технологии планирования достаточно сложны. Обычно им занимаются специальные подразделения. Полезными оказываются математические методы планирования. В 1975 г. Нобелевскую премию по экономике получили советский математик Леонид Витальевич Канторович и американский экономист Тьяллинг Купманс (родился в Нидерландах). Премия была присуждена за разработку теории оптимального использования ресурсов, которая составляет важную часть математического арсенала плановика.

1.2.4. Управление людьми и принятие решений

Создание организационных структур как функция менеджмента. Эту функцию менеджмента превосходно выразил великий полководец А.В.Суворов: "Каждый солдат должен знать свой маневр". Не надо удивляться, что мы цитируем генерала. Эффективность управления в армии выявляется самым жестким образом - в борьбе с врагом. Если офицер не сумел организовать своих подчиненных в согласованно действующую боевую единицу - он погибает вместе со своей командой. Для обычного менеджера ситуация лучше - в крайнем случае разорится его фирма.

Таким образом, каждый сотрудник фирмы должен знать, что ему надо делать в той или иной ситуации. Лишь в очень маленьких организациях менеджер может сам рассказать каждому об его обязанностях. Возможности психики любого человека ограничены - психологи установили, что число непосредственных подчиненных у начальника, который ежедневно с ними работает, должно быть не более семи (если больше - деловой контакт оказывается поверхностным). Поэтому создают иерархические системы управления - рядовой работник действует под началом руководителя группы, тот имеет дело с руководителем отдела. Руководитель отдела подчиняется одному из директоров, а те - генеральному директору. Обычно у Первого лица предприятия (менеджера, генерального директора) - четыре непосредственных помощника - по производству (технический директор или главный инженер), по финансам (финансовый директор, иногда главный бухгалтер), по маркетингу (директор по маркетингу, иногда начальник отдела сбыта), по персоналу (начальник управления кадров, директор по кадрам). Каждому из них подчиняются свои службы, состоящие из отделов, цехов и иных структур.

Письменные инструкции, указывающие обязанности сотрудников и правила действий в тех или иных случаях, также имеют целью согласованность действий и обеспечивают единство фирмы как хозяйствующего субъекта. Организационную структуру фирмы можно сравнить со скелетом живого существа, но только скелет рукотворный - его создает и меняет главный менеджер.

Делегирование полномочий (делократия). Кто должен принимать те или иные решения? В некоторых организациях сотрудники по всем вопросам обращаются к начальнику, и только он принимает решения. При этом начальник демонстрирует свою власть и получает удовлетворение от чувства собственной незаменимости, а подчиненные перекладывают часть своей работы и полностью свою ответственность на плечи начальника. Однако эффективность такой организации труда невелика. Начальник задыхается среди мелочей и не может найти время для той работы (например, по выбору стратегических приоритетов фирмы), которую только он может выполнить, а сотрудники наполовину бездельничают, ожидая визита к начальству.

Более рациональна система "делегирования полномочий", при которой процесс принятия решений распределен по всей иерархической структуре управления. Задачи, стоящие перед организацией, разбиваются на более мелкие задачи, за решение которых отвечают те или иные подразделения и отдельные сотрудники. При этом каждый из них:

- "знает свой маневр", т.е. четко знает, за выполнение какой работы отвечает;

- знает, какими ресурсами может распоряжаться самостоятельно, в каких случаях имеет право обращаться за помощью к руководству;

- знает, что результат его работы оценивается по тому, как он делает свое дело, и имеет представление о величине и способе вознаграждения за труд.

Таким образом, происходит "распределение полномочий" между менеджерами различных уровней. Важно, что работа каждого оценивается самим выполняемым этим менеджером делом, в частности, не зависит от личных взаимоотношений с начальством. Поэтому известный отечественный менеджер и публицист Ю.И.Мухин называет такую систему распределения прав и обязанностей "делократией" [4].

Распространенным примером делократии является подрядный метод, при котором подрядчик получает от фирмы задание, правила приемки работы и ее оплаты в зависимости от качества, а также начальное финансирование, а все остальное - набор работников, организация трудового процесса, выбор поставщиков и т.п. - дело подрядчика, а не фирмы.

Законы Паркинсона. Англичанин С.Н.Паркинсон подробно исследовал ряд отрицательных явлений, широко распространенных в организационных системах. Его весьма критическая книга [5] необходима любому менеджеру, где бы он ни работал - в государственной организации или в частной фирме. Она поможет избежать многих ошибочных решений, распространенных в среде управленцев.

Так, например, "закон Паркинсона" гласит:

"1) чиновник (и вообще управленец) множит подчиненных, но не соперников;

2) чиновники работают друг для друга".

Кроме того, "работа заполняет все время, отпущенное на нее". Знакомый с работами Паркинсона менеджер будет беспощадно бороться с попытками увеличить штат управленцев. Он будет требовать выполнения работ в максимально сжатые сроки. Когда появляется претендент на работу в фирме, он будет принимать решение, исходя из вопроса: "Можем ли мы без него обойтись?", а не из вопроса "Сможем ли мы использовать его способности?" Работы Паркинсона можно цитировать практически бесконечно, но пусть читатель сам их прочтет.

Команда - основа успеха. Перейдем к следующей функции менеджера – руководству. Команда - это те, с кем менеджер работает ежедневно. Высокий профессионализм и ответственность членов команды, слаженность их работы, взаимная поддержка обеспечивают успех. И наоборот, плохой подбор команды может сделать беспомощным даже самого сильного менеджера. Если приказы не исполняются, письма теряются, встречи срываются из-за бестолковости сотрудников, которым поручено их организовать, то ожидать эффективной работы фирмы невозможно.

Создание команды - одно из самых важных дел менеджера. Можно сказать, что команда - его основной инструмент работы. Недаром, меняя место службы, менеджер часто "перетаскивает" за собой и свою команду. Большое значение имеет психологическая совместимость членов команды. В ней не должно быть случайных людей. Возникновение ссор и раздоров в команде сильно снижает ее эффективность. Поэтому зачинщиков ссоры целесообразно удалить из команды, даже если их профессионализм весьма высок.

Менеджер должен заботиться о членах своей команды, помогать им в различных ситуациях, поддерживать положительную мотивацию по отношению к команде, применяя как моральные, так и материальные стимулы. Команда должна быть дружной. Однако при этом полезно поддерживать некоторую дистанцию между членами команды, чтобы дружеские отношения не мешали деловым. Именно поэтому обычно не рекомендуют включать в команду родственников и друзей детства.

Распорядительство (руководство командой). Менеджер принимает решения по оперативным вопросам и управляет путем распоряжений, приказов, которые с помощью своей команды доводит до всех подчиненных и добивается их выполнения. Эти приказы и распоряжения могут быть письменные и устные, а также доведенные до адресата с помощью компьютера и электронной почты. Они должны однозначно восприниматься исполнителями, быть ясными, четкими и по возможности короткими. Иногда нужна вводная часть, разъясняющая необходимость данного приказа.

Важные приказы, особенно касающиеся сложных проблем, необходимо оформлять письменно. Связано это требование прежде всего с тем, что каждый из собеседников запоминает разговор по-своему. Обычно в памяти остается то, что выгодно данному лицу.

Приказы оформляются по правилам, принятым в делопроизводстве. Необходимо помнить, что некоторые виды приказов, в частности, по кадровому составу, могут быть обжалованы в суде.

Менеджер как специалист. В деятельности многих менеджеров переплетены решения управленческих и профессиональных задач. Например, главный инженер химического завода - только менеджер, но и инженер-химик. Главный врач больницы, как нам представляется, должен уметь не только управлять, но и лечить. Менеджеры такого типа должны время от времени демонстрировать свои возможности в профессиональной деятельности, а проявленная ими некомпетентность сильно снижает уважение сотрудников.

Но есть и менеджеры, для которых управленческие задачи отделены от профессиональных. Зачастую человек не может быть компетентным во всех областях, к которым относится деятельность его организации. Причина проста - "нельзя объять необъятное". Так, ректор университета или директор крупного научно-исследовательского института зачастую действует прежде всего как администратор, согласующий интересы отдельных подразделений, в профессиональной деятельности которых сам он разбирается поверхностно. При этом он дополнительно к работе менеджера обычно заведует кафедрой или отделом, выступая при этом как профессионал.

Таком образом, на вопрос: «Можно ли руководить тем, в чем не разбираешься?» - ответ очевиден: «Конечно, да». Но при этом надо включить высококвалифицированных профессионалов в состав команды и воздерживаться от высказываний и единоличных решений по вопросам, в которых не разбираешься.

Координация. Одно из основных условий успешной деятельности организации - согласованность действий менеджеров этой организации. Они не только не должны противоречить друг другу, напротив, необходимо, чтобы они дополняли друг друга и вели к одной цели - цели фирмы, выраженной в долгосрочных и оперативных планах. Обратим внимание на важность эффективной организации потоков информации. Она должна быть достаточной, но не излишней.

Поэтому совершенно необходимы регулярные совещания менеджеров. Не так легко грамотно подготовить и провести совещание, добиться принятия полезных для работы фирмы решений. Необходимо заранее обеспечить участников необходимой информацией, организовать деловую дискуссию, подавлять основанную на эмоциях перепалку и одновременно не превращать заседание в монолог начальника, и т.д. Это - наука и искусство, которыми должен владеть менеджер. Надо иметь в виду, что хорошо разработаны и методы срыва совещаний, превращения их в пустое времяпровождение, а также методы организации коллективного принятия решений, выгодных кому-либо лично, но не фирме. Менеджер должен быть готов к активной борьбе с подобными поползновениями.

На некоторых совещаниях проводятся голосования. К настоящему времени теория голосования достаточно разработана, и установлено, что результат голосования во многих случаях зависит от процедуры голосования и методов принятия решения. Так, председательствующий может спросить "кто за?", а может и по-другому: "Есть ли у кого возражения?". В первом случае естественно принять тот вариант, за который подано наибольшее число голосов "за", а при втором - тот, против которого меньше всего возражений. А как быть, если один вариант имеет много сторонников и заметное число противников, а другой оставляет участников совещания равнодушными? Этот пример показывает, как важно заранее утвердить регламент совещания. А также показывает возможности, которыми обладает председатель заседания. Об этом мы уже говорили в начале главы в связи с выборами в Совет директоров компании.

Реальные процедуры принятия управленческих решений. Координация действий менеджеров происходит и при подготовке документов - планов, приказов, предложений, направляемых в другие организации, ответов на распоряжения и запросы властей и др. Управленческие решения обычно оформляются в виде подобных документов.

Обычно один из сотрудников - назовем его Исполнителем - готовит первоначальный вариант документа. Он размножается и рассылается на отзыв заинтересованным в нем менеджерам, а иногда и в другие организации. Исполнитель составляет сводку отзывов, с одними из замечаний соглашается, против других высказывает возражения. Затем собирают т.н. "согласительное совещание", на которое приглашают всех тех, с чьим мнением Исполнитель не согласен. В результате дискуссии по ряду позиций достигается компромисс, и возражения снимаются. Окончательное решение по проекту документа с учетом оставшихся возражений принимает ЛПР, например, генеральный директор или Совет директоров, т.е. высшая инстанция в данной организации. Именно такова процедура подготовки Законов РФ, государственных стандартов и иных ответственных документов.

Во многих случаях эта процедура упрощается и отзывы заменяются *визированием,* при котором свое согласие менеджеры выражают, накладывая на документ *визу,* т.е. расписываясь (иногда добавляя несколько слов по затрагиваемой проблеме). Например, подготовленное для отправки в другую организацию письмо или приказ по организации визируют руководители нескольких отделов, и генеральный директор его подписывает от имени фирмы, не вникая в суть (поскольку каждый день он подписывает десятки писем и приказов, то вникать некогда). Адресату уходит письмо, на обратной стороне которого указаны фамилия и телефон Исполнителя (поскольку адресат тоже хорошо знаком с процедурой подготовки документов, он понимает, что по конкретным вопросам надо обращаться к Исполнителю, а не к генеральному директору). В архиве фирмы остается письмо с визами, так что в случае необходимости легко выяснить, кто составил и одобрил документ.

Поиск компромиссов. Менеджер должен быть уверен в своей точке зрения и уметь ее отстаивать. Но для блага дела иногда полезно идти на компромиссы, открыто заявляя: "Я с Вами не согласен, я остаюсь на своей точке зрения, но ради блага фирмы , ради возможности совместной работы готов пойти на то-то и то-то". Искусство компромисса - одно из самых сложных, но и необходимых для менеджера.

1.2.5. Принятие решений при контроле

Контроль и корректировка планов. Сколь бы хорошо ни были разработаны планы, они, как правило, не могут быть выполнены так, как были задуманы. Будущее нельзя абсолютно точно предсказать. Неблагоприятные погодные условия, аварии на производстве и на транспорте, болезни и увольнения сотрудников и многие другие причины, которые мы разбирали в начале настоящей главы, нарушают наши планы. Эти нарушения, прежде всего, надо обнаружить с помощью системы контроля. Например, надо регулярно - раз в день, неделю или месяц - возвращаться к плану и выявлять нежелательные отклонения от запланированного.

Есть два основных подхода к отклонениям. Во-первых, можно стремиться к возврату на плановую траекторию движения. Для этого понадобятся дополнительные ресурсы - материальные, кадровые, финансовые. Иногда такие ресурсы создают согласно плану, заранее предвидя возможность осложнений. Яркий пример - дублеры у космонавтов. Но приходится мириться с тем, что в благоприятной обстановке такие ресурсы будут "простаивать". Во-вторых, можно изменить сам план, заменив намеченные рубежи на другие, реально достижимые в создавшейся обстановке. Возможность такого подхода зависит от того, насколько для фирмы важен план - является ли он "законом" или же только "руководством к действию", задающим желательное направление движения.

Доверяй, но проверяй. На менеджере лежит обязанность контроля за выполнением принятых ранее решений, не только включенных в план, но и оперативных, текущих. Частично контроль осуществляется в ходе совещаний и визирования документов. Но этого недостаточно. При планировании собственной работы менеджеру следует предусмотреть регулярные проверки деятельности своих подчиненных, причем не только членов своей команды, но и всех остальных. Могут применяться как официальные отчеты и аттестации, так и неформальные беседы. Надо отметить, что беседа с менеджером, стоящим на иерархической лестнице на несколько ступенек выше, производит большое положительное воздействие на сотрудника. В Великобритании считается, что генеральный директор должен побеседовать с **каждым** сотрудником хотя бы раз в год. К сожалению, в России подобные собеседования не приняты.

Выборочный контроль. В задачах контроля качества продукции выборочный контроль применяется, когда контроль является разрушающим, либо по экономическим соображениям. В организационных системах первое основание для применения выборочного контроля отпадает, зато второе справедливо едва ли не чаще, чем в промышленности. Количество используемых документов (счетов, чеков, доверенностей и т.п.) в мало-мальски серьезной организации измеряется кубометрами. Совершенно ясно, что полная проверка потребует такого объема рабочего времени контролеров, что его выделение в большинстве случаев нецелесообразно (бывают исключения, например, при уголовном расследовании). Поэтому представляется полезным использование при аудите выборочного контроля, при котором случайным образом (в смысле теории вероятностей) отбирается сравнительно небольшая доля документов, которая затем и анализируется. Для определения объема выборки, способа ее отбора, правил переноса выборочных результатов контроля на всю совокупность следует применять методы, разработанные в теории статистического контроля.

Выборочный контроль работы сотрудников также может быть полезен. При этом наряду с выборкой людей полезна и выборка из совокупности дел, которыми занимается данный сотрудник. Сравнительно небольшие затраты времени менеджера позволяют держать под контролем обе рассматриваемые совокупности, каждый элемент который имеет некоторую (одну и ту же для всех элементов совокупности) вероятность быть отобранным и тщательно проконтролированным. Подробнее о выборочном контроле пойдет речь в одной из следующих глав.

Современный этап – контроллинг. Контроллинг (от многозначного термина control (англ.) - руководство, регулирование, управление, контроль) - новая концепция управления, порожденная практикой современного менеджмента [1,2]. Одной из основных причин возникновения, развития и широкого внедрения концепции контроллинга стала необходимость в системной интеграции различных аспектов управления бизнес-процессами в организационной системе (т.е. на предприятии, в торговой фирме, банке, органе государственного управления и др.). Контроллинг обеспечивает методическую и инструментальную базу для поддержки (в том числе компьютерной) основных функций менеджмента: планирования, контроля, учета и анализа, а также оценки ситуации для принятия управленческих решений. Таким образом, развитие менеджмента в XX в. можно описать формулой: от Файоля к контроллингу. Хотя истоки контроллинга прослеживаются с XV - XVIII вв., он стал популярен за рубежом (в США, Германии и др. странах) в последние десятилетия. В России интерес к контроллингу стал проявляться в начале 1990-х годов. Контроллинг - это инструмент менеджера, но сам по себе он не может обеспечить успех предприятия и не может освободить менеджеров от функций управления.

Литература

1. Хан Д. Планирование и контроль: концепция контроллинга / Пер. с нем. - М.: Финансы и статистика, 1997. - 800 с.

2. Карминский А.М., Оленев Н.И., Примак А.Г., Фалько С.Г. Контроллинг в бизнесе. Методологические и практические основы построения контроллинга в организациях. - М.: Финансы и статистика, 1998. - 256 с.

3. Орлов А.И. Эконометрика. – М.: Изд-во «Экзамен», 2002. – 576 с.

4. Мухин Ю.И. Наука управлять людьми: изложение для каждого. - М.: Фолиум, 1995. - 368 с.

5. Паркинсон С.Н. Законы Паркинсона: Сборник: Пер. с англ. - М.: Прогресс, 1989. - 448 с.

6. Орлов А.И. Устойчивость в социально-экономических моделях. - М.: Наука, 1979. - 296 с.

Контрольные вопросы

1. Приведите пример задачи прогнозирования, которую вы ежедневно решаете.
2. Приведите пример задачи планирования, которую вы ежедневно решаете.
3. Разберите 8 этапов планирования на примере задачи, выбранной вами при ответе на предыдущий вопрос.
4. Почему армия в боевой обстановке применяет принципы делократии?
5. Опишите организационную структуру фирмы, в которой работаете, или института, в котором учитесь.
6. Почему менеджеру выгодно применять выборочный контроль?

Темы докладов и рефератов

1. Системы планирования в концернах "Даймлер-Бенц" и "Сименс" (на основе материалов монографии [1]).
2. Проблема устойчивости планов по отношению к допустимым отклонениям исходных данных и предпосылок (согласно подходу, развитому в монографии [6] и кратко описанному в учебном пособии [3]).
3. Критика С.Н.Паркинсоном отрицательных явлений в среде чиновников и менеджеров.
4. Организация выборочного контроля исполнения решений руководства фирмы.
5. Делократия и делегирование полномочий – инструменты повышения эффективности управления.
6. Классификация решений, принимаемых менеджером.

1.3. Последствия принятия решений для научно-технического и экономического развития

Большинства принимаемых менеджерами и всеми нами решений оказывает лишь незначительное влияние на развитие событий. Через несколько дней или лет об этих решениях уже никто не вспоминает. Тем более интересно обсудить конкретное решение менеджера, которое вначале казалось столь же рядовым, как и многие иные его решения. Однако впоследствии выяснилось истинное значение этого решения, во многом определившего развитие человечества в целом во второй половине XX в. Речь идет о решении президента США Рузвельта, положившем начало американскому атомному проекту. Конкретные факты, приведенные в настоящем разделе, демонстрируют большое значение в современном мире стратегического менеджмента, управления инновациями и инвестициями и роль теории принятия решений в этих экономических дисциплинах.

1.3.1. Ретроспективный анализ развития фундаментальных и прикладных исследований по ядерной физике

Анализ ситуации целесообразно начать с событий столетней давности - с открытия радиоактивности. Это открытие, несомненно, надо считать результатом фундаментальных научных исследований. Отметим, что меры безопасности исследователи не предпринимали, и некоторый вред здоровью первооткрывателей был нанесен. Впрочем, нельзя сказать, что работа с радиоактивными веществами привела к значительному сокращению продолжительности их жизни. Более того, в первой половине XX в. существовало мнение о стимулирующем (т.е. полезном!) воздействии слабого радиоактивного облучения.

В течение нескольких десятков лет ядерная физика развивалась в рамках фундаментальной науки. Еще в середине 1930-х годов один из наиболее выдающихся деятелей в этой области - Резерфорд - считал, что практических применений в ближайшие десятилетия ядерная физика не получит.

Как теперь мы знаем, он оказался не прав. Однако ошибка Резерфорда связана с действиями конкретного лица или небольшой группы лиц. Речь идет об известном письме Эйнштейна президенту США Рузвельту. Это письмо послужило толчком к началу работ по созданию атомного оружия в США.

Как оценить факт начала этих работ - как историческую закономерность или как историческую случайность? На наш взгляд, здесь велика роль случая. Другими словами, проявилась роль личности в истории (личности Эйнштейна и личности Рузвельта).

Рассмотрим возможные сценарии развития событий. Действительно, Эйнштейн мог, например, ранее погибнуть в автокатастрофе. Хотя закономерно, что в США оказалось много эмигрантов-физиков из стран фашистской коалиции, но при отсутствии столь авторитетного и известного широким кругам лидера, как Эйнштейн, их попытки привлечь внимание правительства США к атомной проблеме вряд ли привели бы к успеху.

Президентом США вместо Рузвельта мог быть иной человек, который не поддержал бы инициативу Эйнштейна. Письмо могло попросту не попасть в руки президента США, как и бывает с подавляющим большинством подобных обращений. Да и сам известный всем нам президент Рузвельт вполне мог поступить с письмом Эйнштейна более стандартным образом, например, направить его на изучение в Министерство обороны США, после чего началась бы долгая серия отзывов и обсуждений. Результатом было бы, скорее всего, выделение сравнительно незначительных средств на предварительные научно-исследовательские работы.

Что было бы, если бы не было положительного решения Рузвельта в ответ на письмо Эйнштейна? Очевидно, атомная бомба не была бы создана в США к 1945 г. Как известно, в Германии ее не успели закончить. Работы в СССР, стимулированные германскими разработками (возможно, и маломощными - в рассматриваемом сценарии - американскими), также были бы весьма далеки от завершения.

Что можно предположить о гипотетическом послевоенном развитии? Скорее всего, и СССР, и США сосредоточились бы на послевоенных проблемах. Речь идет о восстановлении народного хозяйства (для СССР), о перемене военной ориентации народного хозяйства на мирную, о трудоустройстве демобилизованных военнослужащих (большая проблема для США), и т.д. В условиях послевоенной перестройки и СССР, и США, скорее всего, прекратили бы дорогостоящие ядерные исследования. Это означает, что разработка ядерного оружия (атомного, водородного, нейтронного и др.), средств доставки, атомных электростанций и т.п. отодвинулось бы далеко в будущее.

Имелись бы и более глобальные последствия. Атомные бомбардировки Хиросимы и Нагасаки в 1945 г. наглядно продемонстрировали прикладное значение фундаментальной науки. После этого во всем мире началось активное вложение средств в фундаментальную и прикладную науку и бурный рост организаций, занимающихся НИОКР. В СССР в науке и научном обслуживании в 1930-х годах работало около 100 тыс. человек, а к концу 1980-х годов - порядка 5000 тыс. человек (рост в 50 раз). Процесс бурного развития сектора народного хозяйства "наука и научное обслуживание" рассмотрен, например, в работе [1].

Если бы не было атомных бомбардировок Хиросимы и Нагасаки в 1945 г. - на наш взгляд, не было бы и подобного взрывного роста науки. Можно предположить, что более гармонично продолжалась бы линия предыдущих десятилетий XX в., с приоритетом инженерной деятельности над чисто исследовательской. Или, скажем так, исследовательская работа рассматривалась бы в общественном мнении как часть инженерной деятельности.

Рассмотрим теперь сценарии, в которых Рузвельт, как это и было в действительности, активно поддержал предложение Эйнштейна. Самым интересным в хронологии атомного проекта было совпадение по времени момента завершения разработки и момента окончания Второй мировой войны.

Действительно, рассмотрим два альтернативных сценария - более раннего окончания разработки или более позднего.

Предположим, атомная бомба была бы сделана в США в 1944 г. Скорее всего, ее использовали бы против Германии, поскольку американская армия несла достаточно ощутимые потери с борьбе с Гитлером (всего погибло около 600 тыс. американцев). Однако по сравнению с обычным вооружением (напомним о бомбардировке Дрездена) несколько американских атомных бомб вряд ли существенно приблизили бы конец войны. Вместе с тем анализ результатов применения атомного оружия мог бы в дальнейшем привести к его запрещению.

Использование атомного оружия в 1944 г. против Японии также не привело бы к существенному изменению в ходе войны - Япония была еще достаточно сильна, чтобы несколько атомных взрывов могли повлиять на ее боеспособность.

Судьба ядерного оружия в сценарии использования его в боевых действиях в 1944 г. могла бы напоминать судьбу химического оружия после применения в Первой мировой войне. Хотя до сих пор на нашей планете хранятся десятки тысяч тонн боевых отравляющих веществ, но после Первой мировой войны оно всегда находилось "на заднем плане" как официально запрещенное к использованию, а его появление отнюдь не привело к вспышке интереса к химии и к науке в целом.

Второй сценарий - война закончилась, а бомба не готова. В этом случае наиболее вероятным представляется прекращение или существенное снижение интенсивности работ. Коротко говоря, можно было бы ожидать примерно того же развития событий, что и при отказе от атомного проекта (см. выше).

Итак, для развития фундаментальной и прикладной науки во второй половине XX в. весьма большое значение имели два события:

- решение президента США Рузвельта о развертывании атомного проекта, принятое в ответ на письмо Эйнштейна;

- совпадение по времени момента завершения разработки и момента окончания Второй мировой войны.

Это совпадение позволило продемонстрировать деятелям правящих верхушек всех основных стран мощь фундаментальной науки. Причем в тот момент, когда эти деятели "освободились от текучки" Второй мировой войны и стали думать о будущем.

Первое из этих событий, как подробно продемонстрировано выше, определялось в основном субъективными факторами, а не объективными. Второе - совпадение двух событий на практически независимых линиях развития - нельзя не назвать исторической случайностью. Таким образом, судьба научно-технического развития в XX в. определилась осуществлением весьма маловероятного события.

1.3.2. О развитии науки и техники во второй половине XX века

Как показано выше, ядерная бомбардировка Хиросимы и Нагасаки определила развитие ситуации в научно-технической сфере на всю вторую половину XX в.

Впервые за всю мировую историю руководители ведущих стран наглядно убедились в том, что фундаментальные научные исследования способны принести большую прикладную пользу (с точки зрения руководителей стран). А именно, дать принципиально новое сверхмощное оружие. Следствием явилась широкая организационная и финансовая поддержка фундаментальных и вытекающих из них прикладных научных исследований.

За мнением руководства последовало и общественное мнение. В 1960-е годы в СССР наиболее популярной профессией среди молодежи была профессия физика. В результате перекоса в сторону фундаментальных исследований, причем именно в сфере точных наук, пострадали весьма важные области. Прежде всего надо назвать инженерное дело (в том числе ОКР - опытно-конструкторские разработки). Напомним, что в 1930-е годы профессия авиаконструктора ценилась в общественном мнении заметно выше, чем профессия физика. В результате рассматриваемого перекоса итогом работы часто стало считаться, несколько огрубляя, не новое техническое изделие, а новый фундаментальный результат (оформленный, например, в виде статьи в журнале, содержащей новую формулу).

В дальнейшем лица, занимающиеся теми или иными областями фундаментальной науки, в частности, математики, стали считать неприличными вопросы типа: "Для решения каких конкретных прикладных задач могут использованы Ваши научные результаты?" Подобный подход, конечно, полностью противоречит классическим взглядам на науку, например, взглядам великого французского математика А.Пуанкаре [2], для которого характерно совместное рассмотрение вопросов математики и физики.

Обратим внимание на то, что для многих областей фундаментальной науки имеется возможность практически бесконечного саморазвития, т.е. последовательного решения все новых задач, возникающих внутри этой области, без обращения к проблемам внешнего мира. Поэтому для работы в соответствующей области фундаментальной науки можно пригласить сколько угодно сотрудников (с соответствующей подготовкой и способностями). Например, согласно популярной среди математиков легенде академик А.И. Мальцев любил говорить, что ему нетрудно составить программу работ по алгебре, для выполнения которой понадобится привлечь население всего Земного шара.

Уйти в саморазвитие для области фундаментальной науки естественно. Однако получит ли общество в итоге пользу от таких исследований? С одной стороны, история ядерной физики показывает, что иногда польза (с точки зрения руководителей стран) может быть. С другой стороны, можно и усомниться в том, что исследования, связь которых с практикой не просматривается, когда-либо приведут к полезным результатам. В частности, большая часть математических исследований второй половины XX в. вряд ли когда-либо будет востребована техническими, экономическими и иными разработками.

Второй перекос - это перекос в сторону точных и естественных наук в ущерб наукам о человеке и обществе. Сейчас можно только поражаться тому, как внезапно очутившиеся на арене общественного внимания физики и, например, хирурги без тени сомнения сообщали широким массам крайне сомнительные утверждения, явно не относящиеся к сфере их профессиональных знаний. Не менее поразительно полное доверие слушателей и читателей тех лет к подобным выступлениям.

Если фундаментальная наука развивалась в основном централизованно, то отдельные министерства и ведомства отдавали дань моде путем создания и развития разнообразных прикладных научно-исследовательских институтов. Некоторые из них занимались в основном инженерной деятельностью, хотя их работники и именовались научными сотрудниками. Другие ведомственные научно-исследовательские институты фактически выполняли часть работы чиновников соответствующих ведомств - министерств и госкомитетов.

Как уже говорилось, по числу занятых сектор народного хозяйства "наука и научное обслуживание" с довоенных времен вырос к концу 1980-х годов примерно в 50 раз. Столь быстрый рост, очевидно, не мог не сопровождаться падением качества работников. В 1980-х годах для любого беспристрастного наблюдателя было очевидно, что научные учреждения засорены большим числом лиц, занимающихся имитацией научной работы. При этом вполне ясно, что ситуация существенно менялась от одного НИИ к другому: в одном балласт мог составлять 10%, в другом - 90%.

Поясним, как можно имитировать научную работу. В фундаментальной науке истинная ценность полученных результатов выявляется лишь через много лет. В случае ядерной физики от открытия радиоактивности до создания атомной бомбы прошло более сорока лет. Текущие формы фиксации научных результатов - отчеты по научно-исследовательским работам, статьи в научно-технических журналах и сборниках, тезисы докладов на научно-технических конференциях - могут содержать как итоги долгого трудного научного поиска, так и быть несколько переработанной компиляцией ранее полученных научных результатов. Отметим, что работы второго типа могут быть не менее интересными и полезными для читателей (пользователей), чем первого.

Очевидно, что экспоненциальный рост численности научных кадров не мог продолжаться безгранично. Об этом еще в 1960-х годах писали специалисты по наукометрии (см., например, [3]). В России рост сменился падением в начале 1990-х годов (см. табл.1 из работы [4]). Это падение численности работников науки связано с общим экономическим кризисом 1990-х годов. Однако и в иных условиях, в частности, при отсутствии «реформ», динамика развития науки должна была измениться. Точно так же, как экономическая динамика должна в XXI в. измениться в связи с исчерпанием (ограниченностью) природных ресурсов Земли.

Табл.1. Численность работников, выполняющих исследования и разработки в России (тысяч человек) согласно работе [4]).

Год	Всего	Исследователи и техники	Доктора наук	Кандидаты наук
1990	1943,4	1227,4	15,7	128,5
1991	1677,8	1079,1	16,3	119,2
1992	1532,6	984,7	17,8	114,3
1993	1315,0	778,8	18,3	105,2
1994	1106,3	640,8	18,2	98,1

По данным, приведенным в работе [4], численность работников научных организаций за 4 года - с 1990 г. по 1994 г. - сократилась на 43,1%, при этом численность специалистов, выполняющих исследования и разработки сократилась на 47,8%, т.е. почти вдвое. Численность кандидатов наук упала (на 23,7%), а количество докторов наук несколько выросло и затем стабилизировалось. В целом численность работников, выполняющих исследования и разработки, сокращалась ежегодно приблизительно на 16%, т.е. на 1/6.

Согласно [4], в 1994 г. из общей численности работников научных организаций 26,2% приходилось на государственный сектор, 5,1% - на сектор высшего образования и 68,7% - на "предпринимательский" сектор. При этом согласно классификации научных организаций, применяемой Госкомстатом РФ, к "предпринимательскому" сектору относятся научные организации, входящие в состав различных акционерных обществ, концернов и т.д.; в недавнем прошлом - это в основном отраслевые научно-исследовательские институты.

Для интерпретации численных данных, приведенных в работе [4], надо отметить, что она рассчитана на основе соответствующей базы данных Госкомстата России. В этой базе данных учитывается только финансирование научных исследований, а не какие-либо научные результаты. Особенно это сказывается на описании вузовского сектора науки. Хорошо известно, что в вузах работает около половины докторов и кандидатов наук. Так, основной (штатный) профессорско-преподавательский персонал (на полной ставке) в 1992 г. включал 15706 докторов и 115334 кандидата наук (см. статистический сборник [5], табл. 2.16 на стр.39). В то время как по данным [4] в том же году научные исследования и разработки выполняли 17,8 тыс. докторов и 114,3 тыс. кандидатов наук. Сравнение этих двух пар чисел в сопоставлении с нелепо малой долей в науке сектора высшего образования не может не вызвать недоумения. Однако все разрешается просто. Дело в том, что Госкомстат РФ учитывает только штатный состав научных подразделений вузов. С точки зрения Госкомстата профессора и доценты научных исследований не ведут. Именно поэтому на вузовскую науку приходится "по Госкомстату" приходится 5,1% , т.е. примерно на порядок меньше, чем ее реальная доля в науке России. Отметим также, что общее число кандидатов и докторов наук в России примерно вдвое больше, чем следует из данных Госкомстата РФ (см., например, табл.1). Из сказанного ясно, что данные Госкомстата требуют тщательного анализа перед их использованием для принятия решений.

В дальнейшие годы снижение численности работников сектора "наука и научное обслуживание " продолжалось, хотя темпы несколько замедлились (см. табл. 2 из статистического сборника [6], табл.2.12, стр.286). К концу 1998 г. в науке осталось лишь 40% исследователей и техников от той их численности, что была в конце 1990 г. - сокращение в 2,5 раза. При этом весь персонал, занятый исследованиями и разработками, к концу 1998 г. составил 45% от уровня конца 1990 г. - сокращение чуть меньшее, но примерно такое же.

Табл.2. Персонал, занятый исследованиями и разработками

(на конец года; тыс. чел.)

Год	Всего	Исследователи и техники
1995	1061,0	620,1
1996	990,7	572,6
1997	934,6	535,4
1998	880,3	492,4

Сокращение численности персонала, занятого исследованиями и разработками - наиболее очевидный симптом ослабления (жестче - разрушения) отечественного научно-технического потенциала. Как мировой опыт, в том числе опыт США, так и опыт последних 10 лет в России, однозначно показывают, что фундаментальная и прикладная наука, научно-технический прогресс, в том числе и обеспечение промышленной безопасности, должны иметь прежде всего государственное финансирование. В соответствии с Федеральным Законом "О науке и научно-технической политике" на (гражданскую) науку должно выделяться не менее 4% расходной части бюджета РФ. Реальное финансирование описано в табл.3.

Табл.3. Доля науки в расходной части Федерального бюджета РФ (в %).

1997	1998	1999	2000	2001	2002
2,88	2,23	2,02	1,85	1,84	1,5

Из данных табл.3 очевидно, действующий Федеральный Закон из года в год не соблюдается, реальное финансирование по крайней мере в 2 раза меньше, чем зафиксированное этим законом. В зарубежных странах на финансирование науки выделяется значительно большая часть бюджета, до 10% расходной части бюджета.

1.3.3. О некоторых направлениях фундаментальной и прикладной науки

Проанализируем влияние фундаментальной и прикладной науки на развитие и эффективное использование новой техники и технического прогресса. Для этого кратко рассмотрим связь отдельных направлений фундаментальных и прикладных научных исследований и соответствующих сторон технического прогресса, включая появление не только новых технологий, но и новых отраслей промышленности. Обратим внимание прежде всего на нововведения (инновации), особенно те, что потребовали значительных капиталовложений (инвестиций).

Даже самый первый взгляд на структуру промышленности позволяет выделить отрасли, порожденные научно-техническим прогрессом XX в. Это прежде всего возникшие во второй половине XX в. атомная промышленность (ядерные вооружения, атомные электростанции, надводные и подводные суда с атомными двигателями, предприятия, производящие все, что необходимо для атомных реакторов и ядерного оружия), космическая промышленность (космические станции, гражданские и военные спутники и средства доставки), электронное машиностроение (производство и использование компьютеров, их систем и сетей, программного обеспечения).

Если взглянуть на более ранний период, то с первой половины XX в. авиационная промышленность, химия, электроэнергетика - это символ новой техники и технического прогресса. Каждая из этих отраслей промышленности была в свое время на острие прогресса. Рассмотрим, например, авиационную промышленность. В начале XX в. - пионерские попытки и первые рекорды. В Первую мировую войну уже действуют авиационные подразделения. Между войнами авиационная промышленность, видимо, занимала наиболее престижное место среди всех отраслей промышленности (после Второй мировой войны ее с этого места вытеснила космическая промышленность). Авиаконструктор был самым престижным из инженеров. Химическая промышленность в СССР наиболее быстро развивалась, видимо, в 1960-е годы. Знаменитый план ГОЭЛРО дал мощный толчок советской электроэнергетике.

Если же разбираться в ситуации глубже, то практически каждая отрасль промышленности постоянно находится в развитии под влиянием фундаментальных и прикладных научных исследований и технического прогресса. Постоянно обновляются основные производственные фонды, внедряются новые технологические процессы, основанные на достижениях фундаментальной и прикладной науки. Например, внедрение лазерной техники для контроля качества в машиностроении поднимает уровень обеспечения качества на принципиально новую ступень.

Отметим исследования по электричеству. В течение ряда столетий они служили примером типичных фундаментальных изысканий, ничего не дающих практике. Наконец, в первой половине XIX в. появился телеграф, принципиально изменивший ситуацию со связью - она стала практически мгновенной (разумеется, между точками, соединенными телеграфной линией). (Это была революция в управлении организациями, имеющими филиалы. Ранее каждый филиал должен был действовать во многом самостоятельно, поскольку для того, чтобы связаться с центром и получить ответ, требовалось много времени - дни, недели, а то и месяцы.) А во второй половине XIX в. были изобретены первые электрические лампочки, в корне изменившие как производство, так и быт XX в. (по сравнению с XIX в.).

Фундаментальные и прикладные научные исследования активно используются не только в промышленности, но и в сельском хозяйстве (генная инженерия, микробиологические добавки и др.), в медицине (томографы и другая медицинская техника), при обучении (дистанционное образование, обучающие системы), на транспорте (компьютерные средства навигации), в индустрии развлечений (телевизоры и другие радиоэлектронные системы, диски CD-ROM), и т.д.

Рассмотрим некоторые конкретные области новой техники и технического прогресса, порожденные фундаментальными и прикладными научными исследованиями.

При анализе влияния фундаментальной и прикладной науки вполне обоснованным является большое внимание, уделяемое таким классическим областям фундаментальной науки, как физика и химия. С ними тесно связаны многие новые разделы техники и технологии, порожденные техническим прогрессом. Выше об этом шла речь.

С развитием научно-технического прогресса и вводом в эксплуатацию сложных технических систем различных типов проявилась слабость человеческого звена в управлении такими системами. Например, скорости самолетов стали такими, что пилот истребителя не успевал реагировать на маневры своего противника, а наводчик зенитного орудия не успевал отслеживать маневры цели. Скорость реакции человека в человеко-машинных системах перестала быть адекватной. Точнее, появился "социальный заказ" на создание систем автоматического регулирования, действующих (полностью или частично) без вмешательства человека и замещающих ряд функций человека. Этот "заказ" стал весьма актуальным в середине XX в.

Сначала этот заказ был осмыслен в области теории, и соответствующие исследования появились в прикладной математике. В абстрактных терминах были поставлены соответствующие математические проблемы, разработаны подходы к их решению, предложены и изучены методы расчетов, доказаны соответствующие теоремы. В итоге - созданы конкретные методики постановки и решения задач автоматического регулирования.

Затем от прикладной математики работы перешли в область технических наук. При этом переходе абстрактные математические положения наполнялись конкретным техническим содержанием, связывались с деятельностью конкретных приборов. Они привели к появлению теории автоматического регулирования и соответствующих технических устройств, которые без участия человека могут достаточно адекватно реагировать на внешние возмущения и воздействия, вносить изменения в поведение управляемой системы с целью достижения поставленной цели в изменившихся условиях.

Следующий шаг - разнообразные применения теории автоматического регулирования. Прежде всего назовем высокоточные следящие системы, избавляющие оператора ПВО (или иных служб, связанных со слежением за противником) от необходимости вручную отслеживать маневры цели. За человеком осталось самое важное - принятие решения по поводу цели. А именно, речь идет о выборе из спектра возможных решений - от пассивного отслеживания движения цели, ее идентификации (в частности, определения ее национальной принадлежности) и прогнозирования ее намерений до того или иного воздействия на цель - информационного, силового и др.

Принятие решений также может быть частично автоматизировано. После второй мировой войны стало развиваться научное направление под названием "Исследование операций", в котором разрабатываются подходы и методы принятия решений в сложных ситуациях. Об этом научном направлении, для которого знаковыми являются термины "кибернетика", "системный анализ", "теория игр", речь пойдет отдельно. Здесь отметим, что рассматривается очередной пример того, что синтез различных направлений фундаментальных и прикладных научных исследований является главной составляющей научно-технического прогресса, позволяющей с помощью передовых технологий создавать современные технические системы.

Теория автоматического регулирования является существенной частью информационного обеспечения современных систем нападения и защиты. Бортовой компьютер самолета на основе соответствующих математических моделей может самостоятельно принимать решения, например, по выпуску помех (воспринимаемых противником как цели, среди которых "теряется" реальная цель), по оперативному ответу на действия противника, и т.д. Преимуществом по сравнению с оперативными решениями, принимаемыми пилотом-человеком, является быстрота - компьютеру требуется во много раз меньше времени. Однако стратегические решения в системах нападения и защиты должен принимать человек. Человек всегда должен иметь возможность взять управление на себя. Иначе мы можем очутиться в ситуации, описанной в научной фантастике, например, у С.Лема, когда наделенные возможностями принимать решения системы нападения и защиты развиваются автономно, ведут борьбу друг с другом, а их создатели - с обеих сторон - не могут вмешаться в процесс противостояния даже тогда, когда это необходимо для обеспечения стратегической безопасности на основе договоров между государствами.

Системы автоматического управления, позволяющие корректировать движение системы, в частности, при наведении ее на цель, обеспечили возможность создания высокоточного оружия. Только наукоемкие технологии позволили создать высокоточное оружие, позволяющее поразить определенную точку (например, здание или движущийся объект), практически не затронув ее окружение.

Рассматриваемые технологии имеют не только оборонные, но и важные народнохозяйственные применения, в частности, в машиностроении. Они позволяют, в частности, разрабатывать станки и технологические процессы, позволяющие с минимальными отходами выполнять изделия сложных профилей, оперативно реагировать на изменения свойств сырья, материалов и инструментов, в результате обеспечивать современный уровень качества изготовления.

Фундаментальные и прикладные исследования в области механики сплошных сред, в частности, в газодинамике, позволили создать принципиально новый для своего времени класс двигателей - турбореактивные двигатели. Они соединяют в себе достоинства ракетной техники, способной двигаться в безвоздушном пространстве, и традиционных авиационных двигателей, использующих атмосферный воздух и входящий в его состав кислород.

О ракетной технике как одном из наиболее ярких символов технического прогресса в XX в. необходимо сказать особо. До XX в. ракеты использовались лишь в фейерверках и в чисто теоретических разработках, из которых наибольшее чисто человеческое восхищение вызывает предсмертный проект члена Исполнительного Комитета партии "Народная Воля" Кибальчича (1881). В начале XX в. ракеты заняли основное место в фантастических проектах межпланетных путешествий, разработанных Циолковским. И с 1930-х годов начались планомерные работы по их созданию.

Эти работы можно рассматривать как типовой пример влияния фундаментальной и прикладной науки (механики, материаловедения, химии и др.) на развитие и эффективное использование новой техники и технического прогресса в оборонно-промышленном комплексе. Уже в период второй мировой войны ракеты использовались как средство доставки взрывчатых зарядов (ракетами Фау-1 и Фау-2 фашисты обстреливали Лондон). В тот же период были созданы первые реактивные самолеты.

Следующий шаг - баллистические ракеты, позволившие доставлять ядерные заряды в любую точку Земного шара. Они же обеспечили вывод на орбиту первого советского спутника Земли и первого советского космонавта. Эти успехи послужили для СССР мощным психологическим оружием, подорвав веру вероятного противника (т.е. США) в превосходство своей экономической системы. В книгах американских экономистов 1960-х годов (например, в учебнике «Экономика» П. Самуэльсона [7]) постоянно обсуждалась мысль о том, что в ближайшее время (а именно, к концу XX в.) экономическая мощь СССР сравняется с экономической мощью США, и лишь отдельные случайные причины на год-другой могут оттянуть этот момент.

К настоящему времени ракетная техника достигла такого уровня развития, что стали возможны полеты на планеты Солнечной системы. Остановка теперь, во-первых, за биологическим обеспечением таких полетов (неизвестно, как отреагирует человеческий организм на столь долгое пребывание в невесомости) и за обоснованием экономической целесообразности межпланетных путешествий. Таким образом, необходимо констатировать, что ракетная техника значительно опередила другие направления развития человечества.

Впечатляющим примером влияния фундаментальной и прикладной науки на развитие и эффективное использование новой техники и технического прогресса в оборонно-промышленном комплексе является создание нетрадиционного оружия - вакуумного (выжигается воздух в некотором объеме, и этот объем "схлопывается", уничтожая все живое, в нем находящееся), лазерного (газодинамические, магнитодинамические и т.д. квантовые генераторы, в литературной форме предсказанные А.Н.Толстым в виде "гиперболоида инженера Гарина").

На бытовом уровне примеры технического прогресса, связанные с появлением новой техники, дает радиоэлектроника. Первые варианты радиоприемников, телевизоров, компьютеров использовали электронные лампы - довольно объемные детали. В результате и сами изделия занимали достаточно большой объем. Принципиально новое продвижение было связано с миниатюризацией основных составляющих, т.е. с переходов к транзисторам, электронным платам, короче, чипам. В результате практически исчезли ограничения по использованию компьютеров в рамках любых иных приборов - их можно встроить не только в автомобиль или стиральную машину, но и в мобильный телефон и наручные часы, шариковую ручку и пуговицу. Ограничением является то, что компьютером пользуется человек, значит, информация с компьютера должна быть доступна его глазам, а ввод информации в компьютер должен быть возможен для его пальцев. С другой стороны, достижения радиоэлектроники весьма полезны, например, для спецслужб, поскольку позволяют весьма уменьшить размеры приборов, собирающих и анализирующих информацию. Для большинства населения большее значение имеет принципиальная возможность создания компьютеров, позволяющих с помощью небольшого пульта управлять всей бытовой техникой в квартире, обеспечивать связь, в том числе международную. Компьютерные сети уже позволяют многим специалистам работать дома, а не в офисе.

1.3.4. Развитие математических методов исследования и информационных технологий

На истории технического прогресса в области вычислительной техники остановимся подробнее. К началу 1940-х годов ситуация была такова. Инженеры пользовались в основном логарифмическими линейками, таблицами и номограммами. Финансовые работник использовали арифмометры и счеты. На машиносчетных станциях действовали примитивные полуавтоматические счетные устройства, которые позволяли подсчитать число карт, вытащенных набором шпиц из совокупности. Информация шифровалась дырками и сплошными прорезями на краях карт. Все перечисленные методы счета не позволяли быстро и безошибочно проводить обширные вычисления.

Первые ЭВМ, построенные в конце 1940-х годов в СССР и США, были, несомненно, принципиально новым шагом в технике вычислений, несмотря на то, что их вычислительная мощность была много ниже современных персональных компьютеров. Вплоть до 1980-х годов, т.е. до распространения персональных компьютеров, ЭВМ различных типов выглядели примерно одинаково - большие шкафы, занимающие целый зал. Между лицами, желающими решать задачи на ЭВМ (пользователями), и ЭВМ всегда стояли посредники - программисты.

И вдруг все изменилось. Вместо зала компьютер устроился на столе, программист исчез за ненадобностью (теперь он называется консультантом). Как такое могло произойти? Это - результат технического прогресса в радиоэлектронике. Сам компьютер (материнская плата) теперь очень маленький. Новая техника (монитор и клавиатура) приспособлена к потребностям человека. Можно представить себе дальнейшее развитие, например, когда вместо монитора клавиатуры будут использоваться плоские экраны на жидких кристаллах. Тогда компьютер может принять форму тонкой папки. Вопрос лишь в экономической целесообразности подобного развития в настоящее время.

Отметим, что вслед за техническим прогрессом в области вычислительной техники изменились и функции компьютера. Если он был придуман для проведения научно-технических расчетов, то в настоящее время такая деятельность отнюдь не является доминирующей. Достаточно часто персональный компьютер используется как средство развлечения, для компьютерных игр, для просмотра фильмов, чтения текстов. Второе по частоте использование - составление и редактирование текстов. И лишь третье - расчеты, причем прежде всего - бухгалтерские. В настоящее время большое значение имеет Всемирная сеть Интернет, по которой распространяется разнообразная информация, в том числе с помощью электронной почты. Взрывным образом развивается электронная коммерция через сеть Интернет (удвоение продаж каждые два года).

Большое место в фундаментальной и прикладной науке, а также в технических и технологических исследованиях занимает эксперимент. Во второй половине XX в. практическое значение приобрела математическая теория эксперимента (см., например, монографию известного пропагандиста этого научного направления в нашей стране проф. В.В.Налимова [8]). В частности, в химической и фармацевтической промышленности методы экстремального планирования эксперимента позволяют увеличить выход полезного продукта на 30 - 300 %. Весьма полезными оказались различные варианты математического эксперимента, т.е. эксперимента на основе математических моделей реальных явлений и процессов, в том числе в стандартизации и управлении качеством продукции [9]. Современные информационные технологии сбора и анализа научно-технической информации - неотъемлемая составная часть современной фундаментальной и прикладной науки и инженерных разработок. Нельзя быть на уровне современных требований к наукоемкой продукции без активного использования информации в сети ИНТЕРНЕТ. Однако при этом должна быть обеспечена эффективная защита собственной информации. Единственный надежный способ - не подключать компьютеры с информацией о собственных разработках к Интернату или иным сетям общего пользования, а выходить в эти сети со специально выделенных компьютеров.

Общепризнано, что кардинальное ускорение научно-технического прогресса может быть достигнуто только на основе интенсивного использования математических моделей и математических методов исследования [10]. Разработка и использование разнообразных моделей практически во всех направлениях науки и техники - характерная черта XX в. [11]. Подчеркнем важность методологических исследований, которые зачастую определяют успех или неудачу следующих за ними более конкретных работ [12]. Ошеломляющий успех кибернетики в послевоенные годы определялся именно ее принципиально новыми методологическими установками [13].

В области вычислительной техники имеются и свои мифы. Один из них - "искусственный интеллект". Что такое "искусственный интеллект", на наш взгляд, никто не может обоснованно ответить. Все рассуждения на эту тему, как нам представляется, – способ выбить финансирование на компьютерные разработки, что само по себе отнюдь не преступление.

Суть дела в том, что не ясно, что такое "естественный интеллект", т.е. интеллект человека. Более или менее изучены лишь отдельные стороны человеческого интеллекта. Например, человек умеет считать. С этой узкой точки зрения калькулятор (с которым домохозяйки ходят на рынок) обладает искусственным интеллектом, причем гораздо более мощным, чем человеческий. Но почему-то не хочется называть калькулятор искусственным разумом.

Компьютер делает только то, что задано в программе. Конечно, программа может использовать датчик псевдослучайных чисел, но от этого компьютер не становится самостоятельным и разумным. Термины типа "обучение" в различных алгоритмах обозначают вполне определенные вычисления и обычно никакого отношения к реальным действиям конкретных людей не имеют.

"Искусственный интеллект" со временем меняет обличья. В 1970-е годы много было разговоров про "самоорганизацию", в 1980-е – про "экспертные системы", в 90-е - про "нейрокомпьютеры". Стандартный набор действий в каждом из этих случаев таков: разработка "методологии", написание больших планов, развитие теории, проведение длительных расчетов на компьютерах, создание "первых версий систем", т.е. игрушек – и пшик. Как правило, оказывалось, что классическими методами можно сделать больше и лучше. Но инициаторам новой тематики нужны деньги, надо заморочить головы тех, кто деньги дает – и изобретается новый проект, требующий более мощных компьютеров и расширения штатов научных работников.

Говорят, в нашу страну идеи "искусственного интеллекта" завез М.В. Келдыш в конце 1960-х годов. Будучи президентом Академии наук СССР, он поехал в США. Там ему объяснили, что надо заниматься "искусственным интеллектом", а, скажем, статистикой и эконометрикой не надо. Так он и сделал. Но в США организаторам науки действительно не надо было специально заниматься статистикой, поскольку более 150 лет там активно работала Американская статистическая ассоциация (более 20 тысяч членов). А у нас проблемы в статистике как были, так и остались, а существенная часть квалифицированных специалистов была отвлечена на бесплодные проекты "искусственного интеллекта".

Не было у компьютеров интеллекта, нет и не будет, по крайней мере в ближайшие 100 лет. Это уже и фантасты поняли – сколько они писали о разумных роботах в середине века и как притихли сейчас.

Хотя сами по себе современные компьютерные системы интеллектом не обладают, они способны усилить интеллект исследователя и аналитика. В частности, в сети Интернет содержится весьма много полезной информации, которая в настоящее время активно используется. Отметим, что это оказалось возможным благодаря использованию фундаментальных и прикладных научных исследований в оптике, приведших к созданию кабельных оптиковолоконных систем передачи информации. Именно оптиковолоконные кабели - основа Интернета. Они соединяют серверы - те "нервные узлы" сети, с которыми по обычным телефонным кабелям (через модемы) связываются пользователи Интернета. Оптиковолоконные кабели обеспечивают безошибочную передачу больших потоков информации, что было невозможно при использовании прежних систем связи.

Еще один пример технического прогресса - спутниковая связь. Кроме непосредственно связи, приема телепрограмм и т.п., эта система дает возможность точного определения своего положения на поверхности Земли. Через спутник могут передаваться указания о том, куда двигаться. Впрочем, если противник имеет возможность перехватывать сигналы, то пользоваться спутниковой связью нецелесообразно.

Прогресс в области общественных и гуманитарных наук порождает соответствующие возможности воздействия на противника. Например, часто говорят об информационном оружии. Речь идет не только об использовании разработок в области компьютерных наук, например, о создании и внедрении компьютерных вирусов, о защите своей информации и вскрытии чужой защиты. Обычно под информационным оружием понимают изготовление и распространение информации с целью манипуляции сознанием, для того, чтобы вынудить противника к действиям, ведущим ему во вред. Близкий смысл вкладывают в термин "психологическое оружие", подчеркивая в этом термине упор на достижения психологии. Технический прогресс и новая техника существенно расширили возможности в рассматриваемой области. Если в период Второй мировой противник мог использовать в основном лишь листовки, радио, слухи, то теперь добавилось (спутниковое) телевидение, видеомагнитофоны, Интернет и др.

На развитие научно-технического прогресса влияют не только точные и естественные науки, но и такие, как экономика и менеджмент. Влияние роста науки об управлении людьми (менеджмента) очевидно. Она дает эффективные технологии управления, развивает оптимальные методы управления проектами, в том числе на основе теории активных систем. При управлении персоналом необходимо опираться на концепцию пирамиды потребностей и адекватные представления о мотивации сотрудников. При научно-техническом планировании в современных российских условиях нельзя не учитывать динамику цен и их обобщающего показателя - индекса инфляции. И т.д.

Эконометрические и статистические методы связаны как с математическими методами исследования, так и с экономикой и менеджментом. Они используются при прогнозировании научно-технического прогресса, особенно статистика нечисловых данных и экспертные оценки [14]. Без современных статистических методов не обойтись при решении разнообразных задач стандартизации и управления качеством продукции [15]. На их основе строят имитационные эконометрические модели различных экономических систем с целью изучения, прогнозирования и оптимального управления [16]. В XX в. прикладная статистика прошла долгий путь развития [17], наглядно продемонстрировав большое практическое значение своих подходов, методов и результатов [18]. Подчеркнем, что внедрение современных статистических методов возможно только на основе интенсивного использования персональных компьютеров [19]. Однако наличием компьютеров не исчерпываются необходимые условия успешного применения современных эконометрических и статистических методов. Необходимы организационные условия и обученные кадры. В работе [20] была выдвинута программа развития этой сферы поддержки научно-технического прогресса. Программа опиралась на предполагавшуюся активную работу созданной в 1990 г. Всесоюзной статистической ассоциации и входящей в нее Секции статистических методов. Однако в связи с известными событиями в нашей стране эта программа не была реализована.

Нынешняя ситуация с эконометрическими и статистическими методами в нашей стране далека от приемлемой. В работе [21] приведены примеры государственных стандартов по статистическим методам управления качеством продукции, содержащим грубые ошибки, использовать которые недопустимо. Видимо, причина появления ошибок - низкая квалификация разработчиков. Перспективными областями применения эконометрических и статистических методов по-прежнему являются управление качеством продукции и услуг и, в частности, статистический контроль; планирование экспериментов; экспертные оценки [22], прогнозирование, в том числе при работе в ситуационных комнатах. В настоящее время одно из наиболее перспективных применений эконометрики - в контроллинге [23].

Надо напомнить и про экономическое оружие, с помощью которого, например, можно вывести из строя ту или иную отрасль промышленности, выполняющую оборонные заказы. Понятно, что для этого достаточно разорвать технологическую цепочку, предоставив контроль над хотя бы одним звеном этой цепочки хозяйствующему субъекту с зарубежным капиталом.

Теория и практика промышленной безопасности тесно связаны с экологией в целом и с экологической безопасностью в частности. Для решения задач обеспечения промышленной и экологической безопасности используется теория анализа риска. В частности, разработан спектр количественных характеристик риска [24]. В этой теории применяются, в частности, методы эконометрики и экспертных оценок. Анализ различных подходов к использованию экспертных оценок показывает, что успешные применения этого раздела эконометрики должны опираться на соответствующее информационное обеспечение в виде автоматизированного рабочего места или иного программного продукта.

Ряду специалистов перспективным представляется экологическое оружие, основанное на воздействии на природную среду страны, являющейся противником. Сравнительно новой идеей является то, что воздействие нацелено не на жителей этой страны, а на ее природную среду.

Вернемся к вопросу об автоматизации процесса принятия решений. После Второй мировой войны "на ура" была встречена книга Н.Винера "Кибернетика", в которой этот вопрос упоминался. Правда, как потом выяснил академик АН СССР Н.Н.Моисеев, все основные идеи кибернетики высказал наш соотечественник А.А.Богданов двадцатью годами ранее. Но важно другое. Именно после Второй мировой войны началось мощное научно-прикладное движение, для которого определяющими являются термины "кибернетика", "системный анализ", "теория игр". В рамках этого движения стало развиваться научное направление под названием "Исследование операций", в котором разрабатываются подходы и методы принятия решений в сложных ситуациях.

Все перечисленные научные направления весьма математизированы. Традиционная схема изучения такова. Строится математическая модель явления или процесса. Затем полученный математический объект изучается чисто математическими методами. Многие специалисты так и не выходят за пределы математики, не считая нужным связывать полученные ими теоремы с фактами реальной жизни. Другие же завершают триаду, возвращаясь из математических высот на почву реальности и интерпретируя математические результаты в терминах реальных проблем.

Отметим важность методов математического моделирования. Часто эксперимент с математической моделью может заменить реальный эксперимент, который либо слишком дорог, либо невозможен по тем или иным причинам, например, этическим. Однако расчеты по математическим моделям могут быть достаточно трудоемкими, и вычислительных возможностей стандартных персональных компьютеров может не хватить. Для проведения математического моделирования иногда (но не всегда) нужны сверхкомпьютеры, например, такие, как машины серии "Эльбрус", разработанной в Институте прикладной математики РАН.

Выше были рассмотрены различные примеры того, как в результате развития фундаментальной и прикладной науки продвигался технический прогресс. Однако весьма важно, что все эти продвижения происходят отнюдь не независимо друг от друга. Они действует вместе, они усиливают друг друга. Это очень хорошо видно на примере компьютерных наук. Здесь и достижения радиоэлектроники, позволившие создать современный персональный компьютер. И оптики, благодаря которой мы имеем оптоволоконную основу Интернет. И кибернетики с исследованием операций, создавшей математическую основу систем поддержки принятия решений. И теорию математического моделирования, позволяющую реальный эксперимент заменить компьютерным. Именно синтез всех этих столь различных направлений фундаментальных и прикладных научных исследований позволил получить столь мощный инструмент разработки новой техники и технического прогресса, как современный персональный компьютер.

Отметим активное развитие во второй половине XX в. самосознания науки, т.е. исследования развития науки и научно-технического прогресса научными методами. В этом спектре работ есть и простое описание типа справочников [25]. И изучение статистическими методами, которые в данном контексте называются наукометрическими [3]. И фундаментальная наука о науке, использующая более или менее абстрактные модели типа экономико-математических [26], и социально-психологический анализ проблем научных коллективов и отдельных научных работников [27,28], и прикладная наука о науке, дающая математический аппарат планирования научно-технических исследований [29]. Есть и размышления о науке в целом [2] и ее динамике в России в последние годы [1].

На современном этапе создание современных технических систем проводится на основе компьютеров. Подготовка технических требований, разработка аванпроекта, технико-экономический анализ характеристик изделия, математическое моделирование процесса его использования, изготовление конструкторской и технологической документации, разработка инструкций для пользователей и т.п. - все это в соответствии с современными требованиями необходимо осуществлять на основе компьютерной техники.

Таким образом, синтез различных направлений фундаментальных и прикладных научных исследований является главной составляющей научно-технического прогресса, позволяющей с помощью передовых технологий создавать современные технические системы.

Литература

1. Хромов Г.С. Наука, которую мы теряем. - М.: Космосинформ, 1995. - 104 с.

2. Пуанкаре А. О науке. - М.: Наука, 1990. - 736 с.

3. Налимов В.В., Мульченко А.Б. Наукометрия. - М.: Наука, 1969. - 192 с.

4. Нечаева Е.Г. Кадры науки России. - Международная газета "Наука

и технология в России". 1996. №.1(17). С.9.

5. Наука России:1993. Статистический сборник.- М. ЦИСН, 1994. - 240 с.

6. Россия в цифрах: Крат. стат. сб./ Госкомстат России. - М.: 1999. - 416 с.

7. Самуэльсон П. Экономика. Тт.1,2. - М.: МГП "Алгон"-Вниись, 1992. - 333 с. + 415 с.

8. Налимов В.В. Теория эксперимента. - М.: Наука, 1971. - 208 с.

9. Орлов А.И. Методологические проблемы математического моделирования в стандартизации и управлении качеством продукции. – В сб.: Математическое моделирование социальных процессов. - М.: Академия общественных наук при ЦК КПСС, 1989. С.112-114.

10. Гнеденко Б.В., Орлов А.И. Роль математических методов исследования в кардинальном ускорении научно-технического прогресса. - Заводская лаборатория. 1988. Т.54. No.1. С.1-4.

11. Неуймин Я.Г. Модели в науке и технике. История, теория, практика. - Л.: Наука, 1984. - 190 с.

12. Комаров Д.М., Орлов А.И. Роль методологических исследований в разработке методоориентированных экспертных систем (на примере оптимизационных и статистических методов). – В сб.: Вопросы применения экспертных систем. - Минск: Центросистем, 1988. С.151-160.

13. Винер Н. Кибернетика и общество. - М.: ИЛ, 1958. - 200 с.

14. Орлов А.И. Статистика объектов нечисловой природы в экспертных оценках. – В сб.: Прогнозирование научно-технического прогресса. Тезисы докладов III Всесоюзной научной школы (Минск, 10-16 марта 1979 г.). - Минск: Изд-во Белорусского научно-исследовательского института научно-технической информации и технико-экономических исследований Госплана БССР, 1979. С.160-161.

15. Кривцов В.С., Орлов А.И., Фомин В.Н. Современные статистические методы в стандартизации и управлении качеством продукции. - Стандарты и качество. 1988. No.3. С.32-36.
16. Нейлор Т. Машинные имитационные эксперименты с моделями экономических систем. - М.: Мир, 1975. - 500 с.
17. Орлов А.И. О развитии прикладной статистики. - В сб.: Современные проблемы кибернетики (прикладная статистика). - М.: Знание, 1981. С.3-14.

18. Орлов А.И. Что дает прикладная статистика народному хозяйству? – Вестник статистики. 1986. № 8. С.52 – 56.

19. Орлов А.И. Внедрение современных статистических методов с помощью персональных компьютеров. – В сб.: Качество и надежность изделий. No.5(21). - М.: Знание, 1992. С.51-78.

20. Орлов А.И. О современных проблемах внедрения прикладной статистики и других статистических методов. – Журнал «Заводская лаборатория». 1992. Т.58. No.1. С.67-74.

21. Орлов А.И. Сертификация и статистические методы (обобщающая статья). – Заводская лаборатория. 1997. Т.63. №3. С. 55-62.
22. Орлов А.И. Экспертные оценки. - Заводская лаборатория. 1996. Т.62. №1. С.54-60.
23. Орлов А.И. Высокие статистические технологии и эконометрика в контроллинге - Российское предпринимательство, 2001. № 5. С.91-93.
24. Орлов А.И., Федосеев В.Н. Проблемы управления экологической безопасностью. - Менеджмент в России и за рубежом. 2000. №.6. С.78-86.
25. Научные организации России. - М.: ЦИСН, 1993.- 286 с.

26. Яблонский А.И. Математические модели в исследовании науки. - М.: Наука, 1986. - 352 с.
27. Социально-психологические проблемы науки. Ученый и научный

коллектив / Сб. статей под ред. М.Г. Ярошевского. - М.: Наука, 1973. - 252 с.
28. Человек науки / Сб. статей под ред. М.Г. Ярошевского. - М.: Наука, 1974. - 392 с.
29. Рохваргер А.Е., Шевяков А.Ю. Математическое планирование научно-технических исследований. - М.: Наука, 1975. - 440 с.

Контрольные вопросы

1. Приведите примеры решений менеджеров, сильно повлиявших на развитие той или иной страны.
2. Почему после Второй мировой войны резко ускорился рост численности научных работников?
3. Какова роль вычислительной техники и информационных технологий в современном научно-техническом прогрессе?
4. Расскажите о развитии и роли научного направления, известного под названием «кибернетика».
5. Проанализируйте динамику развития науки в СССР и России.

Темы докладов и рефератов

1. Роль личности в экономической истории.
2. Роль математических методов исследования в научно-техническом прогрессе.
3. Математические методы планирования эксперимента – эффективный инструмент исследователя.
4. Организационно-экономические и социально-психологические механизмы самоторможения развития науки.
5. Методы и возможности наукометрии как инструмента управления научно-техническим прогрессом.
6. Методы принятия решений, позволяющие повысить экономическую

эффективность управления научно-техническим прогрессом.

1.4. Принятие решений в стратегическом менеджменте

Если сравнить менеджера с капитаном корабля, то становится более ясной проблема выбора пути. Куда плыть кораблю? Каким путем развиваться предприятию? Ответ на этот вопрос дает стратегический менеджмент (стратегическое управление и планирование).

1.4.1. Пирамида планирования в стратегическом менеджменте: миссия фирмы, стратегические цели, задачи и конкретные задания

Первой и главной из основных функций менеджмента является функция прогнозирования и планирования. Рассмотрим ее составляющие.

Миссия фирмы. При планировании, очевидно, надо исходить из того, для чего предназначена фирма, в чем состоит ее "миссия" в мире бизнеса. Например, миссия фирмы "Авион" - осуществлять безопасные и прибыльные воздушные перевозки пассажиров и грузов". Миссия фирмы "Московский государственный технический университет им, Н.Э.Баумана” - готовить студентов и аспирантов в традициях русской системы инженерного образования (по соответствующим специальностям).

В наиболее общих терминах стратегический менеджмент - средство обеспечения выполнения фирмой своей миссии. Целеполагание - самый трудный и ответственный этап планирования. Сформулировать миссию фирмы - наиболее важное решение для ее основателей и высших менеджеров. Изменение миссии фактически означает закрытие прежней фирмы и открытие на ее месте новой, пусть даже под тем же названием. Миссия - стержень фирмы, наиболее устойчивая часть ее организма. (Отметим, что фирму надо сравнивать с живым организмом, а не с бездушной мертвой машиной!)

Стратегические цели. Конкретизацией миссии фирмы являются ее стратегические цели, т.е. цели на долгосрочный период, скажем, на 10 лет. Для фирмы "Авион" такими целями могут являться:

•расширение сегмента рынка на трансатлантических перевозках; повышение безопасности полетов;

•повышение общего и профессионального уровня подготовки личного состава (летчиков, техников, стюардесс, менеджеров и др.);

•создание благоприятного социального климата в коллективе;

•поддержание состава воздушного флота и наземного обеспечения на уровне не ниже, чем у конкурентов, и др.

Для фирмы "Московский государственный технический университет им. Н.Э.Баумана” стратегическими целями могут являться:

•повышение высокого научного уровня преподавательского состава (а для этого развитие научных исследований в вузе на мировом уровне), овладения им современными технологиями преподавания, снабженными методическими материалами на бумажных и электронных носителях;

•организация набора хорошо подготовленных абитуриентов, способных овладеть специальностями, преподаваемыми в институте, на уровне, который дает выпускникам необходимую конкурентоспособность на рынке труда;

•создание и поддержание материально-технической базы, необходимой для осуществления высококачественного учебного процесса;

•обеспечение необходимого контроля за качеством работы преподавателей и студентов, и др.

Очевидно, что для стратегических целей практически невозможно дать числовые значения параметров, которые необходимо достичь, или сроков, в которые это необходимо сделать. Упрощением было бы говорить, что срок выполнения стратегической цели, скажем, 10 лет. Правильнее было бы не определять срок, но обсуждать долгосрочное планирование на неопределенный по времени период. Некоторые стратегические цели, например, достижение превосходства над конкурентами, должны выполняться постоянно.

Задачи фирмы. Следующим уровнем конкретизации являются задачи, которые должны быть решены для достижения той или иной стратегической цели. Например, для фирмы "Авион" задачами могут являться:

- выход на 99 % показатель прибытия самолета в срок;
- создание системы ежегодной переподготовки летчиков и стюардесс;
- ежегодная закупка не менее 3 современных самолетов, и др.

Для фирмы "Московский государственный технический университет им, Н.Э.Баумана” задачами могут являться:

- наличие не менее 20 % профессоров - докторов наук и 50 % доцентов - кандидатов наук в составе преподавателей;
- обеспечение благоприятного возрастного состава преподавателей (например, средний возраст преподавателей не должен быть меньше 40 и больше 50 лет);
- обеспечение регулярной научной работы преподавателей (например, каждый должен опубликовать в течение 5 лет не менее 5 научных работ и выступить не менее чем на 3 конференциях всероссийского и международного уровня);
- в системе довузовской подготовки абитуриентах в разнообразных школах, кружках, на курсах должны ежегодно заниматься не менее чем 4000 школьников;
- кафедры института должны быть оснащены компьютерами, объединенными в электронную сеть, обеспечивающую электронную

почту внутри института и дающую непосредственный выход во всемирную сеть Интернет, и др.

Хотя в некоторых из перечисленных задач встречаются числовые параметры, их еще недостаточно для конкретного планирования и контроля, поэтому следующим уровнем планирования являются полностью определенные конкретные задания, степень выполнения которых может быть однозначно оценена.

Конкретные задания. Рассмотрим, например, приведенную выше задачу для фирмы "Авион" - выход на 99 % показатель прибытия самолета в срок. Прежде всего, необходимо добавить срок выполнения, например, в течение 2 лет. Тогда задача становится конкретным заданием, для выполнения которого необходим дальнейший анализ. Прежде всего, по каким причинам самолеты не прибывают в срок? Некоторые причины очевидны - встречный ветер, который задерживает самолеты, боковой, который отклоняет их от оптимальной трассы, рассчитанной при отсутствии ветра, и попутный, который доставляет их в аэропорт назначения раньше срока. Для исключения влияния ветра на момент прибытия самолета необходимо разработать алгоритмы управления воздушным судном и согласовать их с наземными службами. Можно задать и встречный вопрос - а все ли рейсы должны прибывать точно в срок? Положительный ответ очевиден, если пункт назначения - крупный аэропорт, в котором каждую минуту заходит на посадку 1-2 самолета. Если же на полевой аэродром садятся 1-2 самолета в неделю и рейс не является срочным, то, очевидно, имеет смысл пожертвовать точностью прибытия ради, например, экономии топлива или повышения безопасности рейса. Вполне разумна коррекция конкретного задания, задачи, стратегической цели или даже миссии фирмы в результате тщательного анализа при планировании.

Для фирмы "Московский государственный технический университет им, Н.Э.Баумана” в качестве задачи было указано наличие не менее 20 % профессоров - докторов наук и 50 % доцентов - кандидатов наук в составе преподавателей. Чтобы превратить эту задачу в набор конкретных заданий, необходимо проанализировать состав персонала на настоящий момент, спрогнозировать его естественное изменение (в результате выхода на пенсию преподавателей старших возрастов, перехода на другую работу иных сотрудников и др.), оценить возможности повышения профессионального уровня (защиты диссертаций) для конкретных сотрудников, а также возможности привлечения нового персонала. После этого можно будет спланировать активную кадровую политику и оценить ее результаты по повышению профессионального уровня персонала. Достижима ли вообще поставленная задача? А если достижима, то в какие сроки? И после всего описанного анализа должен быть утвержден конкретный план мероприятий.

Мы обсудили всю пирамиду планирования - от вершины (миссии вершины) через второй слой - стратегические цели (их обычно не более 10) и третий - задачи (на достижение стратегические цели может быть направлены десятки задач, так что общее число задач фирмы может быть оценено как 100) до подножия - конкретных заданий (для решения каждой задачи может понадобится десяток конкретных заданий, так что общее число конкретных заданий, выполняемых в сколько-нибудь крупной фирме - тысячи). Технология планирования, разобранная выше, позволяет превратить тысячи отдельных конкретных заданий в общий план работы фирмы, сбалансированный по материальным, кадровым и финансовым затратам. Этот план весьма конкретен на ближайшее время (скажем, на год), и переходит к все более общим (неконкретным, неопределенным, расплывчатым) формулировкам при удалении в будущее.

Стрела "Настоящее - Будущее". Как уже отмечалось, ранее был подробно разобран процесс планирования. В случае стратегического менеджмента особенностью этого процесса является устремленность в будущее. Мы двигаемся от частного к общему, что соответствует движению от суеты настоящего к дальнему горизонту планирования - горным вершинам будущего:

конкретные задания - задачи –стратегические цели -

- миссия фирмы.

При этом при движении от подножия пирамиды планирования к ее вершине вопросы, на которые мы отвечаем, меняются так:

Что конкретно надо сделать? - Чего в целом необходимо добиться? –

- Зачем мы работаем?

При движении от ближайших сроков к далекой перспективе мы проходим следующие этапы планирования:

оперативное планирования - бизнес-планирование –

- разработка стратегии.

Под оперативным (или краткосрочным) планированием понимают планы на ближайшее время, что-то между одним днем и одним годом. "Далекая перспектива" относится к анализу и планированию изменений, которые должны закончиться лет через десять. Именно таков типовой срок от идеи до выпуска новой марки автомобиля или самолета. В промежутке между долгосрочным и краткосрочным планированием лежит среднесрочное, или бизнес-планирование - на 3 - 5 лет.

Сравнение стратегического и оперативного менеджмента. Задачи принятия решений в стратегическом и оперативном менеджменте сильно отличаются. Сравнение стратегического и оперативного менеджмента по девяти признакам представлено в следующей табл.1, взятой из монографии [1].

Таблица 1.

Сравнение стратегического и оперативного менеджмента

Признаки	Стратегический менеджмент	Оперативный менеджмент
Иерархические ступени	В основном на уровне высшего руководства	Включает все уровни с основным упором на среднее звено управления
Неопределенность	Существенно выше	Меньше
Вид проблем	Большинство проблем не структурировано	Относительно хорошо структурированы
Временной горизонт	Акцент на долгосрочные, а также на средне- и краткосрочные аспекты	Акцент на кратко- и среднесрочные аспекты
Потребная информация	В первую очередь из внешней среды	В первую очередь из самого предприятия
Альтернативы планов	Спектр альтернатив в принципе широк	Спектр ограничен
Охват	Концентрация на отдельных важных позициях	Охватывает все функциональные области и интегрирует их
Степень детализации	Невысокая	Относительно большая
Основные контролируемые величины	Потенциалы успеха (например, рост доли рынка)	Прибыль, рентабельность, ликвидность

1.4.2. Проблема горизонта планирования в стратегическом менеджменте

Продолжим начатое выше обсуждение влияние выбора горизонта планирования на принимаемые решения. Отметим, что во многих реальных ситуациях продолжительность, например, инвестиционного проекта не полностью определена либо горизонт планирования инвестора не охватывает всю продолжительность реализации проекта до этапа утилизации. В таких случаях важно изучить влияние горизонта планирования на принимаемые решения.

Рассмотрим условный пример. Предположим, я являюсь владельцем завода. Если горизонт моего планирования - 1 месяц, то наибольший денежный доход я получу, продав предприятие (включая здания, сырье, технологическое оборудование, землю, на котором стоит предприятие - если, конечно, я имею право ее продать). Если же планирую на год, то я сначала понесу затраты, закупив сырье и оплатив труд рабочих, и только затем, продав продукцию, получу прибыль. Если я планирую на 10 лет, то пойду на крупные затраты, закупив лицензии и новое оборудование, с целью увеличения дохода в дальнейшие годы. При планировании на 30 лет имеет смысл вложить средства в создание и развитие собственного научно-исследовательского центра, и т.д.

Подчеркнем - реальные инвестиции (в основные фонды - в здания, оборудование, в конструкторские разработки и т.д.), которые окупятся в следующие годы, в текущем году ухудшат многие финансово-хозяйственные показатели работы предприятия, сократят его прибыль, уменьшат показатели рентабельности, в итоги акционеры получат - в данном году - меньше.

Таким образом, популярное утверждение "фирма работает ради максимизации прибыли" или "цель фирмы - максимизация прибыли" не имеет точного смысла. За какой период максимизировать прибыль - за месяц, год, 10 или 30 лет? От горизонта планирования зависят принимаемые решения. Понимая это, ряд западных экономистов отказываются рассматривать фирмы как инструменты для извлечения прибыли, предпочитают смотреть на них как на квазиживые существа, старающиеся обеспечить продолжение своего существования и дальнейшее развитие. Соответственно с этим стратегический менеджмент исходит из понятий "миссия фирмы", "стратегические цели" (например, стратегическая цель может иметь вид: "повысить долю рынка, контролируемую фирмой"), которые невозможно непосредственно выразить в денежных единицах (подробнее об этом см., например, [2]).

Прежде чем обсуждать непосредственно влияние горизонта планирования на принимаемые менеджером решения, рассмотрим используемые при принятии решений оптимизационных моделей.

Характеризация моделей с дисконтированием. Пусть для простоты изложения время принимает дискретные значения. Тогда развитие экономической ситуации описывается последовательностью $x_1, x_2, ..., x_m,$ где переменные x_j лежат в некотором пространстве X, возможно, достаточно сложной природы. Надо отметить также, что положение в следующий момент не может быть произвольным, оно связано с положением в предыдущий момент. Проще всего принять, что существует некоторое множество K такое, что $(x_j, x_{j+1}) \in K, \quad j = 1,2,...,m-1.$ Результат экономической деятельности за j-й период описывается величиной $f_j(x_j, x_{j+1}).$ Зависимость не только от начального и конечного положения, но и от номера периода объясняется тем, что через номер периода осуществляется связь с общей экономической ситуацией. Желая максимизировать суммарные результаты экономической деятельности, приходим к постановке стандартной задаче динамического программирования:

$$F_m(x_1, x_2, ..., x_m) = \sum_{1 \le j \le m-1} f_j(x_j, x_{j+1}) \to \max, \quad (1)$$

$$(x_j, x_{j+1}) \in K, \quad j = 1,2,...,m-1.$$

Таким образом, необходимо выбрать план $(x_1, x_2, ..., x_m)$, удовлетворяющий приведенным ограничениям, на котором достигает максимума функционал F_m . Естественно, предполагается, что множество возможных переходов K таково, что область определения функционала F_m не пуста. При обычных математических предположениях максимум достигается.

Как известно, задача (1) часто возникает во многих прикладных экономических и эконометрических областях, в макроэкономике, в логистике (управлении запасами) (см., например, монографию [3]).

Широко предлагаются, исследуются и применяются модели, приводящие к следующему частному случаю задачи (1):

$$F_m(x_1, x_2, ..., x_m) = \sum_{1 \le j \le m-1} \alpha^{o-1} f(x_j, x_{j+1}) \to \max, \quad (2)$$

$$(x_j, x_{j+1}) \in K, \quad j = 1,2,...,m-1.$$

Это - модели с дисконтированием (как известно, α - дисконт-фактор). Естественно попытаться выяснить, какими "внутренними" свойствами выделяются задачи типа (2) из всех задач типа (1). В частности, почему такой большой популярностью пользуется характеристика инвестиционного проекта *NPV (Net Present Value* - чистая текущая стоимость), относящаяся к характеристикам дисконтированного типа и подробно рассматриваемая ниже.

Представляет интерес изучение и сравнение между собой планов возможного экономического поведения на k шагов $X_1 = (x_{11?} x_{21?} ..., x_{k1})$ и $X_2 = (x_{12?} x_{22}, ..., x_{k2})$. (Естественно, предполагаем, что все пары соседних элементов входят в множество *K*.) Естественно сравнение проводить с помощью описывающих результаты экономической деятельности функций, участвующих в задачах (1) и (2). Именно, будем говорить, что план X_1 лучше плана X_2 при реализации с момента i, если

$$f_i(x_{11}, x_{21}) + f_{i+1}(x_{21}, x_{31}) + ... + f_{i+k-1}(x_{(k-1)1}, x_{k1}) >$$

$$> f_i(x_{12}, x_{22}) + f_{i+1}(x_{22}, x_{32}) + ... + f_{i+k-1}(x_{(k-1)2}, x_{k2}). \quad (3)$$

Будем писать $X_1\, R(i) X_2$, если выполнено неравенство (3), где *R(i)* - бинарное отношение на множестве планов, задающее упорядочение планов отношением "лучше".

Ясно, что упорядоченность планов на k шагов, определяемая с помощью бинарного отношения *R(i),* может зависеть от i, т.е.

"хорошесть" плана зависит от того, с какого момента i он начинает осуществляться. С точки зрения реальной экономики это вполне понятно. Например, планы действий, вполне рациональные для периода стабильного развития, никуда не годятся в период гиперинфляции. И наоборот, приемлемые в период гиперинфляции операции не принесут эффекта в стабильной обстановке.

Однако, как легко видеть, в моделях с дисконтированием (2) все упорядочения $R(i)$ совпадают, $i = 1,2, \dots, m-k$. Оказывается - это и есть основной результат настоящего подпункта - верно и обратное: если упорядочения совпадают, то мы имеем дело с задачей (2) - с задачей с дисконтированием, причем достаточно совпадения только при k=1,2. Сформулируем более подробно предположения об устойчивости упорядочения планов.

(I). Пусть $(x,y)\in K, \quad (x',y')\in K.$ Верно одно из двух: либо

$$f_i(x,y) > f_i(x',y')$$

для всех $i = 1,2,\dots,m-1;$ либо

$$f_i(x,y) \le f_i(x',y')$$

для всех $i = 1,2,\dots,m-1.$

(II). Пусть $(x,y)\in K, \quad (y,z)\in K, \quad (x',y')\in K, \quad (y',z')\in K.$ Верно одно из двух: либо

$$f_i(x,y)+f_{i+1}(y,z) > f_i(x',y')+f_{i+1}(y',z')$$

для всех $i = 1,2,\dots,m-2;$ либо

$$f_i(x,y)+f_{i+1}(y,z) \le f_i(x',y')+f_{i+1}(y',z')$$

для всех $i = 1,2,\dots,m-2.$

Как впервые подробно показано в работе [4], при некоторых внутриматематических условиях регулярности из условий устойчивости упорядоченности планов (I) и (II) следует существование констант $\alpha > 0$ и $d_j, \; j = 2,\dots,m-1,$ таких, что

$$f_j(x,y) = \alpha^{j-1} f_1(x,y) + d_j, \quad j = 2,...,m-1.$$

Поскольку прибавление константы не меняет точки, в которой функция достигает максимума, то последнее соотношение означает, что условия устойчивости упорядоченности планов (I) и (II) характеризуют (другими словами, однозначно выделяют) модели с дисконтированием среди всех моделей динамического программирования.

Математические условия, при которых доказывалась теорема о характеризации моделей с дисконтированием, постепенно ослаблялись на протяжении 1970-х годов (см. об этом в [3]), однако на экономическую сторону дела эти внутриматематические усовершенствования не влияли.

Асимптотически оптимальные планы. Рассмотрим модель (2) с $\alpha = 1$, т.е. модель без дисконтирования

$$F_m(x_1, x_2, ..., x_m) = \sum_{1 \le j \le m-1} f(x_j, x_{j+1}) \to \max, \quad (4)$$

$$(x_j, x_{j+1}) \in K, \quad j = 1,2,...,m-1.$$

При естественных математических предположениях, на которых не будем останавливаться, при каждом *m* существует оптимальный план $(x_1(m), x_2(m),..., x_m(m)),$ при котором достигает максимума оптимизируемая функция. Поскольку выбор горизонта планирования нельзя рационально обосновать, хотелось бы построить план действий, близкий к оптимальному при различных горизонтах планирования. Это значит, что целью является построение бесконечной последовательности $(y_1, y_2,...)$ такой, что ее начальный отрезок длины *m,* т.е. $(y_1, y_2,... y_m)$, дает примерно такое же значение оптимизируемого функционала, как и значение для оптимального плана $(x_1(m), x_2(m),..., x_m(m)).$ Бесконечную последовательность $(y_1, y_2,...)$ назовем асимптотически оптимальным планом.

Выясним, можно ли использовать для построения асимптотически оптимального плана непосредственно оптимальный план. Зафиксируем k и рассмотрим последовательность $x_k(m)$. Нетрудно построить примеры, показывающие, что, во-первых, элементы в этой последовательности будут меняться; во-вторых, они могут не иметь пределов. Следовательно, оптимальные планы могут вести себя крайне нерегулярно, а потому в таких случаях их нельзя использовать для построения асимптотически оптимальных планов.

Тем не менее можно доказать (соответствующая экономико-математическая теория развита в главе 5 монографии [3]), что асимптотически оптимальные планы существуют, т.е. можно указать такие бесконечные последовательности $(y_1, y_2, ...)$, что

$$\lim_{m \to \infty} \frac{F_m(x_1(m), x_2(m), ..., x_m(m))}{F_m(y_1, y_2, ... y_m)} = 1.$$

С помощью такого подхода решается проблема горизонта планирования - надо использовать асимптотически оптимальные планы, не зависящие от горизонта планирования. Интересно, что оптимальная траектория движения состоит из трех участков - начального, конечного и основного, а основной участок - это движение по магистрали. Полная аналогия с движением автотранспорта: чтобы попасть куда-либо, нужно сначала выехать на магистраль (шоссе), подъехать по хорошей дороге возможно ближе к цели, потом преодолеть заключительный участок.

1.4.3. Некоторые методы принятия решений в стратегическом менеджменте

Рассмотрим несколько широко используемых практических инструментов принятия решений в стратегическом менеджменте [5].

Информация и инструменты стратегического

планирования. Исходными пунктами стратегического планирования являются:

- структура конкурентов;
- структура рынков сбыта;
- тенденции технического развития и эволюции моды;
- структура рынков снабжения;
- правовая, социальная, экономическая, экологическая и политическая окружающая среда;
- собственные сильные и слабые стороны.

На основе перечисленных данных в соответствии с миссией фирмы выбираются цели на длительную перспективу и анализируются ресурсы, которые для этого необходимы. Инструментами стратегического планирования являются, кроме упомянутого выше метода экспертных оценок, анализ «разрывов», анализ шансов и рисков (сильных и слабых сторон), анализ портфеля, метод проверочного списка, метод оценки по системе баллов, концепция жизненного цикла товара, и также иные методы прогнозирования, планирования и принятия решений.

При анализе «разрывов» сравнивают три возможных сценарии развития фирмы:

- какого оборота (прибыли и других характеристик работы предприятия) можно достичь, если в будущем в процессе продаж ничего не изменится (сценарий А);
- какого оборота можно достичь, если попытаться при максимальном напряжении сил проникнуть более интенсивно с существующим продуктом на существующие рынки (сценарий Б)
- и если дополнительно развивать новые продукты и/или новые рынки (сценарий В).

Разницу между результатами по сценариям Б и А называют оперативным разрывом, а между результатами по сценариям В и Б - стратегическим разрывом. Эта терминология подчеркивает роль нововведений в стратегическом плане фирмы - разработки новых продуктов или выхода на новые рынки, или и того и другого вместе.

Матрица портфеля Бостонской консалтинговой группы. Может оказаться полезным анализ портфеля предприятия (табл.2). Надо иметь в виду, что речь идет не о стратегическом планировании для всего предприятия, а для его «стратегических подразделений». Они выделяются комбинациями «продукт-рынок», которые:

•однородны, т.е. нацелены на определенный достаточно однородный круг потребителей;

•могут действовать независимо от других подразделений предприятия;

•распоряжаются достаточно большой долей рынка, чтобы проведение исследований по разработке специфической стратегии было выгодным.

Таблица 2.

Матрица портфеля Бостонской консалтинговой группы

Высокий	1. Звезды	3. Знак вопроса
Низкий	2. Дойные коровы	4. Собаки
Рост спроса / / рыночная доля	Высокая	Низкая

Внеся товары (с учетом их доли в обороте фирмы) в соответствующие клетки табл.2, можно рассчитать долю особо успешных товаров типа 1 (Звезды), которые, возможно, нуждаются в дальнейшем финансировании для увеличения и закрепления успеха. Хотя рост спрос на товары типа 2 (Дойные коровы) низок, но из-за большой доли рынка они могут еще долго приносить хороший доход на мало меняющихся (стагнирующих) рынках. Судьба товаров типа 3 (Знак вопроса) неясна. Оправданы ли большие финансовые затраты на расширение их доли на рынке? Товары типа 4 (Собаки) «зарабатывают» лишь себе на жизнь.

На основе анализа табл.2 можно проанализировать несколько возможных стратегий:

- «строить», т.е. «знаки вопроса» переводить в «звезды»;

- «держать», т.е. «дойные коровы» должны удерживать свои доли рынка и стремиться к росту прежде всего для поддержки «звезд» и «знаков вопроса»;

- «собирать урожай», т.е., не принимая во внимание долгосрочные последствия, снимать сиюминутные сливки (при этом идет речь о «слабых» - «дойных коровах», «собаках» и «знаках вопроса»);

- «выселяться», т.е. «собаки» и «знаки вопроса» забираются с рынка (перестают выпускаться), поскольку они ничего не приносят и не ожидается их рост, и т.д.

При определении целей и стратегий дальнейшего развития стратегические подразделения нуждаются во взаимной координации, однако без подавления их самобытности (другими словами, со стороны руководства фирмы должно осуществляться контролируемое децентрализованное руководство). Руководство фирмы должно направить отдельные подразделения на привлекательные рынки, обнаружив и использовать синергетический эффект от их взаимодействия и рационально распределить ресурсы. Так, руководство фирмы должно способствовать тому, чтобы «дойные коровы» передали часть дохода «звездам».

В табл. 2 сопоставлены такие характеристики выпускаемого товара, как "рост спроса " и "доля рынка". Ясно, что высокий рост соответствует ранней стадии жизненного цикла товара, а низкий - поздней стадии. Обычно высокая доля рынка сигнализирует о продолжительном периоде получения прибыли, а низкая - о коротком. Так, высокая доля рынка может быть из-за слабой конкуренции. Рыночный лидер может иметь преимущество в издержках на одно изделие - эффект масштаба производства!

Методы списка и суммарной оценки. Широко используемыми и весьма полезными инструментами стратегического планирования являются также метод проверочного списка и метод оценки по системе баллов. Первый из них весьма прост. Выделяется некоторое количество «факторов успеха» и всем рассматриваемым проектам даются оценки (например, с помощью комиссии экспертов) по этим факторам. Например, в табл.3 представлен бланк проверочного списка для проектов, состоящих в организации выпуска тех или иных товаров (стратегии типа "продукт-рынок").

Таблица 3.

Пример проверочного списка

Продукты Факторы	А	Б	В
Степень инноваций	хорошо	средне	плохо
Число возможных покупателей	плохо	хорошо	Средне
Готовность к кооперации в торговле	средне	хорошо	Хорошо
Барьеры для вхождения новых продавцов	хорошо	плохо	Плохо
Обеспеченность сырьем	плохо	средне	Хорошо

Обратите внимание, что оценки даются в качественном виде (измерены в порядковой шкале – см. ниже в части 2). Любая количественная определенность была бы при подобных оценках лишь иллюзией.

Целесообразно разделить факторы на «обязательные», «необходимые» и «желательные». Т.е. ввести веса факторов, выраженные в качественном виде. Правило принятия решения может иметь вид: «Форсируй планирование тех стратегий типа «продукт-рынок», при которых все обязательные факторы и по меньшей мере два необходимых соответствуют оценке «хорошо»».

Методу проверочного списка, в котором как оценки отдельных факторов, так и веса факторов и способы принятия решений имеют качественный характер, соответствует количественный двойник - метод суммарной оценки.

Конечно, с числами оперировать гораздо легче, чем с качественными оценками. Недаром математики обычно рвутся "оцифровать" качественные факторы и веса. Но при этом, как мы знаем из теории измерений (см. ниже часть 2), в окончательные выводы может быть внесен субъективизм, связанный с выбором способа "оцифровки" качественных оценок и весов. Обратите внимание в связи со сказанным на обсуждение методов принятия решений, основанных на применении оценок экспертов (часть 3), где, в частности, даны рекомендации по снижению субъективизма в выборе весов факторов в единой суммарной оценке.

Рассмотрим условный пример по вычислению и использованию единой суммарной оценки. Пусть оценки факторов 1 и 2 для продуктов А и Б даны в табл.4 (для простоты изложения мы опускаем способы получения численных значений в табл.3 и не рассматриваем погрешности этих значений).

Для получения суммарной оценки необходимо знать веса факторов. Пусть фактор 1 оценивается экспертами как вдвое более важный, чем фактор 2. Поскольку сумма весов факторов должна составлять 1, то вес фактора 1 есть 0,67, а фактора 2 - 0,33.

Таблица 4.

Метод суммарной балльной оценки

Продукты Факторы	А	Б
1	40 %	90 %
2	50 %	20 %

Суммарная оценка по продукту А равна

$$0.67 \times 40\ \% + 0,33 \times 50\ \% = 26,8\ \% + 16,5\ \% = 43,3\ \%,$$

а суммарная оценка по продукту Б равна

$$0.67 \times 90\ \% + 0,33 \times 20\ \% = 60,3\ \% + 6,6\ \% = 66,9\ \%.$$

Однако получение суммарных оценок - только этап процесса принятия решений. Нужен еще критерий отбора - какими продуктами заниматься, а какими нет. Простейшая формулировка состоит в задании границы. Если суммарная оценка продукта больше этой границы, то связанная с ним работа по планированию продолжается, если же нет - он исключается из рассмотрения как малоперспективный. Если в рассматриваемом случае такая граница выбрана на уровне 55 %, то работа над продуктом А прекращается, а над продуктом Б - продолжается.

Отметим, что принятие решения на основе границы несколько снижает влияние конкретных правил оцифровки. Например, если для продукта А оценки по факторам А и Б поднимутся на 10 % и достигнут соответственно значений 50% и 60 %, то суммарная оценка окажется равной

$$0.67 \times 50\ \% + 0,33 \times 60\ \% = 33,5\ \% + 19,8\ \% = 53,3\ \%,$$

т.е. общее решение не меняется, продукт А остается среди малоперспективных.

Менеджер - главное лицо в перспективном планировании. Если прогнозирование - научно-исследовательская работа, ее результаты можно сравнить с прожектором, освещающим основные черты грядущего, то планирование - частный вид принятия решений. Для стратегического планирования могут быть использованы не только те методы подготовки и принятия решений, о которых говорится выше в настоящей главе, но и весь арсенал современной теории принятия решений [6-8].

Однако все эти простые или хитроумные компьютерные приемы - лишь подспорье для менеджера. Именно он несет ответственность за судьбу фирмы, и именно на свое знание дела, на свою интуицию он должен полагаться при принятии решений в стратегическом менеджменте [2,5].

Литература

1. Карминский А.М., Оленев Н.И., Примак А.Г., Фалько С.Г. Контроллинг в бизнесе. Методологические и практические основы построения контроллинга в организациях. - М.: Финансы и статистика, 1998. - 256 с.

2. Менеджмент / Под ред. Ж.В. Прокофьевой. - М.: Знание, 2000. - 288 с.

3. Орлов А.И. Устойчивость в социально-экономических моделях. - М.: Наука, 1979. -296 с.

4. Orlov A. Sur la stabilite' dans les modeles economiques discrets et les modeles de gestion des stocks. // Publications Econometriques. 1977. Vol.X. F. 2. Pp.63-81.

5. Шмален Г. Основы и проблемы экономики предприятия. - М.: Финансы и статистика, 1996. - 512 с.

6. Хан Д. Планирование и контроль: концепция контроллинга / Пер. с нем. - М.: Финансы и статистика, 1997. - 800 с.

7. Маниловский Р.Г. Бизнес-план. - М.: Финансы и статистика, 1998. - 160 с.

8. Деловое планирование: Методы. Организация. Современная практика. - М.: Финансы и статистика, 1997. - 368 с.

Контрольные вопросы

1. Расскажите о пирамиде планирования в стратегическом менеджменте.
2. Сравните стратегический и оперативный менеджмент.

3. Какое условие выделяет экономико-математические модели с постоянным дисконтированием среди всех моделей динамического программирования?
4. Почему оправдано использование асимптотически оптимального плана?
5. Расскажите о содержании и использовании матрицы портфеля Бостонской консалтинговой группы.
6. Чем отличаются методы проверочного списка и суммарной оценки?

Темы докладов и рефератов

1. Опишите пирамиду планирования для какой-либо известной Вам фирмы.
2. Соотношение оптимальных и асимптотически оптимальных планов.
2. Инструменты стратегического менеджмента.
3. Проблема устойчивости выводов (по отношению к малым отклонениям исходных данных и субъективным "оцифровкам" качественных оценок) при решении проблем стратегического менеджмента.
4. Методы построения суммарной оценки проекта по оценкам отдельных факторов.
5. Способы выбора весовых коэффициентов в задачах стратегического менеджмента.

1.5. Принятие решений при управлении инновационными и инвестиционными проектами

1.5.1. Подготовка и проведение нововведений - часть работы менеджера

Инновация - это нововведение, изменение. Любая инновация – результат принятия решения или целой серии решений. Некоторые изменения навязываются извне, инициаторами других являемся мы сами. Изменение курса доллара или экономической обстановки в целом навязано вашей организации извне, и она вынуждена предпринимать ответные меры, чтобы сократить убытки. Переезд на другую квартиру, смена места работы, свадьба - изменения, инициаторами которых являетесь вы сами.

Мы живем среди изменений и вынуждены меняться сами. Чтобы выжить, люди вынуждены меняться ради приспособления к обстоятельствам и событиям вокруг них и в них самих. Организации также постоянно приспосабливаются и совершенствуются. Чтобы не просто выжить, а расти и развиваться, они вынуждены очень серьезно изменять себя с целью достижения поставленных целей.

Причины изменений могут быть разнообразны. Например, снижение спроса на какие-то конкретные виды продукции или услуг, скажем, на черно-белые телевизоры. Слияние компаний, занимающихся розничной торговлей (что может привести к монополизации и повышению цен). Общий спад активности в компаниях, занимающихся розничной продажей, что в свою очередь может быть связано с изменением курсов валют. Изменение предпочтений потребителей, например, общественно значимое увеличение заботы о здоровье; появление новых технологий, новых видов товаров и услуг (например, домашних персональных компьютеров и аксессуаров к ним). Смена местного или общенационального руководства. Стихийные бедствия как естественного (землетрясения, пожары, наводнения, ураганы и др.), так и техногенного (аварии на производстве или в жилищно-коммунальной сфере) происхождения.

Термин «инновация» происходит от латинского слова «innovato», что означает обновление или улучшение. В самом общем плане этот термин можно понимать как особую культурную ценность (материальную или нематериальную), которая в данное время и в данном месте воспринимается людьми как новая. Только в начале XX века стали изучаться закономерности технических нововведений.

Принято считать, что понятие "нововведение" является русским вариантом английского слова innovation. Буквальный перевод с английского означает "введение новаций" или в нашем понимании этого слова "введение новшеств". Под новшеством понимается новый порядок, новый обычай, новый метод, изобретение, новое явление. Русское словосочетание "нововведение" в буквальном смысле "введение нового" означает процесс использования новшества.

В мировой экономической литературе "инновация" интерпретируется как превращение потенциального научно-технического прогресса (НТП) в реальный, воплощающийся в новых продуктах и технологиях. Проблематика нововведений в нашей стране на протяжении многих лет разрабатывалась в рамках экономических исследований НТП.

В литературе насчитывается множество определений понятия «инновация». Будем понимать под инновацией любое нововведение или изменение. Естественно выделять научно-технические и управленческие инновации. Первые основаны на новых научных и технических решениях, а вторые - на новых организационных решениях.

Уровни изменения. Целесообразно разделять изменения на индивидуальном уровне, на уровне группы (например, отдела или цеха), на уровне организации в целом, на более высоком уровне (отрасли, региона или всего государства). При возрастании уровня изменения увеличиваются сроки и сложность его осуществления.

На индивидуальном уровне решение об осуществлении нововведения может быть принято мгновенно. Иногда и сама инновация может быть осуществлена мгновенно. Например, бросить (или начать) курить можно мгновенно. На другие изменения - скажем, места работы, - может понадобиться несколько месяцев. Отметим, что вся борьба вокруг нововведения, перебор аргументов «за» и «против» происходит внутри вас самих, а потому может быть ограничен во времени.

На уровне малой группы (так называют группу, все члены которой друг друга хорошо знают) возникают новые аспекты, связанные с борьбой отдельных членов группы за или против инновации. Достичь единства действий можно либо приказом (тогда будут недовольные, возможен явный или тайный саботаж), либо убеждением в пользе нововведения для каждого личного, либо дискуссией с приходом к компромиссу (оппоненты поддержат данное нововведение в обмен на уступки в иных направлениях). Мгновенно решение не может быть принято, понадобится обсуждение, как организованное (в виде собраний), так и в кулуарах. Возможно, что некоторые сотрудники покинут группу, либо о своей воле, либо под давлением руководства и / или коллектива.

На уровне организации в целом процесс осуществления изменения еще более сложен и продолжителен, поскольку его идея должна овладеть не только высшим руководством, но и всеми малыми группами, из которых состоит организация. Возможны противостояния различных частей организации, вплоть до забастовок и раскола организации на несколько.

Преобразования на уровне государства могут занимать годы и десятки лет, а решение конфликтов может осуществляться в вооруженной борьбе, вплоть до гражданской войны.

Пример инновации - персональный компьютер. Обсудим такое нововведение, как появление персональных компьютеров. Чтобы понять значение этого явления, надо начать с краткой истории развития компьютерной отрасли [1].

С 40-х годов развитие вычислительной техники шло в направлении создания все более и более мощных компьютеров. Они занимали большие залы, потребляли массу электроэнергии. Между пользователем и ЭВМ, как правило, стоял посредник - программист. Для расширения доступа к ЭВМ к одному системному блоку присоединяли несколько мониторов. В 70-х годах начались разговоры о сетях ЭВМ, об объединении вычислительных ресурсов. Реальная ситуация была иной: даже общение с "материнской" ЭВМ зачастую представляли трудности из-за несовершенства технического и программного обеспечения. Например, приходилось, сидя у монитора, долго ждать ответа на простейшие вопросы, поскольку ресурсы центральной ЭВМ тратились в это время на работу с другими мониторами, в основном на перекачку из ЭВМ на монитор и обратно больших массивов данных и программного обеспечения.

Первые экземпляры персональных компьютеров появились в 1973 г. К ним вначале относились как к редким дорогостоящим игрушкам. Однако уже в 1976 г. было продано более 20 тысяч персональных компьютеров, причем три четверти из них купили те, кто собирался применять новый вид ЭВМ в своей профессиональной деятельности, а не только в сфере досуга. И начался бум. В 1977 г. использовалось 50 тысяч персональных компьютеров, а через 5 лет - в 1982 г. - уже 5 миллионов. Рост в 100 раз!

Фирмы, подхватившие поддержанное потребителями нововведение, стремительно росли. Основанная в 1977 г. фирма "Эппл компьютер" с общим капиталом в 2500 долларов за 6 лет достигла годового объема продаж в 1 миллиард долларов.

Фирмы, выпускавшие большие ЭВМ, не предвидели появления и бурного успеха персональных компьютеров и не смогли сразу перестроиться. Экономические последствия ошибочного прогноза тенденций развития компьютерной индустрии измерялись к началу 80-х годов сотнями миллионов долларов США ущерба (фирмы "Айтел", "Ай-си-эл") или миллиардами долларов упущенной прибыли (фирма "ИБМ"). В результате в сентябре 1980 г. одна из крупнейших компьютерных фирм "Айтел" была объявлена банкротом. Общая сумма задолженности составляла к этому времени 1,2 миллиарда долларов. И это при том, что с 1974 по 1978 г. валовой доход ""Айтел" вырос в 4 раза и достиг 690 миллионов долларов США.

В 1979 г. валовой доход фирмы "ИБМ", измеренный в постоянных ценах, впервые (за все время ее занятий компьютерным бизнесом) уменьшился. Но гигант устоял, перехватив инициативу у первооткрывателей. 12 августа 1981 г. фирма "ИБМ" выпустила свой собственный персональный компьютер. И в настоящее время 99% используемых в России персональных компьютеров выпущены либо непосредственно этой фирмой, либо фирмами, чья продукция совместима с компьютерами фирмы "ИБМ".

Другие виды компьютеров, например, семейство "Макинтошей" фирмы-первооткрывателя персональных компьютеров "Эппл компьютер", выглядят в России экзотикой. Связано это с особенностями экономической истории России. Общепризнанные к настоящему времени ошибки в технической политике отечественных товаропроизводителей в области компьютерной техники привели к тому, что российский рынок оказался практически полностью свободным для импортных компьютеров. Первым ворвались на этот рынок и практически полностью захватили его фирмы, производящие совместимые с ИБМ компьютеры. Перед "Эппл компьютер" стоял запрет, наложенный правительством США в годы "холодной войны" на поставки в СССР продукции высокотехнологичных отраслей.

Когда запрет сняли - было уже поздно - рынок захватили конкуренты. И "Макинтоши" с трудом отвоевали 1% рынка.

Между тем "Эппл компьютер" выпускает больше компьютеров, чем любая иная фирма, больше, чем даже "ИБМ". В целом 10-12 % машин от мирового выпуска. Но "ИБМ" работает вместе с партнерами, чья продукция совместима с персональными компьютерами "ИБМ", а "Эппл компьютер" - в гордом одиночестве. Поэтому, несмотря на ряд технических и программных преимуществ продукции фирмы "Эппл компьютер", позиции "ИБМ" выглядят более предпочтительно. Для "Эппл компьютер" вырваться вперед оказалось легче, чем удержаться на первых ролях.

Новшества и инновации. В 1911 г. И. Шумпетер выделил пять типичных изменений [17], с которыми имеет дело менеджер:

1) использование новой техники, новых технологических процессов или нового рыночного обеспечения производства (в процессе купли — продажи);

2) внедрение продукции с новыми свойствами;

3) использование нового сырья;

4) изменения в организации производства и его материально-технического обеспечения;

5) появление новых рынков сбыта.

Позднее, в 1930-е годы, он рассматривал инновацию как изменение с целью внедрения и использования новых видов потребительских товаров, новых производственных и транспортных средств, рынков и форм организации в промышленности.

В конце XX в. инновация иногда определяется как конечный результат инновационной деятельности, получивший воплощение в виде нового или усовершенствованного продукта, внедренного на рынке, нового или усовершенствованного технологического процесса, используемого в практической деятельности, либо в новом подходе к социальным услугам.

Научно-технические разработки и нововведения выступают как промежуточный результат научно-производственного цикла и по мере практического применения превращаются в научно-технические инновации — конечный результат. Научно-технические разработки и изобретения являются приложением нового знания с целью его практического применения, а научно-технические инновации — это материализация новых идей и знаний, открытий, изобретений и научно-технических разработок в процессе производства с целью их коммерческой реализации для удовлетворения определенных запросов потребителей. С этой точки зрения непременными свойствами инновации являются научно-техническая новизна и производственная применимость. Коммерческая реализуемость по отношению к инновации выступает как потенциальное свойство, для достижения которого необходимы определенные усилия.

Из сказанного следует, что инновацию — результат — нужно рассматривать неразрывно с инновационным процессом. Термины "инновация" и "инновационный процесс" близки, но не однозначны. Инновационный процесс связан с созданием, освоением и распространением инноваций.

Понятия "новшество" и "нововведение" нередко отождествляется, хотя между ними есть и некоторые различия. Новшество — это новый порядок действий, новый метод, оформленный результат фундаментальных, прикладных исследований, разработок или экспериментальных работ в какой-либо сфере деятельности по повышению его эффективности. Новшества могут оформляться в виде открытий, изобретений, патентов, товарных знаков, рационализаторских предложений, документации на новый или усовершенствованный продукт, технологию, управленческий или производственный процесс. Новшества могут быть зафиксированы в головах людей, на бумажных или электронных носителях. Информация о новшествах содержится в научной и технической литературе, документах (стандартах, рекомендациях, методиках, инструкциях и т. п.); отчетах о маркетинговых исследований и т. д. Новшества могут разрабатываться по любой проблеме на любой стадии жизненного цикла товара (стратегический маркетинг, НИОКР и т.д.). Новшества могут быть покупными или собственной разработки, предназначенными для накопления, продажи или внедрения в выпускаемую фирмой продукцию (выполняемую услугу), то есть превращения в форму инновации.

Термин «нововведение» означает, что новшество используется. Вложение инвестиций в разработку новшества — половина дела. Главное — внедрить новшество, превратить новшество в форму инновации, то есть завершить инновационную деятельность и получить положительный результат, затеям продолжить диффузию инновации. Для разработки новшества необходимо провести маркетинговые исследования, НИОКР, организационно-технологическую подготовку производства, производство и оформить результаты. Поэтому часто говорят, что инновация — конечный результат внедрения новшества с целью изменения объекта управления и получения экономического, социального, экологического, научно-технического или другого вида эффекта.

1.5.2. Инструменты инновационного менеджмента

Рассмотрим некоторые приемы и методы, короче, инструменты, которыми может пользоваться менеджер при осуществлении изменений.

Анализ поля сил. Управляет изменением менеджер. Ему надо не только спланировать изменение, но и убедить исполнителей в целесообразности нововведения, в том, что оно принесет пользу, а также нейтрализовать действия противников изменения.

При анализе ситуации полезно выделять **движущие силы,** т.е.

силы, вызывающие и / или способствующие изменению, и **сдерживающие силы,** действие которых направлено против изменения. Конечно, важно учитывать относительную "мощность" сил.

Если движущие и сдерживающие силы равны, то ничего не происходит. Чтобы нарушить равновесие в пользу изменения, менеджеру необходимо усилить движущие силы и ослабить сдерживающие. Для этого прежде всего полезно выявить **потенциал для изменения,** т.е. потенциальные силы, которые способны стать движущими силами изменения, но в настоящее время еще не действуют. Пробудить этот потенциал - задача менеджера.

Основные силы сопротивления изменению. Выделяют четыре основные причины сопротивления изменениям: узкособственнический интерес, неправильное понимание ситуации, различная оценка ситуации, низкая терпимость к изменению.

Узкособственнический интерес – это, в частности, ожидание отдельными людьми потерь чего-то ценного (денег, статуса и т.п.) в результате изменений. Подобные ожидания не всегда оправданы, и менеджер в силах разъяснить реальные последствия изменения и предложить какие-либо компенсационные меры. С другой стороны, если в результате реорганизации органа управления конкретный чиновник лишится возможности брать взятки (например, в результате изменения схемы делопроизводства, рационализации процессов принятия решений или усиления контроля), то он всегда будет бороться против такой реорганизации, различными способами и используя различные аргументы.

Неправильное понимание ситуации обычно связано с неверной трактовкой намерений руководства, низкой степени доверия к нему или вообще полным отсутствием доверия. Например, когда граждане не доверяют руководству города, любые действия этого руководства будут наталкиваться на их пассивное или активное сопротивление, даже если объективно предлагаемые инновации идут на пользу гражданам. Менеджер способен эффективно бороться с неправильным пониманием ситуации, активно разъясняя реальную суть инновации как на собраниях, так и индивидуально.

Различная оценка ситуации сотрудниками по сравнению с руководством приводит к неблагоприятному восприятию инновации. Обычно она основана на наличии важной информации, которая, по их мнению, неизвестна руководству. Если такие сотрудники высказывают открытое несогласие, то проблема их сопротивления инновации может быть снята путем дискуссии. Имеющаяся у них информация будет доведена до руководства и тщательно обсуждена. В результате либо они убедятся в необоснованности своих сомнений, либо в инновационные планы будут внесены изменения в соответствии с вновь поступившей информацией, либо будет установлено принципиальное расхождение позиций, в результате чего сотруднику придется сменить должность или компанию.

Хуже, если различная оценка ситуации сотрудниками не проявляется в открытом несогласии. Тогда менеджеру придется применить свои "дипломатические" навыки, чтобы, во-первых, обнаружить противодействие, во-вторых, понять его причины. Дальнейшие действия менеджера - как в предыдущем случае.

Низкая терпимость к изменению может быть основана на естественном консерватизме людей, нежелании что-либо менять (стремлении экономить усилия), либо на опасении, что в создавшейся после внедрения инновации ситуации выявится недостаток имеющихся у них знаний, навыков, умений или способностей. Менеджер в состоянии повысить терпимость к изменению, разъясняя его пользу для организации в целом и для каждого конкретного сотрудника, в частности, разбирая должностные обязанности сотрудника после реализации нововведения.

Методы преодоления сопротивления изменению. Менеджер может применять различные методы преодоления сопротивления изменению.

Один из наиболее естественных - предоставление информации. О предстоящей инновации подробно рассказывается всем сотрудникам организации. Если менеджеру удалось убедить людей, они во многих случаях будут помогать руководству организации в осуществлении изменения. Однако этот подход может потребовать много времени и трудозатрат, если вовлекается много людей.

Другой метод - вовлечение сотрудников в проектирование и осуществление инновации. В этом случае менеджер определяет только основные позиции, оставляя детали сотрудникам. Люди, которые принимают участие в проектировании инновации, будут испытывать чувство ответственности за осуществление изменения. С другой стороны, этот подход также может потребовать много времени и трудозатрат, если участники проектируют неподходящие изменения, не соответствующие общему плану менеджера.

Помощь и поддержка со стороны менеджера могут оказаться весьма эффективным средством. если люди сопротивляются из-за проблем адаптации к новым условиям. Однако вполне возможно, что не всем сотрудникам удастся адаптироваться, и им придется уйти.

Переговоры с отдельными сотрудниками и их группами (подразделениями, профсоюзами), с коллегами-менеджерами, завершающиеся заключением письменного соглашения, позволяют прийти к компромиссам, когда взамен реальных или воображаемых потерь при инновации стороны получают улучшения в других аспектах жизни и деятельности. Письменный договор позволяет избежать конфликтов в будущем. Однако успех одних переговоров может спровоцировать требования о проведении подобных переговоров с другими группами.

Перечисленные четыре методы являются вполне честными и открытыми. Однако менеджеры зачастую используют и методы, которые не всегда можно одобрить с этической точки зрения.

Один из них - манипулирование людьми с избирательным использованием информации и сознательном изложении событий в определенном порядке. Например, выпячиваются положительные стороны инновации и скрываются отрицательные (для тех или иных групп сотрудников), т.е. предоставляется односторонняя информация, на основе которой люди вовлекаются в инновацию, не представляя себе всех последствий. Другой вариант - так называемая "кооптация", при которой поддержка нововведения со стороны уважаемых лиц (например, генерального директора) или групп (например, Правления фирмы) достигается путем их лжеучастия в проектировании нововведения. Например, генеральный директор может председательствовать на собрании, посвященном инновации, а Правление может обсудить нововведение. Но при этом инициаторы инновации не стремятся реально вовлечь генерального директора и Правление в проектирование и осуществление инновации, они хотят лишь заручиться их поддержкой. В то же время - в этом и есть обман - у рядовых сотрудников создается впечатление, что нововведение осуществляется под руководством генерального директора и Правления. К описанному методу близок распространенный обычай начинать, например, научные конференции с выступлений уважаемых людей - мэров городов, ректоров вузов и др.,- у которых есть только один недостаток - полная некомпетентность в проблемах, которыми занимается конференция. Именно поэтому указанные уважаемые люди исчезают вскоре после своего выступления, посвященного общим вопросам.

Наконец, надо назвать метод явного или неявного принуждения, когда менеджер заставляет принять инновацию под угрозой потери должности, работы и других благ. Аналогом в отношениях между государствами является использование вооруженной силы, т.е. война. Сотрудники, побежденные и порабощенные менеджером, могут смириться, но в дальнейшем нет оснований рассчитывать на дружелюбное сотрудничество. С другой стороны, без принуждения не обойтись, если необходимо быстро провести непопулярные изменения, диктуемые внешней обстановкой.

Наиболее распространенной ошибкой менеджеров является использование одного или небольшого числа методов независимо от ситуации. Вторая по распространенности ошибка - метод "разделяй и властвуй", который при возможной краткосрочной эффективности приводит к большим проблемам в долгосрочной перспективе.

Большое количество инновационных проектов остается незавершенными или не дают ожидаемых результатов, потому что фирмы оказываются неспособными внедрить данную инновацию. Это происходит потому, что персонал предприятия недостаточно подготовлен к инновационному процессу. Под подготовкой понимается ряд мероприятий, которые способствуют пониманию сотрудников важности и необходимости внедрения новшеств. Среди таких мероприятий могут быть:

- беседы, разъясняющие цели внедрения новшеств и процесс самого внедрения;
- совещания на различных уровнях руководства, где идет обмен опытом по внедрению инноваций;
- встречи и совещания между различными фирмами, которые внедряли подобные новшества;
- разъяснение тех преимуществ, которые предоставляются в связи с данным внедрением;
- стимулирование развития инновационных идей у всего персонала предприятия, а не только у отдельных групп лиц;
- поощрение и мотивация сотрудников к развитию и внедрению инноваций.

Надо заметить также, что в наукоемких отраслях общее руководство фирмы обязательно должно участвовать в управлении развитием и использованием технологии.

Действия при проведении изменения. Обычно выделяют пять этапов изменения - подготовку (планирование), "размораживание" (подготовку фирмы к изменениям), непосредственное осуществление изменения, "замораживание" (закрепление результатов преобразований) и оценку результатов проведенной инновации.

Рекомендации менеджеру выглядят так. На этапе подготовки:

- определите основное содержание и уровень изменения;

- составьте предварительный (пока!) план изменения, направленного на достижение определенных улучшений;

- проанализируйте движущие и сдерживающие силы и возможный потенциал поддержки изменения;

- определите, на кого конкретно повлияют изменения, каковы причины возможного сопротивления;

- решите, кого еще необходимо привлечь к планированию процесса изменения;

- выберите стратегию изменения и методы преодоления сопротивления;

- постарайтесь выделить и проанализировать проблемы, которые, вероятно, могут быть вызваны инновацией;

- составьте реалистичный план осуществления изменения и определите критерии, по которым будет осуществляться контроль и оценка изменения;

- определите необходимые ресурсы (кадровые, временные, финансовые, материальные и др.), включая внешних консультантов.

На этапе "размораживания":

- дайте время для снятия психологического напряжения в организации;

- выберите методы подготовки и информирования сотрудников, соответствующие стратегии изменения;

- контролируйте прогресс в подготовке изменения, а в случае необходимости корректируйте подходы и планы.

На этапе изменения:

- меняйте только то, что необходимо для достижения желаемого улучшения;

- имейте достаточные резервы времени и других ресурсов на случай неожиданных затруднений;

- будьте готовы изменить стратегию в случае, если, как подсказывает опыт (Ваш, сотрудников или консультантов), это будет способствовать успеху инновации;

- информируйте сотрудников фирмы об успехах преобразований.

На этапе "замораживания":

- выделите необходимые ресурсы для закрепления, "сохранения" проведенных на этапе изменения действий;

- рассмотрите вопрос о последующем обучении (для работы в новых условиях) и / или трудоустройстве сотрудников;

- осуществляйте планы (по использованию результатов инновации) с учетом ситуации.

На этапе оценки:

- проводите исследования последствий изменения и восприятия этих последствий;

- поддерживайте обратную связь с теми, на кого влияют изменения, как внутри фирмы, так и вне нее;

- информируйте (сотрудников, руководство фирмы, внешнее окружение, средства массовой информации и др.) о результатах проведенной инновации.

В современных условиях менеджеру приходится постоянно проводить инновации. Некоторые нововведения практически не требуют капиталовложений или вообще финансовых затрат. Например, переход к новому расписанию в учебном заведении может затронуть интересы больших групп преподавателей, учащихся и, возможно, даже их родителей, вызвать борьбу, а потому потребовать больших усилий у менеджера. Однако это нововведение никак не связано с финансовыми вопросами.

Другие нововведения, наоборот, невозможны без финансового обеспечения, т.е. без капиталовложений..

1.5.3. Инвестиционный менеджмент

Термин "инвестиции" в переводе на русский язык означает "капиталовложения". Соответственно инновационный проект, в котором основную роль играют капиталовложения, называют инвестиционным.

Управление инвестициями. Инвестирование представляет собой один из наиболее важных аспектов деятельности любой развивающейся организации. Причины, обусловливающие необходимость инвестиций, могут быть различными, однако в целом их можно подразделить на три вида: обновление имеющейся материально-технической базы, наращивание объемов производственной деятельности, освоение новых видов деятельности.

Любой инвестиционный проект может быть охарактеризован с различных сторон: финансовой, технологической, организационной, временной, экологической, социальной и др. Каждая из них по-своему важна, однако финансовые аспекты инвестиционной деятельности во многих случаях имеют решающее значение.

Инвестиционный менеджмент - часть инновационного менеджмента. Многие нововведения требуют финансовых затрат, вложений капитала в новые здания, сооружения, станки, оборудование, запасы сырья и материалов, используемых в производстве. Следует финансировать научно-техническую деятельность, проведение исследований и проектирования изделий и технологических процессов. Необходимо оплачивать работы сотрудников на начальном этапе, рекламную кампанию и др. Например, речь идет о строительстве нового завода. Основное при принятии решения - выяснение финансовой выгодности или невыгодности будущего предприятия. Нельзя забывать, скажем, и о социальном окружении: с одной стороны, появятся новые рабочие места (легко ли будет их заполнить?), с другой стороны, население может выступить против проекта, сочтя его экологически вредным. В соответствии с Законом РФ "Об экологической экспертизе" любая намечаемая хозяйственная или иная деятельность рассматривается как имеющая потенциальную экологическую опасность, а потому любая такая деятельность подлежит государственной экологической экспертизе (за счет заказчика). Только при ее положительном заключении разрешается финансирование и кредитование проекта.

Инвестиционные проекты выделяются среди инновационных тем, что для них весьма важной является финансовая сторона. Инвестиционные проекты могут разрабатывать не только частные предприятия, но и государственные. Так, изменение налоговой системы - тоже инвестиционный проект

Введем основные понятия, используемые в дальнейшем.

С экономической точки зрения инвестиционные проекты описываются потоками платежей, т.е. функциями от времени, значениями которых являются затраты (и тогда значения этих функций отрицательны) и поступления (значения функций положительны). Как правило, вначале необходимо вкладывать деньги (производить затраты), а затем за счет поступлений возмещать затраты и получать прибыль. Однако возможны и ситуации, когда завершение проекта (например, закрытие атомной электростанции и утилизация отработанного ядерного топлива) требует существенных вложений.

В конкретный промежуток времени обычно происходят как поступления, так и платежи. Как элемент финансового потока рассматривается итоговый результат, т.е. поступления минус платежи. Этот результат может быть как положительным, так и отрицательным.

Для различных вариантов управляющих воздействий на процессы налогообложения (например, различных вариантов изменения ставок налогов) при сравнении их с действующей системой ситуация аналогична. Если в результате управляющих воздействий налоговые сборы в некоторый момент меньше тех, что при действующей системе, то платежи считаем отрицательными (приращение поступлений отрицательно), в противном случае - положительными (приращение налоговых поступлений положительно). Выше отмечено, что для любого управляющего воздействия часть поступлений оказывается отрицательной, часть - положительной, и проблема состоит в их соизмерении, поскольку они относятся к различным моментам времени.

В финансовом плане, когда речь идет о целесообразности принятия того или иного инвестиционного проекта, необходимо получить ответы на три вопроса:

а) каков необходимый объем финансовых ресурсов?

б) где найти источники финансирования (кредитования) в требуемом объеме и какова цена их услуг?

в) окупятся ли сделанные вложения, т.е. достаточен ли объем прогнозируемых поступлений по сравнению со сделанными инвестициями?

Ответ на первый вопрос определяется инженерной сутью проекта и выражается в виде финансового потока, обоснованного в бизнес-плане. Ответ на второй вопрос зависит от конкретной ситуации на финансовом рынке. Для ответа на третий вопрос необходимо от финансового потока как функции от времени перейти к той или иной его обобщенной характеристике. Такой переход целесообразен также при сравнении различных проектов.

Отметим, что как при изменении налоговой системы путем варьирования значений управляющих параметров, так и при реализации иных крупных инвестиционных проектов меняются также и значения социальных, технологических, экономических и политических факторов. Например, строятся или приходят в упадок дороги (в зависимости от величины налогов, поступающих в Федеральный дорожный фонд), создаются или сокращаются рабочие места и т.д. Другими словами, оценку управляющих воздействий на процессы налогообложения, как и крупных инвестиционных проектов, нельзя проводить только с экономической точки зрения, должен учитываться весь комплекс СТЭЭП-факторов (т.е. социальных, технологических, экономических, экологических и политических факторов). При этом, очевидно, необходимо применять разнообразные процедуры экспертных оценок для комплексного учета СТЭЭП-факторов, нельзя опираться лишь на экономические расчеты. Не будем касаться здесь достаточно сложных проблем оценки социальных, технологических, экономических, экологических и политических факторов, связанных с вложениями, например, в развитие образовательных учреждений, и подходов к налогообложению таких учреждений.

Обсудим подходы к сравнению инвестиционных проектов (и оценке управляющих воздействий на процессы налогообложения). Прежде всего отметим, что сравнение инвестиционных проектов - это сравнение функций от времени. Кроме того, имеется внешняя среда, которая проявляется в виде дисконт-функции (см. ниже) как результата воздействия СТЭЭП-факторов, и представлений законодателя или инвестора. Эти априорные представления проявляются в основном в виде ограничений на потоки платежей (в частности, могут быть заданы ограничения на объем кредитов или налогов) и на горизонт планирования, рассматриваемый лицом или лицами, принимающими решения (законодателями, работниками Министерства налогов и сборов или инвестором).

Что лучше - меньше, но сейчас, или больше, но потом?

Основная проблема при сравнении инвестиционных проектов, в частности, связанных с процессами налогообложения, соответствующих различным вариантам управляющих воздействий, такова: что лучше - меньше, но сейчас, или больше, но потом? Существенно увеличив сбор налогов сейчас, мы уменьшим рост производства и, следовательно, в дальнейшем из-за уменьшившейся налоговой базы будем собирать налогов меньше, чем в ситуации, когда мы вначале сократим ставки налогов, что даст быстрый рост производства и налоговой базы, и сборы в бюджет возрастут - но потом, а не сейчас. Ситуация описана в пословице: что лучше - синица в руках или журавль в небе?

Аналогичная ситуация возникает при сравнении инвестиционных проектов, рассматриваемых частным инвестором. Как правило, чем больше вкладываем сейчас, тем больше получаем в более или менее отдаленном будущем. Вопрос в том, достаточны ли будущие поступления, чтобы покрыть нынешние платежи и обеспечить приемлемую прибыль?

Выбирая для реализации тот или иной инвестиционный проект, как и выбирая тот или иной вариант налоговой политики, те или иные управляющие воздействия на процесс налогообложения, мы сравниваем потоки платежей. При этом ситуация с инвестиционными проектами проще, поскольку мы можем существенно более точно предсказать моменты и размеры будущих поступлений и платежей для конкретного проекта, чем в случае системы налогообложения, охватывающей всех юридических и физических лиц. С другой стороны, будущие налоговые сборы должны учитываться при оценке эффективности инвестиционных проектов. Поэтому целесообразно рассмотреть параллельно проблемы сравнения потоков платежей для различных вариантов управляющих воздействий на процессы налогообложения и для различных инвестиционных проектов.

В настоящее время достаточно широко используются как теоретические подходы к сравнению инвестиционных проектов (см. например, [2-4]), так и компьютерные системы, в частности, ТЭО-Инвест, Computer Model of Feasibility Analysis and Reporting (COMFAR), Project Profite Screening and Preappraisal Information System (PROPSIN), Project Expert, Альт-Инвест. При этом иногда системы поддержки принятия решений (т.е. инструментарий менеджера) вносят необоснованные ограничения. Так, в одном из известных программных продуктов горизонт планирования ограничен 10 годами. Значит, с его помощью трудно рассчитывать экономический эффект от долговременных проектов типа строительства электростанции или моста, разработки новой марки автомашины или - в масштабах фермерского хозяйства - улучшения качества земельного участка, строительства нового животноводческого комплекса или выведения новой породы скота. Тем более необходима осторожность при использовании подобных программных средств для анализа последствий применения имеющих долговременное влияние управляющих воздействий на демографические процессы или процессы налогообложения. Подчеркнем еще раз, что инвестиционные проекты имеют не только экономические, но и социальные, технологические, экологические и даже политические последствия.

1.5.4. Дисконт-функция

Рассмотрим основные для дальнейшего понятия дисконт-функции и нормы дисконта. (Термины используем в соответствии с отраженной в монографии [5] традицией.)

Важно с самого начала осознать, что 1 руб. сейчас и 1 руб. через год - это совсем разные экономические величины. Дисконт-функция как функция от времени как раз и показывает, сколько стоит 1 рубль в заданный момент времени, если его привести к начальному моменту. Например, «инфляционная» дисконт-функция на 1 сентября 2002 г. равна 1/50, поскольку индекс инфляции на этот момент равен 50 (округленно), если в качестве начального момента принять март 1991 г. Индекс инфляции рассчитан по независимо собранным данным в Институте высоких статистических технологий и эконометрики МГТУ им. Н.Э.Баумана. При этом индекс инфляции показывает сравнительную покупательную способность рубля - на 50 руб. сентября 2002 г. можно купить (в среднем) столько же, сколько на 1 рубль в марте 1991 г.

В то же время «банковская» дисконт-функция учитывает упущенную выгоду. Если бы 1 рубль был вложен в банк с фиксированной процентной ставкой в неизменных ценах, равной, например, 10% годовых, то за 10,5 лет (1 марта 1991 г. – 1 сентября 2002 г.) он превратился бы в 2,72 руб. в неизменных ценах (марта 1991 г.). Т.е., с учетом инфляции, в 136 руб. сентября 2002 г.

Отметим, что, строго говоря, реальная дисконт-функция, как и индекс инфляции, является функцией двух аргументов - начального и текущего моментов времени.

Очевидно, в определении дисконт-функции есть неопределенность, по крайней мере такая же, как в определении индекса инфляции, для которого неопределенность связана с возможностью выбора той или иной потребительской корзины. «Естественная» потребительская корзина для данного региона или инвестиционного проекта может отличаться от таковой для экономики в целом и для товаров народного потребления в частности, поскольку завод потребляет иные виды материальных ценностей, чем человек. Есть зависимость от использования тех или иных цен в реально имеющемся диапазоне, а также зависит от степени заинтересованности организации, рассчитывающей индекс.

Подведем промежуточные итоги. Дисконт-функцию можно разложить на две составляющие - общую для экономики в целом и специфическую для данной отрасли или данного инвестиционного проекта. Если дисконт-функция - константа для разных отраслей, товаров и проектов, то эта константа называется **дисконт-фактором,** или просто **дисконтом.**

Общая дисконт-функция определяется совместным действием реальной процентной ставки и индекса инфляции. Реальная процентная ставка описывает "нормальный" рост экономики (т.е. без учета инфляции). В стабильной ситуации (при "долговременном конкурентном равновесии"), как известно из экономической теории, доходность от вложения средств в различные отрасли, в частности, в банковские депозиты, должна быть примерно одинакова. В современных условиях эта величина (норма рентабельности) равна примерно 6-12% (см., например, [6,7]). Примем для определенности максимальное значение, равное 12%. Другими словами, 1 рубль через год превращается в 1,12 руб., а потому 1 рубль через год соответствует 1/1,12 = 0,89 руб. сейчас. Из-за инфляции нынешний 1 руб. через год превращается в большую величину, чем 1,12 руб. Поэтому 0,89 – это максимально возможное в современных условиях значение дисконта.

Обозначим дисконт буквой C. Как установлено выше, C - число между 0 и 1, точнее, максимально возможное значение дисконта равно 0,89. В общем случае, если q - банковский процент (плата за депозит), т.е. вложив в начале года в банк 1 руб., в конце года получим $(1+q)$ руб., то дисконт определяется по формуле

$$C = 1 / (1+q)\,. \quad (1).$$

Отметим, что при таком подходе полагают, что банковские проценты платы за депозит одинаковы во всех банках. Более правильно было бы считать q, а потому и C, нечисловыми величинами, а именно, интервалами $[q_1\ ,\ q_2]$ и $[C_1\ ,\ C_2]$ соответственно. При этом связь между интервалами определяется в соответствии с формулой (1), а именно:

$$C_1 = 1\ /\ (1+q_2)\ ,\ C_2 = 1\ /\ (1+q_1)\ .$$

Следовательно, выводы, полученные с помощью рассматриваемых величин, должны быть исследованы на устойчивость (в инженерной среде принят также термин «чувствительность») по отношению к отклонениям этих величин в пределах заданных интервалов [5].

Как функцию времени t дисконт-функцию обозначим $C(t)$. Тогда при постоянстве дисконт-фактора во времени дисконт-фунция имеет вид

$$C(t) = C^t\ , \qquad (2)$$

т.е. C возводится в степень t, дисконт-функция является показательной функцией. Согласно формуле (2) через 2 года 1 руб. превращается в 1,12x1,12 = 1,2544, через 3 - в 1,4049, следовательно, 1 руб., полученный через 2 года, соответствует 79,72 копейки сейчас, а 1 руб., обещанный через 3 года, соответствует 0,71 руб. сейчас. Другими словами, $C(1) = C = 0{,}89$, C(2) = 0.80 (с точностью до двух знаков после запятой), а C(3) = 0,71.

Если дисконт-фактор меняется год от году, в первый год равен C_1, во второй год - C_2 , в третий год - C_3 ,..., в t-ый год - C_t , то в этом общем случае дисконт-функция имеет вид

$$C(t) = C_1\, C_2\, C_3 \ldots C_t\ . \qquad (3)$$

Пусть, например, $C_1 = 0{,}8$, $C_2 = 0.7$, $C_3 =.0.6$, тогда согласно формуле (3) имеем $C(t) = 0{,}8 \times 0{,}7 \times 0.6 = 0{,}336$. Если $C_1 = C_2 = C_3 =\ldots = C_t$, то формула (3) переходит в формулу (2).

Индекс инфляции А (в разах, а не в процентах) за год соответствует дисконту $1/(1,12A)$, т.е. 1 руб. сейчас соответствует $1,12A$ руб. через год. Долговременная динамика индекса инфляции плохо предсказуема.

Частная дисконт-функция зависит от динамики цен и темпов технологического обновления (физического износа, морального старения, научно-технического прогресса) в отрасли. Так, вложения в компьютеры обесцениваются гораздо быстрее, чем вложения в недвижимость (здания, землю) - для покупки недвижимости, которая сейчас стоит 1 руб., через год может понадобиться $1,12A$ руб., а для покупки компьютера, который сейчас стоит 1 руб., может понадобиться через год лишь 0,8 руб. (в ценах, которые будут через год). Строго говоря, частная дисконт-функция – своя для каждой организации, соответствующая набору товаров и услуг, положению на финансовом рынке, специфическим именно для этой организации.

1.5.5. Характеристики финансовых потоков

В основе процесса принятия управленческих решений инвестиционного характера лежит оценка и сравнение объема предполагаемых инвестиций и будущих денежных поступлений. Общая логика анализа с использованием формализованных критериев в принципе достаточно очевидна — необходимо сравнивать величину требуемых инвестиций с прогнозируемыми доходами.

Как уже говорилось, инвестиционные проекты, результаты применения управляющих воздействий к процессам налогообложения и другие экономические реалии описываются финансовыми потоками (потоками платежей и поступлений), т.е. функциями (временными рядами), а сравнивать функции естественно с помощью тех или иных характеристик (критериев).

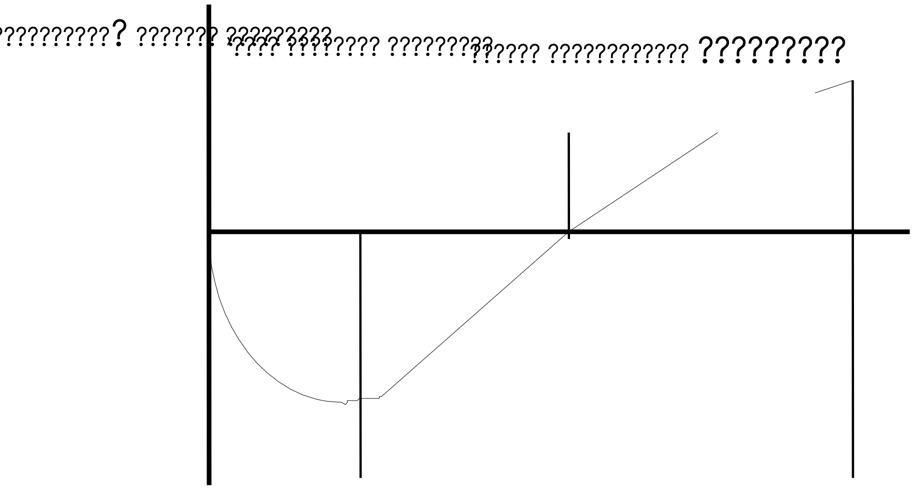


Рис.1. Типовой финансовый профиль инвестиционного проекта.

Типовой график финансового потока инвестиционного проекта (как говорят, финансовый профиль инвестиционного проекта) представлен на рис.1.

Критерии (показатели, характеристики финансовых потоков), используемые при анализе инвестиционной деятельности, можно подразделить на две группы в зависимости от того, учитывается или нет временной параметр: а) основанные на дисконтированных оценках; б) основанные на учетных (номинальных) оценках. К первой группе относятся критерии:

чистая текущая стоимость *(Net Present Value, NPV)*;

индекс рентабельности инвестиции *(Profitability Index, PI);*

внутренняя норма доходности *(Internal Rate of Return, IRR);*

модифицированная внутренняя норма доходности *(Modified Internal Rate of Return, MIRR);*

дисконтированный срок окупаемости инвестиции *(Discounted Payback Period, DPP).*

Ко второй группе относятся:

срок окупаемости инвестиции *(Payback Period, PP);*

коэффициент эффективности инвестиции *(Accounting Rate of Return, ARR).*

Чистая текущая стоимость. Этот критерий основан на сопоставлении величины исходных инвестиций (*IC*) с общей суммой дисконтированных чистых денежных поступлений, генерируемых проектом в течение прогнозируемого срока. Поскольку приток денежных *средств распределен во времени, он дисконтируется с помощью* коэффициента *q*, устанавливаемого аналитиком (выступающим от имени инвестора) самостоятельно исходя из ежегодного процента возврата, который инвестор хочет или может иметь на инвестируемый им капитал.

Допустим, делается прогноз, что исходные инвестиции (*IC*) будут генерировать в течение *n* лет годовые доходы в размере P_1, P_2, ... , P_n. Общая накопленная *величина дисконтированных доходов (Present Value, PV,* т.е. доход, выраженный в неизменных ценах, приведенный к текущему моменту*)* и *чистая текущая стоимость (Net Present Value, NPV, т*.е. чистая приведенная величина*)* соответственно рассчитываются по формулам:

$$PV = \sum_{k=1}^{n} \frac{P_k}{(1+q)^k},$$

и

$$NPV = \sum_{k=1}^{n} \frac{P_k}{(1+q)^k} - IC\,.$$

Очевидно, что если:

NPV > 0, то проект целесообразно принять;

NPV < 0, то проект целесообразно отвергнуть;

$NPV = 0$, то проект ни прибыльный, ни убыточный.

Теперь дадим экономическую интерпретацию значению критерия *NPV* с позиции владельцев компании:

• если $NPV < 0$, то в случае принятия проекта ценность компании уменьшится, т.е. владельцы компании понесут убыток;

• если $NPV = 0$, то в случае принятия проекта ценность компании не изменится, т.е.благосостояние ее владельцев останется на прежнем уровне;

• если $NPV > 0$, то в случае принятия проекта ценность компании, а следовательно, и благосостояние ее владельцев увеличатся.

При прогнозировании доходов по годам необходимо по возможности учитывать все виды поступлений как производственного, так и непроизводственного характера, которые могут быть ассоциированы с данным проектом. Так, если по окончании периода реализации проекта планируется поступление средств в виде ликвидационной стоимости оборудования или высвобождения части оборотных средств, они должны быть учтены как доходы соответствующих периодов.

Если проект предполагает не разовую инвестицию, а последовательное инвестирование финансовых ресурсов в течение *m* лет, то формула для расчета *NPV* модифицируется следующим образом:

$$NPV = \sum_{k=1}^{n} \frac{P_k}{(1+q)^k} - \sum_{j=1}^{m} \frac{IC_j}{(1+q)^j},$$

где q, - дисконт-фактор.

Необходимо отметить, что показатель *NPV* отражает прогнозную оценку изменения экономического потенциала организации в случае принятия рассматриваемого проекта. Этот показатель аддитивен в пространственно-временном аспекте, т.е. *NPV* различных проектов можно суммировать. Это очень важное свойство, выделяющее этот критерий из всех остальных и позволяющее использовать его в качестве основного при анализе оптимальности инвестиционного портфеля.

Как уже отмечалось, не всегда инвестиции сводятся к одномоментному вложению капитала, а возврат происходит равными порциями. Чаще приходится анализировать поток платежей и поступлений общего вида. Будем в качестве потока платежей и поступлений рассматривать последовательность $a(0), a(1), a(2), a(3), \ldots, a(t), \ldots$. Если величина $a(k)$ отрицательна, то это платеж, а если она положительна - поступление. Выше был рассмотрен важный частный случай - поток с одним платежом $a(0) = (-A)$ и дальнейшими поступлениями $a(1) = a(2) = a(3) = \ldots = a(t) = \ldots = B$.

Чистую текущую стоимость, или, как ее иногда называют, дисконтированную прибыль, чистый приведенный доход (или эффект, или величину, по-английски - *Net Present Value*, сокращенно *NPV*), т.е. разность между дисконтированными доходами и расходами, рассчитывают для потока платежей путем приведения затрат и поступлений к одному моменту времени:

$$NPV = a(0) + a(1)C(1) + a(2)C(2) + a(3)C(3) + \ldots + a(t)C(t) + \ldots \quad (4),$$

где $C(t)$ - дисконт-функция, определяемая по формулам (2) или (3). В простейшем случае, когда дисконт-фактор не меняется год от года и согласно формуле (1) имеет вид $C = 1 / (1+ q)$, где q - банковский процент, формула для чистой текущей стоимости конкретизируется:

$$NPV = NPV(q) = a(0) + a(1)/ (1+ q) + a(2)/ (1+ q)^2 + a(3)/ (1+ q)^3 + \ldots + a(t)/ (1+ q)^t + \ldots (5)$$

Пусть, например, а(0) = - 10, $a(1) = 3$, $a(2) = 4$, $a(3) = 5$. Пусть $q = 0{,}12$, тогда, как установлено выше, согласно формуле (2) значения дисконт-функции таковы: $C(1) = 0{,}89$, $C(2) = 0.80$, а $C(3) = 0{,}71$. Тогда согласно формуле (4)

$$NPV(0{,}12) = -10 + 3 \times 0{,}89 + 4 \times 0.80 + 5 \times 0{,}71 =$$

$$= -10 + 2{,}67 + 3{,}20 + 3{,}55 = -0{,}58.$$

Таким образом, этот проект является невыгодным для вложения капитала, поскольку $NPV(0{,}12)$ отрицательно, в то время как при отсутствии дисконтирования (т.е. при $C = 1$, $q = 0$) вывод иной: $NPV(0) = -10 + 3 + 4 + 5 = 2$.

Таким образом, важной проблемой является выбор дисконт-функции. В качестве приближения обычно используют постоянное дисконтирование, хотя экономическая история последних лет показывает, что банки часто меняют проценты платы за депозит, так что формула (3) для дисконт-функции с различными процентами в разные годы более реалистична, чем формула (2).

Часто предлагают использовать норму дисконта, равную *приемлемой для инвестора норме дохода на капитал.* Это предложение означает, что экономисты явным образом обращаются к инвестору как к эксперту, который должен назвать им некоторое число исходя из своего опыта и интуиции. Кроме того, при этом игнорируется изменение указанной нормы во времени.

При использовании чистой текущей стоимости значение экономического эффекта во многом определяется выбранным для расчета нормативом (коэффициентом) дисконтирования - показателя, используемого для приведения по фактору времени ожидаемых денежных поступлений и платежей. Выбор численного значения этого показателя зависит от таких факторов, как:

- цели инвестирования и условия реализации проекта;
- уровень инфляции в конкретной национальной экономике;
- величина инвестиционного риска;
- альтернативные возможности вложения капитала;
- финансовые и иные соображения и представления инвестора.

Считается, что для различных классов инвестиций могут выбираться различные значения коэффициента дисконтирования. В частности, вложения, связанные с защитой рыночных позиций предприятия, оцениваются по весьма низкому нормативу 6%.

Инвестициям в обновление основных фондов соответствует норматив дисконтирования 12%, а вложениям с целью экономии текущих затрат - 15%. Для вложений, нацеленным на увеличение доходов предприятия, используют коэффициент дисконтирования 20%, а для рисковых капиталовложений - 25%.

В литературе подчеркивается зависимость коэффициента дисконтирования от степени риска проекта. Для обычных проектов приемлемой считается ставка 16%, для новых проектов на стабильном рынке - 20%, для проектов, базирующихся на новых технологиях, - 24%.

Хотя в конечном счете выбор значения дисконта, который играет роль порогового (минимального) значения норматива рентабельности капиталовложений, является прерогативой инвестора, в практике проведения инвестиционных расчетов часто в качестве ориентира используют ставку процента государственных ценных бумаг. Считается, что при этой ставке государство гарантирует хозяйствующим субъектам возврат инвестируемого капитала без какого-либо риска. В российской практике ориентиром является также ставка рефинансирования Центрального банка, определяющая нижнюю границу платы за кредит.

Индекс рентабельности инвестиций. Этот критерий является по сути вариантом предыдущего. Индекс рентабельности *(PI)* рассчитывается по формуле:

$$PI = \sum^{n} \frac{P_k}{\quad} : IC \ .$$

$$\qquad {}_{k=1} \quad (1+q)^k$$

Очевидно, что если:

$PI > 1$, то проект следует принять,

$PI < 1$, то проект следует отвергнуть,

$PI = 1$, то проект не является ни прибыльным, ни убыточным.

В отличие от чистой текущей стоимости индекс рентабельности является относительным показателем: он характеризует уровень доходов на единицу затрат, т.е. эффективность вложений — чем больше значение этого показателя, тем выше отдача каждого рубля, инвестированного в данный проект. Благодаря этому критерий *PI* очень удобен при выборе одного проекта из ряда альтернативных, имеющих примерно одинаковые значения *NPV*, в частности, если два проекта имеют одинаковые значения *NPV,* но разные объемы требуемых инвестиций, то очевидно, что выгоднее тот из них, который обеспечивает большую эффективность вложений.

В отличие от (валовой) прибыли, рентабельность - это частное от деления прибыли на расходы (инвестиции). Обозначим доходы как Д, расходы как Р, тогда прибыль П = Д - Р, а рентабельность Ре = Д / Р - 1. Другими словами, рентабельность - это относительная прибыль, она показывает, какой доход приносит 1 руб. вложений.

Прибыль и рентабельность - два принципиально разных критерия. Максимизация по ним весьма часто приводит к разным результатам. В отличие от прибыли рентабельность выше для небольших проектов, как правило, использующих побочные результаты реализации крупных проектов. Например, организация розничной торговли среди строителей ГЭС опирается на использование дорог и наличие потребительского спроса. И то, и другое - результаты реализации проекта строительства ГЭС. При этом рентабельность торгового проекта, очевидно, во много раз выше рентабельности строительства ГЭС, что, например, должно учитываться при налогообложении.

Под внутренней нормой доходности инвестиций (обозначается *IRR*,, синонимы: внутренняя норма прибыли, внутренняя норма окупаемости) понимают значение коэффициента дисконтирования q, при котором *NPV* проекта равна нулю:

$$IRR = q, \text{ при котором } NPV(q) = 0.$$

Иными словами, если обозначить $IC = CF_0$ и CF_k – элемент финансового потока проекта, соответствующий k-му моменту времени, то *IRR* находится из уравнения:

$$\sum_{k=0}^{n} \frac{CF_k}{(1+IRR)^k} = 0 .$$

Смысл расчета внутренней нормы прибыли при анализе эффективности планируемых инвестиций, как правило, заключается в следующем: *IRR* показывает верхнюю границу зоны ожидаемой доходности проекта, и, следовательно, максимально допустимый относительный уровень расходов. Например, если проект полностью финансируется за счёт ссуды коммерческого банка, то значение *IRR* показывает верхнюю границу допустимого уровня банковской процентной ставки, превышение которого делает проект убыточным.

На практике любая организация финансирует свою деятельность, в том числе и инвестиционную, из различных источников. В качестве платы за пользование авансированными в деятельность организации финансовыми ресурсами она уплачивает проценты, дивиденды, вознаграждения и т.п., иными словами, несет некоторые обоснованные расходы на поддержание экономического потенциала. Показатель, характеризующий относительный уровень этих расходов в отношении долгосрочных источников средств, называется *средневзвешенной ценой капитала (WACC)*. Этот показатель отражает сложившийся в организации минимум возврата на вложенный в ее деятельность капитал, его рентабельность, и рассчитывается по формуле средней арифметической взвешенной.

Таким образом, экономический смысл критерия *IRR* заключается в следующем: организации выгодно принимать любые решения инвестиционного характера, внутренние нормы доходности которых не больше текущего значения показателя "цена капитала" *CC*. Под показателем *CC* понимается либо *WACC,* если источник средств точно не идентифицирован, либо цена целевого источника, если таковой имеется. Именно с показателем *CC* сравнивается критерий *IRR,* рассчитанный для конкретного проекта, при этом связь между ними такова.

Если:

$IRR < CC,$ то проект следует принять;

$IRR > CC,$ то проект следует отвергнуть;

$IRR = CC,$ то проект не является ни прибыльным, ни убыточным.

Независимо от того, с чем сравнивается *IRR,* очевидно одно: проект принимается, если его *IRR* меньше некоторой пороговой величины; поэтому при прочих равных условиях, как правило, меньшее значение *IRR* считается предпочтительным.

Итак, неопределенности, связанной с произволом в выборе нормы дисконта инвестором, можно избежать, рассчитав так называемую. внутреннюю норму доходности (или прибыли, по-английски *Internal Rate of Return*, сокращенно *IRR*), т.е. то значение дисконт-фактора, при котором чистая текущая стоимость оказывается равной 0. Ожидается, что при меньшем значении дисконт-фактора прибыль положительна, а при большем - отрицательна. К сожалению, такая интерпретация не всегда допустима, поскольку для некоторой совокупности потоков платежей чистая текущая стоимость равна 0 не для одного значения дисконт-фактора, а для многих (см. об этом, например, монографии [3,4]). Однако традиционная интерпретация корректна в подавляющем большинстве реальных ситуаций, в частности, если платежи всегда предшествуют поступлениям. Поэтому многие экономисты считают наиболее целесообразным использование внутренней нормы доходности как основной характеристики при сравнении потоков платежей.

Внутреннюю норму доходности для рентабельности можно было бы определить из условия равенства 0 рентабельности как функции от нормы дисконта. Однако это условие означает, что доходы и расходы равны, т.е. прибыль равна 0. Поэтому внутренние нормы доходности для прибыли и рентабельности совпадают.

Срок окупаемости инвестиций. Этот критерий, являющийся одним из самых простых и широко распространенных в мировой учетно-аналитической практике, не предполагает учета временной упорядоченности денежных поступлений. Алгоритм расчета срока окупаемости *(PP)* зависит от равномерности распределения прогнозируемых доходов от инвестиций. Если доход распределен по годам равномерно, то срок окупаемости рассчитывается делением единовременных затрат на величину годового дохода, обусловленного ими. При получении дробного числа оно обычно округляется в сторону увеличения до ближайшего целого. Если прибыль распределена неравномерно, то срок окупаемости рассчитывается прямым подсчетом числа лет, в течение которых инвестиция будет погашена кумулятивным доходом. Общая формула расчета показателя *PP* имеет вид:

$$PP = min\ n, \quad \text{при котором} \quad \sum_{k=0}^{n} P_k \geq IC.$$

Нередко показатель *PP* рассчитывается более точно, т.е. рассматривается и дробная часть года; при этом делается предположение, что денежные потоки распределены равномерно в течение каждого года.

Некоторые специалисты при расчете показателя *PP* все же рекомендуют учитывать временной аспект. В этом случае в расчет принимаются денежные потоки, дисконтированные по показателю *WACC,* а соответствующая формула для расчета дисконтированного срока окупаемости, *DPP*, имеет вид:

$$DPP = min\ n, \quad \text{при котором} \quad \sum_{k=1}^{n} P_k \bullet \frac{1}{(1+q)^k} \geq IC.$$

Очевидно, что в случае дисконтирования срок окупаемости увеличивается, т.е. всегда *DPP > PP.* Иными словами, проект, приемлемый по критерию *PP,* может оказаться неприемлемым по критерию *DPP.* Очевидно, что показатель *PP* соответствует случаю, когда *q=0.*

Итак, срок окупаемости - тот срок, за который доходы покроют расходы. Предполагается, что после этого проект (инвестиционный проект, или проект изменения налоговой системы, в частности, ставок налогов, или же какой-либо иной) приносит только прибыль. Очевидно, это верно не для всех проектов. Потому понятие "срок окупаемости" применяют прежде всего к тем проектам, в которых за единовременным вложением средств следует ежегодное получение прибыли.

Простейший (и наименее обоснованный) способ расчета срока окупаемости состоит в делении объема вложений *A* на ожидаемый ежегодный доход *B*. Тогда срок окупаемости *PP* равен А/В. Пусть, например, *A* - это разовое уменьшение налоговых сборов в результате снижения ставок, а *B* - ожидаемый ежегодный прирост поступлений в бюджет, обеспеченный расширением налоговой базы в результате ускоренного развития производства.

Этот способ не учитывает дисконтирование. К чему приведет введение в расчет дисконт-фактора? Пусть, как и ранее, объем единовременных вложений равен A, причем начиная с конца первого года проект дает доход B ежегодно (точнее, доход поступает порциями, равными В, с момента, наступающего через год после вложения, и далее с интервалом в год). Если дисконт-фактор равен C, то максимально возможный суммарный доход равен

$$BC + BC^2 + BC^3 + BC^4 + BC^5 + ... = BC (1 + C + C^2 + C^3 + C^4 + ...)$$

В скобках стоит сумма бесконечной геометрической прогрессии, равная, как известно, величине $1/(1-C)$. Следовательно, максимально возможный суммарный доход от первого года после вложения до скончания мира равен $BC/(1-C)$.

Отсюда следует, что если A/B меньше $C/(1-C)$, то можно указать (рассчитать) срок окупаемости проекта, но он будет больше, иногда существенно больше, чем A/B. Если же A/B больше или равно $C/(1-C)$, то проект не окупится никогда. Поскольку максимально возможное значение C равно 0,89, то проект не окупится никогда, если A/B не меньше 0,89/ 0,11 = 8,09.

Пусть вложения равны 1 миллиону рублей, ежегодная прибыль составляет 500 тысяч, т.е. $A/B = 2$. Пусть дисконт-фактор $C = 0.8$. Каков срок окупаемости? При примитивном подходе (соответствующем $C = 1$) он равен 2 годам. А на самом деле?

За k лет будет возвращено

$$BC (1 + C + C^2 + C^3 + C^4 + ...+ C^k)= BC (1 - C^{k+1}) / (1-C) ,$$

согласно известной формуле для суммы конечной геометрической прогрессии. Для срока окупаемости получаем уравнение

$$1 =0,5 \times 0,8 (1 - 0,8^{k+1}) / (1- 0,8), \quad (6)$$

откуда $0,5 = (1 - 0,8^{k+1})$, или $0,8^{k+1} = 0,5$. Прологарифмируем обе части последнего уравнения: $(k+1) \ln 0,8 = \ln 0,5$, откуда

$$(k+1) = \ln 0,5 / \ln 0,8 = (- 0,693) / (- 0,223) = 3,11, k = 2,11.$$

Срок окупаемости оказался в данном примере равном 2,11 лет, т.е. увеличился примерно на 4 недели. Это немного. Однако если B = 0,2, то вместо (6) мы имели бы

$$1 = 0{,}2 \times 0{,}8\ (1 - 0{,}8^{k+1})\ /\ (1 - 0{,}8),$$

Это уравнение не имеет решения, поскольку А / В = 5 > $C/(1-C)$ = 0.8 / (1- 0,8) =4, проект не окупится никогда. Окупаемости можно ожидать лишь в случае A/B < 4. Рассмотрим и промежуточный случай, B = 0,33, с "примитивным" сроком окупаемости 3 года. Тогда вместо (6) имеем уравнение

$$1 = 0{,}33 \times 0{,}8\ (1 - 0{,}8^{k+1})\ /\ (1 - 0{,}8), \quad (7)$$

откуда 0,76 = (1 - 0,8 $^{k+1}$), или 0,8 $^{k+1}$ = 0,24. Прологарифмируем обе части последнего уравнения: (k+1) ln 0,8 = ln 0,24 , откуда

$$(k+1) = \ln 0{,}24 / \ln 0{,}8 = (-1.427) / (-0{,}223) = 6{,}40,\ k = 5{,}40.$$

Итак, реальный срок окупаемости - не три года, а согласно уравнению (7) чуть менее пяти с половиной лет.

Если вложения делаются не единовременно или доходы поступают по иной схеме, то расчеты усложняются, но суть дела остается той же.

Таким образом, срок окупаемости зависит от неизвестного дисконт-фактора C или даже от неизвестной дисконт-функции - ибо какие у нас основания считать будущую дисконт-функцию постоянной? Иногда (в том числе в официальных изданиях [8]) рекомендуется использовать норму дисконта (дисконт-фактор), соответствующую ПРИЕМЛЕМОЙ для инвестора норме дохода на капитал. Мы не знаем, какую норму дисконта тот или иной инвестор сочтет приемлемой. Однако ясно, что она зависит от ситуации в экономике в целом. То, что представляется выгодным сегодня, может оказаться невыгодным завтра, или наоборот. Тем самым решение перекладывается на инвестора, который фактически выступает в роли эксперта по выбору нормы дисконта.

Коэффициент эффективности инвестиций. Этот критерий имеет две характерные черты: во-первых, он не предполагает дисконтирования показателей дохода; во-вторых, доход характеризуется показателем чистой прибыли *PN* (прибыль за минусом отчислений в бюджет). Алгоритм расчета исключительно прост, что и предопределяет широкое использование этого показателя на практике. *Коэффициент эффективности инвестиции,* называемый также *учетной нормой прибыли (ARR),* рассчитывается делением среднегодовой прибыли *PN* на среднюю величину инвестиций (коэффициент берется в процентах). Средняя величина инвестиций находится делением исходной суммы капитальных вложений на два, если предполагается, что по истечении срока реализации анализируемого проекта все капитальные затраты будут списаны. Если допускается наличие остаточной или ликвидационной стоимости *(RV),* то ее оценка должна быть учтена в расчетах. Иными словами, существуют различные алгоритмы исчисления показателя *ARR.* Достаточно распространенным является следующий:

$$ARR = \frac{PN}{1/2 \cdot (IC + RV)}.$$

Данный показатель чаще всего сравнивается с коэффициентом рентабельности авансированного капитала, рассчитываемого делением общей чистой прибыли организации на общую сумму средств, авансированных в ее деятельность (итог среднего баланса-нетто).

Метод, основанный на коэффициенте эффективности инвестиции, также имеет ряд существенных недостатков, обусловленных в основном тем, что он не учитывает временной компоненты денежных потоков. В частности, метод не делает различия между проектами с одинаковой суммой среднегодовой прибыли, но варьирующей суммой прибыли по годам, а также между проектами, имеющими одинаковую среднегодовую прибыль, но генерируемую в течение различного количества лет, и т.п.

Критерии (показатели, характеристики финансовых потоков) используются для оценки и сравнения инвестиционных проектов, выбора из них наиболее предпочтительных для инвестора. Поскольку рассмотренные показатели (критерии, характеристики финансовых потоков) относятся к различным моментам времени, ключевой проблемой здесь является их сопоставимость между собой. Относиться к результатам сопоставления тех или иных критериев можно по-разному в зависимости от существующих объективных и субъективных условий: темпа инфляции, размера инвестиций и генерируемых поступлений, горизонта прогнозирования, уровня квалификации аналитика и т.п.

Пример оценки инвестиционного проекта. Пусть предприятие реализует инвестиционный проект, требующий 200 млн. рублей капитальных вложений. Освоение инвестиций происходит в течение 3 лет. В первый год осваивается 25% инвестиций, во второй – 30% инвестиций, в третий – 45%.

Доля кредита в инвестициях составляет 30%. Выдача кредитных сумм производится равномерно. Плата за предоставленный кредит составляет 15% годовых (начисляемых по формуле простых процентов). Кредит предоставляется на 3,5 года.

Срок реализации проекта составляет 5 лет, а срок службы созданных мощностей – 8 лет. Амортизация начисляется по линейной схеме. Ликвидационная стоимость оборудования составляет 10% от первоначальной. Прогнозируемая продажная стоимость ликвидируемого имущества выше остаточной стоимости на 10%.

Цена единицы продукции 120 тыс. руб. Переменные издержки составляют 50 тыс.руб./ед. Постоянные издержки составляют 50 миллионов рублей в год. Размер оборотного капитала - 10% от выручки.

Прогнозируемый коэффициент дисконтирования при расчетах NPV составляет 10%. Темп инфляции оценивается как 6% (±1%).

Оптимистическая оценка инвестиционного проекта превышает среднюю оценку на 1,06%, а пессимистическая оценка хуже средней на 1,05%. Вероятность пессимистичного исхода равна 0,09, а вероятность оптимистического 0,07.

Перечисленные показатели являются исходными для определения экономической эффективности инвестиционного проекта в целом, причем в качестве базовых для инвестиционных расчетов выступают прогнозные величины поступлений и платежей денежных средств в течение всего инвестиционного периода. Для удобства анализа эти величины могут быть представлены в табличной форме или в форме графика, отражающего моменты и объемы финансовых поступлений и платежей в течение всего инвестиционного периода.

Требуется определить:

- приемлемость проекта по критерию NPV.
- его чувствительность к изменению объемов сбыта, уровня цен, переменных и постоянных издержек, ставки за кредит.
- среднюю рентабельность инвестиций, срок возврата инвестиций, внутреннюю норму прибыли.

Могут представлять интерес также иные характеристики проекта.

Приемлемость проекта по критерию NPV. Чистая текущая стоимость проекта NPV является важнейшим критерием, по которому судят о целесообразности инвестирования в данный проект. Для определения NPV необходимо спрогнозировать величину финансовых потоков в каждый год реализации проекта, а затем привести их к общему знаменателю для возможности сравнения во времени. В рассматриваемом случае номинальная ставка дисконтирования равна r_n = 10%, тогда, учитывая темп инфляции i = 6% в год, реальная (т.е.

чистая, освобожденная от влияния инфляции) ставка дисконтирования составляет 3,77%:

$$r_p = \frac{1 + r_n}{\left(1 + i\right)^t} - 1 = \frac{1 + 0.1}{1 + 0.06} - 1 = 0.0377\%$$

В начальном варианте расчета объем производства составляет 2000 единиц продукции в год. Как показывают расчеты, NPV такого проекта равен 372,4 млн. руб., что означает его приемлемость по данному критерию. Поскольку NPV>0, то при данной ставке дисконтирования проект является выгодным для предприятия.

Чувствительность NPV проекта к изменению объемов сбыта, уровня цен, переменных и постоянных издержек. Необходимо определить наиболее существенные параметры проекта и степень их влияния на NPV при изменении этих параметров в неблагоприятную сторону. Таким образом, анализ чувствительности позволяет оценить рискованность проекта и потери в случае реализации пессимистического прогноза. Для данного проекта был принят следующий пессимистический вариант:

- объем производства снижается на 5% ;
- цена снижается на 5% ;
- постоянные затраты повышаются на 5% ;
- переменные затраты повышаются на 5%.

Расчеты показывают, что уменьшение объема производства на 5% приводит к снижению NPV до величины 342,8 млн. руб., что на 7,96% меньше базовой. Уменьшение цены за единицу продукции на 5% приводит к снижению NPV до величины 321,3 млн. руб., что на 13,73% меньше базовой. Увеличение постоянных затрат на 5% приводит к снижению NPV до величины 366,3 млн. руб., что на 1,63% меньше базовой. Увеличение переменных затрат на 5% приводит к снижению NPV до величины 350,9 млн. руб., что на 5,77% меньше базовой. Итак, наибольшее влияние на NPV оказывают_цена и объем производства.

Оценка целесообразности осуществления проекта. Прежде чем принимать окончательное решение о целесообразности осуществления данного проекта, необходимо оценить риск, связанный с его реализацией. Для данного проекта имеем: при наиболее вероятном исходе $NPV_{ожидаемый}$=372,4 млн. руб. при оптимистичном исходе $NPV_{оптимистичный}$ = 394,7 млн. руб., при пессимистическом исходе $NPV_{писсимис}$ = 353,8 млн. руб., а средневзвешенное значение (т.е. математическое ожидание) есть 372, 3 млн. руб.

Для данного проекта (недисконтированная) рентабельность инвестиций равна 167%. Срок окупаемости (возврата инвестиций) показывает, через сколько лет будут возвращены первоначально затраченные средства. Для данного проекта из рис.2 видно, что возврат инвестиций происходит в начале пятого года.

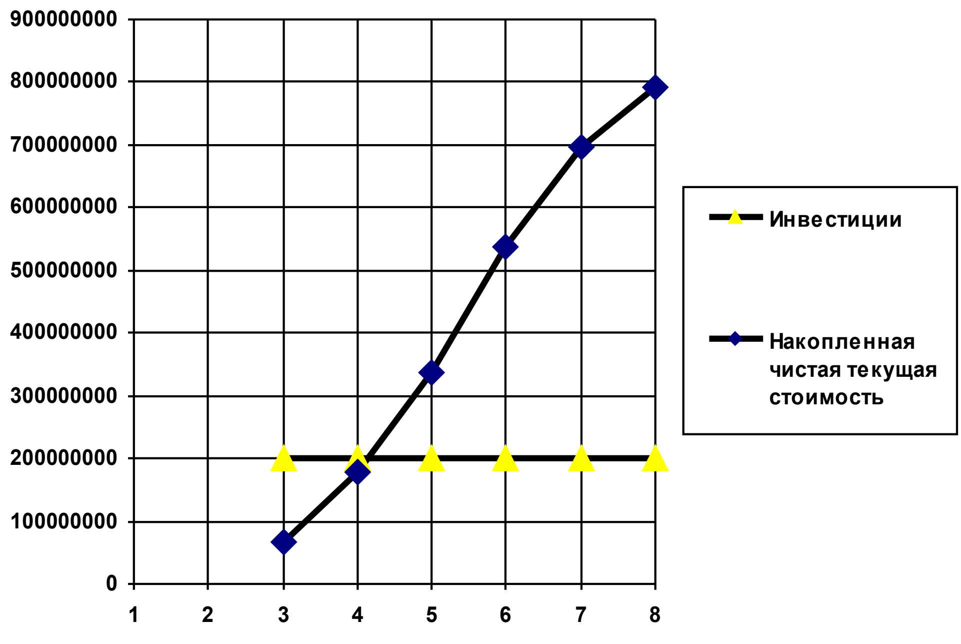


Рис.2. Накопленная чистая текущая стоимость и срок окупаемости.

Для определения внутренней нормы прибыли (ВНП) проекта нужно приравнять NPV к нулю. На основе вычислений, представленных на рис.3, заключаем, что ВНП данного проекта равна 14%. Это выше нормы дисконтирования, что означает приемлемость данного варианта проекта по этому критерию.

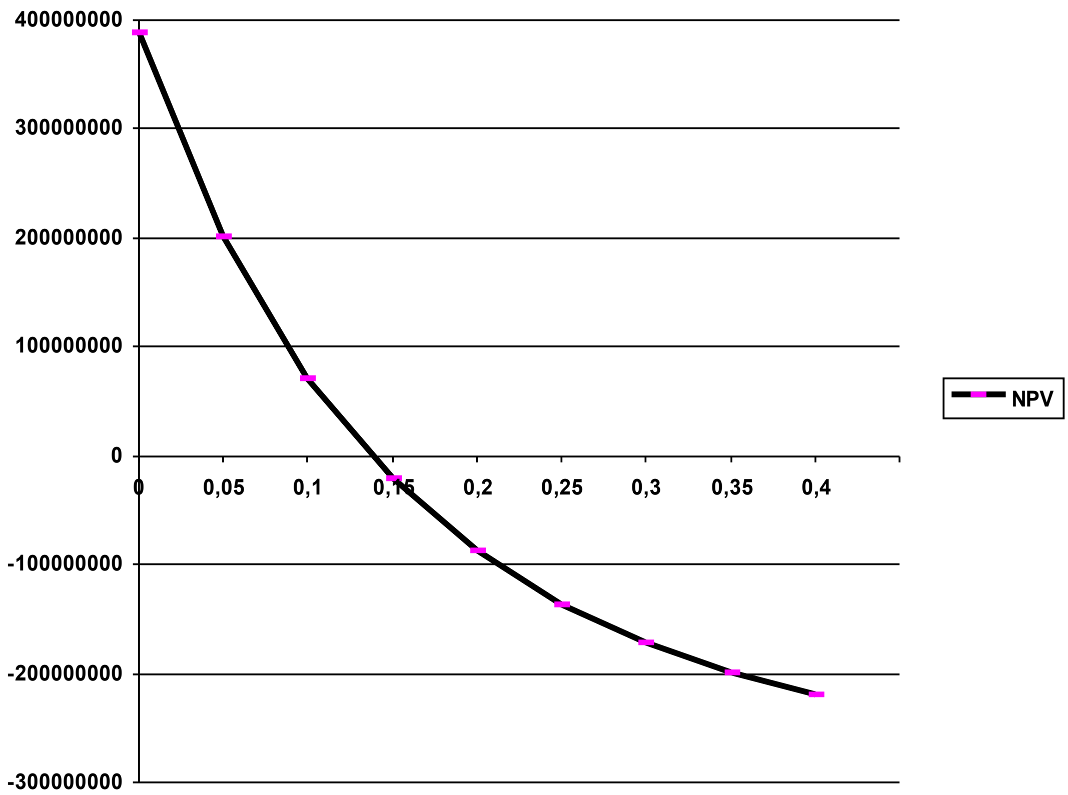


Рис.3. Нахождение внутренней нормы доходности.

Подведем итоги. В ходе оценки данного инвестиционного проекта было проверено его соответствие различным критериям приемлемости, а также произведен анализ его основных параметров и вариантов. В результате можно сделать следующие выводы:

1. Базовый вариант проекта является приемлемым по критерию NPV и по критерию внутренней нормы рентабельности.

2. Анализ чувствительности NPV показывает близость таких параметров проекта, как цена за единицу продукции и переменные издержки, к их пороговым значениям, за которыми проект будет убыточным. Это делает проект рискованным.

3. Сопоставление результатов, получаемых различными методами, дает возможность скорректировать границы зоны неопределенности значения прогнозируемого показателя и отдельные управляемые параметры системы. А также обосновать с учетом привлечения дополнительных экспертных оценок выбор наиболее вероятного варианта реализации показателя в прогнозном периоде.

1.5.6. Оценки погрешностей характеристик финансовых потоков инвестиционных проектов и проблема горизонта планирования

Погрешности экономических измерений. Все знают, что любое инженерное измерение проводится с некоторой погрешностью. Эту погрешность обычно приводят в документации (техническом паспорте средства измерения) и учитывают при принятии решений. Ясно, что и любое экономическое измерение также проводится с погрешностью. А вот какова она? Необходимо уметь ее оценивать, поскольку ошибки при принятии экономических решений обходятся дорого.

Например, чистая текущая стоимость, срок окупаемости и сам вывод о прибыльности проекта зависят от неизвестного дисконт-фактора C или даже от неизвестной дисконт-функции - ибо какие у нас основания считать будущую дисконт-функцию постоянной? Экономическая история России последних лет показывает, что банки часто меняют проценты плат за депозит и за кредит. Как известно, часто предлагают использовать норму дисконта, равную *приемлемой для инвестора норме дохода на капитал.* Это значит, что экономисты явным образом обращаются к инвестору как к эксперту, который должен назвать им некоторое число исходя из своего опыта и интуиции (т.е. экономисты перекладывают свою работу на инвестора). Кроме того, при этом игнорируется изменение указанной нормы во времени.

Количественная оценка компонентов инвестиций, в частности, денежных поступлений и платежей, представляет собой сложную задачу, поскольку на каждый из них оказывает влияние множество разнообразных факторов, а сами оценки охватывают достаточно длительный промежуток времени. В частности, для рассматриваемого примера важно учитывать следующие характеристики инвестиционного проекта:

- возможные колебания рыночного спроса на продукцию;
- ожидаемые колебания цен на потребляемые ресурсы и производимую продукцию;
- возможное появление на рынке товаров-конкурентов;
- планируемое снижение производственно-сбытовых издержек по мере освоения новой продукции и наращивания объемов производства;
- влияние инфляции на покупательную способность потребителей и, соответственно, на объемы продаж.

Поэтому такие оценки базируются на прогнозах внутренней и внешней среды предприятия. Использование прогнозных оценок всегда связано с риском, возрастающим при увеличении масштаба проекта и длительности инвестиционного периода.

Оценка компонентов инвестиций связана также с анализом источников финансирования. Причем для целей проводимого анализа особое внимание уделяется внешним источникам, в частности, акционерному капиталу и планируемым затратам по обслуживанию привлеченного капитала: размерам дивидендов, периодичности их выплат и т.п.

Оценка погрешности *NPV*. В качестве примера рассмотрим исследование чистой текущей стоимости *NPV* на устойчивость (чувствительность) к малым отклонениям значений дисконт-функции.

Для этого надо найти максимально возможное отклонение NPV при допустимых отклонениях значений дисконт-функции (или, если угодно, значений банковских процентов). В качестве примера рассмотрим инвестиционный проект, описываемый финансовым потоком из четырех элементов:

$$NPV = NPV\,(a(0), a(1), C(1), a(2), C(2), a(3), C(3))=$$
$$= a(0) + a(1)C(1) + a(2)C(2) + a(3)C(3).$$

Предположим, что изучается устойчивость (чувствительность) для ранее рассмотренных значений

$$a(0)=-10,\ a(1)=3,\ a(2)=4,\ a(3)=5,\ C(1)=0{,}89,\ C(2)=0{,}80,$$
$$C(3)=0{,}71.$$

Пусть максимально возможные отклонения $C(1)$, $C(2)$, $C(3)$ равны $\pm 0{,}05$. Тогда максимум значений NPV равен

$$NPV_{max} = -10+3x0{,}94+4x0.85+5x0{,}76 = -10+ 2{,}82 + 3{,}40 +$$
$$3{,}80 = 0{,}02,$$

в то время как минимум значений NPV есть

$$NPV_{min} = -10+3x0{,}84+4x0.75+5x0{,}66 = -10 +2{,}52 +3{,}00+3{,}30$$
$$= -1{,}18.$$

Для NPV получаем интервал от (-1,18) до (+0,02). Его длина достаточно велика. В нем есть и положительные, и отрицательные значения. Так что не удается сделать однозначного заключения - будет проект убыточным или выгодным. Для принятия решения не обойтись без экспертов.

Есть много подходов к изучению чувствительности экономических величин и основанных на них выводах, которые нет возможности рассмотреть здесь (см. монографию [5]). Обратите, например, внимание на то, что величины $a(0)$, $a(1)$, $a(2)$, $a(3)$ в только что рассмотренном примере изучения чувствительности считались постоянными. А ведь это - упрощение ситуации, трудно предсказать на три года вперед возможность выполнения обязательств.

Что с точки зрения экономической теории означает приравнивание дисконт-функции константе? В монографии [5] показано, что необходимым и достаточным условием, выделяющим модели с постоянным дисконтированием среди всех моделей динамического программирования, является устойчивость результатов сравнения планов на 1 и 2 шага. Другими словами, модели с постоянным дисконтированием игнорируют изменение предпочтений людей, научно-технический прогресс, вообще любые изменения в экономике, вызванные СТЭЭП-факторами, а потому не могут быть полностью адекватны реальности.

Чистая текущая стоимость, очевидно, зависит от общего объема платежей. Как правило, чем проект крупнее, тем эта характеристика проекта больше по абсолютной величине (например, изменения ставок налога в масштабе страны приносит больший эффект, чем в масштабах региона). При этом при одних значениях нормы дисконта она может быть положительной, а при других - отрицательной. Крайние значения С = 0 (банковский процент крайне высок) и С=1 (он крайне низок) могут дать эти две возможности.

Для иных характеристик, например, внутренней нормы доходности, выводы аналогичны. Дополнительные проблемы вносит неопределенность горизонта планирования, а также будущая инфляция. Если считать, что финансовый поток должен учитывать инфляцию, то это означает, что до принятия решений об инвестициях необходимо на годы вперед спрогнозировать рост цен, а это до сих пор еще не удавалось ни одной государственной или частной исследовательской структуре. Если же рост цен не учитывать, то отдаленные во времени доходы могут "растаять" в огне инфляции. На практике риски учитывают, увеличивая q на десяток-другой процентов.

Проблема горизонта планирования. Выше рассмотрен ряд характеристик налоговых и инвестиционных проектов. Этот перечень можно существенно расширить. Например, комбинируя прибыль и рентабельность, можно строить характеристику, которая была бы пригодна для сравнения как малых, так и больших проектов.

Во многих ситуациях продолжительность проекта не определена объективно (типичная ситуация для инноваций налоговой системы) либо горизонт планирования инвестора не охватывает всю продолжительность реализации проекта до этапа утилизации. В таких случаях важно изучить влияние горизонта планирования на принимаемые решения (см. выше краткое обсуждение в главе 1.1).

Рассмотрим условный пример (подробнее см. [5]). Предположим, гражданин Иванов получил в наследство свечной заводик в Самаре. Если его горизонт планирования - один месяц, то наибольший денежный доход он получит, немедленно продав предприятие. Если же он планирует на полгода - год, те. на интервал времени, больший производственного цикла, то целесообразны инвестиции в оборотные средства предприятия. Сначала Иванов понесет затраты, закупив сырье и оплатив труд рабочих, и только затем, продав продукцию, получит прибыль. Если Иванов планирует на достаточно продолжительный срок, скажем, на семь-десять лет, то для владельца экономически выгодны инвестиции в основные фонды предприятия. Он пойдет на крупные затраты, закупив лицензии и новое оборудование, с целью увеличения дохода в дальнейшие годы. При планировании на практически неограниченную перспективу – на двадцать-тридцать лет - имеет смысл вложить средства в создание и развитие собственного научно-исследовательского центра, и т.д.

Из разобранного примера следует, что встречающееся в популярной литературе утверждение "фирма работает ради максимизации прибыли" не имеет точного смысла. За какой период максимизировать прибыль - за месяц, полгода, год, три, пять, семь, десять, пятнадцать, двадцать или тридцать лет? От горизонта планирования зависят принимаемые решения. Например, при коротком периоде планирования целесообразны лишь инвестиции (капиталовложения) в оборотные фонды предприятия, и лишь при достаточно длительном периоде – в основные фонды. Принимая во внимание зависимость оптимальных решений от горизонта планирования, ряд западных экономистов отказывается рассматривать фирмы как инструменты для извлечения прибыли. Они предпочитают рассматривать организации (предприятия) как структуры, аналогичные живым существам. Живые существа не стремятся к прибыли, у них другие цели. Прежде всего они стараются обеспечить свое нынешнее и будущее существование и развитие. Речь идет об известной на Западе гипотезе Гэлбрейта – Баумола - Марриса (Galbraith – Baumol - Marris), в соответствии с которой в основе поведения корпораций лежит стремление к "максимальному росту", а не к "максимальной прибыли" [9, с.403].

Подробнее проблемы устойчивости принимаемых решений к изменению горизонта планирования рассматриваются в монографии [5]. В частности, предлагается использовать асимптотически оптимальные планы, которые приемлемы сразу при всех достаточно больших горизонтах планирования. Точнее, сравним прибыль A, обеспечиваемую оптимальным планом за интервал времени T, и прибыль B, даваемую начальным отрезком длины T асимптотически оптимального плана. Очевидно, что $A \geq B$. Известно, что оптимальный план за время T может сильно меняться даже при незначительном изменении интервала планирования T. В то же время асимптотически оптимальный план не зависит от T. При этом по определению асимптотически оптимального плана отношение A/B приближается к 1 при безграничном увеличении интервала планирования T. Последнее означает, что начальный отрезок (длины T) асимптотически оптимального плана можно использовать вместо оптимального плана. При таком решении лишь незначительно уменьшается прибыль, но зато исчезает зависимость от горизонта планирования. Существование асимптотически оптимальных планов доказано при достаточно широких условиях (см. также математические формулировки в главе 1.4).

1.5.7. Практические вопросы реализации инновационных и инвестиционных проектов

Рассмотрим некоторые вопросы, связанные с практическими вопросами подготовки и реализации инновационных и инвестиционных проектов.

Неопределенность и риски будущего развития. Будущее нам неизвестно. А потому неизвестны и будущие доходы и расходы, мы можем лишь прогнозировать их с той или иной степенью уверенности. Как описывать неопределенность будущего? Чем мы рискуем и что вообще понимать под “риском"? Как отражается неопределенность будущего на потоках платежей, их характеристиках и выводах об эффективности управляющих воздействий на реализацию инвестиционного проекта, включая и такие "экзотические", как процессы налогообложения, на других решениях? Как уменьшить возможные потери и защититься от рисков?

Подчеркнем, что фактор риска является весьма существенным. Инвестиционная деятельность, во-первых, всегда связана с иммобилизацией финансовых ресурсов компании и, во-вторых, обычно осуществляется в условиях неопределенности, степень которой может значительно варьироваться.

Понятие "риск" многогранно (см. также часть 3). При использовании статистических методов управления качеством риски - это вероятности некоторых событий (в статистическом приемочном контроле риск поставщика - это вероятность забракования партии продукции хорошего качества, а риск потребителя - приемки "плохой" партии; при статистическом регулировании процессов рассматривают риск незамеченной разладки и риск излишней наладки). Тогда для управления риском задают ограничения на вероятности нежелательных событий. Иногда под уменьшением риска понимают уменьшение дисперсии случайной величины. В теории принятия решений риск - это плата за принятие решения, отличного от оптимального, он обычно выражается как математическое ожидание. В экономике плата выражается обычно в денежных единицах, т.е. в виде потока платежей в условиях неопределенности.

Методы математического моделирования позволяют предложить и изучить разнообразные методы оценки риска. Широко применяются два вида методов - статистические, основанные на использовании эмпирических данных, и экспертные, опирающиеся на мнения и интуицию специалистов. Теория и практика экспертных оценок - большое направление научно-практической деятельности, активно развиваемое в нашей стране с начала 70-х годов.

Разработаны различные способы уменьшения экономических рисков, связанные с выбором стратегий поведения, в частности, диверсификацией, страхованием и др. Нестандартный пример: применительно к системам налогообложения диверсификация означает использование не одного, а системы налогов, чтобы нейтрализовать действия налогоплательщиков, нацеленные на уменьшение своих налоговых платежей.

Необходимость применения экспертных оценок при сравнении инвестиционных проектов. Из сказанного выше вытекает, что разнообразные формальные методы оценки инвестиционных проектов и их рисков во многих случаях (реально во всех нетривиальных ситуациях) не могут дать однозначных рекомендаций.

Поэтому процедуры экспертного оценивания нужно применять не только на заключительном этапе, но и на всех остальных этапах анализа инвестиционного проекта. При этом необходимо использовать весь арсенал теории и практики экспертных оценок, весьма развитой области научной и практической деятельности (см. главу 2.4). В конце процесса принятия решения - всегда человек.

Мы не призываем отказаться от формально-экономических методов. Вычисление чистой текущей стоимости и других характеристик финансовых потоков, использование соответствующих программных продуктов полезно для принятия обоснованных решений. Однако нельзя абсолютизировать формально-экономические методы. На основной вопрос: *что лучше - быстро, но мало, или долго, но много* - ответить могут только эксперты.

Поэтому система поддержки принятия решений в области управления инвестициями, а также, например, совершенствования налогообложения, оценки управляющих воздействий на процессы налогообложения должна сочетать формально-экономические и экспертные процедуры.

Технико-экономические обоснования проектов и бизнес-планы. Инновационные и инвестиционные проекты начинаются с планирования. Вначале разрабатывается технико-экономическое обоснование проекта, которое в более современной терминологии (традиции) называется бизнес-планом. В нем рассматриваются, в частности, и те вопросы, которые обсуждались выше. Бизнес-план - обширный документ, состоит зачастую из сотен и тысяч страниц. Выпущено много пособий по этой тематике, в частности, по составлению бизнес-планов [10,11], сборники типовых бизнес-планов [12], справочные пособия по управлению инвестициями [13]. При этом у любого пособия есть свои достоинства и недостатки, один автор обращает внимание на одну сторону вопроса, другой - на другую. Но надо помнить, что за последствия принимаемых решений отвечает тот, кто их принимает, а не авторы того или иного пособия или учебника. Бесспорно совершенно, что ни одна книга не может освободить экономиста от умственной работы, от активного использования его здравого смысла и знаний.

Литература

1. Громов Г.Р. Национальные информационные ресурсы: проблемы промышленной эксплуатации. - М.: Наука, 1985. - 240 с.

2. Первозванский А.А., Первозванская Т.Н. Финансовый рынок: расчет и риск. - М.: Инфра-М, 1994. – 256 с.

3. Четыркин Е.М. Методы финансовых и коммерческих расчетов. - М.: «Дело Лтд», 1995. – 437 с.

4. Ковалев В.В. Методы оценки инвестиционных проектов. - М.: Финансы и статистика, 1998. – 144 с.

5. Орлов А.И. Устойчивость в социально-экономических моделях. - М.: Наука, 1979. – 296 с.

6 .Математическое моделирование процессов налогообложения (подходы к проблеме) / Под ред. А.И.Орлова и др. - М.: Изд-во ЦЭО Министерства общего и профессионального образования РФ, 1997. - 232 с.

7. Лэйард Р. Макроэкономика. - М.: Джон Уайли энд Санз, 1994. – 160 с.

8. Методические рекомендации по оценке эффективности инвестиционных проектов и их отбору для финансирования. Официальное издание. - М.: Минэкономики РФ, 1994. – 80 с.

9. Самуэльсон П. Экономика. Т.2. - М.: НПО "АЛГОН", 1992. – 416 с.

10. Курач Л.А., Лепе Л.Н., Семенов П.М. Разработка бизнес-плана предприятия. - М.: Республиканский исследовательский научно-консультационный центр экспертизы, 1996. - 90 с.

11. Маниловский Р.Г. Бизнес-план. - М.: Финансы и статистика, 1998. - 160 с.

12. Сборник бизнес-планов с комментариями и рекомендациями / Под ред. В.М.Попова. - М.: Финансы и статистика, 1998. - 488 с.

13. Управление инвестициями. В 2-х т. Т.2 / В.В.Шеремет, В.М.Павлюченко, В.Д.Шапиро и др. - М.:Высшая школа, 1998. – 512 с.

14. Карминский А.М., Оленев Н.И., Примак А.Г., Фалько С.Г. Контроллинг в бизнесе. Методологические и практические основы построения контроллинга в организациях. - М.: Финансы и статистика, 1998. - 256 с.

15. Алешин Д.Н., Орлов А.И. О методах сравнения инвестиционных проектов. – В сб.: Научные труды Рижского института мировой экономики. Вып.3. - Рига: РИМЭ, 1999. - С.20-25.

16. Орлов А.И. Эконометрика. – М.: Изд-во «Экзамен», 2002. – 576 с.

17. Шумпетер Й. Теория экономического развития.- М.:Прогресс,1982

Контрольные вопросы

1. Приведите примеры инноваций, в которых Вы участвовали за последние полгода. Каков был уровень изменения?

2. Опишите необходимые действия при проведении инновации.

3. Приведите примеры СТЭЭП-факторов.

4. Почему необходимо учитывать СТЭЭП-факторы при проведении инноваций?

5. Почему необходимо дисконтировать распределенные во времени платежи и поступления?

6. Как связаны чистая текущая стоимость и внутренняя норма доходности?

7. Связан ли срок окупаемости с банковским процентом?

8. В чем состоит проблема горизонта планирования?

9. Почему необходимо использовать методы экспертных оценок при сравнении инвестиционных проектов?

Темы докладов, рефератов, исследовательских работ

1. Для инновации, в которой Вы участвовали, проведите анализ поля сил, рассмотрите методы преодоления сопротивления инновации и оцените результат осуществления нововведения.
2. Спланируйте проведение инновации, связанной с Вашей деятельностью, используя рассмотренные в главе инструменты инновационного менеджмента.
3. Изучите чувствительность дисконт-функции по отношению к малым отклонениям банковских процентов в различные годы.
4. Сравните такие характеристики финансовых потоков инвестиционных проектов, как чистая текущая стоимость и рентабельность.
5. Укажите достаточные условия однозначного определения внутренней нормы доходности.
6. Разработайте процедуру применения экспертных оценок при сравнении эффективности инвестиционных проектов.
7. Разработайте бизнес-план проекта, относящегося к Вашей области деятельности.

1.6. Принятие решений на основе информационных систем и контроллинга

1.6.1. Роль информации при принятии решений в стратегическом менеджменте

В условиях современного бизнеса роль эффективного управления на основе достоверной информации возрастает многократно. Ошибки менеджмента, основывающиеся на недостаточных или неверно интерпретированных данных, могут привести к краху даже крупные компании. Наиболее интересные технологии и правила управления и планирования предоставляет стратегический менеджмент, который занимается вопросами разработки и реализации стратегии фирмы. Существует множество определений этого понятия, но в общем смысле стратегия – это долгосрочный план управления фирмой, направленный на укрепление ее позиций, удовлетворение потребителей и достижение поставленных целей. Управляющие (менеджеры) разрабатывают стратегию, чтобы определить, в каком направлении будет развиваться компания, и принимает обоснованные решения при выборе способа действия. Выбор менеджерами конкретной стратегии означает, что из всех возможных путей развития и способов действия, открывающихся перед компанией, решено выбрать одно стратегическое направление, в котором компания и будет развиваться. Без стратегии у менеджера нет продуманного плана действий, нет путеводителя в мире бизнеса, нет единой программы достижения желаемых результатов.

План управления фирмой охватывает все основные функции и подразделения: снабжение, производство, финансы, маркетинг, кадры, НИОКР. Каждому отведена определенная роль в этой стратегии. Сделать стратегический выбор – это означает связать бизнес-решения и конкурентоспособные действия, собранные по всей компании, в единый узел. Это единство действий и подходов отражает текущую стратегию фирмы. Новые действия и подходы, находящиеся на обсуждении с использованием всей доступной информации, покажут возможные пути изменения и преобразования текущей стратегии.

Хорошее стратегическое видение готовит компанию к будущему, устанавливает долгосрочные направления развития и определяет намерение компании занять конкретные деловые позиции. Иными словами, стратегический менеджмент рассматривает предприятие как сложную систему, которая в свою очередь функционирует в еще более крупных системах: целевой рынок, отрасль, рынок в масштабах государства и т.д.

Сегодня стратегический менеджмент – это очень быстро и динамично развивающаяся научно-практическая деятельность, что неудивительно, т.к. ее развитие обусловлено потребностями современного рынка. Компании всего мира используют новые методы и инструменты стратегического менеджмента для того, чтобы пересмотреть свои подходы к ведению бизнеса, по направлению деятельности, обеспечению конкурентоспособности и достижению более высоких результатов в своей области.

Одним из наиболее мощных инструментов в руках менеджера становится **информация**. Эффективное управление невозможно без сбора информации и ее обработки различными методами. Методы получения информации многообразны и не являются предметом рассмотрения в данной работе. Гораздо больший интерес вызывают методы ее обработки и целевого распределения по адресатам. Методы обработки и анализа экономической информации составляют суть эконометрики. Второе есть вопрос построения интегрированной **информационной системы**, направленной на решение задач, стоящих перед предприятием и являющейся отражением протекающих бизнес процессов.

Роль стратегического управления и планирования велика.

Хорошее управление сегодня непременно требует от руководителей стратегического мышления и умения формировать, разрабатывать стратегию и, главное, успешно реализовывать ее. Менеджерам приходится думать глобально (т.е. не абстрагируясь от внешних и внутренних факторов) о положении, в котором находится компания, и о влиянии, которое на нее оказывают меняющиеся условия.

Современный менеджер должен обладать незаурядными аналитическими способностями, которые позволяли бы ему адекватно оценивать текущую и специально собранную информацию, касающуюся всей гаммы внешних и внутренних факторов. Это необходимо для того, чтобы ставить реальные цели, вовремя их (цели) корректировать и, как следствие, корректировать средства их достижения.

Другими словами, стратегическое управление является фундаментом общего подхода к управлению всей компанией. Исполнительный директор одной из компаний удачно сформулировал эту мысль: ”В основном наши конкуренты знают те же самые фундаментальные концепции, методы и подходы, что и мы, и они также имеют все возможности для скрупулезного следования им, как и мы. Зачастую разница достигнутого ими и нами успеха заключается в относительной тщательности и дисциплинированности, с которой они и мы разрабатываем и исполняем свои стратегии на будущее”.

Преимуществами стратегического подхода к управлению (в противоположность свободной импровизации, интуиции или бездеятельности) на основе интенсивного использования информационных систем являются:

обеспечение направленности идей организации на ключевой вопрос стратегии “что мы собираемся делать и чего добиваемся?”

необходимость для менеджеров более четко реагировать на появляющиеся перемены, новые возможности и угрожающие тенденции;

возможность для менеджеров оценивать альтернативные варианты капитальных вложений и расширения персонала, т.е. разумно переносить ресурсы в стратегически обоснованные и высокоэффективные проекты;

возможность объединить решения руководителей всех уровней управления, связанных со стратегией.

Резюмируя все выше сказанное, можно сделать следующий вывод: стратегический менеджмент представляет собой системный подход к управлению предприятием, который является наиболее эффективным.

1.6.2. Сущность контроллинга

Сегодня не существует однозначного определения понятия "контроллинг", но практически никто не отрицает, что это новая концепция управления, порожденная практикой современного менеджмента. Контроллинг (от англ. control - руководство, регулирование, управление, контроль) далеко не исчерпывается контролем. В основе этой новой концепции системного управления организацией лежит стремление обеспечить успешное функционирование организационной системы (предприятия, торговые фирмы, банки и др.) в долгосрочной перспективе путем:

адаптации стратегических целей к изменяющимся условиям внешней среды;

согласования оперативных планов со стратегическим планом развития организационной системы;

координации и интеграции оперативных планов по разным бизнес-процессам;

создания системы обеспечения менеджеров информацией для различных уровней управления в оптимальные промежутки времени;

создания системы контроля над исполнением планов, корректировки их содержания и сроков реализации;

адаптации организационной структуры управления предприятием с целью повышения ее гибкости и способности быстро реагировать на меняющиеся требования внешней среды.

Одной из главных причин возникновения и внедрения концепции контроллинга стала необходимость в системной интеграции различных аспектов управления бизнес-процессами в организационной системе. Контроллинг обеспечивает методическую и инструментальную базу для поддержки основных функций менеджмента: планирования, контроля, учета и анализа, а также **оценки ситуации для принятия управленческих решений**.

Следует подчеркнуть, что контроллинг - это не та система, которая автоматически обеспечивает успех предприятия, освобождая менеджеров от функций управления. Это – лишь инструмент менеджмента, но весьма эффективный инструмент.

Узловыми компонентами концепции контроллинга являются:

ориентация на эффективную работу организации в относительно долговременной перспективе - философия доходности, формирование организационной структуры ориентированной на достижение стратегических и тактических целей;

создание информационной системы, адекватной задачам целевого управления;

разбиение задач контроллинга на циклы, что обеспечивает итеративность планирования, контроля исполнения и принятия корректирующих решений.

Функции и задачи контроллинга. Контроллинг как концепция системы управления послужила ответом на изменения внешних условий функционирования организаций (предприятий). Произошла эволюция функций управления организацией. Планирование по отдельным аспектам трансформировалось в комплексное программно-целевое планирование, управление сбытом и продажами - в маркетинг, бухгалтерский и производственный учет — в систему контроля и регулирования. В целом наблюдаемая эволюция функций управления организацией с их интегрированием в систему контроллинга отражает основную тенденцию комплексного подхода к управлению.

Контроллинг ориентирован прежде всего на поддержку процессов **принятия решений**. Он должен обеспечить адаптацию традиционной системы учета на предприятии к информационным потребностям должностных лиц, принимающих решения, т.е. в функции контроллинга входит создание, обработка, проверка и представление системной управленческой информации. Контроллинг также поддерживает и координирует процессы планирования, обеспечения информацией, контроля и адаптации.

Цели контроллинга, как направления деятельности, непосредственно вытекают из целей организации и могут выражаться в экономических терминах, например в достижении определенного уровня прибыли, рентабельности или производительности организации при заданном уровне ликвидности.

Функции контроллинга определяются поставленными перед организацией целями и включают те виды управленческой деятельности, которые обеспечивают достижение этих целей. Сюда относятся: учет, поддержка процесса планирования, контроль за реализацией планов, оценка протекающих процессов, выявление отклонений, их причин и выработка рекомендаций для руководства по устранению причин, вызвавших эти отклонения.

В сфере учета задачи контроллинга включают создание системы сбора и обработки информации, существенной для принятия управленческих решений на разных уровнях руководства. Это необходимо для разработки и в дальнейшем для поддержания системы ведения внутреннего учета информации о протекании технологических процессов. Важными являются подбор или разработка методов учета, а также критериев для оценки деятельности предприятия в целом и его отдельных подразделений.

Поддержка процесса планирования заключается в выполнении следующих задач контроллинга:

формирование и развитие системы комплексного планирования;

разработка методов планирования;

определение необходимой для планирования информации, источников информации и путей ее получения.

Система контроллинга информационно поддерживает разработку базисных планов предприятия (продаж, ликвидности, инвестиций и т.д.), координирует отдельные планы по времени и содержанию, проверяет составленные планы на полноту и реализуемость и позволяет составить единый оперативный (годовой) план предприятия. В рамках системы контроллинга определяется, как и когда следует планировать, а также оценивается возможность реализации запланированных действий.

Служба контроллинга не определяет, что планировать, а советует, как и когда планировать и оценивает возможность реализации запланированных мероприятий. Ответственность за реализацию планов остается в компетенции линейных руководителей.

При обеспечении аналитической информацией руководства организации в задачи контроллинга входят:

разработка архитектуры информационной системы;

стандартизация информационных каналов и носителей;

выбор методов обработки информации.

Система контроллинга должна обеспечивать сбор, обработку и предоставление руководству существенной для принятия управленческих решений информации.

В каждом отдельном случае функции службы контроллинга зависят от многих обстоятельств, но если обобщить существующую практику предприятий, то можно получить некоторый идеальный перечень основных функций и задач контроллинга, представленный ниже.

Основные функции и задачи контроллинга разделяем на следующие группы: учет, планирование, контроль и регулирование, информационно-аналитическое обеспечение, специальные функции. Опишем состав каждой из этих групп.

Учет:

сбор и обработка информации;

разработка и ведение системы внутреннего учета;

унификация методов и критериев оценки деятельности организации и ее подразделений.

Планирование:

информационная поддержка при разработке базисных планов (продаж, производства, инвестиций, закупок);

формирование и совершенствование всей "архитектуры" системы планирования;

установление потребности в информации и времени для отдельных шагов процесса планирования;

координация процесса обмена информацией;

координация и агрегирование отдельных планов по времени и содержанию;

проверка предлагаемых планов на полноту и реализуемость;

составление сводного плана предприятия.

Контроль и регулирование:

определение величин, контролируемых во временном и содержательном разрезах;

сравнение плановых и фактических величин для измерения и оценки степени достижения цели;

определение допустимых границ отклонений величин;

анализ отклонений, интерпретация причин отклонений плана от факта и выработка предложений для уменьшения отклонений.

Информационно-аналитическое обеспечение:

разработка архитектуры информационной системы;

стандартизация информационных носителей и каналов;

предоставление цифровых материалов, которые позволили бы осуществить контроль и управление организацией;

сбор и систематизация наиболее значимых для принятия решений данных;

разработка инструментария для планирования, контроля и принятия решений;

консультации по выбору корректирующих мероприятий и решений;

обеспечение экономичности функционирования информационной системы.

Специальные функции:

сбор и анализ данных о внешней среде: состояние финансовых рынков, конъюнктура отрасли, правительственные экономические программы и др.;

сравнение с конкурентами;

обоснование целесообразности слияния с другими фирмами или открытия (закрытия) филиалов;

проведение калькуляций для особых заказов;

расчеты эффективности инвестиционных проектов, и др.

На основе приведенного перечня функций и задач контроллинга можно достаточно четко представить себе сферу его применения. Объем реализуемых в организациях функций контроллинга зависит в основном от следующих факторов:

экономического состояния организации;

понимания руководством и/или собственниками организации важности и полезности внедрения функций контроллинга;

размера организации (численность занятых, объем производства);

уровня диверсификации производства, номенклатуры выпускаемой продукции;

сложившегося уровня конкурентности;

квалификации управленческого персонала;

квалификации сотрудников службы контроллинга.

В крупных организациях целесообразно создавать специализированную службу контроллинга. Небольшие по размеру организации, как правило, не имеют в своей структуре такой службы. На малых предприятиях основные функции контроллинга выполняет либо руководитель фирмы, либо его заместитель. При этом многие задачи интегрируются и упрощаются. Например, задачи разработки планов, их координации и проверки на реализуемость можно рассматривать как единую задачу, если ее выполняет сам руководитель предприятия. Небольшие предприятия очень редко решают также проблемы покупки других фирм или продажи филиалов. На среднем по размерам предприятии с монопроизводством объем функций и задач учета, планирования и отчета будет, естественно, меньшим по сравнению с многопрофильным предприятием.

В условиях ухудшения экономического положения на предприятии, которое проявляется в снижении уровня ликвидности и рентабельности, от служб контроллинга ожидают в большей степени услуг по координации планов, анализу причин отклонения планов от факта, а также рекомендаций по обеспечению выживания на ближайшую перспективу.

1.6.3. Реинжиниринг бизнеса

Для успешного внедрения изменений, планируемых в компании, требуется четко представлять себе, что каждая деловая единица нуждается в непрерывном проектировании. Непрерывное проектирование предполагает подход к бизнесу как к процессу. Процесс – это заранее обусловленная целями бизнеса последовательность хозяйственных актов (заданий, работ, взаимосвязей). Иногда говорят, что процесс бизнеса – это множество шагов, которое совершает фирма от одного состояния к другому, или от «входа» к «выходу». Входами и выходами здесь являются не части фирмы или ее подразделения, а события. Общее управление деловым и бизнес-процессами называется «инжиниринг бизнеса», подразумевая постоянное проектирование процессов – определение входов и выходов, и последовательности шагов – в рамках деловой единицы.

В наше время популярным в проектировании деловых процессов становится понятие реинжиниринга бизнеса. Основатель теории реинжиниринга М. Хаммер так определял это понятие: «фундаментальное переосмысление и радикальное изменение решений о деловых процессах с целью достижения драматических улучшений в критически важных показателях деятельности, таких как издержки, качество, обслуживание и скорость».

Реинжиниринг обладает следующими свойствами:

он отказывается от устаревших правил и установлений и начинает деловой процесс как бы с «чистого листа», это позволяет преодолеть негативное воздействие догм;

он пренебрегает сложившимися системами, структурами и процедурами компании и радикально изменяет, заново изобретает способы хозяйственной деятельности – если невозможно переделать свою деловую среду, то можно переделать свой бизнес;

он приводит к значительным изменениям показателей деятельности.

Реинжиниринг применяется в трех основных ситуациях:

в условиях, когда фирма находится в состоянии глубокого кризиса;

в условиях, когда текущее положение фирмы является удовлетворительным, но прогнозы ее деятельности достаточно неблагоприятны;

в ситуациях, когда агрессивные, благополучные организации стремятся нарастить отрыв от конкурентов и создать уникальные конкурентные преимущества.

Основные этапы реинжиниринга:

формирование желаемого образа фирмы (базовыми элементами построения являются стратегия фирмы, основные ориентиры, способы их достижения);

создание модели существующего бизнеса фирмы (для создания модели используются результаты анализа организационной среды, данные контроллинга; определяются процессы, нуждающиеся в перестройке);

разработка модели нового бизнеса – прямой реинжиниринг (перепроектируются выбранные процессы, формируются новые функции персонала, создаются новые информационные системы, производится тестирование новой модели);

внедрение модели нового бизнеса.

1.6.4. Информационные системы управления предприятием (ИСУП)

Начнем с определений, необходимых для понимания дальнейших рассуждений.

Информация – сведения об окружающем мире (объектах, явлениях, событиях, процессах и т.п.), которые уменьшают имеющуюся степень неопределенности, неполноты знаний, отчужденные от их создателя и ставшие сообщениями (выраженными на определенном языке в виде знаков, в том числе и записанными на материальном носителе), которые можно воспроизводить путем передачи людьми устным, письменным или другим способом.

Информация позволяет организациям:

осуществлять контроль за текущим состоянием организации, ее подразделений и процессов в них;

определять стратегические, тактические и оперативные цели и задачи организации;

принимать обоснованные и своевременные решения;

координировать действия подразделений в достижении целей.

Информационная потребность – осознанное понимание различия между индивидуальным знанием о предмете и знанием, накопленным обществом.

Данные – информация, низведенная до уровня объекта тех или иных преобразований.

Документ – информационное сообщение в бумажной, звуковой, электронной или иной форме, оформленное по определенным правилам, заверенное в установленном порядке.

Документооборот – система создания, интерпретации, передачи, приема, архивирования документов, а также контроля за их исполнением и защиты от несанкционированного доступа.

Экономическая информация – совокупность сведений о социально-экономических процессах, служащих для управления этими процессами и коллективами людей в производственной и непроизводственной сфере.

Информационные ресурсы – весь имеющийся объем информации в информационной системе.

Информационная технология – система методов и способов сбора, передачи, накопления, обработки, хранения, представления и использования информации.

Автоматизация – замена деятельности человека работой машин и механизмов.

Информационная система (ИС) – информационный контур вместе со средствами сбора, передачи, обработки и хранения информации, а так же персоналом, осуществляющим эти действия с информацией.

Миссия информационных систем – производство нужной для организации информации для обеспечения эффективного управления всеми ее ресурсами, создание информационной и технологической среды для осуществления управления организацией.

Обычно в системах управления выделяют три уровня: стратегический, тактический и оперативный. На каждом из этих уровней управления имеются свои задачи, при решении которых возникает потребность в соответствующих данных, получить эти данные можно путем запросов в информационную систему. Эти запросы обращены к соответствующей информации в информационной системе. Информационные технологии позволяют обработать запросы и, используя имеющуюся информацию, сформировать ответ на эти запросы. Таким образом, на каждом уровне управления появляется информация, служащая основой для принятия соответствующих решений.

В результате применения информационных технологий к информационным ресурсам создается некая новая информация или информация в новой форме. Эта продукция информационной системы называется информационными продуктами и услугами.

Информационный продукт или услуга – специфическая услуга, когда некоторое информационное содержание в виде совокупности данных, сформированная производителем для распространения в вещественной и невещественной форме, предоставляется в пользование потребителю.

В настоящее время бытует мнение об информационной системе как о системе, реализованной с помощью компьютерной техники. Это не так. Как и информационные технологии, информационные системы могут функционировать и с применением технических средств, и без такого применения. Это вопрос экономической целесообразности.

Преимущества неавтоматизированных (бумажных) систем:

простота внедрения уже существующих решений;

они просты для понимания и для их освоения требуется минимум тренировки;

не требуются технические навыки;

они, обычно, гибкие и способны к адаптации для соответствия деловым процессам.

Преимущества автоматизированных систем:

в автоматизированной ИС появляется возможность целостно и комплексно представить все, что происходит с организацией, поскольку все экономические факторы и ресурсы отображаются в единой информационной форме в виде данных.

Корпоративную ИС обычно рассматривают как некоторую совокупность частных решений и компонентов их реализации, в числе которых:

единая база хранения информации;

совокупность прикладных систем, созданных разными фирмами и по разным технологиям.

Информационная система компании (в частности, ИСУП) должна:

позволять накапливать определенный опыт и знания, обобщать их в виде формализованных процедур и алгоритмов решения;

постоянно совершенствоваться и развиваться;

быстро адаптироваться к изменениям внешней среды и новым потребностям организации;

соответствовать насущным требованиям человека, его опыту, знаниям, психологии.

Создание информационной системы управления предприятием – довольно длительный по времени и ресурсоемкий процесс, в котором можно выделить четыре основные стадии.

1. Эскиз проекта. Подробное описание целей и задач проекта, доступных ресурсов, любых ограничений и т.п.

2. Оценка проекта. Определяется, что будет делать система, как будет работать, какие аппаратные и программные средства будут использоваться и как они будут обслуживаться. Готовится список требований к системе, изучается потребности постоянных пользователей.

3. Построение и тестирование. Персонал должен убедиться, что с системой удобно работать, до того, как она станет основой деятельности.

Управление проектом и оценка риска. Проект не завершен до тех пор, пока менеджер проекта не сможет продемонстрировать, что система работает надежно.

Жизненный цикл ИС – период создания и использования ИС, охватывающий ее различные состояния, начиная с момента возникновения необходимости в данной ИС и заканчивая моментом ее полного вывода из эксплуатации.

Жизненный цикл ИС разделяется на следующие стадии:

предпроектное обследование;

проектирование;

разработка ИС;

ввод ИС в эксплуатацию;

эксплуатация ИС;

завершение эксплуатации ИС.

Итак, информационная система управления предприятием (ИСУП) – это операционная среда, которая способна предоставить менеджерам и специалистам актуальную и достоверную информацию о всех бизнес-процессах предприятия, необходимую для планирования операций, их выполнения, регистрации и анализа. Другими словами, современная ИСУП - это система, несущая в себе описание полного рыночного цикла – от

планирования бизнеса до анализа результатов деятельности предприятия. Реально часто начинают с частичной компьютеризации информационных процессов, например, в рамках бухгалтерии или складского хозяйства.

1.6.5.Задачи ИСУП

Управление предприятиями в современных условиях требует все большей оперативности. Поэтому использование информационных систем управления предприятием (ИСУП) является одним из важнейших рычагов развития бизнеса.

Частные задачи, решаемые ИСУП, во многом определяются областью деятельности, структурой и другими особенностями конкретных предприятий. В качестве примеров можно сослаться на опыт создания ИСУП для предприятия – оператора связи [1, с.19-21] и опыт внедрения партнерами фирмы SAP системы R/3 на ряде предприятий СНГ и дальнего зарубежья [2, с.2-6]. При этом примерный перечень задач менеджмента, которые должна решать ИСУП на различных уровнях управления предприятием и для различных его служб, к настоящему времени можно считать общепризнанным среди специалистов. Он приведен в табл.1. При решении этих задач широко используются различные методы теории принятия решений, в том числе эконометрические и оптимизационные.

Таблица 1.

Основные задачи ИСУП

№	Уровни и службы управления	*Решаемые задачи*
1 1	Руководство предприятия	обеспечение достоверной информацией о финансовом состоянии компании на текущий момент и подготовка прогноза на будущее; •обеспечение контроля за работой служб предприятия; •обеспечение четкой координации работ и ресурсов; •предоставление оперативной информации о негативных тенденциях, их причинах и возможных мерах по исправлению ситуации; формирование полного представления о себестоимости конечного продукта (услуги) по компонентам затрат
2	Финансово-бухгалтерские службы	•полный контроль за движением средств; •реализация необходимой менеджменту учетной политики; •оперативное определение дебиторской и кредиторской задолженностей; •контроль за выполнением договоров, смет и планов; •контроль за финансовой дисциплиной; •отслеживание движения товарно-материальных потоков; -оперативное получение полного набора документов финансовой отчетности
3	Управление производством	контроль за выполнением производственных заказов; •контроль за состоянием производственных мощностей;

		•контроль за технологической дисциплиной; •ведение документов для сопровождения производственных заказов (заборные карты, маршрутные карты); оперативное определение фактической себестоимости производственных заказов
4	Службы маркетинга	•контроль за продвижением новых товаров на рынок; •анализ рынка сбыта с целью его расширения; •ведение статистики продаж; •информационная поддержка политики цен и скидок; •использование базы стандартных писем для рассылки; контроль за выполнением поставок заказчику в нужные сроки при оптимизации затрат на транспортировку
5	*Службы сбыта и снабжения*	•ведение баз данных товаров, продукции, услуг; •планирование сроков поставки и затрат на транспортировку; •оптимизация транспортных маршрутов и способов транспортировки; - компьютерное ведение контрактов
6	*Службы складского учета*	•управление многозвенной структурой складов; •оперативный поиск товара (продукции) по складам; •оптимальное размещение на складах с учетом условий хранения; управление поступлениями с учетом контроля качества; инвентаризация

1.6.6. Место ИСУП в системе контроллинга

Информационные системы управления являются компьютерной поддержкой контроллинга, который в свою очередь является основным поставщиком информации для управления предприятия. Цель информационной поддержки контроллинга – обеспечить руководство информацией о текущем состоянии дел предприятия и спрогнозировать последствия изменений внутренней или внешней среды [3, с.44] . Основные задачи контроллинга согласно [4, с.19] представлены в табл.2.

Таблица 2.

Основные задачи контроллинга

		Основные решаемые задачи
1	*Контроллинг в системе управления*	Целевая задача стратегического контроллинга – обеспечение продолжительного успешного функционирования организации. Основная задача оперативного контроллинга – обеспечение методической, информационной и инструментальной поддержки менеджеров предприятия
2	*Финансовый контроллинг*	Поддержание рентабельности и обеспечение ликвидности предприятия
3	*Контроллинг на производстве*	Информационное обеспечение процессов производства и управления
4	*Контроллинг маркетинга*	Информационная поддержка эффективного менеджмента по удовлетворению потребностей клиентов
5	*Контроллинг обеспечения ресурсами*	Информационная обеспечение процесса приобретения производственных ресурсов, анализ закупаемых ресурсов, расчет эффективности работы отдела снабжения
6	*Контроллинг в области*	Текущий контроль за экономичностью процессов складирования и транспортировки материальных

	логистики	ресурсов

Сравним (в соответствии с табл.3) основные задачи, которые решают ИСУП и контроллинг (см. табл.1 и табл.2).

Таблица 3.

Сравнение задач ИСУП и контроллинга

Задачи ИСУ, решаемые для	**Задачи контроллинга, решаемые**
Руководства предприятия	Контроллингом в системе управления
Финансово-бухгалтерских служб	Финансовым контроллингом
Управления производством	Контроллингом на производстве
Служб маркетинга	Контроллингом маркетинга
Служб сбыта и снабжения	Контроллингом обеспечения ресурсами
Служб складского учета	Контроллингом в области логистики

Из табл.3 видно, что задачи ИСУП, решаемые для каждого уровня управления и службы предприятия, соответствуют задачам, решаемым контроллингом в той или иной сфере деятельности предприятия (а именно, контроллингом в системе управления, финансовым контроллингом и т.д.).

Если рассматривать структуру ИСУП, то можно выделить 5 основных модулей, которые присутствуют в каждой информационной системе. Это финансово-экономическое управление, бухгалтерия и кадры, склад, производство, торговля (сбыт).

Анализ 27 самых известных ИСУП, представленных на российском рынке (по данным Интернета), проведен в 2002 г. Е.А. Гуськовой. Результаты представлены в табл.4. Можно сделать вывод о том, что только единицы имеют встроенный модуль контроллинга (см. табл. 4).

Таблица 4.

Наличие модуля контроллинга в российских ИСУП

	Название продукта	Компания	Модуль контроллинга (+ - есть, 0 – нет)
1	ABACUS	Омега	0
2	ALFA v 2.3	Информконтакт	0
3	AVACCO	AVACCO SOFT	+
4	NS 2000	Никос-Софт	0
5	RS Balance вер. 2.7	RStyle Softlab	0
6	Solegem	Технос-К	0
7	Аккорд	Алтант-информ	0
8	Алеф	Алеф Консалтинг&Софт	0
9	Апрель	ИНИСТЭК	0
10	АС+	Борлас	0
11	БОСС Корпорация	Айти	+
12	БЭСТ-про	Интеллект-сервис	0
13	Галактика	Галактика	+
14	Гепард	Эйс	0
15	Инталев:корпор финансы	Инталев	0
16	Лагуна 2000	Аккорд софт	0
17	ЛокОФФИС	ЛокИС	0
18	М-3	Клиент-сервер-ные-технологии	+
19	Модуль Менеджер-контактов	IBS TopS Ланит	0
20	Монополия	Формоза-софт	0
21	Парус	Парус	0
22	ТБ Корпорация	ТБ софт	0
23	ТЕКТОН	ТЕКТОН, ИнтелГрупп	0
24	ТИС (торгво-информационная система)	ТИС	0
25	Флагман	Инфософт	+
26	Фигаро-ERP	Бизнес-Консоль	+
27	Эталон	Цефей	0

1.6.7. Перспективы совместного развития ИСУП и контроллинга

Для того, чтобы заглянуть в будущее, попробуем сначала вернуться в прошлое.

Развитие методов управления промышленными предприятиями в начале XX века связывают прежде всего с именами Г. Форда, Ф.Тейлора, Г. Гантта, А. Файоля и др. Именно А. Файоль разделил действия администрации на ряд функций, к которым отнес прогнозирование и планирование, создание организационных структур, руководство командой, координацию (действий менеджеров) и контроль. [5, гл.2].

Модель управления запасами, приводящая к «формуле квадратного корня» для оптимального размера заказа, предложена Ф. Харрисом в 1915 г., но получила известность после публикации широко известной работы Р. Вильсона в 1934 г., а потому часто называется моделью Вильсона [6, с.224-225]. Мощный толчок теория управления запасами получила в 1951 г. благодаря работам К. Эрроу (будущего нобелевского лауреата по экономике), Т. Харриса, Дж. Маршака. В 1952 г. были опубликованы работы А. Дворецкого, Дж. Кифера, Дж. Вольфовитца. На русском языке теория управления запасами в целом рассматривается в работах Е. Булинской 1964 г., Дж. Букана, Э. Кенингсберга 1967 г., Ю. Рыжикова 1969 г., А. Орлова 1975 г. и 1979 г. [6, гл.5] и др.

Необходимо отметить работы по созданию ИСУП киевского института кибернетики АН УССР, созданного Б. Гнеденко в 1950-х годах [6, с.5] (в 1961 г. этот институт возглавил В.М.Глушков). В начале 60-х в США начались работы по *автоматизации управления запасами.* Конец 60-х связан с работами О.Уайта, который при развитии систем автоматизации промышленных предприятий предлагал рассматривать в комплексе производственные, снабженческие и сбытовые подразделения. В публикациях О.Уайта были сформулированы алгоритмы планирования, сегодня известные как *MRP — планирование потребностей в материалах* — в конце 60-х годов, и *MRP II — планирование ресурсов производства* — в конце 70-х — начале 80-х гг. [7, с.24]. Отнюдь не все современные концепции управления возникали в США. Так, метод планирования и управления *Just-in-time* («точно вовремя») появился на предприятиях японского автомобильного концерна в 50-х годах, а методы ОРТ— *оптимизированная технология* производства созданы в Израиле в 70-х годах. Концепция *компьютеризированного интегрированного производства CIM* возникла в начале 80-х годов и связана с интеграцией гибкого производства и систем управления им. Методы *CALS — компьютерная поддержка процесса поставок и логистики* возникли в 80-х годах в военном ведомстве США для повышения эффективности управления и планирования в процессе заказа, разработки, организации производства, поставок и эксплуатации военной техники. [8, с.12]. Система *ERP – планирование ресурсов корпорации* предложена аналитической фирмой Gartner Group не так давно, в начале 90-х, и уже подтвердила свою жизнеспособность. [9, с.3]. Системы *CRM – управление взаимоотношениями с клиентами* стали нужными на высококонкурентном рынке, где в фокусе оказался не продукт, а клиент. Многое было сделано в СССР и в России, прежде всего в Институте проблем управления, Центральном экономико-математическом институте, ВНИИ системных исследований и Вычислительном центре РАН.

В настоящее время постепенно акцент в планировании ресурсов предприятий (на основе *ERP-систем*) смещается к поддержке и реализации процессов управления цепью поставок (*SCM–систем*), управления взаимоотношениями с заказчиками *(CRM-систем*) и электронного бизнеса *(e-commerce систем*).

Проанализируем тенденции развития российского рынка программного обеспечения для автоматизации процесса управления предприятиями. Можно сделать вывод о его динамичном развитии и усложнении круга задач, требующих автоматизации. Вначале руководители российских предприятий чаще всего ставили простейшие задачи, в частности, задачу автоматизации процесса работы бухгалтерии. С развитием компаний, усложнением бизнес-процессов возникала потребность не только в «посмертном бухгалтерском учете», но и в управлении материально-техническим снабжением (логистическими процессами), работой с дебиторами и кредиторами и многими другими задачами, которыми ставит перед предприятием внутренняя и внешняя среда. Для решения этих задач стали использовать корпоративные информационные системы управления – решения, охватывающие деятельность всего предприятия.

Таким образом, в результате «эволюции» ИСУП превратилась из компьютерной бухгалтерии и автоматизированной системы управления запасами в комплексную систему управления всего предприятия.

В настоящее время на рынке представлено большое количество типовых ИСУП - от локальных (стоимостью до 50 тыс. долл. США) до крупных интегрированных (стоимостью от 500 тыс. долл. США и выше). Типовые решения этих ИСУП «привязываются» фирмами-поставщиками к условиям конкретных предприятий.

Отметим, что в настоящее время основная часть ИСУП разрабатывается не на основе типовых решений, а в единичном экземпляре для каждого отдельного предприятия. Это делается соответствующими подразделениями предприятий с целью наиболее полного учета особенностей конкретных предприятий [10, с.28-41].

Классификация типовых систем, имеющихся на российском рынке, представлена в табл.5. Она разработана в [11, с.27-28].

Приведем описание основных типов ИСУП.

•**Локальные системы**. Как правило, предназначены для автоматизации деятельности по одному - двум направлениям. Зачастую могут быть так называемым "коробочным" продуктом. Стоимость таких решений лежит в пределах от нескольких тысяч до нескольких десятков тысяч долларов США.

•**Финансово-управленческие системы**. Такие решения обладают гораздо большими функциональными возможностями по сравнению с локальными. Однако их отличительная черта - это отсутствие модулей, посвященных производственным процессам. И если в первой категории представлены только российские системы, то здесь соотношение российского и западного продуктов примерно равное. Сроки внедрения таких систем могут колебаться в районе года, а стоимость – от 50 тыс. долл. до 200 тыс. долл. США. Системы, обозначенные в табл.5 как «переходные», находятся в стадии перехода в класс средних интегрированных систем.

Таблица5.

Классификация ИСУП

Локаль-ные	Финансово-управленческие	Средние интегрированные	Крупные интегрированные

«1С»	«Чистые»	«Переход-ные»	BPCS	Baan
«Альфа»	Западные		CA-PRMS	JD Edwards
БЭСТ	ACCPAC	Concord XAL	IFS System IV	Oracle
«Инотек»	EFAS	Navision	Max	SAP R/3
«Монопо-лия»	Exact	SCALA	MFG/Pro	
Флагман	Hansa		Renaissance	
И еще более 100 систем	Platinum SQL		SyteLine	
	Solomon IV			
	SunSystems			
	Российские			
		«БОСС»		
		Галактика		
		«Парус»		
		NS2000		
Конструкторы: «Алеф», «Софтпром», «Тектон», «Эталон», ABACUS, M2 и др.			Специализированные решения: Hyperion, Business, Objects, PowerPlay	
Новые игроки: Axapta, Brain, Mincom, Platinum ERA, Wonderware и др.				

Примечание: системы везде перечислены в алфавитном порядке

•**Средние интегрированные системы**. Эти системы предназначены для управления производственным предприятием и интегрированного планирования производственного процесса. Они характеризуются наличием специализированных функций. Такие системы наиболее конкурентоспособны на отечественном рынке в своей области специализации с крупными западными системами, при этом их стоимость существенно (на порядок и более) ниже, чем крупных.

•**Крупные интегрированные системы**. На сегодняшний день это наиболее функционально развитые и соответственно наиболее сложные и дорогие системы, в которых реализуются стандарты управления MRPII и ERP. Сроки внедрения подобных систем с учетом автоматизации управления производством могут составлять несколько лет, а стоимость лежит в пределах от нескольких сот тысяч до нескольких десятков миллионов долларов. Следует отметить, что данные системы предназначены в первую очередь для повышения эффективности управления крупными предприятиями и корпорациями. Требования бухгалтерского или кадрового учета отходят в этом случае на второй план.

•**Конструкторы** – это коммерческое программное средство, комплекс программных средств или специализированная среда программирования для относительно быстрого (по сравнению с универсальными средствами программирования) создания деловых приложений лежащего в основе конструктора инварианта методологии и технологии функционирования.

•**Специализированные решения –** предназначены в основном для получения корпоративной консолидированной отчетности, планирования, бюджетирования, анализа данных по технологии OLAP (on-line analytical processing - оперативный анализ данных - многомерный оперативный анализ данных для поддержки принятия решений).

Эконометрические методы в ИСУП. Анализ реальных потребностей предприятий показал, что для создания полноценной системы, которая обеспечивала бы не только учетные функции, но и возможности прогнозирования, анализа сценариев, поддержки принятия управленческих решений, типового набора функций ERP-систем недостаточно. Решение данного класса задач требует применения аналитических систем и методов, прежде всего эконометрических [12, 13], включения этих систем и методов в ИСУП.

Эконометрические методы представляют собой важную часть научного инструментария контроллера, а их компьютерная реализация - важную часть информационной поддержки контроллинга. При практическом применении эконометрических методов в работе контроллера необходимо применять соответствующие программные системы. Могут быть полезны и общие статистические системы типа SPSS, Statgraphics, Statistica, ADDA, и более специализированные Statcon, SPC, NADIS, REST (по статистике интервальных данных), Matrixer и многие другие [13, с.42-53].

ИСУП в решении задач контроллинга. Подводя итоги, прежде всего отметим, что ИСУП в решении задач контроллинга играют бесспорно важную роль. Но, зная важность и необходимость информационной поддержки контроллинга, остается непонятным, почему российские разработчики не спешат включать модуль контроллинга в состав ИСУП. Ведь это необходимо для того, что система обеспечивала не только компьютерную поддержку контроллинга, предоставляла менеджерам и специалистам актуальную и достоверную информацию обо всех бизнес-процессах предприятия, необходимую для планирования операций, их выполнения, регистрации и анализа. Но и стала бы системой, несущей в себе информацию о полном рыночном цикле – от планирования бизнеса до анализа результатов деятельности предприятия.

Проведя анализ почти 30 российских ИСУП (см. табл.4), так и не удалось ответить на этот вопрос.

Хотя ответ, возможно, кроется в стоимости такого решения, а также в неосознанности менеджментом ряда предприятий актуальности развития и внедрения контроллинга. Поэтому пока спрос на такие ИСУП невелик. Но положительные тенденции все же намечаются. Так следующее поколение системы "М-2" программный комплекс "М-3", разработанный компанией "Клиент – серверные - технологии", позиционируется уже не просто как система управления предприятием, а продукт, формирующий среду принятия решения [14]. В комплексе "М-3" происходит смещение акцентов: от регистрационной системы к структуре, позволяющей реализовывать прогнозирование на основе профессионального анализа. Основой для этого служит реализация механизма контроллинга, предполагающая создание инструмента для принятия оперативных решений в финансовой, производственной и иных областях деятельности предприятий.

Кроме того, опыт западных компаний показывает, что постепенно спрос растет на крупные интегрированные системы, которые отличаются глубиной поддержки управления больших многофункциональных групп предприятий (холдингов или финансово-промышленных групп).

И если говорить о развитии отечественной индустрии ИСУП и широком внедрении контроллинга в практику работы российских организаций и предприятий, то приходится констатировать, что у большинства российских предприятий этап полномасштабной информатизации бизнеса только начинается.

Литература

1. Орлов А.И., Волков Д.Л. Эконометрические методы при управлении ресурсами и информационная поддержка бизнеса для фирмы-оператора связи. - Журнал «Придніпровський науковий вісник. Донбаський випуск». Матеріали міжнародноі науково-технічноі конференціі "Проблеми і практика управління в економічных системах". Економіка. № 109 (176). Грудень 1998 р.

2. Виноградов С.Л. Контроллинг как технология менеджмента. Заметки практика // Контроллинг. – 2002. - №2.

3. Карминский А.М., Дементьев А.В., Жевага А.А. Информатизация контроллинга в финансово-промышленной группе // Контроллинг. – 2002. - №2.

4. Карминский А.М., Оленев Н.И., Примак А.Г., Фалько С.Г. Контроллинг в бизнесе. Методологические и практические основы построения контроллинга в организациях. – М.: Финансы и статистика, 1998. – 256 с.

5. Менеджмент. Учебное пособие/Под ред. Ж.В.Прокофьевой. – М.: Знание, 2000. – 288 с.

6. Орлов А.И. Устойчивость в социально-экономических моделях. – М.: Наука, 1979. – 296 с.

7. Уайт О. У. Управление производством и материальными запасами в век ЭВМ. - М.: Прогресс. 1978. – 302 с.

8. Компьютерно-интегрированные производства и CALS технологии в машиностроении. - М.: Федеральный информационно-аналитический центр оборонной промышленности. 1999. – 510 с.

9. Keller, Erik L. Enterprise Resource Planning. The changing application model. 1996. (http:// www.gartnergroup.com).

10. Любавин А.А. особенности современной методологии внедрения контроллинга в России // Контроллинг. – 2002. - № 1.

11. Карпачев И. Налево пойдешь // Enterprise partner: корпоративные системы. - 2000. - №10.

12. Орлов А.И. Эконометрика. – М.: Экзамен, 2002. – 576 с.

13. Орлов А.И. Эконометрическая поддержка контроллинга // Контроллинг. 2002. - №1.

14. Интернет-представительство компании "Клиент - серверные - технологии" (http:// www.m2system.ru).

15. Гуськова Е.А., Орлов А.И. Информационные системы управления предприятием в решении задач контроллинга // Контроллинг. – 2003. - № 1.

Контрольные вопросы

1. Какова роль информации при принятии решений?

2. В чем сущность контроллинга?

3. Каковы основные идеи реинжиниринга бизнеса?

4. Обсудите базовые определения в области информационных систем управления предприятием.

5. Каковы основные задачи ИСУП?

6. Каково место ИСУП в системе контроллинга?

7. Дайте классификацию типовых информационных систем управления предприятием.

Темы докладов, рефератов, исследовательских работ

1. Состав и движение массивов информации на известном Вам предприятии.

2. История развития информационных систем управления

предприятием.

3. Обращение бумажных и электронных документов.

4. Эконометрические методы в информационных системах.

5. Роль Интернета и корпоративных компьютерных сетей в управлении предприятием.

2. Описание неопределенностей в теории принятия решений

Одна из основных проблем в теории принятия решений – необходимость учета неопределенностей, оценки и управления рисками. Для описания неопределенностей применяют различные подходы.

Прежде всего, необходимо разобраться с проблемами измерения различных величин, используемых в процессе принятия решения. Они могут быть измерены в тех или иных количественных или качественных шкалах. Поскольку в выборе конкретной шкалы имеется некоторый произвол (например, расстояние можно измерять в аршинах, саженях, верстах, метрах или парсеках), то естественно потребовать, чтобы принимаемое решение не зависело от этого произвола (например, от того, в каких единицах измерено расстояние). Теории измерений посвящена первая глава настоящей части.

Для описания неопределенностей и рисков чаще всего используется вероятностно-статистический подход. Во второй главе рассматриваются основные понятия и результаты в области теории вероятностей и статистики. Изложение нацелено на удовлетворение потребностей менеджеров, экономистов, инженеров, связанных с теорией принятия решений. Приводятся все необходимые понятия и результаты современных вероятностно-статистических методов, при этом исключен ряд излишних подробностей, традиционно включаемых в математические курсы.

Изложение во второй главе доведено до современного уровня. Одним из наиболее интересных и продуктивных современных направлений является статистика интервальных данных. В ней исходные данные – не числа, а интервалы. Таким образом, неопределенность величин, используемых в процессе принятия решения, моделируется путем замены конкретных численных значений на интервалы, в которых содержатся рассматриваемые величины. Статистике интервальных данных посвящена третья глава настоящей части.

Интервальные данные – это частный случай нечетких данных. В последнее время теория нечеткости все чаще используется в экономических исследованиях [1]. Нечеткость, расплывчатость, размытость понятий и величин – типичная черта многих задач принятия решений. Основам теории нечеткости посвящена четвертая глава. В ней рассмотрена, в частности, система принципиально важных утверждений, согласно которой теория нечеткости в определенном смысле сводится к теории случайных множеств – одной из частей вероятностно-статистической теории.

Материалы второй части во многом основываются на результатах, приведенных в монографиях [2,3].

Литература

1. Карминский А.М., Оленев Н.И., Примак А.Г., Фалько С.Г. Контроллинг в бизнесе. Методологические и практические основы построения контроллинга в организациях. – М.: Финансы и статистика, 1998. – 256 с.

2. Орлов А.И. Устойчивость в социально-экономических моделях. – М.: Наука, 1979. -296 с.

3. Орлов А.И. Эконометрика. – М.: Экзамен, 2002. – 576 с.

2.1. Шкалы измерения и инвариантные алгоритмы

2.1.1. Основные шкалы измерения

Почему необходима теория измерений? Теория измерений (в дальнейшем сокращенно ТИ) является одной из составных частей эконометрики. Она входит в состав *статистики объектов нечисловой природы*. Необходимость использования ТИ в теории принятия решений рассмотрим на примере экспертного оценивания, в частности, в связи с агрегированием мнений экспертов, построением обобщенных показателей и рейтингов.

Использование чисел в жизни и хозяйственной деятельности людей отнюдь не всегда предполагает, что эти числа можно складывать и умножать, производить иные арифметические действия. Что бы вы сказали о человеке, который занимается умножением телефонных номеров? И отнюдь не всегда 2+2=4. Если вы вечером поместите в клетку двух животных, а потом еще двух, то отнюдь не всегда можно утром найти в этой клетке четырех животных. Их может быть и много больше - если вечером вы загнали в клетку овцематок или беременных кошек. Их может быть и меньше - если к двум волкам вы поместили двух ягнят. Числа используются гораздо шире, чем арифметика.

Так, например, мнения экспертов часто выражены в *порядковой шкале* (подробнее о шкалах говорится ниже), т.е. эксперт может сказать (и обосновать), что один показатель качества продукции более важен, чем другой, первый технологический объект более опасен, чем второй, и т.д. Но он не в состоянии сказать, *во сколько раз* или *на сколько* более важен, соответственно, более опасен. Экспертов часто просят дать ранжировку (упорядочение) объектов экспертизы, т.е. расположить их в порядке возрастания (или убывания) интенсивности интересующей организаторов экспертизы характеристики. Ранг - это номер (объекта экспертизы) в упорядоченном ряду значений характеристики у различных объектов. Такой ряд в статистике называется вариационным. Формально ранги выражаются числами 1, 2, 3, ..., но с этими числами нельзя делать привычные арифметические операции. Например, хотя в арифметике 1 + 2 = 3, но нельзя утверждать, что для объекта, стоящем на третьем месте в упорядочении, интенсивность изучаемой характеристики равна сумме интенсивностей объектов с рангами 1 и 2. Так, один из видов экспертного оценивания - оценки учащихся. Вряд ли кто-либо будет утверждать, что знания отличника равны сумме знаний двоечника и троечника (хотя 5 = 2 + 3), хорошист соответствует двум двоечникам (2 + 2 = 4), а между отличником и троечником такая же разница, как между хорошистом и двоечником (5 - 3 = 4 - 2). Поэтому очевидно, что для анализа подобного рода качественных данных необходима не всем известная арифметика, а другая теория, дающая базу для разработки, изучения и применения конкретных методов расчета. Это и есть ТИ.

При чтении литературы надо иметь в виду, что в настоящее время термин "теория измерений" применяется для обозначения целого ряда научных дисциплин. А именно, классической метрологии (науки об измерениях физических величин), рассматриваемой здесь ТИ, некоторых других направлений, например, алгоритмической теории измерений. Обычно из контекста понятно, о какой конкретно теории идет речь.

Краткая история теории измерений. Сначала ТИ развивалась как теория психофизических измерений. В послевоенных публикациях американский психолог С.С. Стивенс основное внимание уделял шкалам измерения. Во второй половине XX в. сфера применения ТИ стремительно расширяется. Посмотрим, как это происходило. Один из томов выпущенной в США в 1950-х годах "Энциклопедии психологических наук" назывался "Психологические измерения". Значит, составители этого тома расширили сферу применения РТИ с психофизики на психологию в целом. А в основной статье в этом сборнике под названием, обратите внимание, "Основы теории измерений", изложение шло на абстрактно-математическом уровне, без привязки к какой-либо конкретной области применения. В этой статье [1] упор был сделан на "гомоморфизмах эмпирических систем с отношениями в числовые" (в эти математические термины здесь вдаваться нет необходимости), и математическая сложность изложения возросла по сравнению с работами С.С. Стивенса.

Уже в одной из первых отечественных статей по РТИ (конец 1960-х годов) было установлено, что баллы, присваиваемые экспертами при оценке объектов экспертизы, как правило, измерены в порядковой шкале. Отечественные работы, появившиеся в начале 1970-х годов, привели к существенному расширению области использования РТИ. Ее применяли к педагогической квалиметрии (измерению качества знаний учащихся), в системных исследованиях, в различных задачах теории экспертных оценок, для агрегирования показателей качества продукции, в социологических исследованиях, и др.

Итоги этого этапа были подведены в монографии [2]. В качестве двух основных проблем РТИ наряду с *установлением типа шкалы* измерения конкретных данных был выдвинут поиск алгоритмов анализа данных, результат работы которых не меняется при любом допустимом преобразовании шкалы (т.е. является *инвариантным* относительно этого преобразования).

Метрологи вначале резко возражали против использования термина "измерение" для качественных признаков. Однако постепенно возражения сошли на нет, и к концу XX в. ТИ стала рассматриваться как общенаучная теория.

Шесть типов шкал. В соответствии с ТИ при математическом моделировании реального явления или процесса следует прежде всего установить *типы шкал*, в которых измерены те или иные переменные. Тип шкалы задает *группу допустимых преобразований шкалы*. Допустимые преобразования не меняют соотношений между объектами измерения. Например, при измерении длины переход от аршин к метрам не меняет соотношений между длинами рассматриваемых объектов - если первый объект длиннее второго, то это будет установлено и при измерении в аршинах, и при измерении в метрах. Обратите внимание, что при этом численное значение длины в аршинах отличается от численного значения длины в метрах - не меняется лишь результат сравнения длин двух объектов.

Укажем основные виды шкал измерения и соответствующие группы допустимых преобразований.

В *шкале наименований* (другое название этой шкалы - *номинальная;* это - переписанное русскими буквами английское название шкалы) **допустимыми** являются все взаимно-однозначные преобразования. В этой шкале числа используются лишь как метки. Примерно так же, как при сдаче белья в прачечную, т.е. лишь для различения объектов. В шкале наименований измерены, например, номера телефонов, автомашин, паспортов, студенческих билетов. Номера страховых свидетельств государственного пенсионного страхования, медицинского страхования, ИНН (индивидуальный номер налогоплательщика) измерены в шкале наименований. Пол людей тоже измерен в шкале наименований, результат измерения принимает два значения - мужской, женский. Раса, национальность, цвет глаз, волос - номинальные признаки. Номера букв в алфавите - тоже измерения в шкале наименований. Никому в здравом уме не придет в голову складывать или умножать номера телефонов, такие операции не имеют смысла. Сравнивать буквы и говорить, например, что буква П лучше буквы С, также никто не будет. Единственное, для чего годятся измерения в шкале наименований - это различать объекты. Во многих случаях только это от них и требуется. Например, шкафчики в раздевалках для взрослых различают по номерам, т.е. числам, а в детских садах используют рисунки, поскольку дети еще не знают чисел.

В *порядковой шкале* числа используются не только для различения объектов, но и для установления порядка между объектами. Простейшим примером являются оценки знаний учащихся. Символично, что в средней школе применяются оценки 2, 3, 4, 5, а в высшей школе ровно тот же смысл выражается словесно - неудовлетворительно, удовлетворительно, хорошо, отлично. Этим подчеркивается "нечисловой" характер оценок знаний учащихся. В порядковой шкале **допустимыми** являются все строго возрастающие преобразования.

Установление типа шкалы, т.е. задания группы допустимых преобразований шкалы измерения - дело специалистов соответствующей прикладной области. Так, оценки привлекательности профессий мы в монографии [2], выступая в качестве социологов, считали измеренными в порядковой шкале. Однако отдельные социологи не соглашались с нами, полагая, что выпускники школ пользуются шкалой с более узкой группой допустимых преобразований, например, интервальной шкалой. Очевидно, эта проблема относится не к математике, а к наукам о человеке. Для ее решения может быть поставлен достаточно трудоемкий эксперимент. Пока же он не поставлен, целесообразно принимать порядковую шкалу, так как это гарантирует от возможных ошибок.

Оценки экспертов, как уже отмечалось, часто следует считать измеренными в порядковой шкале. Типичным примером являются задачи ранжирования и классификации промышленных объектов, подлежащих экологическому страхованию.

Почему мнения экспертов естественно выражать именно в порядковой шкале? **Как показали многочисленные опыты, человек более правильно (и с меньшими затруднениями) отвечает на вопросы качественного, например, сравнительного, характера, чем количественного.** Так, ему легче сказать, какая из двух гирь тяжелее, чем указать их примерный вес в граммах.

В различных областях человеческой деятельности применяется много других видов порядковых шкал. Так, например, в минералогии используется шкала Мооса, по которому минералы классифицируются согласно критерию твердости. А именно: тальк имеет балл 1, гипс - 2, кальций - 3, флюорит - 4, апатит - 5, ортоклаз - 6, кварц - 7, топаз - 8, корунд - 9, алмаз - 10. Минерал с большим номером является более твердым, чем минерал с меньшим номером, при нажатии царапает его.

Порядковыми шкалами в географии являются - бофортова шкала ветров ("штиль", "слабый ветер", "умеренный ветер" и т.д.), шкала силы землетрясений. Очевидно, нельзя утверждать, что землетрясение в 2 балла (лампа качнулась под потолком - такое бывает и в Москве) ровно в 5 раз слабее, чем землетрясение в 10 баллов (полное разрушение всего на поверхности земли).

В медицине порядковыми шкалами являются - шкала стадий гипертонической болезни (по Мясникову), шкала степеней сердечной недостаточности (по Стражеско-Василенко-Лангу), шкала степени выраженности коронарной недостаточности (по Фогельсону), и т.д. Все эти шкалы построены по схеме: заболевание не обнаружено; первая стадия заболевания; вторая стадия; третья стадия… Иногда выделяют стадии 1а, 1б и др. Каждая стадия имеет свойственную только ей медицинскую характеристику. При описании групп инвалидности числа используются в противоположном порядке: самая тяжелая - первая группа инвалидности, затем - вторая, самая легкая - третья.

Номера домов также измерены в порядковой шкале - они показывают, в каком порядке стоят дома вдоль улицы. Номера томов в собрании сочинений писателя или номера дел в архиве предприятия обычно связаны с хронологическим порядком их создания.

При оценке качества продукции и услуг, в т.н. квалиметрии (буквальный перевод: измерение качества) популярны порядковые шкалы. А именно, единица продукции оценивается как годная или не годная. При более тщательном анализе используется шкала с тремя градациями: есть значительные дефекты - присутствуют только незначительные дефекты - нет дефектов. Иногда применяют четыре градации: имеются критические дефекты (делающие невозможным использование) - есть значительные дефекты - присутствуют только незначительные дефекты - нет дефектов. Аналогичный смысл имеет сортность продукции - высший сорт, первый сорт, второй сорт,…

При оценке экологических воздействий первая, наиболее обобщенная оценка - обычно порядковая, например: природная среда стабильна - природная среда угнетена (деградирует). Аналогично в эколого-медицинской шкале: нет выраженного воздействия на здоровье людей - отмечается отрицательное воздействие на здоровье.

Порядковая шкала используется и во многих иных областях. В эконометрике это прежде всего различные методы экспертных оценок. (см. посвященную им главу в части 3).

Все шкалы измерения делят на две группы - шкалы качественных признаков и шкалы количественных признаков.

Порядковая шкала и шкала наименований - основные шкалы качественных признаков. Поэтому во многих конкретных областях результаты качественного анализа можно рассматривать как измерения по этим шкалам.

Шкалы количественных признаков - это шкалы интервалов, отношений, разностей, абсолютная. По шкале *интервалов* измеряют величину потенциальной энергии или координату точки на прямой. В этих случаях на шкале нельзя отметить ни естественное начало отсчета, ни естественную единицу измерения. Исследователь должен сам задать точку отсчета и сам выбрать единицу измерения. Допустимыми преобразованиями в шкале интервалов являются линейные возрастающие преобразования, т.е. линейные функции. Температурные шкалы Цельсия и Фаренгейта связаны именно такой зависимостью: $^0C = 5/9\ (^0F - 32)$, где ^0C - температура (в градусах) по шкале Цельсия, а ^0F - температура по шкале Фаренгейта.

Из количественных шкал наиболее распространенными в науке и практике являются шкалы *отношений.* В них есть естественное начало отсчета - нуль, т.е. отсутствие величины, но нет естественной единицы измерения. По шкале отношений измерены большинство физических единиц: масса тела, длина, заряд, а также цены в экономике. Допустимыми преобразованиями шкале отношений являются подобные (изменяющие только масштаб). Другими словами, линейные возрастающие преобразования без свободного члена. Примером является пересчет цен из одной валюты в другую по фиксированному курсу. Предположим, мы сравниваем экономическую эффективность двух инвестиционных проектов, используя цены в рублях. Пусть первый проект оказался лучше второго. Теперь перейдем на валюту самой экономически мощной державы мира - юани, используя фиксированный курс пересчета. Очевидно, первый проект должен опять оказаться более выгодным, чем второй. Это очевидно из общих соображений. Однако алгоритмы расчета не обеспечивают автоматически выполнения этого очевидного условия. Надо проверять, что оно выполнено. Результаты подобной проверки для средних величин описаны ниже.

В шкале разностей есть естественная единица измерения, но нет естественного начала отсчета. Время измеряется по шкале *разностей*, если год (или сутки - от полудня до полудня) принимаем естественной единицей измерения, и по шкале интервалов в общем случае. На современном уровне знаний естественного начала отсчета указать нельзя. Дату сотворения мира различные авторы рассчитывают по-разному, равно как и момент рождества Христова. Так, согласно новой статистической хронологии [3], разработанной группой известного историка акад. РАН А.Т.Фоменко, Господь Иисус Христос родился примерно в 1054 г. по принятому ныне летоисчислению в Стамбуле (он же - Царьград, Византия, Троя, Иерусалим, Рим).

Только для *абсолютной* шкалы результаты измерений - числа в обычном смысле слова. Примером является число людей в комнате. Для абсолютной шкалы допустимым является только тождественное преобразование.

В процессе развития соответствующей области знания тип шкалы может меняться. Так, сначала температура измерялась по *порядковой* шкале (холоднее - теплее). Затем - по *интервальной* (шкалы Цельсия, Фаренгейта, Реомюра). Наконец, после открытия абсолютного нуля температуру можно считать измеренной по шкале *отношений* (шкала Кельвина). Надо отметить, что среди специалистов иногда имеются разногласия по поводу того, по каким шкалам следует считать измеренными те или иные реальные величины. Другими словами, процесс измерения включает в себя и определение типа шкалы (вместе с обоснованием выбора определенного типа шкалы). Кроме перечисленных шести основных типов шкал, иногда используют и иные шкалы.

2.1.2. Инвариантные алгоритмы и средние величины

Основное требование к алгоритмам анализа данных формулируется в ТИ так: **выводы, сделанные на основе данных, измеренных в шкале определенного типа, не должны меняться при допустимом преобразовании шкалы измерения этих данных.** Другими словами, выводы должны быть *инвариантны* по отношению к допустимым преобразованиям шкалы.

Таким образом, одна из основных целей теории измерений - борьба с субъективизмом исследователя при приписывании численных значений реальным объектам. Так, расстояния можно измерять в аршинах, метрах, микронах, милях, парсеках и других единицах измерения. Массу (вес) - в пудах, килограммах, фунтах и др. Цены на товары и услуги можно указывать в юанях, рублях, тенге, гривнах, латах, кронах, марках, долларах США и других валютах (при условии заданных курсов пересчета). Подчеркнем очень важное, хотя и вполне очевидное обстоятельство: выбор единиц измерения зависит от исследователя, т.е. субъективен. *Статистические выводы могут быть адекватны реальности только тогда, когда они не зависят от того, какую единицу измерения предпочтет исследователь, т.е. когда они инвариантны относительно допустимого преобразования шкалы.*

Оказывается, сформулированное условие является достаточно сильным. Из многих алгоритмов эконометрического анализа данных ему удовлетворяют лишь некоторые. Покажем это на примере сравнения средних величин.

Пусть X_1 , X_2 ,..., X_n - выборка объема *n*. Часто используют среднее арифметическое

$$X_{ср} = \frac{X_1 + X_2 + \ldots + X_n}{n}.$$

Использование среднего арифметического настолько привычно, что второе слово в термине часто опускают. И говорят о средней зарплате, среднем доходе и других средних для конкретных экономических данных, подразумевая под "средним" среднее арифметическое. Такая традиция может приводить к ошибочным выводам. Покажем это на примере расчета средней заработной платы (среднего дохода) работников условного предприятия (табл.1).

Табл.1. Численность работников различных категорий,
их заработная плата и доходы (в условных единицах).

№ п/п	Категория работников	Число работни-ков	Заработ-ная плата	Суммар-ные доходы
1	Низкоквалифицированные рабочие	40	100	4000
2	Высококвалифицированные рабочие	30	200	6000
3	Инженеры и служащие	25	300	7500
4	Менеджеры	4	1000	4000
5	Генеральный директор (владелец)	1	18500	18500
6	Всего	100		40000

Первые три строки в табл.1 вряд ли требуют пояснений. Менеджеры - это директора по направлениям, а именно, по производству (главный инженер), по финансам, по маркетингу и сбыту, по персоналу (по кадрам). Владелец сам руководит предприятием в качестве генерального директора. В столбце "заработная плата" указаны доходы одного работника соответствующей категории, а в столбце "суммарные доходы" - доходы всех работников соответствующей категории.

Фонд оплаты труда составляет 40000 единиц, работников всего 100, следовательно, средняя заработная плата составляет 40000/100 = 400 единиц. Однако эта средняя арифметическая величина явно не соответствует интуитивному представлению о "средней зарплате". Из 100 работников лишь 5 имеют заработную плату, ее превышающую, а зарплата остальных 95 существенно меньше средней арифметической. Причина очевидна - заработная плата одного человека - генерального директора - превышает заработную плату 95 работников - низкоквалифицированных и высококвалифицированных рабочих, инженеров и служащих.

Ситуация напоминает описанную в известном рассказе о больнице, в которой 10 больных, из них у 9 температура 40 ^{0}С, а один уже отмучился, лежи в морге с температурой 0 ^{0}С. Между тем средняя температура по больнице равна 36 ^{0}С - лучше не бывает!

Сказанное показывает, что среднее арифметическое можно использовать лишь для достаточно однородных совокупностей (без больших выбросов в ту или иную сторону). А какие средние использовать для описания заработной платы? Вполне естественно использовать медиану. Для данных табл.1 медиана - среднее арифметическое 50-го и 51-го работника, если их заработные платы расположены в порядке неубывания. Сначала идут зарплаты 40 низкоквалифицированных рабочих, а затем - с 41-го до 70-го работника - заработные платы высококвалифицированных рабочих. Следовательно, медиана попадает именно на них и равна 200. У 50-ти работников заработная плата не превосходит 200, и у 50-ти - не менее 200, поэтому медиана показывает "центр", около которого группируется основная масса исследуемых величин. Еще одна средняя величина - мода, наиболее часто встречающееся значение. В рассматриваемом случае это заработная плата низкоквалифицированных рабочих, т.е. 100. Таким образом, для описания зарплаты имеем три средние величины - моду (100 единиц), медиану (200 единиц) и среднее арифметическое (400 единиц). Для наблюдающихся в реальной жизни распределений доходов и заработной платы справедлива та же закономерность: мода меньше медианы, а медиана меньше среднего арифметического.

Для чего в экономике используются средние величины? Обычно для того, чтобы заменить совокупность чисел одним числом, чтобы сравнивать совокупности с помощью средних.

Пусть, например, $Y_1, Y_2,...,Y_n$ - совокупность оценок экспертов, "выставленных" одному объекту экспертизы (например, одному из вариантов стратегического развития фирмы), $Z_1, Z_2,...,Z_n$ - второму (другому варианту такого развития). Как сравнивать эти совокупности? Очевидно, самый простой способ - по средним значениям.

А как вычислять средние? Известны различные виды средних величин: среднее арифметическое, медиана, мода, среднее геометрическое, среднее гармоническое, среднее квадратическое. Напомним, что общее понятие средней величины введено французским математиком первой половины XIX в. академиком О. Коши. Оно таково: средней величиной является любая функция $f(X_1, X_2,...,X_n)$ такая, что при всех возможных значениях аргументов значение этой функции не меньше, чем минимальное из чисел $X_1, X_2,...,X_n$, и не больше, чем максимальное из этих чисел. Все перечисленные выше виды средних являются средними по Коши.

При допустимом преобразовании шкалы значение средней величины, очевидно, меняется. Но выводы о том, для какой совокупности среднее больше, а для какой - меньше, не должны меняться (в соответствии с требованием инвариантности выводов, принятом как основное требование в ТИ). Сформулируем соответствующую математическую задачу поиска вида средних величин, результат сравнения которых устойчив относительно допустимых преобразований шкалы.

Пусть $f(X_1, X_2,...,X_n)$ - среднее по Коши. Пусть среднее по первой совокупности меньше среднего по второй совокупности:

$$f(Y_1, Y_2,...,Y_n) < f(Z_1, Z_2,...,Z_n).$$

Тогда согласно ТИ для устойчивости результата сравнения средних необходимо, чтобы для любого допустимого преобразования g из группы допустимых преобразований в соответствующей шкале было справедливо также неравенство

$$f(g(Y_1), g(Y_2),...,g(Y_n)) < f(g(Z_1), g(Z_2),...,g(Z_n)).$$

т.е. среднее преобразованных значений из первой совокупности также было меньше среднего преобразованных значений для второй совокупности. Причем сформулированное условие должно быть верно для любых двух совокупностей $Y_1, Y_2,...,Y_n$ и $Z_1, Z_2,...,Z_n$ и, напомним, любого допустимого преобразования. Средние величины, удовлетворяющие сформулированному условию, назовем допустимыми (в соответствующей шкале). Согласно ТИ только такими средними можно пользоваться при анализе мнений экспертов и иных данных, измеренных в рассматриваемой шкале.

С помощью математической теории, развитой в монографии [2], удается описать вид допустимых средних в основных шкалах. Сразу ясно, что для данных, измеренных в шкале наименований, в качестве среднего годится только мода.

2.1.3. Средние величины в порядковой шкале

Рассмотрим обработку мнений экспертов, измеренных в порядковой шкале. Справедливо следующее утверждение.

Теорема 1. *Из всех средних по Коши допустимыми средними в порядковой шкале являются только члены вариационного ряда (порядковые статистики).*

Теорема 1 справедлива при условии, что среднее $f(X_1, X_2,...,X_n)$ является непрерывной (по совокупности переменных) и симметрической функцией. Последнее означает, что при перестановке аргументов значение функции $f(X_1, X_2,...,X_n)$ не меняется. Это условие является вполне естественным, ибо среднюю величину мы находим для *совокупности (множества)*, а не для *последовательности*. Множество не меняется в зависимости от того, в какой последовательности мы перечисляем его элементы.

Согласно теореме 1 в качестве среднего для данных, измеренных в порядковой шкале, можно использовать, в частности, медиану (при нечетном объеме выборки). При четном же объеме следует применять один из двух центральных членов вариационного ряда - как их иногда называют, левую медиану или правую медиану. Моду тоже можно использовать - она всегда является членом вариационного ряда. Но никогда нельзя рассчитывать среднее арифметическое, среднее геометрическое и т.д.

Приведем численный пример, показывающий некорректность использования среднего арифметического $f(X_1, X_2) = (X_1 + X_2)/2$ в порядковой шкале. Пусть $Y_1= 1, Y_2 = 11, Z_1= 6, Z_2= 8$. Тогда $f(Y_1, Y_2) = 6$, что меньше, чем $f(Z_1, Z_2) = 7$. Пусть строго возрастающее преобразование g таково, что $g(1) = 1, g(6) = 6, g(8) = 8, g(11) = 99$. Таких преобразований много. Например, можно положить $g(x) = x$ при x, не превосходящих 8, и $g(x) = 99(x-8)/3 + 8$ для x, больших 8. Тогда $f(g(Y_1), g(Y_2)) = 50$, что больше, чем $f(g(Z_1), g(Z_2)) = 7$. Как видим, в результате допустимого, т.е. строго возрастающего преобразования шкалы упорядоченность средних величин изменилась.

Таким образом, ТИ выносит жесткий приговор среднему арифметическому - использовать его с порядковой шкале нельзя. Однако же те, кто не знает теории измерений, используют его. Всегда ли они ошибаются? Оказывается, можно в какой-то мере реабилитировать среднее арифметическое, если перейти к вероятностной постановке и к тому удовлетвориться результатами для больших объемов выборок. В монографии [2] получено также следующее утверждение.

Теорема 2. *Пусть $Y_1, Y_2,...,Y_m$ - независимые одинаково распределенные случайные величины с функцией распределения $F(x)$, а $Z_1, Z_2,...,Z_n$ - независимые одинаково распределенные случайные величины с функцией распределения $H(x)$, причем выборки $Y_1, Y_2,...,Y_m$*

и $Z_1, Z_2,...,Z_n$ независимы между собой и $MY_1 > MZ_1$. Для того, чтобы вероятность события

$$\{\omega : \frac{g(Y_1)+g(Y_2)+...+g(Y_m)}{m} > \frac{g(Z_1)+g(Z_2)+...+g(Z_n)}{n}\}$$

стремилась к 1 при $\min(m,n)\to\infty$ *для любой строго возрастающей непрерывной функции g, удовлетворяющей условию*

$$\overline{\lim_{|x|\to\infty}}\left|\frac{g(x)}{x}\right| < \infty,$$

необходимо и достаточно, чтобы при всех x выполнялось неравенство $F(x)\leq H(x)$, причем существовало число x_0, для которого $F(x_0)<H(x_0)$.

Примечание. *Условие с верхним пределом носит чисто внутриматематический характер. Фактически функция g - произвольное допустимое преобразование в порядковой шкале.*

Согласно теореме 2 средним арифметическим можно пользоваться и в порядковой шкале, если сравниваются выборки из двух распределений, удовлетворяющих приведенному в теореме неравенству. Проще говоря, одна из функций распределения должна всегда лежать над другой. Функции распределения не могут пересекаться, им разрешается только касаться друг друга. Это условие выполнено, например, если функции распределения отличаются только сдвигом, т.е.

$$F(x) = H(x+b)$$

при некотором *b*. Последнее условие выполняется, если два значения некоторой величины измеряются с помощью одного и того же средства измерения, у которого распределение погрешностей не меняется при переходе от измерения одного значения рассматриваемой величины к измерению другого.

2.1.4. Средние по Колмогорову

Естественная система аксиом (требований к средним величинам) приводит к так называемым ассоциативным средним. Их общий вид нашел в 1930 г. А.Н.Колмогоров [4]. Теперь их называют «средними по Колмогорову». Они являются обобщением нескольких из перечисленных выше средних.

Для чисел X_1, X_2,...,X_n среднее по Колмогорову вычисляется по формуле

$$G\{(F(X_1)+F(X_2)+...F(X_n))/n\},$$

где F - строго монотонная функция (т.е. строго возрастающая или строго убывающая), G - функция, обратная к F. Среди средних по Колмогорову - много хорошо известных персонажей. Так, если $F(x) = x$, то среднее по Колмогорову - это среднее арифметическое, если $F(x) = \ln x$, то среднее геометрическое, если $F(x) = 1/x$, то среднее гармоническое, если $F(x) = x^2$, то среднее квадратическое, и т.д. (в последних трех случаях усредняются положительные величины).

Среднее по Колмогорову - частный случай среднего по Коши. С другой стороны, такие популярные средние, как медиана и мода, нельзя представить в виде средних по Колмогорову. В монографии [2] доказаны следующие утверждения.

Теорема 3. *В шкале интервалов из всех средних по Колмогорову допустимым является только среднее арифметическое (при справедливости некоторых внутриматематических условий регулярности).*

Таким образом, среднее геометрическое или среднее квадратическое температур (в шкале Цельсия) или расстояний не имеют смысла. В качестве среднего надо применять среднее арифметическое. А также можно использовать медиану или моду.

Теорема 4. *При справедливости некоторых внутриматематических условий регулярности в шкале отношений из* *всех средних по Колмогорову допустимыми являются только степенные средние с $F(x) = x^c$, $c \neq 0$, и среднее геометрическое.*

Замечание. *Среднее геометрическое является пределом степенных средних при $c \to 0$.*

Есть ли средние по Колмогорову, которыми нельзя пользоваться в шкале отношений? Конечно. Например, с $F(x) = e^x$.

Аналогично средним величинам могут быть изучены и другие статистические характеристики - показатели разброса, связи, расстояния и др. (см., например, [2]). Так, коэффициент корреляции не меняется при любом допустимом преобразовании в шкале интервалов, как и отношение дисперсий, дисперсия не меняется в шкале разностей, коэффициент вариации - в шкале отношений, и т.д.

Приведенные выше результаты о средних величинах широко применяются, причем не только в экономике, менеджменте, теории экспертных оценок или социологии, но и в инженерном деле, например, для анализа методов агрегирования датчиков в АСУ ТП доменных печей. Велико прикладное значение ТИ в задачах стандартизации и управления качеством, в частности, в квалиметрии. Здесь есть и интересные теоретические результаты. Так, например, любое изменение коэффициентов весомости единичных показателей качества продукции приводит к изменению упорядочения изделий по средневзвешенному показателю (эта теорема доказана проф. В.В. Подиновским).

В теории принятия решений необходимо использовать только инвариантные алгоритмы обработки данных. В настоящей главе показано, что требование инвариантности выделяет из многих алгоритмов усреднения лишь некоторые, соответствующие используемым шкалам измерения. Инвариантные алгоритмы в общем случае рассматриваются в математической теории измерений [5]. Нацеленное на прикладные исследования изложение теории измерений дается в монографиях [2,6].

Литература

1. Суппес П., Зинес Дж. Основы теории измерений. - В сб.: Психологические измерения. - М.: Мир, 1967. С. 9-110.

2. Орлов А.И. Устойчивость в социально-экономических моделях. - М.: Наука, 1979. - 296 с.

3. Носовский Г.В. , Фоменко А.Т. Империя. Русь, Турция, Китай, Европа, Египет. Новая математическая хронология древности. - М.: Изд-во "Факториал", 1996. - 752 с.

4. Колмогоров А.Н. Избранные труды: Математика и механика. - М.: Наука, 1985. С. 136-138.

5. Пфанцагль И. Теория измерений. - М.: Мир, 1976. - 165 с.

6. Орлов А.И. Эконометрика. – М.: Экзамен, 2002. – 576 с.

Контрольные вопросы

1. Всегда ли имеет смысл складывать числа, используемые в той или иной области человеческой деятельности.
2. Приведите примеры величин, измеренных в шкале наименований.
3. Приведите примеры величин, измеренных в порядковой шкале.
4. Приведите примеры величин, измеренных в шкале интервалов.
5. Приведите примеры величин, измеренных в шкале отношений.
6. Постройте пример, показывающий некорректность использования среднего арифметического $f(X_1, X_2) = (X_1 + X_2)/2$ в порядковой шкале, используя допустимое преобразование $g(x) = x^2$ (при положительных усредняемых величинах x).
7. Постройте пример, показывающий некорректность использования среднего геометрического в порядковой шкале.

8. Какие средние величины целесообразно использовать при расчете средней заработной платы (или среднего дохода)?

Темы докладов, рефератов, исследовательских работ

1. Теория измерений как научная дисциплина, посвященная гомоморфизмам эмпирических систем с отношениями в числовые.
2. Показатели разброса, связи, показатели различия (в том числе метрики) в порядковой шкале.
3. Ранговые методы математической статистики как инвариантные методы анализа порядковых данных.
4. Показатели разброса, связи, показатели различия (в том числе метрики) в шкале интервалов.
5. Показатели разброса, связи, показатели различия (в том числе метрики) в шкале отношений.
6. Теорема В.В. Подиновского: любое изменение коэффициентов весомости единичных показателей качества продукции приводит к изменению упорядочения изделий по средневзвешенному показателю.

2.2. Вероятностно-статистические методы описания неопределенностей в теории принятия решений

2.2.1. Теория вероятностей и математическая статистика в принятии решений

Как используются теория вероятностей и математическая статистика? Эти дисциплины – основа вероятностно-статистических методов принятия решений. Чтобы воспользоваться их математическим аппаратом, необходимо задачи принятия решений выразить в терминах вероятностно-статистических моделей. Применение конкретного вероятностно-статистического метода принятия решений состоит из трех этапов:

- переход от экономической, управленческой, технологической реальности к абстрактной математико-статистической схеме, т.е. построение вероятностной модели системы управления, технологического процесса, процедуры принятия решений, в частности по результатам статистического контроля, и т.п.

- проведение расчетов и получение выводов чисто математическими средствами в рамках вероятностной модели;

- интерпретация математико-статистических выводов применительно к реальной ситуации и принятие соответствующего решения (например, о соответствии или несоответствии качества продукции установленным требованиям, необходимости наладки технологического процесса и т.п.), в частности, заключения (о доле дефектных единиц продукции в партии, о конкретном виде законов распределения контролируемых параметров технологического процесса и др.).

Математическая статистика использует понятия, методы и результаты теории вероятностей. Рассмотрим основные вопросы построения вероятностных моделей принятия решений в экономических, управленческих, технологических и иных ситуациях. Для активного и правильного использования нормативно-технических и инструктивно-методических документов по вероятностно-статистическим методам принятия решений нужны предварительные знания. Так, необходимо знать, при каких условиях следует применять тот или иной документ, какую исходную информацию необходимо иметь для его выбора и применения, какие решения должны быть приняты по результатам обработки данных и т.д.

Примеры применения теории вероятностей и математической статистики. Рассмотрим несколько примеров, когда вероятностно-статистические модели являются хорошим инструментом для решения управленческих, производственных, экономических, народнохозяйственных задач. Так, например, в романе А.Н.Толстого «Хождение по мукам» (т.1) говорится: «мастерская дает двадцать три процента брака, этой цифры вы и держитесь, - сказал Струков Ивану Ильичу».

Встает вопрос, как понимать эти слова в разговоре заводских менеджеров, поскольку одна единица продукции не может быть дефектна на 23%. Она может быть либо годной, либо дефектной. Наверно, Струков имел в виду, что в партии большого объема содержится примерно 23% дефектных единиц продукции. Тогда возникает вопрос, а что значит «примерно»? Пусть из 100 проверенных единиц продукции 30 окажутся дефектными, или из 1000 – 300, или из 100000 – 30000 и т.д., надо ли обвинять Струкова во лжи?

Или другой пример. Монетка, которую используют как жребий, должна быть «симметричной», т.е. при ее бросании в среднем в половине случаев должен выпадать герб, а в половине случаев – решетка (решка, цифра). Но что означает «в среднем»? Если провести много серий по 10 бросаний в каждой серии, то часто будут встречаться серии, в которых монетка 4 раза выпадает гербом. Для симметричной монеты это будет происходить в 20,5% серий. А если на 100000 бросаний окажется 40000 гербов, то можно ли считать монету симметричной? Процедура принятия решений строится на основе теории вероятностей и математической статистики.

Рассматриваемый пример может показаться недостаточно серьезным. Однако это не так. Жеребьевка широко используется при организации промышленных технико-экономических экспериментов, например, при обработке результатов измерения показателя качества (момента трения) подшипников в зависимости от различных технологических факторов (влияния консервационной среды, методов подготовки подшипников перед измерением, влияния нагрузки подшипников в процессе измерения и т.п.). Допустим, необходимо сравнить качество подшипников в зависимости от результатов хранения их в разных консервационных маслах, т.е. в маслах состава *A* и *B*. При планировании такого эксперимента возникает вопрос, какие подшипники следует поместить в масло состава *A*, а какие – в масло состава *B*, но так, чтобы избежать субъективизма и обеспечить объективность принимаемого решения.

Ответ на этот вопрос может быть получен с помощью жребия. Аналогичный пример можно привести и с контролем качества любой продукции. Чтобы решить, соответствует или не соответствует контролируемая партия продукции установленным требованиям, из нее отбирается выборка. По результатам контроля выборки делается заключение о всей партии. В этом случае очень важно избежать субъективизма при формировании выборки, т.е необходимо, чтобы каждая единица продукции в контролируемой партии имела одинаковую вероятность быть отобранной в выборку. В производственных условиях отбор единиц продукции в выборку обычно осуществляют не с помощью жребия, а по специальным таблицам случайных чисел или с помощью компьютерных датчиков случайных чисел.

Аналогичные проблемы обеспечения объективности сравнения возникают при сопоставлении различных схем организации производства, оплаты труда, при проведении тендеров и конкурсов, подбора кандидатов на вакантные должности и т.п. Всюду нужна жеребьевка или подобные ей процедуры. Поясним на примере выявления наиболее сильной и второй по силе команды при организации турнира по олимпийской системе (проигравший выбывает). Пусть всегда более сильная команда побеждает более слабую. Ясно, что самая сильная команда однозначно станет чемпионом. Вторая по силе команда выйдет в финал тогда и только тогда, когда до финала у нее не будет игр с будущим чемпионом. Если такая игра будет запланирована, то вторая по силе команда в финал не попадет. Тот, кто планирует турнир, может либо досрочно «выбить» вторую по силе команду из турнира, сведя ее в первой же встрече с лидером, либо обеспечить ей второе место, обеспечив встречи с более слабыми командами вплоть до финала. Чтобы избежать субъективизма, проводят жеребьевку. Для турнира из 8 команд вероятность того, что в финале встретятся две самые сильные команды, равна 4/7. Соответственно с вероятностью 3/7 вторая по силе команда покинет турнир досрочно.

При любом измерении единиц продукции (с помощью штангенциркуля, микрометра, амперметра и т.п.) имеются погрешности. Чтобы выяснить, есть ли систематические погрешности, необходимо сделать многократные измерения единицы продукции, характеристики которой известны (например, стандартного образца). При этом следует помнить, что кроме систематической погрешности присутствует и случайная погрешность.

Поэтому встает вопрос, как по результатам измерений узнать, есть л систематическая погрешность. Если отмечать только, является ли полученная при очередном измерении погрешность положительной или отрицательной, то эту задачу можно свести к предыдущей. Действительно, сопоставим измерение с бросанием монеты, положительную погрешность – с выпадением герба, отрицательную – решетки (нулевая погрешность при достаточном числе делений шкалы практически никогда не встречается). Тогда проверка отсутствия систематической погрешности эквивалентна проверке симметричности монеты.

Целью этих рассуждений является сведение задачи проверки отсутствия систематической погрешности к задаче проверки симметричности монеты. Проведенные рассуждения приводят к так называемому «критерию знаков» в математической статистике.

При статистическом регулировании технологических процессов на основе методов математической статистики разрабатываются правила и планы статистического контроля процессов, направленные на своевременное обнаружение разладки технологических процессов и принятия мер к их наладке и предотвращению выпуска продукции, не соответствующей установленным требованиям. Эти меры нацелены на сокращение издержек производства и потерь от поставки некачественных единиц продукции. При статистическом приемочном контроле на основе методов математической статистики разрабатываются планы контроля качества путем анализа выборок из партий продукции. Сложность заключается в том, чтобы уметь правильно строить вероятностно-статистические модели принятия решений, на основе которых можно ответить на поставленные выше вопросы. В математической статистике для этого разработаны вероятностные модели и методы проверки гипотез, в частности, гипотез о том, что доля дефектных единиц продукции равна определенному числу p_0, например, p_0 = 0,23 (вспомните слова Струкова из романа А.Н.Толстого).

Задачи оценивания. В ряде управленческих, производственных, экономических, народнохозяйственных ситуаций возникают задачи другого типа – задачи оценки характеристик и параметров распределений вероятностей.

Рассмотрим пример. Пусть на контроль поступила партия из N электроламп. Из этой партии случайным образом отобрана выборка объемом n электроламп. Возникает ряд естественных вопросов. Как по результатам испытаний элементов выборки определить средний срок службы электроламп и с какой точностью можно оценить эту характеристику? Как изменится точность, если взять выборку большего объема? При каком числе часов T можно гарантировать, что не менее 90% электроламп прослужат T и более часов?

Предположим, что при испытании выборки объемом n электроламп дефектными оказались X электроламп. Тогда возникают следующие вопросы. Какие границы можно указать для числа D

дефектных электроламп в партии, для уровня дефектности D/N и т.п.?

Или при статистическом анализе точности и стабильности технологических процессов надлежит оценить такие показатели качества, как среднее значение контролируемого параметра и степень его разброса в рассматриваемом процессе. Согласно теории вероятностей в качестве среднего значения случайной величины целесообразно использовать ее математическое ожидание, а в качестве статистической характеристики разброса – дисперсию, среднее квадратическое отклонение или коэффициент вариации. Отсюда возникает вопрос: как оценить эти статистические характеристики по выборочным данным и с какой точностью это удается сделать? Аналогичных примеров можно привести очень много. Здесь важно было показать, как теория вероятностей и математическая статистика могут быть использованы в производственном менеджменте при принятии решений в области статистического управления качеством продукции.

Что такое «математическая статистика»? Под математической статистикой понимают «раздел математики, посвященный математическим методам сбора, систематизации, обработки и интерпретации статистических данных, а также использование их для научных или практических выводов. Правила и процедуры математической статистики опираются на теорию вероятностей, позволяющую оценить точность и надежность выводов, получаемых в каждой задаче на основании имеющегося статистического материала» [1, с.326]. При этом статистическими данными называются сведения о числе объектов в какой-либо более или менее обширной совокупности, обладающих теми или иными признаками.

По типу решаемых задач математическая статистика обычно делится на три раздела: описание данных, оценивание и проверка гипотез.

По виду обрабатываемых статистических данных математическая статистика делится на четыре направления:

- одномерная статистика (статистика случайных величин), в которой результат наблюдения описывается действительным числом;

- многомерный статистический анализ, где результат наблюдения над объектом описывается несколькими числами (вектором);

- статистика случайных процессов и временных рядов, где результат наблюдения – функция;

- статистика объектов нечисловой природы, в которой результат наблюдения имеет нечисловую природу, например, является множеством (геометрической фигурой), упорядочением или получен в результате измерения по качественному признаку.

Исторически первой появились некоторые области статистики объектов нечисловой природы (в частности, задачи оценивания доли брака и проверки гипотез о ней) и одномерная статистика. Математический аппарат для них проще, поэтому на их примере обычно демонстрируют основные идеи математической статистики.

Лишь те методы обработки данных, т.е. математической статистики, являются доказательными, которые опираются на вероятностные модели соответствующих реальных явлений и процессов. Речь идет о моделях поведения потребителей, возникновения рисков, функционирования технологического оборудования, получения результатов эксперимента, течения заболевания и т.п. Вероятностную модель реального явления следует считать построенной, если рассматриваемые величины и связи между ними выражены в терминах теории вероятностей. Соответствие вероятностной модели реальности, т.е. ее адекватность, обосновывают, в частности, с помощью статистических методов проверки гипотез.

Невероятностные методы обработки данных являются поисковыми, их можно использовать лишь при предварительном анализе данных, так как они не дают возможности оценить точность и надежность выводов, полученных на основании ограниченного статистического материала.

Вероятностные и статистические методы применимы всюду, где удается построить и обосновать вероятностную модель явления или процесса. Их применение обязательно, когда сделанные на основе выборочных данных выводы переносятся на всю совокупность (например, с выборки на всю партию продукции).

В конкретных областях применений используются как вероятностно-статистические методы широкого применения, так и специфические. Например, в разделе производственного менеджмента, посвященного статистическим методам управления качеством продукции, используют прикладную математическую статистику (включая планирование экспериментов). С помощью ее методов проводится статистический анализ точности и стабильности технологических процессов и статистическая оценка качества. К специфическим методам относятся методы статистического приемочного контроля качества продукции, статистического регулирования технологических процессов, оценки и контроля надежности и др.

Широко применяются такие прикладные вероятностно-статистические дисциплины, как теория надежности и теория массового обслуживания. Содержание первой из них ясно из названия, вторая занимается изучением систем типа телефонной станции, на которую в случайные моменты времени поступают вызовы - требования абонентов, набирающих номера на своих телефонных аппаратах. Длительность обслуживания этих требований, т.е. длительность разговоров, также моделируется случайными величинами. Большой вклад в развитие этих дисциплин внесли член-корреспондент АН СССР А.Я. Хинчин (1894-1959), академик АН

УССР Б.В.Гнеденко (1912-1995) и другие отечественные ученые.

Коротко об истории математической статистики. Математическая статистика как наука начинается с работ знаменитого немецкого математика Карла Фридриха Гаусса (1777-1855), который на основе теории вероятностей исследовал и обосновал метод наименьших квадратов, созданный им в 1795 г. и примененный для обработки астрономических данных (с целью уточнения орбиты малой планеты Церера). Его именем часто называют одно из наиболее популярных распределений вероятностей – нормальное, а в теории случайных процессов основной объект изучения – гауссовские процессы.

В конце XIX в. – начале XX в. крупный вклад в математическую статистику внесли английские исследователи, прежде всего К.Пирсон (1857-1936) и Р.А.Фишер (1890-1962). В частности, Пирсон разработал критерий «хи-квадрат» проверки статистических гипотез, а Фишер – дисперсионный анализ, теорию планирования эксперимента, метод максимального правдоподобия оценки параметров.

В 30-е годы XX в. поляк Ежи Нейман (1894-1977) и англичанин Э.Пирсон развили общую теорию проверки статистических гипотез, а советские математики академик А.Н. Колмогоров (1903-1987) и член-корреспондент АН СССР Н.В.Смирнов (1900-1966) заложили основы непараметрической статистики. В сороковые годы XX в. румын А. Вальд (1902-1950) построил теорию последовательного статистического анализа.

Математическая статистика бурно развивается и в настоящее время. Так, за последние 40 лет можно выделить четыре принципиально новых направления исследований [2]:

- разработка и внедрение математических методов планирования экспериментов;

- развитие статистики объектов нечисловой природы как самостоятельного направления в прикладной математической статистике;

- развитие статистических методов, устойчивых по отношению к малым отклонениям от используемой вероятностной модели;

- широкое развертывание работ по созданию компьютерных пакетов программ, предназначенных для проведения статистического анализа данных.

Вероятностно-статистические методы и оптимизация. Идея оптимизации пронизывает современную прикладную математическую статистику и иные статистические методы. А именно, методы планирования экспериментов, статистического приемочного контроля, статистического регулирования технологических процессов и др. С другой стороны, оптимизационные постановки в теории принятия решений, например, прикладная теория оптимизации качества продукции и требований стандартов, предусматривают широкое использование вероятностно-статистических методов, прежде всего прикладной математической статистики.

В производственном менеджменте, в частности, при оптимизации качества продукции и требований стандартов особенно важно применять статистические методы на начальном этапе жизненного цикла продукции, т.е. на этапе научно-исследовательской подготовки опытно-конструкторских разработок (разработка перспективных требований к продукции, аванпроекта, технического задания на опытно-конструкторскую разработку). Это объясняется ограниченностью информации, доступной на начальном этапе жизненного цикла продукции, и необходимостью прогнозирования технических возможностей и экономической ситуации на будущее. Статистические методы должны применяться на всех этапах решения задачи оптимизации – при шкалировании переменных, разработке математических моделей функционирования изделий и систем, проведении технических и экономических экспериментов и т.д.

В задачах оптимизации, в том числе оптимизации качества продукции и требований стандартов, используют все области статистики. А именно, статистику случайных величин, многомерный статистический анализ, статистику случайных процессов и временных рядов, статистику объектов нечисловой природы. Выбор статистического метода для анализа конкретных данных целесообразно проводить согласно рекомендациям [3].

2.2.2. Основы теории вероятностей

Этот раздел содержит полные доказательства всех рассматриваемых утверждений.

События и вероятности. Исходное понятие при построении вероятностных моделей в задачах принятия решений – опыт (испытание). Примерами опытов являются проверка качества единицы продукции, бросание трех монет независимо друг от друга и т.д.

Первый шаг при построении вероятностной модели реального явления или процесса – выделение возможных исходов опыта. Их называют элементарными событиями. Обычно считают, что в первом опыте возможны два исхода – «единица продукции годная» и «единица продукции дефектная». Естественно принять, что при бросании монеты осуществляется одно из двух элементарных событий – «выпала решетка (цифра)» и «выпал герб». Таким образом, случаи «монета встала на ребро» или «монету не удалось найти» считаем невозможными.

При бросании трех монет элементарных событий значительно больше. Вот одно из них – «первая монета выпала гербом, вторая – решеткой, третья – снова гербом». Перечислим все элементарные события в этом опыте. Для этого обозначим выпадение герба буквой Г, а решетки – буквой Р. Имеется $2^3=8$ элементарных событий: ГГГ, ГГР, ГРГ, ГРР, РГГ, РГР, РРГ, РРР – в каждой тройке символов первый показывает результат бросания первой модели, второй –

второй монеты, третий – третьей монеты.

Совокупность всех возможных исходов опыта, т.е. всех элементарных событий, называется пространством элементарных событий. Вначале мы ограничимся пространством элементарных событий, состоящим из конечного числа элементов.

С математической точки зрения пространство (совокупность) всех элементарных событий, возможных в опыте – это некоторое множество, а элементарные события – его элементы. Однако в теории вероятностей для обозначения используемых понятий по традиции используются свои термины, отличающиеся от терминов теории множеств. В табл. 1 установлено соответствие между терминологическими рядами этих двух математических дисциплин.

Таблица 1.

Соответствие терминов теории вероятностей и теории множеств

Теория вероятностей	Теория множеств
Пространство элементарных событий	Множество
Элементарное событие	Элемент этого множества
Событие	Подмножество
Достоверное событие	Подмножество, совпадающее с множеством
Невозможное событие	Пустое подмножество $\emptyset$
Сумма $A+B$ событий A и B	Объединение $A \cup B$
Произведение AB событий A и B	Пересечение $A \cap B$
Событие, противоположное A	Дополнение A
События A и B несовместны	$A \cap B$ пусто
События A и B совместны	$A \cap B$ не пусто

Как сложились два параллельных терминологических ряда? Основные понятия теории вероятностей и ее терминология сформировались в XVII-XVIII вв. Теория множеств возникла в конце XIX в. независимо от теории вероятностей и получила распространение в XX в.

Принятый в настоящее время аксиоматический подход к теории вероятностей, разработанный академиком АН СССР А.Н. Колмогоровым (1903-1987), дал возможность развивать эту дисциплину на базе теории множеств и теории меры. Этот подход позволил рассматривать теорию вероятностей и математическую статистику как часть математики, проводить рассуждения на математическом уровне строгости. В частности, было введено четкое различие между частотой и вероятностью, случайная величина стала рассматриваться как функция от элементарного исхода, и т.д. За основу методов статистического анализа данных стало возможным брать вероятностно-статистические модели, сформулированные в математических терминах. В результате удалось четко отделить строгие утверждения от обсуждения философских вопросов случайности, преодолеть подход на основе понятия равновозможности, имеющий ограниченное практическое значение. Наиболее существенно, что после работ А.Н.Колмогорова нет необходимости связывать вероятности тех или иных событий с пределами частот. Так называемые «субъективные вероятности» получили смысл экспертных оценок вероятностей.

После выхода (в 1933 г. на немецком языке и в 1936 г. – на русском) основополагающей монографии [4] аксиоматический подход к теории вероятностей стал общепринятым в научных исследованиях в этой области. Во многом перестроилось преподавание. Повысился научный уровень многих прикладных работ. Однако традиционный подход оказался живучим. Распространены устаревшие и во многом неверные представления о теории вероятностей и математической статистике. Поэтому в настоящей главе рассматриваем основные понятия, подходы, идеи, методы и результаты в этих областях, необходимые для их квалифицированного применения в задачах принятия решений.

В послевоенные годы А.Н.Колмогоров формализовал понятие случайности на основе теории информации [5]. Грубо говоря, числовая последовательность является случайной, если ее нельзя заметно сжать без потери информации. Однако этот подход не был предназначен для использования в прикладных работах и преподавании. Он представляет собой важное методологическое и теоретическое продвижение.

Перейдем к основному понятию теории вероятностей – понятию вероятности события. В методологических терминах можно сказать, что вероятность события является мерой возможности осуществления события. В ряде случаев естественно считать, что вероятность события A – это число, к которому приближается отношение количества осуществлений события A к общему числу всех опытов (т.е. частота осуществления события A) – при увеличении числа опытов, проводящихся независимо друг от друга. Иногда можно предсказать это число из соображений равновозможности. Так, при бросании симметричной монеты и герб, и решетка имеют одинаковые шансы оказаться сверху, а именно, 1 шанс из 2, а потому вероятности выпадения герба и решетки равны 1/2.

Однако этих соображений недостаточно для развития теории. Методологическое определение не дает численных значений. Не все вероятности можно оценивать как пределы частот, и неясно, сколько опытов надо брать. На основе идеи равновозможности можно решить ряд задач, но в большинстве практических ситуаций применить ее нельзя. Например, для оценки вероятности дефектности единицы продукции. Поэтому перейдем к определениям в рамках аксиоматического подхода на базе математической модели, предложенной А.Н.Колмогоровым (1933).

Определение 1. Пусть конечное множество $\Omega = \{\omega\}$ является пространством элементарных событий, соответствующим некоторому опыту. Пусть каждому $\omega \in \Omega$ поставлено в соответствие неотрицательное число $P(\omega)$, называемое вероятностью элементарного события ω, причем сумма вероятностей всех элементарных событий равна 1, т.е.

$$\sum_{\omega \in \Omega} P(\omega) = 1. \qquad (1)$$

Тогда пара $\{\Omega, P\}$, состоящая из конечного множества Ω и неотрицательной функции P, определенной на Ω и удовлетворяющей условию (1), называется *вероятностным пространством*. Вероятность события A равна сумме вероятностей элементарных событий, входящих в А, т.е. определяется равенством

$$P(A) = \sum_{\omega \in A} P(\omega). \qquad (2)$$

Сконструирован математический объект, основной при построении вероятностных моделей. Рассмотрим примеры.

Пример 1. Бросанию монеты соответствует вероятностное пространство с Ω = {Г, Р} и P(Г) = P(Р) = S; здесь обозначено: Г – выпал герб, Р – выпала решетка.

Пример 2. Проверке качества одной единицы продукции (в ситуации, описанной в романе А.Н.Толстого «Хождение по мукам» - см. выше) соответствует вероятностное пространство с Ω = {Б, Г} и Р(Б) = 0,23, Р(Г) = 0,77; здесь обозначено: Б - дефектная единица продукции, Г – годная единица продукции; значение вероятности 0,23 взято из слов Струкова.

Отметим, что определение Р(А) согласуется с интуитивным представлением о связи вероятностей события и входящих в него элементарных событий, а также с распространенным мнением, согласно которому «вероятность события A – число от 0 до1, которое представляет собой предел частоты реализации события A при неограниченном числе повторений одного и того же комплекса условий».

Из определения вероятности события, свойств символа суммирования и равенства (1) вытекает, что

$$а) P(\Omega) = 1,\ \ б) P(\varnothing) = 0,\ \ в) P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB). \qquad (3)$$

При практическом применении вероятностно-статистических методов принятия решений постоянно используется понятие независимости. Например, при применении статистических методов управления качеством продукции говорят о независимых измерениях значений контролируемых параметров у включенных в выборку единиц продукции, о независимости появления дефектов одного вида от появления дефектов другого вида, и т.д. Независимость случайных событий понимается в вероятностных моделях в следующем смысле.

Определение 2. События A и В называются независимыми, если $P(AB) = P(A)\,P(B)$.

Это определение соответствует интуитивному представлению о независимости: осуществление или неосуществление одного события не должно влиять на осуществление или неосуществление другого.

Утверждение 1. Пусть события A и B независимы. Тогда события $\overline{A}$ и $\overline{B}$ независимы, события $\overline{A}$ и B независимы, события A и $\overline{B}$ независимы (здесь $\overline{A}$ - событие, противоположное A, и $\overline{B}$ - событие, противоположное B).

Действительно, из свойства в) в (3) следует, что для событий C и D, произведение которых пусто, $P(C+D) = P(C) + P(D)$. Поскольку пересечение AB и $\overline{A}B$ пусто, а объединение есть B, то $P(AB) + P(\overline{A}B) = P(B)$. Так как А и В независимы, то $P(\overline{A}B) = P(B) - P(AB) = P(B) - P(A)P(B) = P(B)(1 - P(A))$. Заметим теперь, что из соотношений (1) и (2) следует, что $P(\overline{A}) = 1 – P(A)$. Значит, $P(\overline{A}B) = P(\overline{A})P(B)$.

Вывод равенства $P(A\overline{B}) = P(A)P(\overline{B})$ отличается от предыдущего лишь заменой всюду A на B, а B на A.

Для доказательства независимости $\overline{A}$ и $\overline{B}$ воспользуемся тем, что события AB, $\overline{A}B$, $A\overline{B}$, $\overline{A}\,\overline{B}$ не имеют попарно общих элементов, а в сумме составляют все пространство элементарных событий. Следовательно, $P(AB) + P(\overline{A}B) + P(A\overline{B}) + P(\overline{A}\,\overline{B}) = 1$. Воспользовавшись ранее доказанными соотношениями, получаем, что

$P(\bar{A}B)= 1 - P(AB) - P(B)(1 - P(A)) - P(A)(1 - P(B))= (1 – P(A))(1 – P(B)) = P(\bar{A})P(\bar{B}),$ что и требовалось доказать.

Пример 3. Рассмотрим опыт, состоящий в бросании игрального кубика, на гранях которого написаны числа 1, 2, 3, 4, 5,6. Считаем, что все грани имеют одинаковые шансы оказаться наверху. Построим соответствующее вероятностное пространство. Покажем, что события «наверху – грань с четным номером» и «наверху – грань с числом, делящимся на 3» являются независимыми.

Разбор примера. Пространство элементарных исходов состоит из 6 элементов: «наверху – грань с 1», «наверху – грань с 2»,…, «наверху – грань с 6». Событие «наверху – грань с четным номером» состоит из трех элементарных событий – когда наверху оказывается 2, 4 или 6. Событие «наверху – грань с числом, делящимся на 3» состоит из двух элементарных событий – когда наверху оказывается 3 или 6. Поскольку все грани имеют одинаковые шансы оказаться наверху, то все элементарные события должны иметь одинаковую вероятность. Поскольку всего имеется 6 элементарных событий, то каждое из них имеет вероятность 1/6. По определению 1событие «наверху – грань с четным номером» имеет вероятность S, а событие «наверху – грань с числом, делящимся на 3» - вероятность 1/3. Произведение этих событий состоит из одного элементарного события «наверху – грань с 6», а потому имеет вероятность 1/6. Поскольку 1/6 = S x 1/3, то рассматриваемые события являются независимыми в соответствии с определением независимости.

В вероятностных моделях процедур принятия решений с помощью понятия независимости событий можно придать точный смысл понятию «независимые испытания». Для этого рассмотрим сложный опыт, состоящий в проведении двух испытаний. Эти испытания называются независимыми, если любые два события A и B, из которых A определяется по исходу первого испытания, а B – по исходу второго, являются независимыми.

Пример 4. Опишем вероятностное пространство, соответствующее бросанию двух монет независимо друг от друга.

Разбор примера. Пространство элементарных событий состоит из четырех элементов: ГГ, ГР, РГ, РР (запись ГГ означает, что первая монета выпала гербом и вторая – тоже гербом; запись РГ – первая – решеткой, а вторая – гербом, и т.д.). Поскольку события «первая монета выпала решеткой» и «вторая монета выпала гербом» являются независимыми по определению независимых испытаний и вероятность каждого из них равна S, то вероятность РГ равна j. Аналогично вероятность каждого из остальных элементарных событий также равна j.

Пример 5. Опишем вероятностное пространство, соответствующее проверке качества двух единиц продукции независимо друг от друга, если вероятность дефектности равна *x*.

Разбор примера. Пространство элементарных событий состоит из четырех элементов:

ω_1 - обе единицы продукции годны;

ω_2 - первая единица продукции годна, а вторая – дефектна;

ω_3 - первая единица продукции дефектна, а вторая – годна;

ω_4 - обе единицы продукции являются дефектными.

Вероятность того, что единица продукции дефектна, есть *x*, а потому вероятность того, что имеет место противоположное событие, т.е. единица продукции годна, есть 1 – *x*. Поскольку результат проверки первой единицы продукции не зависит от такового для второй, то $P(\omega_1) = (1 - x)^2,\ P(\omega_2) = P(\omega_3) = x(1 - x),\ P(\omega_4) = x^2.$

Случайные величины и их математические ожидания. Случайная величина – это величина, значение которой зависит от случая, т.е. от элементарного события ω. Таким образом, случайная величина – это функция, определенная на пространстве элементарных событий Ω. Примеры случайных величин: количество гербов, выпавших при независимом бросании двух монет; число, выпавшее на верхней грани игрального кубика; число дефектных единиц продукции среди проверенных.

Определение случайной величины X как функции от элементарного события ω, т.е. функции $X:\Omega \to H$, отображающей пространство элементарных событий Ω в некоторое множество H, казалось бы, содержит в себе противоречие. О чем идет речь – о величине или о функции? Дело в том, что наблюдается всегда лишь т.н. «реализация случайной величины», т.е. ее значение, соответствующее именно тому элементарному исходу опыта (элементарному событию), которое осуществилось в конкретной реальной ситуации. Т.е. наблюдается именно «величина». А функция от элементарного события – это теоретическое понятие, основа вероятностной модели реального явления или процесса.

Отметим, что элементы H – это не обязательно числа. Ими могут быть и последовательности чисел (вектора), и функции, и математические объекты иной природы, в частности, нечисловой (упорядочения и другие бинарные отношения, множества, нечеткие множества и др.) [2]. Однако наиболее часто рассматриваются вероятностные модели, в которых элементы H – числа, т.е. $H = R^1$. В иных случаях обычно используют термины «случайный вектор», «случайное множество», «случайное упорядочение», «случайный элемент» и др.

Рассмотрим случайную величину с числовыми значениями. Часто оказывается полезным связать с этой функцией число – ее «среднее значение» или, как говорят, «среднюю величину», «показатель центральной тенденции». По ряду причин, некоторые из которых будут ясны из дальнейшего, в качестве «среднего значения» обычно используют математическое ожидание.

Определение 3. Математическим ожиданием случайной величины X называется число

$$M(X)=\sum_{\omega\in\Omega} X(\omega)P(\omega), \qquad (4)$$

т.е. математическое ожидание случайной величины – это взвешенная сумма значений случайной величины с весами, равными вероятностям соответствующих элементарных событий.

Пример 6. Вычислим математическое ожидание числа, выпавшего на верхней грани игрального кубика. Непосредственно из определения 3 следует, что

$$M(X)=1\times\frac{1}{6}+2\times\frac{1}{6}+3\times\frac{1}{6}+4\times\frac{1}{6}+5\times\frac{1}{6}+6\times\frac{1}{6}=\frac{1+2+3+4+5+6}{6}=\frac{21}{6}=3{,}5.$$

Утверждение 2. Пусть случайная величина X принимает значения $x_1, x_2, \ldots, x_m$. Тогда справедливо равенство

$$M(X)=\sum_{1\le i\le m} x_i P(X=x_i), \qquad (5)$$

т.е. математическое ожидание случайной величины – это взвешенная сумма значений случайной величины с весами, равными вероятностям того, что случайная величина принимает определенные значения.

В отличие от (4), где суммирование проводится непосредственно по элементарным событиям, случайное событие $\{X=x_i\}=\{\omega : X(\omega)=x_i\}$ может состоять из нескольких элементарных событий.

Иногда соотношение (5) принимают как определение математического ожидания. Однако с помощью определения 3, как показано далее, более легко установить свойства математического ожидания, нужные для построения вероятностных моделей реальных явлений, чем с помощью соотношения (5).

Для доказательства соотношения (5) сгруппируем в (4) члены с одинаковыми значениями случайной величины $X(\omega)$:

$$M(X)=\sum_{1\le i\le m}\left(\sum_{\omega : X(\omega)=x_i} X(\omega)P(\omega)\right).$$

Поскольку постоянный множитель можно вынести за знак суммы, то

$$\sum_{\omega : X(\omega) = x_i} X(\omega) P(\omega) = \sum_{\omega : X(\omega) = x_i} x_i P(\omega) = x_i \sum_{\omega : X(\omega) = x_i} P(\omega).$$

По определению вероятности события

$$\sum_{\omega : X(\omega) = x_i} P(\omega) = P(X = x_i).$$

С помощью двух последних соотношений получаем требуемое:

$$M(X) = \sum_{1 \le i \le m} \left(x_i \sum_{\omega : X(\omega) = x_i} P(\omega) \right) = \sum_{1 \le i \le m} \left(x_i P(X = x_i) \right).$$

Понятие математического ожидания в вероятностно-статистической теории соответствует понятию центра тяжести в механике. Поместим в точки x_1, x_2,…, x_m на числовой оси массы $P(X=x_1)$, $P(X=x_2)$,…, $P(X=x_m)$ соответственно. Тогда равенство (5) показывает, что центр тяжести этой системы материальных точек совпадает с математическим ожиданием, что показывает естественность определения 3.

Утверждение 3. Пусть X – случайная величина, $M(X)$ – ее математическое ожидание, a – некоторое число. Тогда

1) $M(a)=a$; 2) $M(X-M(X))=0$; 3) $M[(X-a)^2]=M[(X-M(X))^2]+(a-M(X))^2$.

Для доказательства рассмотрим сначала случайную величину, являющуюся постоянной, $X(\omega) = a$, т.е. функция $X(\omega)$ отображает пространство элементарных событий Ω в единственную точку a. Поскольку постоянный множитель можно выносить за знак суммы, то

$$M(X) = \sum_{\omega \in \Omega} a P(\omega) = a \sum_{\omega \in \Omega} P(\omega) = a.$$

Если каждый член суммы разбивается на два слагаемых, то и вся сумма разбивается на две суммы, из которых первая составлена из первых слагаемых, а вторая – из вторых. Следовательно, математическое ожидание суммы двух случайных величин X+$У$, определенных на одном и том же пространстве элементарных событий, равно сумме математических ожиданий $M(X)$ и $M(У)$ этих случайных величин:

$$M(X+У) = M(X) + M(У).$$

А потому $M(X\text{-}M(X)) = M(X) - M(M(X))$. Как показано выше, $M(M(X)) = M(X)$. Следовательно, $M(X\text{-}M(X)) = M(X) - M(X) = 0$.

Поскольку $(X - a)^2 = \{(X – M(X)) + (M(X) - a)\}^2 = (X - M(X))^2 + 2(X - M(X))(M(X) - a) + (M(X) – a)^2$, то $M[(X - a)^2] =M(X - M(X))^2 + M\{2(X - M(X))(M(X) - a)\} +M[(M(X) – a)^2]$. Упростим последнее равенство. Как показано в начале доказательства утверждения 3, математическое ожидание константы – сама эта константа, а потому $M[(M(X) – a)^2] = (M(X) – a)^2$. Поскольку постоянный множитель можно выносить за знак суммы, то $M\{2(X - M(X))(M(X) - a)\} = 2(M(X) - a)M(X - M(X))$. Правая часть последнего равенства равна 0, поскольку, как показано выше, $M(X\text{-}M(X))=0$. Следовательно, $M[(X\text{-}a)^2]=M[(X\text{-}M(X))^2]+(a\text{-}M(X))^2$, что и требовалось доказать.

Из сказанного вытекает, что $M[(X\text{-}a)^2]$ достигает минимума по a, равного $M[(X\text{-}M(X))^2]$, при $a = M(X)$, поскольку второе слагаемое в равенстве 3) всегда неотрицательно и равно 0 только при указанном значении a.

Утверждение 4. Пусть случайная величина X принимает значения $x_1, x_2, \ldots, x_m$, а f – некоторая функция числового аргумента. Тогда

$$M[f(X)] = \sum_{1 \le i \le m} f(x_i) P(X = x_i).$$

Для доказательства сгруппируем в правой части равенства (4), определяющего математическое ожидание, члены с одинаковыми значениями $X(\omega)$:

$$M[f(X)] = \sum_{1 \le i \le m} \left(\sum_{\omega : X(\omega) = x_i} f(X(\omega)) P(\omega) \right).$$

Пользуясь тем, что постоянный множитель можно выносить за знак суммы, и определением вероятности случайного события (2), получаем

$$M[f(X)] = \sum_{1 \le i \le m} \left(f(x_i) \sum_{\omega : X(\omega) = x_i} P(\omega) \right) = \sum_{1 \le i \le m} f(x_i) P(X = x_i),$$

что и требовалось доказать.

Утверждение 5. Пусть *X* и *У* – случайные величины, определенные на одном и том же пространстве элементарных событий, *a* и *b* – некоторые числа. Тогда *M(aX+bY)=aM(X)+bM(Y).*

С помощью определения математического ожидания и свойств символа суммирования получаем цепочку равенств:

$$aM(X) + bM(Y) = a\sum_{\omega \in \Omega} X(\omega)P(\omega) + b\sum_{\omega \in \Omega} Y(\omega)P(\omega) =$$
$$= \sum_{\omega \in \Omega} (aX(\omega) + bY(\omega))P(\omega) = M(aX + bY).$$

Требуемое доказано.

Выше показано, как зависит математическое ожидание от перехода к другому началу отсчета и к другой единице измерения (переход *Y=aX+b*), а также к функциям от случайных величин. Полученные результаты постоянно используются в технико-экономическом анализе, при оценке финансово-хозяйственной деятельности предприятия, при переходе от одной валюты к другой во внешнеэкономических расчетах, в нормативно-технической документации и др. Рассматриваемые результаты позволяют применять одни и те же расчетные формулы при различных параметрах масштаба и сдвига.

Независимость случайных величин – одно из базовых понятий теории вероятностей, лежащее в основе практических всех вероятностно-статистических методов принятия решений.

Определение 4. Случайные величины *X* и *У*, определенные на одном и том же пространстве элементарных событий, называются независимыми, если для любых чисел *a* и *b* независимы события

$\{X=a\}$ и $\{Y=b\}$.

Утверждение 6. Если случайные величины X и $У$ независимы, a и b – некоторые числа, то случайные величины $X+a$ и $Y+b$ также независимы.

Действительно, события {X+a=c} и $\{Y+b=d\}$ совпадают с событиями $\{X=c-a\}$ и $\{Y=d-b\}$ соответственно, а потому независимы.

Пример 7. Случайные величины, определенные по результатам различных испытаний в схеме независимых испытаний, сами независимы. Это вытекает из того, что события, с помощью которых определяется независимость случайных величин, определяются по результатам различных испытаний, а потому независимы по определению независимых испытаний.

В вероятностно-статистических методах принятия решений постоянно используется следующий факт: если X и $У$ – независимые случайные величины, $f(X)$ и $g(Y)$ – случайные величины, полученные из X и $У$ с помощью некоторых функций f и g, то $f(X)$ и $g(Y)$ – также независимые случайные величины. Например, если X и $У$ независимы, то X^2 и $2У+3$ независимы, $\log X$ и $\log У$ независимы. Доказательство рассматриваемого факта – тема одной из контрольных задач в конце главы.

Подавляющее большинство вероятностно-статистических моделей, используемых на практике, основывается на понятии независимых случайных величин. Так, результаты наблюдений, измерений, испытаний, анализов, опытов обычно моделируются независимыми случайными величинами. Часто считают, что наблюдения проводятся согласно схеме независимых испытаний. Например, результаты финансово-хозяйственной деятельности предприятий, выработка рабочих, результаты (данные) измерений контролируемого параметра у изделий, отобранных в выборку при статистическом регулировании технологического процесса, ответы потребителей при маркетинговом опросе и другие типы данных, используемых при принятии решений, обычно рассматриваются как независимые случайные величины, вектора или элементы. Причина такой популярности понятия независимости случайных величин состоит в том, что к настоящему времени теория продвинута существенно дальше для независимых случайных величин, чем для зависимых.

Часто используется следующее свойство независимых случайных величин.

Утверждение 7. Если случайные величины X и $У$ независимы, то математическое ожидание произведения ХУ равно произведению математических ожиданий X и $У$, т.е. $M(XУ)=M(X)M(У)$.

Доказательство. Пусть Х принимает значения $x_1, x_2, \ldots, x_m$, в то время как $У$ принимает значения $y_1, y_2, \ldots, y_k$. Сгруппируем в задающей $M(XУ)$ сумме члены, в которых Х и $У$ принимают фиксированные значения:

$$M(XY) = \sum_{1\le i\le m, 1\le j\le k} \left(\sum_{\omega: X(\omega)=x_i, Y(\omega)=y_j} X(\omega)Y(\omega)P(\omega) \right). \qquad (6)$$

Поскольку постоянный множитель можно вынести за знак суммы, то

$$\sum_{\omega: X(\omega)=x_i, Y(\omega)=y_j} X(\omega)Y(\omega)P(\omega) = x_i y_j \sum_{\omega: X(\omega)=x_i, Y(\omega)=y_j} P(\omega).$$

Из последнего равенства и определения вероятности события заключаем, что равенство (6) можно преобразовать к виду

$$M(XY) = \sum_{1\le i\le m, 1\le j\le k} x_i y_j P(X = x_i, Y = y_j).$$

Так как X и $У$ независимы, то $P(X = x_i, Y = y_j) = P(X = x_i)P(Y = y_j)$. Воспользовавшись этим равенством и свойством символа суммирования

$$\sum_{1\le i\le m, 1\le j\le k} c_i d_j = \left(\sum_{1\le i\le m} c_i \right)\left(\sum_{1\le j\le k} d_j \right),$$

заключаем, что

$$M(XY)=\left(\sum_{1\le i\le m} x_i P(X=x_i)\right)\left(\sum_{1\le j\le k} y_j P(Y=y_j)\right). \qquad (7)$$

Из равенства (5) следует, что первый сомножитель в правой части (7) есть *М(Х),* а второй – *М(У),* что и требовалось доказать.

Пример 8. Построим пример, показывающий, что из равенства *М(ХУ)=М(Х)М(У)* не следует независимость случайных величин *X* и *У*. Пусть вероятностное пространство состоит из трех равновероятных элементов $\omega_1, \omega_2, \omega_3$. Пусть

$$X(\omega_1)=1, X(\omega_2)=0, X(\omega_3)=-1, Y(\omega_1)=Y(\omega_3)=1, Y(\omega_2)=0.$$

Тогда *ХУ = Х, М(Х) = М(ХУ) =* 0, следовательно, *М(ХУ) = М(Х)М(У).* Однако при этом *Р(Х=*0*) = Р(У=*0*) = Р(Х=*0*, У=0) =* $P(\omega_2)=1/3$, в то время как вероятность события {*X*=0, *Y*=0} в случае независимых Х и У должна была равняться $\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{9}$.

Независимость нескольких случайных величин *X, Y, Z*,… означает по определению, что для любых чисел *x, y, z*,… справедливо равенство

$$P(X=x, Y=y, Z=z,\ldots) = P(X=x)\, P(Y=y)\, P(Z=z)\ldots$$

Например, если случайные величины определяются по результатам различных испытаний в схеме независимых испытаний, то они независимы.

Дисперсия случайной величины. Математическое ожидание показывает, вокруг какой точки группируются значения случайной величины. Необходимо также уметь измерить изменчивость случайной величины относительно математического ожидания. Выше показано, что $M[(X-a)^2]$ достигает минимума по *а* при *а = М(Х).* Поэтому за показатель изменчивости случайной величины естественно взять именно $M[(X-M(X))^2]$.

Определение 5. Дисперсией случайной величины *X* называется число $\sigma^2 = D(X) = M[(X - M(X))^2]$.

Установим ряд свойств дисперсии случайной величины, постоянно используемых в вероятностно-статистических методах принятия решений.

Утверждение 8. Пусть X – случайная величина, a и b – некоторые числа, $Y = aX + b$. Тогда $D(Y) = a^2D(X)$.

Как следует из утверждений 3 и 5, $M(Y) = aM(X) + b$. Следовательно, $D(Y) = M[(Y - M(Y))^2] = M[(aX + b - aM(X) - b)^2] = M[a^2(X - M(X))^2]$. Поскольку постоянный множитель можно выносить за знак суммы, то $M[a^2(X - M(X))^2] = a^2 M[(X - M(X))^2] = a^2 D(X)$.

Утверждение 8 показывает, в частности, как меняется дисперсия результата наблюдений при изменении начала отсчета и единицы измерения. Оно дает правило преобразования расчетных формул при переходе к другим значениям параметров сдвига и масштаба.

Утверждение 9. Если случайные величины X и $У$ независимы, то дисперсия их суммы $X+У$ равна сумме дисперсий: $D(X+Y) = D(X) + D(Y)$.

Для доказательства воспользуемся тождеством

$$(X+У-(M(X)+M(У))^2 = (X-M(X))^2 + 2(X-M(X))(У-M(У)) + (У-M(У))^2,$$

которое вытекает из известной формулы элементарной алгебры $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ при подстановке $a = X\text{-}M(X)$ и $b = Y\text{-}M(Y)$. Из утверждений 3 и 5 и определения дисперсии следует, что

$$D(X+Y) = D(X) + D(Y) + 2M\{(X-M(X))(У-M(У))\}.$$

Согласно утверждению 6 из независимости Х и У вытекает независимость $X\text{-}M(X)$ и $У\text{-}M(У)$. Из утверждения 7 следует, что

$$M\{(X-M(X))(У-M(У))\}= M(X-M(X))M(У-M(У)).$$

Поскольку $M(X-M(X)) = 0$ (см. утверждение 3), то правая часть последнего равенства равна 0, откуда с учетом двух предыдущих равенств и следует заключение утверждения 9.

Утверждение 10. Пусть $X_1, X_2,\ldots, X_k$ – попарно независимые случайные величины (т.е. X_i и X_j независимы, если $i \neq j$). Пусть Y_k – их сумма, $Y_k = X_1 + X_2 + \ldots + X_k$. Тогда математическое ожидание суммы равно сумме математических ожиданий слагаемых, $M(Y_k) = M(X_1) + M(X_2) + \ldots + M(X_k)$, дисперсия суммы равна сумме дисперсий слагаемых, $D(Y_k) = D(X_1) + D(X_2) + \ldots + D(X_k)$.

Соотношения, сформулированные в утверждении 10, являются основными при изучении выборочных характеристик, поскольку результаты наблюдений или измерений, включенные в выборку, обычно рассматриваются в математической статистике, теории принятия решений и эконометрике как реализации независимых случайных величин.

Для любого набора числовых случайных величин (не только независимых) математическое ожидание их суммы равно сумме их математических ожиданий. Это утверждение является обобщением утверждения 5. Строгое доказательство легко проводится методом математической индукции.

При выводе формулы для дисперсии $D(Y_k)$ воспользуемся следующим свойством символа суммирования:

$$\left(\sum_{1 \le i \le k} a_i\right)^2 = \left(\sum_{1 \le i \le k} a_i\right)\left(\sum_{1 \le j \le k} a_j\right) = \sum_{1 \le i \le k, 1 \le j \le k} a_i a_j .$$

Положим $a_i = X_i - M(X_i)$, получим

$$(X_1 + X_2 + \ldots + X_k - M(X_1) - M(X_2) - \ldots - M(X_k))^2 =$$
$$= \sum_{1 \le i \le k, 1 \le j \le k} (X_i - M(X_i))(X_j - M(X_j)).$$

Воспользуемся теперь тем, что математическое ожидание суммы равно сумме математических ожиданий:

$$D(Y_k) = \sum_{1 \le i \le k, 1 \le j \le k} M\{(X_i - M(X_i))(X_j - M(X_j))\}. \qquad (8)$$

Как показано при доказательстве утверждения 9, из попарной независимости рассматриваемых случайных величин следует, что

$M\{(X_i - M(X_i))(X_j - M(X_j))\} = 0$ при $i \neq j$. Следовательно, в сумме (8) остаются только члены с $i=j$, а они равны как раз $D(X_i)$.

Полученные в утверждениях 8-10 фундаментальные свойства таких характеристик случайных величин, как математическое ожидание и дисперсия, постоянно используются практически во всех вероятностно-статистических моделях реальных явлений и процессов.

Пример 9. Рассмотрим событие A и случайную величину X такую, что $X(\omega) = 1$, если $\omega \in A$, и $X(\omega) = 0$ в противном случае, т.е. если $\omega \in \Omega \setminus A$. Покажем, что $M(X) = P(A)$, $D(X) = P(A)(1 - P(A))$.

Воспользуемся формулой (5) для математического ожидания. Случайная величина X принимает два значения – 0 и 1, значение 1 с вероятностью $P(A)$ и значение 0 с вероятностью $1 - P(A)$, а потому $M(X) = 1 \times P(A) + 0 \times (1 - P(A)) = P(A)$. Аналогично $(X - M(X))^2 = (1 - P(A))^2$ с вероятностью $P(A)$ и $(X - M(X))^2 = (0 - P(A))^2$ с вероятностью $1 - P(A)$, а потому $D(A) = (1 - P(A))^2 P(A) + (P(A))^2(1 - P(A))$. Вынося общий множитель, получаем, что $D(A) = P(A)(1 - P(A))$.

Пример 10. Рассмотрим k независимых испытаний, в каждом из которых некоторое событие A может наступить, а может и не наступить. Введем случайные величины $X_1, X_2, \ldots, X_k$ следующим образом: $X_i(\omega) = 1$, если в i-ом испытании событие A наступило, и $X_i(\omega) = 0$ в противном случае. Тогда случайные величины $X_1, X_2, \ldots, X_k$ попарно независимы (см. пример 7). Как показано в примере 9, $M(X_i) = p$, $D(X_i) = p(1 - p)$, где $p = P(A)$. Иногда p называют «вероятностью успеха» - в случае, если наступление события A рассматривается как «успех».

Случайная величина $B = X_1 + X_2 + \ldots + X_k$ называется биномиальной. Ясно, что $0 \leq B \leq k$ при всех возможных исходах опытов. Чтобы найти распределение B, т.е. вероятности $P(B = a)$ при $a = 0, 1, \ldots, k$, достаточно знать p – вероятность наступления рассматриваемого события в каждом из опытов. Действительно, случайное событие $B = a$ осуществляется тогда и только тогда, когда событие A наступает ровно при a испытаниях. Если известны номера всех этих испытаний (т.е. номера в последовательности испытаний), то вероятность одновременного осуществления в a опытах события A и в $k-a$ опытах противоположного ему – это вероятность произведения k независимых событий. Вероятность произведения равна произведению вероятностей, т.е. $p^a(1 - p)^{k-a}$. Сколькими способами можно задать номера a испытаний из k? Это $\binom{k}{a}$ - число сочетаний из k элементов по a, рассматриваемое в комбинаторике. Как известно,

$$\binom{k}{a} = \frac{k!}{a!(k-a)!},$$

где символом $k!$ обозначено произведение всех натуральных чисел от 1 до k, т.е. $k! = 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot k$ (дополнительно принимают, что $0! = 1$). Из сказанного следует, что биномиальное распределение, т.е. распределение биномиальной случайной величины, имеет вид

$$P(B = a) = \binom{k}{a} p^a (1-p)^{k-a}.$$

Название «биномиальное распределение» основано на том, что $P(B = a)$ является членом с номером $(a+1)$ в разложении по биному Ньютона

$$(A + C)^k = \sum_{0 \le j \le k} \binom{k}{j} A^{k-j} C^j,$$

если положить $\mathbf{A} = 1 - p$, $C = p$. Тогда при $j = a$ получим

$$\binom{k}{j} A^{k-j} C^j = P(B = a).$$

Для числа сочетаний из k элементов по a, кроме $\binom{k}{a}$, используют обозначение C_k^a.

Из утверждения 10 и расчетов примера 9 следует, что для случайной величины *B*, имеющей биномиальное распределение, математическое ожидание и дисперсия выражаются формулами

$$M(B) = kp, \ D(B) = kp(1 - p),$$

поскольку *B* является суммой *k* независимых случайных величин с одинаковыми математическими ожиданиями и дисперсиями, найденными в примере 9.

Неравенства Чебышёва. Во введении к разделу обсуждалась задача проверки того, что доля дефектной продукции в партии равна определенному числу. Для демонстрации вероятностно-статистического подхода к проверке подобных утверждений являются полезными неравенства, впервые примененные в теории вероятностей великим русским математиком Пафнутием Львовичем Чебышёвым (1821-1894) и потому носящие его имя. Эти неравенства широко используются в теории математической статистики, а также непосредственно применяются в ряде практических задач принятия решении. Например, в задачах статистического анализа технологических процессов и качества продукции в случаях, когда явный вид функции распределения результатов наблюдений не известен (см. ниже, где, в частности, они применяются в задаче исключения резко отклоняющихся результатов наблюдений).

Первое неравенство Чебышева. Пусть X – неотрицательная случайная величина (т.е. $X(\omega) \geq 0$ для любого $\omega \in \Omega$). Тогда для любого положительного числа *a* справедливо неравенство

$$P(X \geq a) \leq \frac{M(X)}{a}.$$

Доказательство. Все слагаемые в правой части формулы (4), определяющей математическое ожидание, в рассматриваемом случае неотрицательны. Поэтому при отбрасывании некоторых слагаемых сумма не увеличивается. Оставим в сумме только те члены, для которых $X(\omega) \geq a$. Получим, что

$$M(X) \geq \sum_{\omega : X(\omega) \geq a} X(\omega) P(\omega) . \quad (9)$$

Для всех слагаемых в правой части (9) $X(\omega) \geq a$, поэтому

$$\sum_{\omega : X(\omega) \geq a} X(\omega) P(\omega) \geq a \sum_{\omega : X(\omega) \geq a} P(\omega) = aP(X \geq a) . \quad (10)$$

Из (9) и (10) следует требуемое.

Второе неравенство Чебышева. Пусть X – случайная величина. Для любого положительного числа *a* справедливо неравенство

$$P(| X - M(X) | \geq a) \leq \frac{D(X)}{a^2} .$$

Это неравенство содержалось в работе П.Л.Чебышёва «О средних величинах», доложенной Российской академии наук 17 декабря 1866 г. и опубликованной в следующем году.

Для доказательства второго неравенства Чебышёва рассмотрим случайную величину $У = (X – M(X))^2$. Она неотрицательна, и потому для любого положительного числа *b*, как следует из первого неравенства Чебышёва, справедливо неравенство

$$P(Y \geq b) \leq \frac{M(Y)}{b} = \frac{D(X)}{b} .$$

Положим $b = a^2$. Событие $\{Y \geq b\}$ совпадает с событием $\{|X – M(X)| \geq a\}$, а потому

$$P(| X - M(X) | \geq a) = P(Y \geq a^2) \leq \frac{D(X)}{a} ,$$

что и требовалось доказать.

Пример 11. Можно указать неотрицательную случайную величину *X* и положительное число *a* такие, что первое неравенство Чебышёва обращается в равенство.

Достаточно рассмотреть $X(\omega) = a$. Тогда $M(X) = a$, $M(X)/a = 1$ и $P(a \geq a) = 1$, т.е. $P(X \geq a) = M(X)|a = 1$.

Следовательно, первое неравенство Чебышёва в его общей формулировке не может быть усилено. Однако для подавляющего большинства случайных величин, используемых при вероятностно-статистическом моделировании процессов принятия решений, левые части неравенств Чебышёва много меньше соответствующих правых частей.

Пример 12. Может ли первое неравенство Чебышёва обращаться в равенство при всех a? Оказывается, нет. Покажем, что для любой неотрицательной случайной величины с ненулевым математическим ожиданием можно найти такое положительное число a, что первое неравенство Чебышёва является строгим.

Действительно, математическое ожидание неотрицательной случайной величины либо положительно, либо равно 0. В первом случае возьмем положительное a, меньшее положительного числа $M(X)$, например, положим $a = M(X)/2$. Тогда $M(X)/a$ больше 1, в то время как вероятность события не может превышать 1, а потому первое неравенство Чебышева является для этого a строгим. Второй случай исключается условиями примера 11.

Отметим, что во втором случае равенство 0 математического ожидания влечет тождественное равенство 0 случайной величины. А для такой случайной величины при любом положительном a и левая и правая части первого неравенства Чебышёва равны 0.

Можно ли в формулировке первого неравенства Чебышева отбросить требование неотрицательности случайной величины X? А требование положительности a? Легко видеть, что ни одно из двух требований не может быть отброшено, поскольку иначе правая часть первого неравенства Чебышева может стать отрицательной.

Закон больших чисел. Неравенство Чебышёва позволяет доказать замечательный результат, лежащий в основе математической статистики – закон больших чисел. Из него вытекает, что выборочные характеристики при возрастании числа опытов приближаются к теоретическим, а это дает возможность оценивать параметры вероятностных моделей по опытным данным. Без закона больших чисел не было бы *бóльшей* части прикладной математической статистики.

Теорема Чебышёва. Пусть случайные величины $X_1, X_2, \ldots, X_k$ попарно независимы и существует число C такое, что $D(X_i) \leq C$ при всех i = 1, 2, …, k. Тогда для любого положительного ε выполнено неравенство

$$P\left\{\left|\frac{X_1 + X_2 + \ldots + X_k}{k} - \frac{M(X_1) + M(X_2) + \ldots + M(X_k)}{k}\right| \geq \varepsilon\right\} \leq \frac{C}{k\varepsilon^2}. \qquad (11)$$

Доказательство. Рассмотрим случайные величины $Y_k = X_1 + X_2 + \ldots + X_k$ и $Z_k = Y_k/k$. Тогда согласно утверждению 10

$$M(Y_k) = M(X_1)+M(X_2)+\ldots+M(X_k),\ D(Y_k) = D(X_1)+D(X_2)+\ldots+D(X_k).$$

Из свойств математического ожидания следует, что $M(Z_k) = M(Y_k)/k$, а из свойств дисперсии - что $D(Z_k) = D(Y_k)/k^2$. Таким образом,

$$M(Z_k) = \{M(X_1)+M(X_2)+\ldots+M(X_k)\}/k,$$

$$D(Z_k) = \{D(X_1)+D(X_2)+\ldots+D(X_k)\}/k^2.$$

Из условия теоремы Чебышёва, что

$$D(Z_k) \leq \frac{Ck}{k^2} = \frac{C}{k}.$$

Применим к Z_k второе неравенство Чебышёва. Получим для стоящей в левой части неравенства (11) вероятности оценку

$$P\{|Z_k - M(Z_k)| \geq \varepsilon\} \leq \frac{D(Z_k)}{\varepsilon^2} \leq \frac{C}{k\varepsilon^2},$$

что и требовалось доказать.

Эта теорема была получена П.Л.Чебышёвым в той же работе 1867 г. «О средних величинах», что и неравенства Чебышёва.

Пример 13. Пусть C = 1, ε = 0,1. При каких k правая часть неравенства (11) не превосходит 0,1? 0,05? 0,00001?

В рассматриваемом случае правая часть неравенства (11) равно 100/ k. Она не превосходит 0,1, если k не меньше 1000, не превосходит

0,05, если k не меньше 2000, не превосходит 0,00001, если k не меньше 10 000 000.

Правая часть неравенства (11), а вместе с ней и левая, при возрастании k и фиксированных C и ε убывает, приближаясь к 0. Следовательно, вероятность того, что среднее арифметическое независимых случайных величин отличается от своего математического ожидания менее чем на ε, приближается к 1 при возрастании числа случайных величин, причем при любом ε. Это утверждение называют ЗАКОНОМ БОЛЬШИХ ЧИСЕЛ.

Наиболее важен для вероятностно-статистических методов принятия решений (и для математической статистики в целом) случай, когда все X_i, $i = 1, 2, \ldots$, имеют одно и то же математическое ожидание $M(X_1)$ и одну и ту же дисперсию $\sigma^2 = D(X_1)$. В качестве замены (оценки) неизвестного исследователю математического ожидания используют выборочное среднее арифметическое

$$\overline{X} = \frac{X_1 + X_2 + \ldots + X_k}{k}.$$

Из закона больших чисел следует, что $\overline{X}$ при увеличении числа опытов (испытаний, измерений) сколь угодно близко приближается к $M(X_1)$, что записывают так:

$$\overline{X} \xrightarrow{P} M(X_1).$$

Здесь знак $\xrightarrow{P}$ означает «сходимость по вероятности». Обратим внимание, что понятие «сходимость по вероятности» отличается от понятия «переход к пределу» в математическом анализе. Напомним, что последовательность b_n имеет предел b при $n \to \infty$, если для любого сколь угодно малого $\delta > 0$ существует число $n(\delta)$ такое, что при любом $n > n(\delta)$ справедливо утверждение: $b_n \in (b - \delta; b + \delta)$. При использовании понятия «сходимость по вероятности» элементы последовательности предполагаются случайными, вводится еще одно сколь угодно малое число $\varepsilon > 0$ и утверждение $b_n \in (b-\delta; b+\delta)$ предполагается выполненным не наверняка, а с вероятностью не менее $1-\varepsilon$.

В начале главы отмечалось, что с точки зрения ряда естествоиспытателей вероятность события *A* – это число, к которому приближается отношение количества осуществлений события *A* к количеству всех опытов при безграничном увеличении числа опытов. Известный математики Якоб Бернулли (1654-1705), живший в городе Базель в Швейцарии, в самом конце XVII века доказал это утверждение в рамках математической модели (опубликовано доказательство было лишь после его смерти, в 1713 году). Современная формулировка теоремы Бернулли такова.

Теорема Бернулли. Пусть m – число наступлений события *A* в k независимых (попарно) испытаниях, и p есть вероятность наступления события *A* в каждом из испытаний. Тогда при любом $\varepsilon > 0$ справедливо неравенство

$$P\left\{\left|\frac{m}{k} - p\right| \geq \varepsilon\right\} \leq \frac{p(1-p)}{k\varepsilon^2}. \qquad (12)$$

Доказательство. Как показано в примере 10, случайная величина m имеет биномиальное распределение с вероятностью успеха p и является суммой k независимых случайных величин X_i, i = 1, 2. …, k, каждое из которых равно 1 с вероятностью p и 0 с вероятностью 1-p, т.е. $m = X_1 + X_2 + \ldots + X_k$.Применим к $X_1, X_2, \ldots, X_k$ теорему Чебышёва с $C = p(1-p)$ и получим требуемое неравенство (12).

Теорема Бернулли дает возможность связать математическое определение вероятности (по А.Н.Колмогорову) с определением ряда естествоиспытателей (по Р.Мизесу (1883-1953)), согласно которому вероятность есть предел частоты в бесконечной последовательности испытаний. Продемонстрируем эту связь. Для этого сначала отметим, что

$$p(1-p) \leq 1/4$$

при всех p. Действительно,

$$1/4 - p(1-p) = (p - 1/2)^2 \geq 0.$$

Следовательно, в теореме Чебышёва можно использовать C = j. Тогда при любом p и фиксированном ε правая часть неравенства (12) при возрастании k приближается к 0, что и доказывает согласие математического определения в рамках вероятностной модели с мнением естествоиспытателей.

Есть и прямые экспериментальные подтверждения того, что частота осуществления определенных событий близка к вероятности, определенной из теоретических соображений. Рассмотрим бросания монеты. Поскольку и герб, и решетка имеют одинаковые шансы оказаться сверху, то вероятность выпадения герба равна S из соображений равновозможности. Французский естествоиспытатель XVIII века Бюффон бросил монету 4040 раз, герб выпал при этом 2048 раз. Частота появления герба в опыте Бюффона равна 0,507. Английский статистик К.Пирсон бросил монету 12000 раз и при этом наблюдал 6019 выпадений герба – частота 0,5016. В другой раз он бросил монету 24000 раз, герб выпал 12012 раз – частота 0,5005. Как видим, во всех этих случаях частоты лишь незначительно отличаются от теоретической вероятности 0,5 [6, с.148].

О проверке статистических гипотез. С помощью неравенства (12) можно кое-что сказать по поводу проверки соответствия качества продукции заданным требованиям.

Пусть из 100000 единиц продукции 30000 оказались дефектными. Согласуется ли это с гипотезой о том, что вероятность дефектности равна 0,23? Прежде всего, какую вероятностную модель целесообразно использовать? Принимаем, что проводится сложный опыт, состоящий из 100000 испытаний 100000 единиц продукции на годность. Считаем, что испытания (попарно) независимы и что в каждом испытании вероятность того, что единица продукции является дефектной, равна p. В реальном опыте получено, что событие «единица продукции не является годной» осуществилось 30000 раз при 100000 испытаниях. Согласуется ли это с гипотезой о том, что вероятность дефектности $p = 0{,}23$?

Для проверки гипотезы воспользуемся неравенством (12). В рассматриваемом случае $k = 100000$, $m = 30000$, $m/k = 0{,}3$, $p = 0{,}23$, $m/k - p = 0{,}07$. Для проверки гипотезы поступают так. Оценим вероятность того, что m/k отличается от p так же, как в рассматриваемом случае, или больше, т.е. оценим вероятность выполнения неравенства $|m/k - 0{,}23| \geq 0{,}07$. Положим в неравенстве (12) $p = 0{,}23$, $\varepsilon = 0{,}07$. Тогда

$$P\left\{\left|\frac{m}{k} - 0{,}23\right| \geq 0{,}07\right\} \leq \frac{0{,}23 \cdot 0{,}77}{0{,}0049k} \approx \frac{36{,}11}{k}. \quad (13)$$

При $k = 100000$ правая часть (13) меньше 1/2500. Значит, вероятность того, что отклонение будет не меньше наблюдаемого, весьма мала. Следовательно, если исходная гипотеза верна, то в рассматриваемом опыте осуществилось событие, вероятность которого меньше 1/2500. Поскольку 1/2500 – очень маленькое число, то исходную гипотезу надо отвергнуть.

Подробнее методы проверки статистических гипотез будут рассмотрены ниже. Здесь отметим, что одна из основных характеристик метода проверки гипотезы – уровень значимости, т.е. вероятность отвергнуть проверяемую гипотезу (ее в математической статистике называют нулевой и обозначают H_0), когда она верна. Для проверки статистической гипотезы часто поступают так. Выбирают уровень значимости - малое число α. Если описанная в предыдущем абзаце вероятность меньше α, то гипотезу отвергают, как говорят, на уровне значимости α. Если эта вероятность больше или равна α, то гипотезу принимают. Обычно в вероятностно-статистических методах принятия решений выбирают α = 0,05, значительно реже α = 0,01 или α = 0,1, в зависимости от конкретной практической ситуации. В рассматриваемом случае α , напомним, та доля опытов (т.е. проверок партий по 100000 единиц продукции), в которой мы отвергаем гипотезу H_0: p = 0,23, хотя она верна.

Насколько результат проверки гипотезы H_0 зависит от числа испытаний k? Пусть при k = 100, k = 1000, k = 10000 оказалось, что m = 30, m = 300, m = 3000 соответственно, так что во всех случаях m/k = 0,3. Какие значения принимает вероятность

$$P_k = P\left\{\left|\frac{m}{k} - 0{,}23\right| \geq 0{,}07\right\}$$

и ее оценка – правая часть формулы (13)?

При k = 100 правая часть (13) равна приблизительно 0,36, что не дает оснований отвергнуть гипотезу. При k = 1000 правая часть (13) равна примерно 0,036. Гипотеза отвергается на уровне значимости α = 0,05 (и α = 0,1), но на основе оценки вероятности с помощью правой части формулы (13) не удается отвергнуть гипотезу на уровне значимости α = 0,01. При k = 10000 правая часть (13) меньше 1/250, и гипотеза отвергается на всех обычно используемых уровнях значимости.

Более точные расчеты, основанные на применении центральной предельной теоремы теории вероятностей (см. ниже), дают P_{100} = 0,095, P_{1000} = 0,0000005, так что оценка (13) является в рассматриваемом случае весьма завышенной. Причина в том, что получена она из наиболее общих соображений, применительно ко всем возможным случайным величинам улучшить ее нельзя (см. пример 11 выше), но применительно к биномиальному распределению

– можно.

Ясно, что без введения уровня значимости не обойтись, ибо даже очень большие отклонения *m/k* от *p* имеют положительную вероятность осуществления. Так, при справедливости гипотезы H_0 событие «все 100000 единиц продукции являются дефектными» отнюдь не является невозможным с математической точки зрения, оно имеет положительную вероятность осуществления, равную $0{,}23^{100000}$, хотя эта вероятность и невообразимо мала.

Аналогично разберем проверку гипотезы о симметричности монеты.

Пример 14. Если монета симметрична, то *p* = S, где *p* – вероятность выпадения герба. Согласуется ли с этой гипотезой результат эксперимента, в котором при 10000 бросаниях выпало 4000 гербов?

В рассматриваемом случае *m/k* = 0,4. Положим в неравенстве (12) $p = 0{,}5$, $\varepsilon = 0{,}1$:

$$P\left\{\left|\frac{m}{k} - 0{,}5\right| \geq 0{,}1\right\} \leq \frac{0{,}5 \cdot 0{,}5}{0{,}01k} = \frac{25}{k}.$$

При k = 10000 правая часть последнего неравенства равна 1/400. Значит, если исходная гипотеза верна, то в нашем единственном эксперименте осуществилось событие, вероятность которого весьма мала – меньше 1/400. Поэтому исходную гипотезу необходимо отвергнуть.

Если из 1000 бросаний монеты гербы выпали в 400 случаях, то правая часть выписанного выше неравенства равна 1/40. Гипотеза симметричности отклоняется на уровне значимости 0,05 (и 0,1), но рассматриваемые методы не дают возможности отвергнуть ее на уровне значимости 0,01.

Если k = 100, а m = 40, то правая часть неравенства равна j. Оснований для отклонения гипотезы нет. С помощью более тонких методов, основанных на центральной предельной теореме теории вероятностей, можно показать, что левая часть неравенства равна приблизительно 0,05. Это показывает, как важно правильно выбрать метод проверки гипотезы или оценивания параметров. Следовательно, целесообразна стандартизация подобных методов, позволяющая сэкономить усилия, необходимые для сравнения и выбора наилучшего метода, а также избежать устаревших, неверных или неэффективных методов.

Ясно, что даже по нескольким сотням опытов нельзя достоверно отличить абсолютно симметричную монету (p = S) от несколько несимметричной монеты (для которой, скажем, p = 0,49). Более того, любая реальная монета несколько несимметрична, так что монета с p = S - математическая абстракция. Между тем в ряде управленческих и производственных ситуаций необходимо осуществить справедливую жеребьевку, а для этого требуется абсолютно симметричная монета. Например, речь может идти об очередности рассмотрения инвестиционных проектов комиссией экспертов, о порядке вызова для собеседования кандидатов на должность, об отборе единиц продукции из партии в выборку для контроля и т.п.

Пример 15. Можно ли с помощью несимметричной монеты получить последовательность испытаний с двумя исходами, каждый из которых имеет вероятность 1/2 ?

Ответ: да, можно. Приведем способ, предложенный видным польским математиком Гуго Штейнгаузом (1887-1972).

Будем бросать монету два раза подряд и записывать исходы бросаний так (Г – герб, Р – решетка, на первом месте стоит результат первого бросания, на втором – второго): ГР запишем как Г, в то время РГ запишем как Р, а ГГ и РР вообще не станем записывать. Например, если исходы бросаний окажутся такими:

ГР, РГ, ГР, РР, ГР, РГ, ГГ, РГ, РР, РГ,

то запишем их в виде:

Г, Р, Г, Г, Р, Р, Р.

Сконструированная таким образом последовательность обладает теми же свойствами, что и полученная при бросании идеально симметричной монеты, поскольку даже у несимметричной монеты последовательность ГР встречается столь же часто, как и последовательность РГ.

Применим теорему Бернулли и неравенство (12) к обработке реальных данных.

Пример 16. С 1871 г. по 1900 г. в Швейцарии родились 1359671 мальчик и 1285086 девочек. Совместимы ли эти данные с предположением о том, что вероятность рождения мальчика равна 0,5? А с предположением, что она равна 0,515? Другими словами, требуется проверить нулевые гипотезы H_0: p = 0,5 и H_0: p = 0,515 с помощью неравенства (12).

Число испытаний равно общему числу рождений, т.е. 1359671 + 1285086 = 2644757. Есть все основания считать испытания независимыми. Число рождений мальчиков составляет приблизительно 0,514 всех рождений. В случае p = S имеем ε = 0,014, и правая часть неравенства (12) имеет вид

$$\frac{0{,}5\times 0{,}5}{0{,}014\times 0{,}014\times 2644757} \approx 0{,}00001.$$

Таким образом, гипотезу p = 0,5 следует считать несовместимой с приведенными в условии данными. В случае p = 0,515 имеем ε = 0,001, и правая часть (12) равна приблизительно 0,1, так что с помощью неравенства (12) отклонить гипотезу H_0: p = 0,515 нельзя.

Итак, здесь на основе элементарной теории вероятностей (с конечным пространством элементарных событий) мы сумели построить вероятностные модели для описания проверки качества деталей (единиц продукции) и бросания монет и предложить методы проверки гипотез, относящихся к этим явлениям. В математической статистике есть более тонкие и сложные методы проверки описанных выше гипотез, которыми и пользуются в практических расчетах.

Можно спросить: «В рассмотренных выше моделях вероятности были известны заранее – со слов Струкова или же из-за того, что мы предположили симметричность монеты. А как строить модели, если вероятности неизвестны? Как оценить неизвестные вероятности?» Теорема Бернулли – результат, с помощью которого дается ответ на этот вопрос. Именно, оценкой неизвестной вероятности p является число m/k, поскольку доказано, что при возрастании k вероятность того, что m/k отличается от p более чем на какое-либо фиксированное число, приближается к 0. Оценка будет тем точнее, чем больше k. Более того, можно доказать, что с некоторой точки зрения (см. далее) оценка m/k для вероятности p является наилучшей из возможных (в терминах математической статистики – состоятельной, несмещенной и эффективной).

2.2.3. Суть вероятностно-статистических методов принятия решений

Как подходы, идеи и результаты теории вероятностей и математической статистики используются при принятии решений?

Базой является вероятностная модель реального явления или процесса, т.е. математическая модель, в которой объективные соотношения выражены в терминах теории вероятностей. Вероятности используются прежде всего для описания неопределенностей, которые необходимо учитывать при принятии решений. Имеются в виду как нежелательные возможности (риски), так и привлекательные («счастливый случай»). Иногда случайность вносится в ситуацию сознательно, например, при жеребьевке, случайном отборе единиц для контроля, проведении лотерей или опросов потребителей.

Теория вероятностей позволяет по одним вероятностям рассчитать другие, интересующие исследователя. Например, по вероятности выпадения герба можно рассчитать вероятность того, что при 10 бросаниях монет выпадет не менее 3 гербов. Подобный расчет опирается на вероятностную модель, согласно которой бросания монет описываются схемой независимых испытаний, кроме того, выпадения герба и решетки равновозможны, а потому вероятность каждого из этих событий равна S. Более сложной является модель, в которой вместо бросания монеты рассматривается проверка качества единицы продукции. Соответствующая вероятностная модель опирается на предположение о том, что контроль качества различных единиц продукции описывается схемой независимых испытаний. В отличие от модели с бросанием монет необходимо ввести новый параметр – вероятность p того, что единица продукции является дефектной. Модель будет полностью описана, если принять, что все единицы продукции имеют одинаковую вероятность оказаться дефектными. Если последнее предположение неверно, то число параметров модели возрастает. Например, можно принять, что каждая единица продукции имеет свою вероятность оказаться дефектной.

Обсудим модель контроля качества с общей для всех единиц продукции вероятностью дефектности p. Чтобы при анализе модели «дойти до числа», необходимо заменить p на некоторое конкретное значение. Для этого необходимо выйти из рамок вероятностной модели и обратиться к данным, полученным при контроле качества. Математическая статистика решает обратную задачу по отношению к теории вероятностей. Ее цель – на основе результатов наблюдений (измерений, анализов, испытаний, опытов) получить выводы о вероятностях, лежащих в основе вероятностной модели. Например, на основе частоты появления дефектных изделий при контроле можно сделать выводы о вероятности дефектности (см. теорему Бернулли выше). На основе неравенства Чебышева делались выводы о соответствии частоты появления дефектных изделий гипотезе о том, что вероятность дефектности принимает определенное значение.

Таким образом, применение математической статистики опирается на вероятностную модель явления или процесса. Используются два параллельных ряда понятий – относящиеся к теории (вероятностной модели) и относящиеся к практике (выборке результатов наблюдений). Например, теоретической вероятности соответствует частота, найденная по выборке. Математическому ожиданию (теоретический ряд) соответствует выборочное среднее арифметическое (практический ряд). Как правило, выборочные характеристики являются оценками теоретических. При этом величины, относящиеся к теоретическому ряду, «находятся в головах исследователей», относятся к миру идей (по древнегреческому философу Платону), недоступны для непосредственного измерения. Исследователи располагают лишь выборочными данными, с помощью которых они стараются установить интересующие их свойства теоретической вероятностной модели.

Зачем же нужна вероятностная модель? Дело в том, что только с ее помощью можно перенести свойства, установленные по результатам анализа конкретной выборки, на другие выборки, а также на всю так называемую генеральную совокупность. Термин «генеральная совокупность» используется, когда речь идет о большой, но конечной совокупности изучаемых единиц. Например, о совокупности всех жителей России или совокупности всех потребителей растворимого кофе в Москве. Цель маркетинговых или социологических опросов состоит в том, чтобы утверждения, полученные по выборке из сотен или тысяч человек, перенести на генеральные совокупности в несколько миллионов человек. При контроле качества в роли генеральной совокупности выступает партия продукции.

Чтобы перенести выводы с выборки на более обширную совокупность, необходимы те или иные предположения о связи выборочных характеристик с характеристиками этой более обширной совокупности. Эти предположения основаны на соответствующей вероятностной модели.

Конечно, можно обрабатывать выборочные данные, не используя ту или иную вероятностную модель. Например, можно рассчитывать выборочное среднее арифметическое, подсчитывать частоту выполнения тех или иных условий и т.п. Однако результаты расчетов будут относиться только к конкретной выборке, перенос полученных с их помощью выводов на какую-либо иную совокупность некорректен. Иногда подобную деятельность называют «анализ данных». По сравнению с вероятностно-статистическими методами анализ данных имеет ограниченную познавательную ценность.

Итак, использование вероятностных моделей на основе оценивания и проверки гипотез с помощью выборочных характеристик – вот суть вероятностно-статистических методов принятия решений.

Подчеркнем, что логика использования выборочных характеристик для принятия решений на основе теоретических моделей предполагает одновременное использование двух параллельных рядов понятий, один из которых соответствует вероятностным моделям, а второй – выборочным данным. К сожалению, в ряде литературных источников, обычно устаревших либо написанных в рецептурном духе, не делается различия между выборочными и теоретическими характеристиками, что приводит читателей к недоумениям и ошибкам при практическом использовании статистических методов.

2.2.4. Случайные величины и их распределения

Распределения случайных величин и функции распределения. Распределение числовой случайной величины – это функция, которая однозначно определяет вероятность того, что случайная величина принимает заданное значение или принадлежит к некоторому заданному интервалу.

Первое – если случайная величина принимает конечное число значений. Тогда распределение задается функцией $P(X = x)$, ставящей каждому возможному значению x случайной величины X вероятность того, что $X = x$.

Второе – если случайная величина принимает бесконечно много значений. Это возможно лишь тогда, когда вероятностное пространство, на котором определена случайная величина, состоит из бесконечного числа элементарных событий. Тогда распределение задается набором вероятностей $P(a \leq X < b)$ для всех пар чисел a, b таких, что $a<b$. Распределение может быть задано с помощью т.н. *функции распределения* $F(x) = P(X<x)$, определяющей для всех действительных x вероятность того, что случайная величина X принимает значения, меньшие x. Ясно, что

$$P(a \leq X < b) = F(b) - F(a).$$

Это соотношение показывает, что как распределение может быть рассчитано по функции распределения, так и, наоборот, функция распределения – по распределению.

Используемые в вероятностно-статистических методах принятия решений и других прикладных исследованиях функции распределения бывают либо дискретными, либо непрерывными, либо их комбинациями.

Дискретные функции распределения соответствуют дискретным случайным величинам, принимающим конечное число значений или же значения из множества, элементы которого можно перенумеровать натуральными числами (такие множества в математике называют счетными). Их график имеет вид ступенчатой лестницы (рис. 1).

Пример 1. Число X дефектных изделий в партии принимает значение 0 с вероятностью 0,3, значение 1 с вероятностью 0,4, значение 2 с вероятностью 0,2 и значение 3 с вероятностью 0,1. График функции распределения случайной величины X изображен на рис.1.

F(x)

1,0

0,9

0,7

0,3

0 1 2 3 *x*

Рис.1. График функции распределения числа дефектных изделий.

Непрерывные функции распределения не имеют скачков. Они монотонно возрастают [1] при увеличении аргумента – от 0 при $x \to -\infty$ до 1 при $x \to +\infty$. Случайные величины, имеющие непрерывные функции распределения, называют непрерывными.

Непрерывные функции распределения, используемые в вероятностно-статистических методах принятия решений, имеют производные. Первая производная *f(x)* функции распределения *F(x)* называется плотностью вероятности,

---

[1] В некоторых случаях, например, при изучении цен, объемов выпуска или суммарной наработки на отказ в задачах надежности, функции распределения постоянны на некоторых интервалах, в которые значения исследуемых случайных величин не могут попасть.

$$f(x) = \frac{dF(x)}{dx}.$$

По плотности вероятности можно определить функцию распределения:

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(y)dy.$$

Для любой функции распределения

$$\lim_{x\to -\infty} F(x) = 0, \quad \lim_{x\to +\infty} F(x) = 1,$$

а потому

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1.$$

Перечисленные свойства функций распределения постоянно используются в вероятностно-статистических методах принятия решений. В частности, из последнего равенства вытекает конкретный вид констант в формулах для плотностей вероятностей, рассматриваемых ниже.

Пример 2. Часто используется следующая функция распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < a, \\ \dfrac{x-a}{b-a}, & a \le x \le b, \\ 1, & x > b. \end{cases} \qquad (1)$$

где a и b – некоторые числа, $a<b$. Найдем плотность вероятности этой функции распределения:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < a, \\ \dfrac{1}{b-a}, & a < x < b, \\ 0, & x > b \end{cases}$$

(в точках $x = a$ и $x = b$ производная функции $F(x)$ не существует).

Случайная величина с функцией распределения (1) называется «равномерно распределенной на отрезке [*a; b*]».

Смешанные функции распределения встречаются, в частности, тогда, когда наблюдения в какой-то момент прекращаются. Например, при анализе статистических данных, полученных при использовании планов испытаний на надежность, предусматривающих прекращение испытаний по истечении некоторого срока. Или при анализе данных о технических изделиях, потребовавших гарантийного ремонта.

Пример 3. Пусть, например, срок службы электрической лампочки – случайная величина с функцией распределения $F(t)$, а испытание проводится до выхода лампочки из строя, если это произойдет менее чем за 100 часов от начала испытаний, или до момента t_0 = 100 часов. Пусть $G(t)$ – функция распределения времени эксплуатации лампочки в исправном состоянии при этом испытании. Тогда

$$G(t) = \begin{cases} F(t), & t \le 100 \\ 1, & t > 100. \end{cases}$$

Функция $G(t)$ имеет скачок в точке t_0, поскольку соответствующая случайная величина принимает значение t_0 с вероятностью $1-F(t_0)>0$.

Характеристики случайных величин. В вероятностно-статистических методах принятия решений используется ряд характеристик случайных величин, выражающихся через функции распределения и плотности вероятностей.

При описании дифференциации доходов, при нахождении доверительных границ для параметров распределений случайных величин и во многих иных случаях используется такое понятие, как «квантиль порядка *p*», где $0 < p < 1$ (обозначается x_p). Квантиль порядка *p* – значение случайной величины, для которого функция распределения принимает значение *p* или имеет место «скачок» со значения меньше *p* до значения больше *p* (рис.2). Может случиться, что это условие выполняется для всех значений x, принадлежащих этому интервалу (т.е. функция распределения постоянна на этом интервале и равна p). Тогда каждое такое значение называется «квантилем порядка p».

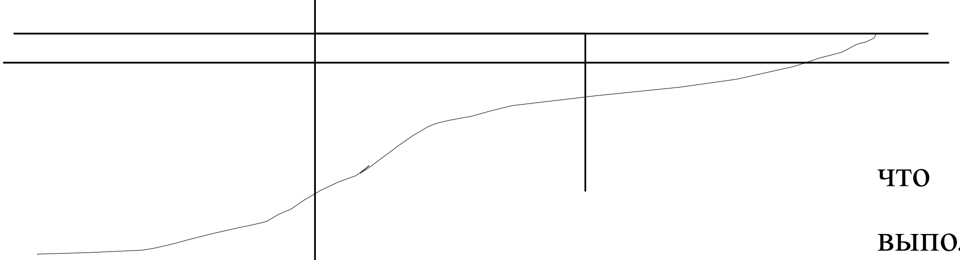


Рис.2. Определение квантиля x_p порядка p.

Для непрерывных функций распределения, как правило, существует единственный квантиль x_p порядка p (рис.2), причем

$$F(x_p) = p. \quad (2)$$

Пример 4. Найдем квантиль x_p порядка p для функции распределения $F(x)$ из (1).

При $0 < p < 1$ квантиль x_p находится из уравнения

$$\frac{x - a}{b - a} = p,$$

т.е. $x_p = a + p(b - a) = a(1 - p) + bp$. При $p = 0$ любое $x \leq a$ является квантилем порядка $p = 0$. Квантилем порядка $p = 1$ является любое число $x \geq b$.

Для дискретных распределений, как правило, не существует x_p, удовлетворяющих уравнению (2). Точнее, если распределение случайной величины дается табл.1, где $x_1 < x_2 < \ldots < x_k$, то равенство (2), рассматриваемое как уравнение относительно x_p, имеет решения только для k значений p, а именно,

$p = p_1$,

$p = p_1 + p_2$,

$p = p_1 + p_2 + p_3$,

…

$p = p_1 + p_2 + ... + p_m$, $3 < m < k$,

…

$p = p_1 + p_2 + ... + p_k$.

Таблица 1.

Распределение дискретной случайной величины

Значения x случайной величины X	x_1	x_2	...	x_k
Вероятности $P(X = x)$	p_1	p_2	...	p_k

Для перечисленных k значений вероятности p решение x_p уравнения (2) неединственно, а именно,

$$F(x) = p_1 + p_2 + ... + p_m$$

для всех x таких, что $x_m < x \leq x_{m+1}$. Т.е. x_p – любое число из интервала $(x_m; x_{m+1}]$. Для всех остальных p из промежутка (0;1), не входящих в перечень (3), имеет место «скачок» со значения меньше p до значения больше p. А именно, если

$$p_1 + p_2 + ... + p_m < p < p_1 + p_2 + ... + p_m + p_{m+1},$$

то $x_p = x_{m+1}$.

Рассмотренное свойство дискретных распределений создает значительные трудности при табулировании и использовании подобных распределений, поскольку невозможным оказывается точно выдержать типовые численные значения характеристик распределения. В частности, это так для критических значений и уровней значимости непараметрических статистических критериев (см. ниже), поскольку распределения статистик этих критериев дискретны.

Большое значение в статистике имеет квантиль порядка p = S. Он называется медианой (случайной величины X или ее функции распределения $F(x)$) и обозначается $Me(X)$. В геометрии есть понятие «медиана» - прямая, проходящая через вершину треугольника и делящая противоположную его сторону пополам. В математической статистике медиана делит пополам не сторону треугольника, а распределение случайной величины: равенство $F(x_{0,5}) = 0,5$ означает, что вероятность попасть левее $x_{0,5}$ и вероятность попасть правее $x_{0,5}$ (или непосредственно в $x_{0,5}$) равны между собой и равны S, т.е.

$$P(X < x_{0,5}) = P(X \geq x_{0,5}) = \text{S}.$$

Медиана указывает «центр» распределения. С точки зрения одной из современных концепций – теории устойчивых статистических процедур – медиана является более хорошей характеристикой случайной величины, чем математическое ожидание [2,7]. При обработке результатов измерений в порядковой шкале (см. главу о теории измерений) медианой можно пользоваться, а математическим ожиданием – нет.

Ясный смысл имеет такая характеристика случайной величины, как мода – значение (или значения) случайной величины, соответствующее локальному максимуму плотности вероятности для непрерывной случайной величины или локальному максимуму вероятности для дискретной случайной величины.

Если x_0 – мода случайной величины с плотностью $f(x)$, то, как известно из дифференциального исчисления, $\frac{df(x_0)}{dx} = 0$.

У случайной величины может быть много мод. Так, для равномерного распределения (1) каждая точка x такая, что $a < x < b$, является модой. Однако это исключение. Большинство случайных величин, используемых в вероятностно-статистических методах принятия решений и других прикладных исследованиях, имеют одну моду. Случайные величины, плотности, распределения, имеющие одну моду, называются унимодальными.

Математическое ожидание для дискретных случайных величин с конечным числом значений рассмотрено в главе «События и вероятности». Для непрерывной случайной величины *X* математическое ожидание *M(X)* удовлетворяет равенству

$$M(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx.$$

являющемуся аналогом формулы (5) из утверждения 2 главы «События и вероятности».

Пример 5. Математическое ожидание для равномерно распределенной случайной величины *X* равно

$$M(X) = \int_a^b \frac{x}{b-a}dx = \frac{1}{b-a}\left.\frac{x^2}{2}\right|_a^b = \frac{1}{b-a}\left(\frac{b^2}{2} - \frac{a^2}{2}\right) = \frac{a+b}{2}.$$

Для рассматриваемых в настоящей главе случайных величин верны все те свойства математических ожиданий и дисперсий, которые были рассмотрены ранее для дискретных случайных величин с конечным числом значений. Однако доказательства этих свойств не приводим, поскольку они требуют углубления в математические тонкости, не являющегося необходимым для понимания и квалифицированного применения вероятностно-статистических методов принятия решений.

Замечание. В настоящем учебнике сознательно обходятся математические тонкости, связанные, в частности, с понятиями измеримых множеств и измеримых функций, σ -алгебры событий и т.п. Желающим освоить эти понятия необходимо обратиться к специальной литературе, в частности, к энциклопедии [1].

Каждая из трех характеристик – математическое ожидание, медиана, мода – описывает «центр» распределения вероятностей.

Понятие «центр» можно определять разными способами – отсюда три разные характеристики. Однако для важного класса распределений – симметричных унимодальных – все три характеристики совпадают.

Плотность распределения *f(x)* – плотность симметричного распределения, если найдется число x_0 такое, что

$$f(x) = f(2x_0 - x). \quad (3)$$

Равенство (3) означает, что график функции $y = f(x)$ симметричен относительно вертикальной прямой, проходящей через центр симметрии $x = x_0$. Из (3) следует, что функция симметричного распределения удовлетворяет соотношению

$$F(x) = 1 - F(2x_0 - x). \quad (4)$$

Для симметричного распределения с одной модой математическое ожидание, медиана и мода совпадают и равны x_0.

Наиболее важен случай симметрии относительно 0, т.е. $x_0 = 0$. Тогда (3) и (4) переходят в равенства

$$f(x) = f(-x) \quad (5)$$

и

$$F(x) = 1 - F(-x) \quad (6)$$

соответственно. Приведенные соотношения показывают, что симметричные распределения нет необходимости табулировать при всех x, достаточно иметь таблицы при $x \geq x_0$.

Отметим еще одно свойство симметричных распределений, постоянно используемое в вероятностно-статистических методах принятия решений и других прикладных исследованиях. Для непрерывной функции распределения

$$P(|X| \leq a) = P(-a \leq X \leq a) = F(a) - F(-a),$$

где F – функция распределения случайной величины X. Если функция распределения F симметрична относительно 0, т.е. для нее справедлива формула (6), то

$$P(|X|\le a) = 2F(a) - 1.$$

Часто используют другую формулировку рассматриваемого утверждения: если

$$1 - F(a) = \alpha,$$

то

$$P(|X| > a) = 2\alpha.$$

Если x_α и $x_{1-\alpha}$ - квантили порядка α и $1-\alpha$ соответственно (см. (2)) функции распределения, симметричной относительно 0, то из (6) следует, что

$$x_\alpha = -x_{1-\alpha}.$$

От характеристик положения – математического ожидания, медианы, моды – перейдем к характеристикам разброса случайной величины *X*: дисперсии $D(X) = \sigma^2$, среднему квадратическому отклонению σ и коэффициенту вариации *v*. Определение и свойства дисперсии для дискретных случайных величин рассмотрены в предыдущей главе. Для непрерывных случайных величин

$$D(X) = M[(X - M(X))^2] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - M(X))^2 f(x)dx.$$

Среднее квадратическое отклонение – это неотрицательное значение квадратного корня из дисперсии:

$$\sigma = +\sqrt{D(X)}.$$

Коэффициент вариации – это отношение среднего квадратического отклонения к математическому ожиданию:

$$v = \frac{\sigma}{M(X)}.$$

Коэффициент вариации применяется при $M(X)>0$. Он измеряет разброс в относительных единицах, в то время как среднее квадратическое отклонение – в абсолютных.

Пример 6. Для равномерно распределенной случайной величины *X* найдем дисперсию, среднеквадратическое отклонение и коэффициент вариации. Дисперсия равна:

$$D(X) = \int_a^b \frac{1}{b-a}\left(x - \frac{a+b}{2}\right)^2 dx.$$

Замена переменной $y = x - \frac{a+b}{2}$ дает возможность записать:

$$D(X) = \frac{1}{b-a}\int_{-c}^{c} y^2 dy = \frac{1}{b-a}\left.\frac{y^3}{3}\right|_{-c}^{c} = \frac{2c^3}{3(b-a)} = \frac{(b-a)^2}{12},$$

где $c = (b - a)/2$. Следовательно, среднее квадратическое отклонение равно $\sigma = \frac{b-a}{2\sqrt{3}}$, а коэффициент вариации таков: $v = \frac{b-a}{\sqrt{3}(a+b)}$.

По каждой случайной величине X определяют еще три величины – центрированную Y, нормированную V и приведенную U. Центрированная случайная величина Y – это разность между данной случайной величиной X и ее математическим ожиданием $M(X)$, т.е. $Y = X - M(X)$. Математическое ожидание центрированной случайной величины Y равно 0, а дисперсия – дисперсии данной случайной величины: $M(Y) = 0$, $D(Y) = D(X)$. Функция распределения $F_Y(x)$ центрированной случайной величины Y связана с функцией распределения $F(x)$ исходной случайной величины X соотношением:

$$F_Y(x) = F(x + M(X)).$$

Для плотностей этих случайных величин справедливо равенство

$$f_Y(x) = f(x + M(X)).$$

Нормированная случайная величина V – это отношение данной случайной величины X к ее среднему квадратическому отклонению σ, т.е. $V = X/\sigma$. Математическое ожидание и дисперсия нормированной случайной величины V выражаются через характеристики X так:

$$M(V) = \frac{M(X)}{\sigma} = \frac{1}{v}, \quad D(V) = 1,$$

где v – коэффициент вариации исходной случайной величины X. Для функции распределения $F_V(x)$ и плотности $f_V(x)$ нормированной случайной величины V имеем:

$$F_V(x) = F(\sigma x), \quad f_V(x) = \sigma f(\sigma x),$$

где $F(x)$ – функция распределения исходной случайной величины X, а $f(x)$ – ее плотность вероятности.

Приведенная случайная величина U – это центрированная и нормированная случайная величина:

$$U = \frac{X - M(X)}{\sigma}.$$

Для приведенной случайной величины

$$M(U) = 0,\ D(U) = 1,\ F_U(x) = F(\sigma x + M(X)),\ f_U(x) = \sigma f(\sigma x + M(X)). \quad (7)$$

Нормированные, центрированные и приведенные случайные величины постоянно используются как в теоретических исследованиях, так и в алгоритмах, программных продуктах, нормативно-технической и инструктивно-методической документации. В частности, потому, что равенства $M(U) = 0,\ D(U) = 1$ позволяют упростить обоснования методов, формулировки теорем и расчетные формулы.

Используются преобразования случайных величин и более общего плана. Так, если $Y = aX + b$, где a и b – некоторые числа, то

$$M(Y) = aM(X) + b,\ D(Y) = \sigma^2 D(X),\ F_Y(x) = F\left(\frac{x-b}{a}\right),\ f_Y(x) = \frac{1}{a} f\left(\frac{x-b}{a}\right). \quad (8)$$

Пример 7. Если $a = 1/\sigma$, $b = -M(X)/\sigma$, то Y – приведенная случайная величина, и формулы (8) переходят в формулы (7).

С каждой случайной величиной X можно связать множество случайных величин Y, заданных формулой $Y = aX + b$ при различных $a>0$ и b. Это множество называют *масштабно-сдвиговым семейством*, порожденным случайной величиной X. Функции распределения $F_Y(x)$ составляют масштабно сдвиговое семейство распределений, порожденное функцией распределения $F(x)$. Вместо $Y = aX + b$ часто используют запись

$$Y = \frac{X - c}{d}, \qquad (9)$$

где

$$d = \frac{1}{a} > 0, \; c = -\frac{b}{a}.$$

Число c называют параметром сдвига, а число d - параметром масштаба. Формула (9) показывает, что X – результат измерения некоторой величины – переходит в $У$ – результат измерения той же величины, если начало измерения перенести в точку c, а затем использовать новую единицу измерения, в d раз большую старой.

Для масштабно-сдвигового семейства (9) распределение X называют стандартным. В вероятностно-статистических методах принятия решений и других прикладных исследованиях используют стандартное нормальное распределение, стандартное распределение Вейбулла-Гнеденко, стандартное гамма-распределение и др. (см. ниже).

Применяют и другие преобразования случайных величин. Например, для положительной случайной величины X рассматривают $Y = \lg X$, где $\lg X$ – десятичный логарифм числа X. Цепочка равенств

$$F_Y(x) = P(\lg X < x) = P(X < 10^x) = F(10^x)$$

связывает функции распределения X и Y.

При обработке данных используют такие характеристики случайной величины X как моменты порядка q, т.е. математические ожидания случайной величины X^q, $q = 1, 2, \ldots$ Так, само математическое ожидание – это момент порядка 1. Для дискретной случайной величины момент порядка q может быть рассчитан как

$$m_q = M(X^q) = \sum_i x_i^q P(X = x_i).$$

Для непрерывной случайной величины

$$m_q = M(X^q) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^q f(x)dx.$$

Моменты порядка q называют также начальными моментами порядка q, в отличие от родственных характеристик – центральных моментов порядка q, задаваемых формулой

$$\mu_q = M[(X - M(X))^q],\ q = 2,3,...$$

Так, дисперсия – это центральный момент порядка 2.

Нормальное распределение и центральная предельная теорема. В вероятностно-статистических методах принятия решений часто идет речь о нормальном распределении. Иногда его пытаются использовать для моделирования распределения исходных данных (эти попытки не всегда являются обоснованными – см. ниже). Более существенно, что многие методы обработки данных основаны на том, что расчетные величины имеют распределения, близкие к нормальному.

Пусть $X_1, X_2, ..., X_n, ...$– независимые одинаково распределенные случайные величины с математическими ожиданиями $M(X_i) = m$ и дисперсиями $D(X_i) = \sigma^2$, $i = 1, 2, ..., n, ...$ Как следует из результатов предыдущей главы,

$$M(X_1 + X_2 + ... + X_n) = nm,\ D(X_1 + X_2 + ... + X_n) = n\sigma^2.$$

Рассмотрим приведенную случайную величину U_n для суммы $X_1 + X_2 + ... + X_n$, а именно,

$$U_n = \frac{X_1 + X_2 + ... + X_n - nm}{\sigma\sqrt{n}}.$$

Как следует из формул (7), $M(U_n) = 0$, $D(U_n) = 1$.

Центральная предельная теорема (для одинаково распределенных слагаемых). Пусть $X_1, X_2, ..., X_n, ...$– независимые одинаково распределенные случайные величины с математическими ожиданиями $M(X_i) = m$ и дисперсиями $D(X_i) = \sigma^2$, $i = 1, 2,\dots, n,\dots$ Тогда для любого х существует предел

$$\lim_{n\to\infty} P\left(\frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n - nm}{\sigma\sqrt{n}} < x\right) = \Phi(x),$$

где *Ф(х)* – функция стандартного нормального распределения.

Подробнее о функции *Ф(х)* – ниже (читается «фи от икс», поскольку *Ф* – греческая прописная буква «фи»).

Центральная предельная теорема (ЦПТ) носит свое название по той причине, что она является центральным, наиболее часто применяющимся математическим результатом теории вероятностей и математической статистики. История ЦПТ занимает около 200 лет – с 1730 г., когда английский математик А.Муавр (1667-1754) опубликовал первый результат, относящийся к ЦПТ (см. ниже о теореме Муавра-Лапласа), до двадцатых – тридцатых годов XX в., когда финн Дж.У. Линдеберг, француз Поль Леви (1886-1971), югослав В. Феллер (1906-1970), русский А.Я. Хинчин (1894-1959) и другие ученые получили необходимые и достаточные условия справедливости классической центральной предельной теоремы.

Развитие рассматриваемой тематики на этом отнюдь не прекратилось – изучали случайные величины, не имеющие дисперсии, т.е. те, для которых

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x)dx = +\infty$$

(академик Б.В.Гнеденко и др.), ситуацию, когда суммируются случайные величины (точнее, случайные элементы) более сложной природы, чем числа (академики Ю.В.Прохоров, А.А.Боровков и их соратники), и т.д.

Функция распределения *Ф(х)* задается равенством

$$\Phi(x) = \int_{-\infty}^{x} \varphi(x)dx,$$

где $\varphi(y)$ - плотность стандартного нормального распределения, имеющая довольно сложное выражение:

$$\varphi(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^2}{2}}.$$

Здесь π =3,1415925… - известное в геометрии число, равное отношению длины окружности к диаметру, e = 2,718281828… - основание натуральных логарифмов (для запоминания этого числа обратите внимание, что 1828 – год рождения писателя Л.Н.Толстого). Как известно из математического анализа,

$$e = \lim_{n \to \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n.$$

При обработке результатов наблюдений функцию нормального распределения не вычисляют по приведенным формулам, а находят с помощью специальных таблиц или компьютерных программ. Лучшие на русском языке «Таблицы математической статистики» составлены членами-корреспондентами АН СССР Л.Н. Большевым и Н.В.Смирновым [8].

Вид плотности стандартного нормального распределения $\varphi(y)$ вытекает из математической теории, которую не имеем возможности здесь рассматривать, равно как и доказательство ЦПТ.

Для иллюстрации приводим небольшие таблицы функции распределения *Ф(x)* (табл.2) и ее квантилей (табл.3). Функция *Ф(x)* симметрична относительно 0, что отражается в табл.2-3.

Таблица 2.

Функция стандартного нормального распределения.

x	*Ф(x)*	*x*	*Ф(x)*	*x*	*Ф(x)*
-5,0	0,00000029	-1,0	0,158655	2,0	0,9772499
-4,0	0,00003167	-0,5	0,308538	2,5	0,99379033
-3,0	0,00134990	0,0	0,500000	3,0	0,99865010
-2,5	0,00620967	0,5	0,691462	4,0	0,99996833
-2,0	0,0227501	1,0	0,841345	5,0	0,99999971
-1,5	0,0668072	1,5	0,9331928		

Если случайная величина X имеет функцию распределения $\Phi(x)$, то $M(X) = 0$, $D(X) = 1$. Это утверждение доказывается в теории вероятностей, исходя из вида плотности вероятностей $\varphi(y)$. Оно согласуется с аналогичным утверждением для характеристик приведенной случайной величины U_n, что вполне естественно, поскольку ЦПТ утверждает, что при безграничном возрастании числа слагаемых функция распределения U_n стремится к функции стандартного нормального распределения $\Phi(x)$, причем при любом x.

Таблица 3.

Квантили стандартного нормального распределения.

p	Квантиль порядка *p*	*p*	Квантиль порядка *p*
0,01	-2,326348	0,60	0,253347
0,025	-1,959964	0,70	0,524401
0,05	-1,644854	0,80	0,841621
0,10	-1,281552	0,90	1,281552
0,30	-0,524401	0,95	1,644854
0,40	-0,253347	0,975	1,959964
0,50	0,000000	0,99	2,326348

Введем понятие семейства нормальных распределений. По определению нормальным распределением называется распределение случайной величины X, для которой распределение приведенной случайной величины есть $\Phi(x)$. Как следует из общих свойств масштабно-сдвиговых семейств распределений (см. выше), нормальное распределение – это распределение случайной величины

$$Y = \sigma X + m,$$

где X – случайная величина с распределением $\Phi(X)$, причем $m = M(Y)$, $\sigma^2 = D(Y)$. Нормальное распределение с параметрами сдвига m и масштаба σ обычно обозначается $N(m, \sigma)$ (иногда используется обозначение $N(m, \sigma^2)$).

Как следует из (8), плотность вероятности нормального распределения $N(m, \sigma)$ есть

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right\}.$$

Нормальные распределения образуют масштабно-сдвиговое семейство. При этом параметром масштаба является $d = 1/\sigma$, а параметром сдвига $c = -m/\sigma$.

Для центральных моментов третьего и четвертого порядка нормального распределения справедливы равенства

$$\mu_3 = 0, \ \mu_4 = 3\sigma^4.$$

Эти равенства лежат в основе классических методов проверки того, что результаты наблюдений подчиняются нормальному распределению. В настоящее время нормальность обычно рекомендуется проверять по критерию W Шапиро – Уилка. Проблема проверки нормальности обсуждается ниже.

Если случайные величины X_1 и X_2 имеют функции распределения $N(m_1, \sigma_1)$ и $N(m_2, \sigma_2)$ соответственно, то $X_1 + X_2$ имеет распределение $N\left(m_1 + m_2; \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}\right)$. Следовательно, если случайные величины $X_1, X_2, \ldots, X_n$ независимы и имеют одно и тоже распределение $N(m, \sigma)$, то их среднее арифметическое

$$\overline{X} = \frac{X_1 + X_2 + \ldots + X_n}{n}$$

имеет распределение $N(m, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$. Эти свойства нормального распределения постоянно используются в различных вероятностно-статистических методах принятия решений, в частности, при статистическом регулировании технологических процессов и в статистическом приемочном контроле по количественному признаку.

С помощью нормального распределения определяются три распределения, которые в настоящее время часто используются при статистической обработке данных.

Распределение χ^2 (хи - квадрат) – распределение случайной величины

$$X = X_1^2 + X_2^2 + \ldots + X_n^2,$$

где случайные величины $X_1, X_2, \ldots, X_n$ независимы и имеют одно и тоже распределение $N(0,1)$. При этом число слагаемых, т.е. n, называется «числом степеней свободы» распределения хи – квадрат.

Распределение t Стьюдента – это распределение случайной величины

$$T = \frac{U\sqrt{n}}{\sqrt{X}},$$

где случайные величины U и X независимы, U имеет распределение стандартное нормальное распределение $N(0,1)$, а X – распределение хи – квадрат с n степенями свободы. При этом n называется «числом степеней свободы» распределения Стьюдента. Это распределение было введено в 1908 г. английским статистиком В. Госсетом, работавшем на фабрике, выпускающей пиво. Вероятностно-статистические методы использовались для принятия экономических и технических решений на этой фабрике, поэтому ее руководство запрещало В. Госсету публиковать научные статьи под своим именем. Таким способом охранялась коммерческая тайна, «ноу-хау» в виде вероятностно-статистических методов, разработанных В. Госсетом. Однако он имел возможность публиковаться под псевдонимом «Стьюдент». История Госсета - Стьюдента показывает, что еще сто лет менеджерам Великобритании была очевидна большая экономическая эффективность вероятностно-статистических методов принятия решений.

Распределение Фишера – это распределение случайной величины

$$F = \frac{\frac{1}{k_1} X_1}{\frac{1}{k_2} X_2},$$

где случайные величины X_1 и X_2 независимы и имеют распределения хи – квадрат с числом степеней свободы k_1 и k_2 соответственно. При этом пара (k_1, k_2) – пара «чисел степеней свободы» распределения Фишера, а именно, k_1 – число степеней свободы числителя, а k_2 – число степеней свободы знаменателя. Распределение случайной величины F названо в честь великого английского статистика Р.Фишера (1890-1962), активно использовавшего его в своих работах.

Выражения для функций распределения хи - квадрат, Стьюдента и Фишера, их плотностей и характеристик, а также таблицы можно найти в специальной литературе (см., например, [8]).

Как уже отмечалось, нормальные распределения в настоящее время часто используют в вероятностных моделях в различных прикладных областях. В чем причина такой широкой распространенности этого двухпараметрического семейства распределений? Она проясняется следующей теоремой.

Центральная предельная теорема (для разнораспределенных слагаемых). Пусть $X_1, X_2, \ldots, X_n, \ldots$ - независимые случайные величины с математическими ожиданиями $M(X_1), M(X_2), \ldots, M(X_n), \ldots$ и дисперсиями $D(X_1), D(X_2), \ldots, D(X_n), \ldots$ соответственно. Пусть

$$U_n = \frac{X_1 + X_2 + \ldots + X_n - M(X_1) - M(X_2) - \ldots - M(X_n)}{\sqrt{D(X_1) + D(X_2) + \ldots + D(X_n)}}.$$

Тогда при справедливости некоторых условий, обеспечивающих малость вклада любого из слагаемых в U_n,

$$\lim_{n \to \infty} P(U_n < x) = \Phi(x)$$

для любого x.

Условия, о которых идет речь, не будем здесь формулировать. Их можно найти в специальной литературе (см., например, [6]). «Выяснение условий, при которых действует ЦПТ, составляет заслугу выдающихся русских ученых А.А.Маркова (1857-1922) и, в особенности, А.М.Ляпунова (1857-1918)» [9, с.197].

Центральная предельная теорема показывает, что в случае, когда результат измерения (наблюдения) складывается под действием многих причин, причем каждая из них вносит лишь малый вклад, а совокупный итог определяется *аддитивно*, т.е. путем сложения, то распределение результата измерения (наблюдения) близко к нормальному.

Иногда считают, что для нормальности распределения достаточно того, что результат измерения (наблюдения) X формируется под действием многих причин, каждая из которых оказывает малое воздействие. Это не так. Важно, как эти причины действуют. Если аддитивно – то X имеет приближенно нормальное распределение. Если *мультипликативно* (т.е. действия отдельных причин перемножаются, а не складываются), то распределение X близко не к нормальному, а к т.н. логарифмически нормальному, т.е. не X, а $\lg X$ имеет приблизительно нормальное распределение. Если же нет оснований считать, что действует один из этих двух механизмов формирования итогового результата (или какой-либо иной вполне определенный механизм), то про распределение X ничего определенного сказать нельзя.

Из сказанного вытекает, что в конкретной прикладной задаче нормальность результатов измерений (наблюдений), как правило, нельзя установить из общих соображений, ее следует проверять с помощью статистических критериев. Или же использовать непараметрические статистические методы, не опирающиеся на предположения о принадлежности функций распределения результатов измерений (наблюдений) к тому или иному параметрическому семейству.

Непрерывные распределения, используемые в вероятностно-статистических методах принятия решений. Кроме масштабно-сдвигового семейства нормальных распределений, широко используют ряд других семейств распределения – логарифмически нормальных, экспоненциальных, Вейбулла-Гнеденко, гамма-распределений. Рассмотрим эти семейства.

Случайная величина X имеет логарифмически нормальное распределение, если случайная величина $Y = \lg X$ имеет нормальное распределение. Тогда $Z = \ln X = 2{,}3026\ldots Y$ также имеет нормальное распределение $N(a_1,\sigma_1)$, где $\ln X$ - натуральный логарифм X. Плотность логарифмически нормального распределения такова:

$$f(x;a_1,\sigma_1) = \begin{cases} \dfrac{1}{\sigma_1\sqrt{2\pi}\,x}\exp\left[-\dfrac{(\ln x - a_1)^2}{2\sigma_1^2}\right], & x > 0, \\ 0, & x \le 0. \end{cases}$$

Из центральной предельной теоремы следует, что произведение $X = X_1X_2...X_n$ независимых положительных случайных величин X_i, $i = 1, 2,\ldots, n$, при больших n можно аппроксимировать логарифмически нормальным распределением. В частности, мультипликативная модель формирования заработной платы или дохода приводит к рекомендации приближать распределения заработной платы и дохода логарифмически нормальными законами. Для России эта рекомендация оказалась обоснованной - статистические данные подтверждают ее.

Имеются и другие вероятностные модели, приводящие к логарифмически нормальному закону. Классический пример такой модели дан А.Н.Колмогоровым [10], который из физически обоснованной системы постулатов вывел заключение о том, что размеры частиц при дроблении кусков руды, угля и т.п. на шаровых мельницах имеют логарифмически нормальное распределение.

Перейдем к другому семейству распределений, широко используемому в различных вероятностно-статистических методах принятия решений и других прикладных исследованиях, - семейству экспоненциальных распределений. Начнем с вероятностной модели, приводящей к таким распределениям. Для этого рассмотрим "поток событий", т.е. последовательность событий, происходящих одно за другим в какие-то моменты времени. Примерами могут служить: поток вызовов на телефонной станции; поток отказов оборудования в технологической цепочке; поток отказов изделий при испытаниях продукции; поток обращений клиентов в отделение банка; поток покупателей, обращающихся за товарами и услугами, и т.д. В теории потоков событий справедлива теорема, аналогичная центральной предельной теореме, но в ней речь идет не о суммировании случайных величин, а о суммировании потоков событий. Рассматривается суммарный поток, составленный из большого числа независимых потоков, ни один из которых не оказывает преобладающего влияния на суммарный поток. Например, поток вызовов, поступающих на телефонную станцию, слагается из большого числа независимых потоков вызовов, исходящих от отдельных абонентов. Доказано [6], что в случае, когда характеристики потоков не зависят от времени, суммарный поток полностью описывается одним числом λ - интенсивностью потока. Для суммарного потока рассмотрим случайную величину X - длину промежутка времени между последовательными событиями. Ее функция распределения имеет вид

$$F(x;\lambda) = P(X \leq x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x}, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases} \qquad (10)$$

Это распределение называется экспоненциальным распределением, т.к. в формуле (10) участвует экспоненциальная функция $e^{-\lambda x}$. Величина $1/\lambda$ - масштабный параметр. Иногда вводят и параметр сдвига c, экспоненциальным называют распределение случайной величины $X + c$, где распределение X задается формулой (10).

Экспоненциальные распределения - частный случай т. н. распределений Вейбулла - Гнеденко. Они названы по фамилиям инженера В. Вейбулла, введшего эти распределения в практику анализа результатов усталостных испытаний, и математика Б.В.Гнеденко (1912-1995), получившего такие распределения в качестве предельных при изучении максимального из результатов испытаний. Пусть X - случайная величина, характеризующая длительность функционирования изделия, сложной системы, элемента (т.е. ресурс, наработку до предельного состояния и т.п.), длительность функционирования предприятия или жизни живого существа и т.д. Важную роль играет интенсивность отказа

$$\lambda(x) = \frac{f(x)}{1 - F(x)}, \qquad (11)$$

где $F(x)$ и $f(x)$ - функция распределения и плотность случайной величины X.

Опишем типичное поведение интенсивности отказа. Весь интервал времени можно разбить на три периода. На первом из них функция $\lambda(x)$ имеет высокие значения и явную тенденцию к убыванию (чаще всего она монотонно убывает). Это можно объяснить наличием в рассматриваемой партии единиц продукции с явными и скрытыми дефектами, которые приводят к относительно быстрому выходу из строя этих единиц продукции. Первый период называют "периодом приработки" (или "обкатки"). Именно на него обычно распространяется гарантийный срок.

Затем наступает период нормальной эксплуатации, характеризующийся приблизительно постоянной и сравнительно низкой интенсивностью отказов. Природа отказов в этот период носит внезапный характер (аварии, ошибки эксплуатационных работников и т.п.) и не зависит от длительности эксплуатации единицы продукции.

Наконец, последний период эксплуатации - период старения и износа. Природа отказов в этот период - в необратимых физико-механических и химических изменениях материалов, приводящих к прогрессирующему ухудшению качества единицы продукции и окончательному выходу ее из строя.

Каждому периоду соответствует свой вид функции $\lambda(x)$. Рассмотрим класс степенных зависимостей

$$\lambda(x) = \lambda_0 b x^{b-1}, \quad (12)$$

где $\lambda_0 > 0$ и $b > 0$ - некоторые числовые параметры. Значения $b < 1$, $b = 0$ и $b > 1$ отвечают виду интенсивности отказов в периоды приработки, нормальной эксплуатации и старения соответственно.

Соотношение (11) при заданной интенсивности отказа $\lambda(x)$ - дифференциальное уравнение относительно функции $F(x)$. Из теории дифференциальных уравнений следует, что

$$F(x) = 1 - \exp\left\{-\int_0^x \lambda(t)dt\right\}. \quad (13)$$

Подставив (12) в (13), получим, что

$$F(x) = \begin{cases} 1 - \exp[-\lambda_0 x^b], & x \geq 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases} \quad (14)$$

Распределение, задаваемое формулой (14) называется распределением Вейбулла - Гнеденко. Поскольку

$$\lambda_0 x^b = \left(\frac{x}{a}\right)^b,$$

где

$$a = \lambda_0^{-\frac{1}{b}}, \quad (15)$$

то из формулы (14) следует, что величина a, задаваемая формулой (15), является масштабным параметром. Иногда вводят и параметр сдвига, т.е. функциями распределения Вейбулла - Гнеденко называют $F(x - c)$, где $F(x)$ задается формулой (14) при некоторых λ_0 и b.

Плотность распределения Вейбулла - Гнеденко имеет вид

$$f(x;a,b,c)=\begin{cases}\dfrac{b}{a}\left(\dfrac{x-c}{a}\right)^{b-1}\exp\left[-\left(\dfrac{x-c}{a}\right)^{b}\right], & x\ge c,\\ 0, & x<c,\end{cases} \qquad (16)$$

где $a > 0$ - параметр масштаба, $b > 0$ - параметр формы, c - параметр сдвига. При этом параметр a из формулы (16) связан с параметром λ_0 из формулы (14) соотношением, указанным в формуле (15).

Экспоненциальное распределение - весьма частный случай распределения Вейбулла - Гнеденко, соответствующий значению параметра формы $b = 1$.

Распределение Вейбулла - Гнеденко применяется также при построении вероятностных моделей ситуаций, в которых поведение объекта определяется "наиболее слабым звеном". Подразумевается аналогия с цепью, сохранность которой определяется тем ее звеном, которое имеет наименьшую прочность. Другими словами, пусть $X_1, X_2, \ldots, X_n$ - независимые одинаково распределенные случайные величины,

$$X(1) = \min\,(X_1, X_2, \ldots, X_n),\ X(n) = \max\,(X_1, X_2, \ldots, X_n).$$

В ряде прикладных задач большую роль играют $X(1)$ и $X(n)$, в частности, при исследовании максимально возможных значений ("рекордов") тех или иных значений, например, страховых выплат или потерь из-за коммерческих рисков, при изучении пределов упругости и выносливости стали, ряда характеристик надежности и т.п. Показано, что при больших n распределения $X(1)$ и $X(n)$, как правило, хорошо описываются распределениями Вейбулла - Гнеденко. Основополагающий вклад в изучение распределений $X(1)$ и $X(n)$ внес советский математик Б.В.Гнеденко. Использованию полученных результатов в экономике, менеджменте, технике и других областях посвящены труды В. Вейбулла, Э. Гумбеля, В.Б. Невзорова, Э.М. Кудлаева и многих иных специалистов.

Перейдем к семейству гамма-распределений. Они широко применяются в экономике и менеджменте, теории и практике надежности и испытаний, в различных областях техники, метеорологии и т.д. В частности, гамма-распределению подчинены во многих ситуациях такие величины, как общий срок службы изделия, длина цепочки токопроводящих пылинок, время достижения изделием предельного состояния при коррозии, время наработки до *k*-го отказа, $k = 1, 2, \ldots$, и т.д. Продолжительность жизни больных хроническими заболеваниями, время достижения определенного эффекта при лечении в ряде случаев имеют гамма-распределение. Это распределение наиболее адекватно для описания спроса в экономико-математических моделях управления запасами (логистики).

Плотность гама-распределения имеет вид

$$f(x;a,b,c) = \begin{cases} \dfrac{1}{\Gamma(a)}(x-c)^{a-1}b^{-a}\exp\left[-\dfrac{x-c}{b}\right], & x \geq c, \\ 0, & x < c. \end{cases} \tag{17}$$

Плотность вероятности в формуле (17) определяется тремя параметрами *a, b, c*, где *a*>0, *b*>0. При этом *a* является параметром формы, *b* - параметром масштаба и *c* - параметром сдвига. Множитель *1/Г(a)* является нормировочным, он введен, чтобы

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x;a,b,c)dx = 1.$$

Здесь *Г(a)* - одна из используемых в математике специальных функций, так называемая "гамма-функция", по которой названо и распределение, задаваемое формулой (17),

$$\Gamma(a) = \int_{0}^{+\infty} x^{a-1}e^{-x}dx.$$

При фиксированном *a* формула (17) задает масштабно-сдвиговое семейство распределений, порождаемое распределением с плотностью

$$f(x;a) = \begin{cases} \dfrac{1}{\Gamma(a)} x^{a-1} e^{-x}, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases} \qquad (18)$$

Распределение вида (18) называется стандартным гамма-распределением. Оно получается из формулы (17) при $b = 1$ и $c = 0$.

Частным случаем гамма-распределений при $a = 1$ являются экспоненциальные распределения (с $\lambda = 1/b$). При натуральном a и c=0 гамма-распределения называются распределениями Эрланга. С работ датского ученого К.А.Эрланга (1878-1929), сотрудника Копенгагенской телефонной компании, изучавшего в 1908-1922 гг. функционирование телефонных сетей, началось развитие теории массового обслуживания. Эта теория занимается вероятностно-статистическим моделированием систем, в которых происходит обслуживание потока заявок, с целью принятия оптимальных решений. Распределения Эрланга используют в тех же прикладных областях, в которых применяют экспоненциальные распределения. Это основано на следующем математическом факте: сумма k независимых случайных величин, экспоненциально распределенных с одинаковыми параметрами λ и c, имеет гамма-распределение с параметром формы $a = k$, параметром масштаба $b = 1/\lambda$ и параметром сдвига kc. При $c = 0$ получаем распределение Эрланга.

Если случайная величина X имеет гамма-распределение с параметром формы a таким, что $d = 2a$ - целое число, $b = 1$ и $c = 0$, то $2X$ имеет распределение хи-квадрат с d степенями свободы.

Случайная величина X с гвмма-распределением имеет следующие характеристики:

- математическое ожидание $M(X) = ab + c$,

- дисперсию $D(X) = \sigma^2 = ab^2$,

- коэффициент вариации $v = \dfrac{b\sqrt{a}}{ab + c}$,

- асимметрию $M[(X - M(X))^3] = \dfrac{2}{\sqrt{a}}$,

- эксцесс $\dfrac{M[(X - M(X))^4]}{\sigma^4} - 3 = \dfrac{6}{a}$.

Нормальное распределение - предельный случай гамма-распределения. Точнее, пусть Z - случайная величина, имеющая стандартное гамма-распределение, заданное формулой (18). Тогда

$$\lim_{a \to \infty} P\left\{\frac{Z - a}{\sqrt{a}} < x\right\} = \Phi(x)$$

для любого действительного числа x, где $\Phi(x)$ - функция стандартного нормального распределения $N(0,1)$.

В прикладных исследованиях используются и другие параметрические семейства распределений, из которых наиболее известны система кривых Пирсона, ряды Эджворта и Шарлье. Здесь они не рассматриваются.

Дискретные распределения, используемые в вероятностно-статистических методах принятия решений. Наиболее часто используют три семейства дискретных распределений - биномиальных, гипергеометрических и Пуассона, а также некоторые другие семейства - геометрических, отрицательных биномиальных, мультиномиальных, отрицательных гипергеометрических и т.д.

Как уже говорилось, биномиальное распределение имеет место при независимых испытаниях, в каждом из которых с вероятностью p появляется событие A. Если общее число испытаний n задано, то число испытаний Y, в которых появилось событие A, имеет биномиальное распределение. Для биномиального распределения вероятность принятия случайной величиной Y значения y определяется формулой

$$P(Y = y \mid p, n) = \binom{n}{y} p^y (1 - p)^{n-y}, \quad y = 0,1,2,\ldots,n, \tag{19}$$

где

$$\binom{n}{y} = \frac{n!}{y!(n-y)!} = C_n^y -$$

- число сочетаний из n элементов по y, известное из комбинаторики. Для всех y, кроме 0, 1, 2, …, n, имеем $P(Y=y)=0$. Биномиальное распределение при фиксированном объеме выборки n задается параметром p, т.е. биномиальные распределения образуют однопараметрическое семейство. Они применяются при анализе данных выборочных исследований [2], в частности, при изучении предпочтений потребителей, выборочном контроле качества продукции по планам одноступенчатого контроля, при испытаниях совокупностей индивидуумов в демографии, социологии, медицине, биологии и др.

Если Y_1 и Y_2 - независимые биномиальные случайные величины с одним и тем же параметром p_0, определенные по выборкам с объемами n_1 и n_2 соответственно, то $Y_1 + Y_2$ - биномиальная случайная величина, имеющая распределение (19) с $p = p_0$ и $n = n_1 + n_2$. Это замечание расширяет область применимости биномиального распределения, позволяя объединять результаты нескольких групп испытаний, когда есть основания полагать, что всем этим группам соответствует один и тот же параметр.

Характеристики биномиального распределения вычислены ранее:

$$M(Y) = np,\ \ D(Y) = np(1-p).$$

В разделе "События и вероятности" для биномиальной случайной величины доказан закон больших чисел:

$$\lim_{n\to\infty} P\left\{ \left| \frac{Y}{n} - p \right| \geq \varepsilon \right\} = 0$$

для любого $\varepsilon > 0$. С помощью центральной предельной теоремы закон больших чисел можно уточнить, указав, насколько Y/n отличается от p.

Теорема Муавра-Лапласа. Для любых чисел a и b, $a<b$, имеем

$$\lim_{n\to\infty} P\left\{ a \le \frac{Y - np}{\sqrt{np(1-p)}} < b \right\} = \Phi(b) - \Phi(a),$$

где $\Phi(x)$ – функция стандартного нормального распределения с математическим ожиданием 0 и дисперсией 1.

Для доказательства достаточно воспользоваться представлением Y в виде суммы независимых случайных величин, соответствующих исходам отдельных испытаний, формулами для $M(Y)$ и $D(Y)$ и центральной предельной теоремой.

Эта теорема для случая p = S доказана английским математиком А.Муавром (1667-1754) в 1730 г. В приведенной выше формулировке она была доказана в 1810 г. французским математиком Пьером Симоном Лапласом (1749 – 1827).

Гипергеометрическое распределение имеет место при выборочном контроле конечной совокупности объектов объема N по альтернативному признаку. Каждый контролируемый объект классифицируется либо как обладающий признаком A, либо как не обладающий этим признаком. Гипергеометрическое распределение имеет случайная величина Y, равная числу объектов, обладающих признаком A в случайной выборке объема n, где $n<N$. Например, число Y дефектных единиц продукции в случайной выборке объема n из партии объема N имеет гипергеометрическое распределение, если $n<N$. Другой пример – лотерея. Пусть признак A билета – это признак «быть выигрышным». Пусть всего билетов N, а некоторое лицо приобрело n из них. Тогда число выигрышных билетов у этого лица имеет гипергеометрическое распределение.

Для гипергеометрического распределения вероятность принятия случайной величиной Y значения y имеет вид

$$P(Y = y \mid N, d, n) = \frac{\binom{n}{y}\binom{N-n}{D-y}}{\binom{N}{D}}, \qquad (20)$$

где D – число объектов, обладающих признаком A, в рассматриваемой совокупности объема N. При этом y принимает значения от $\max\{0, n - (N - D)\}$ до $\min\{n, D\}$, при прочих y вероятность в формуле (20) равна 0. Таким образом, гипергеометрическое распределение определяется тремя параметрами – объемом генеральной совокупности N, числом объектов D в ней, обладающих рассматриваемым признаком A, и объемом выборки n.

Простой случайной выборкой объема n из совокупности объема N называется выборка, полученная в результате случайного отбора, при котором любой из $\binom{N}{n}$ наборов из n объектов имеет одну и ту же вероятность быть отобранным. Методы случайного отбора выборок респондентов (опрашиваемых) или единиц штучной продукции рассматриваются в инструктивно-методических и нормативно-технических документах. Один из методов отбора таков: объекты отбирают один из другим, причем на каждом шаге каждый из оставшихся в совокупности объектов имеет одинаковые шансы быть отобранным. В литературе для рассматриваемого типа выборок используются также термины «случайная выборка», «случайная выборка без возвращения».

Поскольку объемы генеральной совокупности (партии) N и выборки n обычно известны, то подлежащим оцениванию параметром гипергеометрического распределения является D. В статистических методах управления качеством продукции D – обычно число дефектных единиц продукции в партии. Представляет интерес также характеристика распределения D/N – уровень дефектности.

Для гипергеометрического распределения

$$M(Y) = n\frac{D}{N}, \quad D(Y) = n\frac{D}{N}\left(1 - \frac{D}{N}\right)\left((1 - \frac{n-1}{N-1}\right).$$

Последний множитель в выражении для дисперсии близок к 1, если *N>10n*. Если при этом сделать замену *p = D/N,* то выражения для математического ожидания и дисперсии гипергеометрического распределения перейдут в выражения для математического ожидания и дисперсии биномиального распределения. Это не случайно. Можно показать, что

$$P(Y = y \mid N, d, n) = \frac{\binom{n}{y}\binom{N-n}{D-y}}{\binom{N}{D}} \approx P(Y = y \mid p, n) = \binom{n}{y} p^y (1-p)^{n-y}, \ \ y = 0,1,2,...,n,$$

при *N>10n,* где *p = D/N.* Справедливо предельное соотношение

$$\lim_{N\to\infty, \frac{D}{N}\to p} P(Y = y \mid N, d, n) = P(Y = y \mid p, n), \ \ y = 0,1,2,...,n,$$

и этим предельным соотношением можно пользоваться при *N>10n.*

Третье широко используемое дискретное распределение – распределение Пуассона. Случайная величина Y имеет распределение Пуассона, если

$$P(Y = y) = \frac{\lambda^y e^{-\lambda}}{y!}, \ \ y = 0,1,2,...$$
,

где λ – параметр распределения Пуассона, и *P(Y=y)*=0 для всех прочих *y* (при y=0 обозначено 0! =1). Для распределения Пуассона

$$M(Y) = \lambda, D(Y) = \lambda.$$

Это распределение названо в честь французского математика С.Д.Пуассона (1781-1840), впервые получившего его в 1837 г. Распределение Пуассона является предельным случаем биномиального распределения, когда вероятность *p* осуществления события мала, но число испытаний *n* велико, причем *np* = λ. Точнее, справедливо предельное соотношение

$$\lim_{n\to\infty,\, np\to\lambda} P(Y=y\,|\,p,n)=\frac{\lambda^y e^{-\lambda}}{y!},\ \ y=0,1,2,...$$

Поэтому распределение Пуассона (в старой терминологии «закон распределения») часто называют также «законом редких событий».

Распределение Пуассона возникает в теории потоков событий (см. выше). Доказано, что для простейшего потока с постоянной интенсивностью Λ число событий (вызовов), происшедших за время t, имеет распределение Пуассона с параметром $\lambda = \Lambda t$. Следовательно, вероятность того, что за время t не произойдет ни одного события, равна $e^{-\Lambda t}$, т.е. функция распределения длины промежутка между событиями является экспоненциальной.

Распределение Пуассона используется при анализе результатов выборочных маркетинговых обследований потребителей, расчете оперативных характеристик планов статистического приемочного контроля в случае малых значений приемочного уровня дефектности, для описания числа разладок статистически управляемого технологического процесса в единицу времени, числа «требований на обслуживание», поступающих в единицу времени в систему массового обслуживания, статистических закономерностей несчастных случаев и редких заболеваний, и т.д.

Описание иных параметрических семейств дискретных распределений и возможности их практического использования рассматриваются в литературе.

2.2.5. Описание данных, оценивание и проверка гипотез

Выделяют три основные области статистических методов обработки результатов наблюдений – описание данных, оценивание (характеристик и параметров распределений, регрессионных зависимостей и др.) и проверка статистических гипотез. Рассмотрим основные понятия, применяемые в этих областях.

Основные понятия, используемые при описании данных. Описание данных – предварительный этап статистической обработки. Используемые при описании данных величины применяются при дальнейших этапах статистического анализа – оценивании и проверке гипотез, а также при решении иных задач, возникающих при применении вероятностно-статистических методов принятия решений, например, при статистическом контроле качества продукции и статистическом регулировании технологических процессов.

Статистические данные – это результаты наблюдений (измерений, испытаний, опытов, анализов). Функции результатов наблюдений, используемые, в частности, для оценки параметров распределений и (или) для проверки статистических гипотез, называют «статистиками». (Для математиков надо добавить, что речь идет об измеримых функциях.) Если в вероятностной модели результаты наблюдений рассматриваются как случайные величины (или случайные элементы), то статистики, как функции случайных величин (элементов), сами являются случайными величинами (элементами). Статистики, являющиеся выборочными аналогами характеристик случайных величин (математического ожидания, медианы, дисперсии, моментов и др.) и используемые для оценивания этих характеристик, называют статистическими характеристиками.

Основополагающее понятие в вероятностно-статистических методах принятия решений – выборка. Как уже говорилось, выборка – это 1) набор наблюдаемых значений или 2) множество объектов, отобранные из изучаемой совокупности. Например, единицы продукции, отобранные из контролируемой партии или потока продукции для контроля и принятия решений. Наблюдаемые значения обозначим $x_1, x_2, \ldots, x_n$, где n – объем выборки, т.е. число наблюдаемых значений, составляющих выборку. О втором виде выборок уже шла речь при рассмотрении гипергеометрического распределения, когда под выборкой понимался набор единиц продукции, отобранных из партии. Там же обсуждалась вероятностная модель случайной выборки.

В вероятностной модели выборки первого вида наблюдаемые значения обычно рассматривают как реализацию независимых одинаково распределенных случайных величин $X_1(\omega), X_2(\omega), ..., X_n(\omega), \omega \in \Omega$. При этом считают, что полученные при наблюдениях конкретные значения $x_1, x_2, ..., x_n$ соответствуют определенному элементарному событию $\omega = \omega_0$, т.е.

$$x_1 = X_1(\omega_0), x_2 = X_2(\omega_0), ..., x_n = X_n(\omega_0), \omega_0 \in \Omega.$$

При повторных наблюдениях будут получены иные наблюдаемые значения, соответствующие другому элементарному событию $\omega = \omega_1$. Цель обработки статистических данных состоит в том, чтобы по результатам наблюдений, соответствующим элементарному событию $\omega = \omega_0$, сделать выводы о вероятностной мере P и результатах наблюдений при различных возможных $\omega = \omega_1$.

Применяют и другие, более сложные вероятностные модели выборок. Например, цензурированные выборки соответствуют испытаниям, проводящимся в течение определенного промежутка времени. При этом для части изделий удается замерить время наработки на отказ, а для остальных лишь констатируется, что наработки на отказ для них больше времени испытания. Для выборок второго вида отбор объектов может проводиться в несколько этапов. Например, для входного контроля сигарет могут сначала отбираться коробки, в отобранных коробках – блоки, в выбранных блоках – пачки, а в пачках – сигареты. Четыре ступени отбора. Ясно, что выборка будет обладать иными свойствами, чем простая случайная выборка из совокупности сигарет.

Из приведенного выше определения математической статистики следует, что описание статистических данных дается с помощью частот. Частота – это отношение числа X наблюдаемых единиц, которые принимают заданное значение или лежат в заданном интервале, к общему числу наблюдений n, т.е. частота – это X/n. (В более старой литературе иногда X/n называется относительной частотой, а под частотой имеется в виду X. В старой терминологии можно сказать, что относительная частота – это отношение частоты к общему числу наблюдений.)

Отметим, что обсуждаемое определение приспособлено к нуждам одномерной статистики. В случае многомерного статистического анализа, статистики случайных процессов и временных рядов, статистики объектов нечисловой природы нужны несколько иные определения понятия «статистические данные». Не считая нужным давать такие определения, отметим, что в подавляющем большинстве практических постановок исходные статистические данные – это выборка или несколько выборок. А выборка – это конечная совокупность соответствующих математических объектов (чисел, векторов, функций, объектов нечисловой природы).

Число X имеет биномиальное распределение, задаваемое вероятностью p того, что случайная величина, с помощью которой моделируются результаты наблюдений, принимает заданное значение или лежит в заданном интервале, и общим числом наблюдений n. Из закона больших чисел (теорема Бернулли) следует, что

$$\frac{X}{n} \to p$$

при $n\to\infty$ (сходимость по вероятности), т.е. частота сходится к вероятности. Теорема Муавра-Лапласа позволяет уточнить скорость сходимости в этом предельном соотношении.

Чтобы от отдельных событий перейти к одновременному рассмотрению многих событий, используют накопленную частоту. Так называется отношение числа единиц, для которых результаты наблюдения меньше заданного значения, к общему числу наблюдений. (Это понятие используется, если результаты наблюдения – действительные числа, а не вектора, функции или объекты нечисловой природы.) Функция, которая выражает зависимость между значениями количественного признака и накопленной частотой, называется эмпирической функцией распределения. Итак, эмпирической функцией распределения $F_n(x)$ называется доля элементов выборки, меньших x. Эмпирическая функция распределения содержит всю информацию о результатах наблюдений.

Чтобы записать выражение для эмпирической функции распределения в виде формулы, введем функцию $c(x, y)$ двух переменных:

$$c(x,y) = \begin{cases} 0, & x \le y, \\ 1, & x > y. \end{cases}$$

Случайные величины, моделирующие результаты наблюдений, обозначим $X_1(\omega), X_2(\omega), \dots, X_n(\omega), \omega \in \Omega$. Тогда эмпирическая функция распределения $F_n(x)$ имеет вид

$$F_n(x) = F_n(x,\omega) = \frac{1}{n}\sum_{1\le i\le n} c(x, X_i(\omega)).$$

Из закона больших чисел следует, что для каждого действительного числа x эмпирическая функция распределения $F_n(x)$ сходится к функции распределения $F(x)$ результатов наблюдений, т.е.

$$F_n(x) \to F(x) \quad (1)$$

при $n \to \infty$. Советский математик В.И. Гливенко (1897-1940) доказал в 1933 г. более сильное утверждение: сходимость в (1) равномерна по x, т.е.

$$\sup_x |F_n(x) - F(x)| \to 0 \qquad (2)$$

при $n \to \infty$ (сходимость по вероятности).

В (2) использовано обозначение sup (читается как «супремум»). Для функции $g(x)$ под $\sup_x g(x)$ понимают наименьшее из чисел a таких, что $g(x) \leq a$ при всех x. Если функция $g(x)$ достигает максимума в точке x_0, то $\sup_x g(x) = g(x_0)$. В таком случае вместо sup пишут max. Хорошо известно, что не все функции достигают максимума.

В том же 1933 г. А.Н.Колмогоров усилил результат В.И. Гливенко для непрерывных функций распределения $F(x)$. Рассмотрим случайную величину

$$D_n = \sqrt{n} \sup_x |F_n(x) - F_0(x)|$$

и ее функцию распределения

$$K_n(x) = P\{D_n \leq x\}.$$

По теореме А.Н.Колмогорова

$$\lim_{n \to \infty} K_n(x) = K(x)$$

при каждом x, где $K(x)$ – т.н. функция распределения Колмогорова.

Рассматриваемая работа А.Н. Колмогорова породила одно из основных направлений математической статистики – т.н. непараметрическую статистику. И в настоящее время непараметрические критерии согласия Колмогорова, Смирнова, омега-квадрат широко используются. Они были разработаны для проверки согласия с *полностью известным* теоретическим распределением, т.е. предназначены для проверки гипотезы $H_0 : F(x) \equiv F_0(x)$. Основная идея критериев Колмогорова, омега-квадрат и аналогичных им состоит в измерении расстояния между функцией эмпирического распределения и функцией теоретического распределения. Различаются эти критерии видом расстояний в пространстве функций распределения. Аналитические выражения для предельных распределений статистик, расчетные формулы, таблицы распределений и критических значений широко распространены [8], поэтому не будем их приводить.

Кроме эмпирической функции распределения, для описания данных используют и другие статистические характеристики. В качестве выборочных средних величин постоянно используют выборочное среднее арифметическое, т.е. сумму значений рассматриваемой величины, полученных по результатам испытания выборки, деленную на ее объем:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{1 \le i \le n} x_i ,$$

где n – объем выборки, x_i – результат измерения (испытания) i-ого элемента выборки.

Другой вид выборочного среднего – выборочная медиана. Она определяется через порядковые статистики.

Порядковые статистики – это члены вариационного ряда, который получается, если элементы выборки $x_1, x_2, \ldots, x_n$ расположить в порядке неубывания:

$$x(1) \le x(2) \le \ldots \le x(k) \le \ldots \le x(n).$$

Пример 1. Для выборки $x_1 = 1$, $x_2 = 7$, $x_3 = 4$, $x_4 = 2$, $x_5 = 8$, $x_6 = 0$, $x_7 = 5$, $x_8 = 7$ вариационный ряд имеет вид 0, 1, 2, 4, 5, 7, 7, 8, т.е. $x(1) = 0 = x_6$, $x(2) = 1 = x_1$, $x(3) = 2 = x_4$, $x(4) = 4 = x_3$, $x(5) = 5 = x_7$, $x(6) = x(7) = 7 = x_2 = x_8$, $x(8) = 8 = x_5$.

В вариационном ряду элемент $x(k)$ называется k-той порядковой статистикой. Порядковые статистики и функции от них широко используются в вероятностно-статистических методах принятия решений, в эконометрике и в других прикладных областях [2].

Выборочная медиана $\tilde{x}$ - результат наблюдения, занимающий центральное место в вариационном ряду, построенном по выборке с нечетным числом элементов, или полусумма двух результатов наблюдений, занимающих два центральных места в вариационном ряду, построенном по выборке с четным числом элементов. Таким образом, если объем выборки n – нечетное число, $n = 2k+1$, то медиана $\tilde{x} = x(k+1)$, если же n – четное число, $n = 2k$, то медиана $\tilde{x} = [x(k) + x(k+1)]/2$, где $x(k)$ и $x(k+1)$ – порядковые статистики.

В качестве выборочных показателей рассеивания результатов наблюдений чаще всего используют выборочную дисперсию, выборочное среднее квадратическое отклонение и размах выборки.

Согласно [8] выборочная дисперсия s^2 – это сумма квадратов отклонений выборочных результатов наблюдений от их среднего арифметического, деленная на объем выборки:

$$s^2 = \frac{1}{n}\sum_{1\le i\le n}(x_i - \bar{x})^2.$$

Выборочное среднее квадратическое отклонение s – неотрицательный квадратный корень из дисперсии, т.е. $s = +\sqrt{s^2}$.

В некоторых литературных источниках выборочной дисперсией называют другую величину:

$$s_0^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{1\le i\le n}(x_i - \bar{x})^2.$$

Она отличается от s^2 постоянным множителем:

$$s^2 = \left(1 - \frac{1}{n}\right)s_0^2.$$

Соответственно выборочным средним квадратическим отклонением в этих литературных источниках называют величину $s_0 = +\sqrt{s_0^2}$. Тогда, очевидно,

$$s = \sqrt{1 - \frac{1}{n}}s_0.$$

Различие в определениях приводит к различию в алгоритмах расчетов, правилах принятия решений и соответствующих таблицах. Поэтому при использовании тех или иных нормативно-технических и инструктивно-методических материалов, программных продуктов, таблиц необходимо обращать внимание на способ определения выборочных характеристик.

Выбор s_0^2, а не s^2, объясняется тем, что

$$M(s_0^2) = D(X) = \sigma^2,$$

где X – случайная величина, имеющая такое же распределение, как и результаты наблюдений. В терминах теории статистического оценивания это означает, что s_0^2 - несмещенная оценка дисперсии (см. ниже). В то же время статистика s^2 не является несмещенной оценкой дисперсии результатов наблюдений, поскольку

$$M(s^2) = \left(1 - \frac{1}{n}\right)\sigma^2.$$

Однако у s^2 есть другое свойство, оправдывающее использование этой статистики в качестве выборочного показателя рассеивания. Для известных результатов наблюдений $x_1, x_2, \dots, x_n$ рассмотрим случайную величину $У$ с распределением вероятностей

$$P(Y = x_i) = \frac{1}{n}, \quad i = 1,2,\dots,n,$$

и $P(У = x) = 0$ для всех прочих x. Это распределение вероятностей называется эмпирическим. Тогда функция распределения $У$ – это эмпирическая функция распределения, построенная по результатам наблюдений $x_1, x_2, \dots, x_n$. Вычислим математическое ожидание и дисперсию случайной величины $У$:

$$M(Y) = \bar{x}, \quad D(Y) = s^2.$$

Второе из этих равенств и является основанием для использования s^2 в качестве выборочного показателя рассеивания.

Отметим, что математические ожидания выборочных средних квадратических отклонений $M(s)$ и $M(s_0)$, вообще говоря, не равняются теоретическому среднему квадратическому отклонению σ. Например, если X имеет нормальное распределение, объем выборки $n = 3$, то

$$M(s) = 0{,}724\sigma\ ,\ \ M(s_0) = 0{,}887\sigma\ .$$

Кроме перечисленных выше статистических характеристик, в качестве выборочного показателя рассеивания используют размах R – разность между n-й и первой порядковыми статистиками в выборке объема n, т.е. разность между наибольшим и наименьшим значениями в выборке: $R = x(n) – x(1)$.

В ряде вероятностно-статистических методов принятия решений применяют и иные показатели рассеивания. В частности, в методах статистического регулирования процессов используют средний размах – среднее арифметическое размахов, полученных в определенном количестве выборок одинакового объема. Популярно и межквартильное расстояние, т.е. расстояние между выборочными квартилями $x([0{,}75n])$ и $x([0{,}25n])$ порядка 0,75 и 0,25 соответственно, где $[0{,}75n]$ – целая часть числа $0{,}75n$, а $[0{,}25n]$ –целая часть числа $0{,}25n$.

Основные понятия, используемые при оценивании. Оценивание – это определение приближенного значения неизвестной характеристики или параметра распределения (генеральной совокупности), иной оцениваемой составляющей математической модели реального (экономического, технического и др.) явления или процесса по результатам наблюдений. Иногда формулируют более коротко: оценивание – это определение приближенного значения неизвестного параметра генеральной совокупности по результатам наблюдений. При этом параметром генеральной совокупности может быть либо число, либо набор чисел (вектор), либо функция, либо множество или иной объект нечисловой природы. Например, по результатам наблюдений, распределенных согласно биномиальному закону, оценивают число – параметр p (вероятность успеха). По результатам наблюдений, имеющих гамма-распределение, оценивают набор из трех чисел – параметры формы a, масштаба b и сдвига c. Способ оценивания функции распределения дается теоремами В.И. Гливенко и А.Н. Колмогорова. Оценивают также плотности вероятности, функции, выражающие зависимости между переменными, включенными в вероятностные модели экономических, управленческих или технологических процессов, и т.д. Целью оценивания может быть нахождение упорядочения инвестиционных проектов по экономической эффективности или технических изделий (объектов) по качеству, формулировка правил технической или медицинской диагностики и т.д. (Упорядочения в математической статистике называют также ранжировками. Это – один из видов объектов нечисловой природы.)

Оценивание проводят с помощью оценок – статистик, являющихся основой для оценивания неизвестного параметра распределения. В ряде литературных источников термин «оценка» встречается в качестве синонима термина «оценивание». Употреблять одно и то же слово для обозначения двух разных понятий нецелесообразно: оценивание – это действие, а оценка – статистика (функция от результатов наблюдений), используемая в процессе указанного действия или являющаяся его результатом.

Оценивание бывает двух видов – точечное оценивание и оценивание с помощью доверительной области.

Точечное оценивание - способ оценивания, заключающийся в том, что значение оценки принимается как неизвестное значение параметра распределения.

Пример 2. Пусть результаты наблюдений $x_1, x_2, \dots, x_n$ рассматривают в вероятностной модели как случайную выборку из нормального распределения $N(m,\sigma)$. Т.е. считают, что результаты наблюдений моделируются как реализации n независимых одинаково распределенных случайных величин, имеющих функцию нормального распределения $N(m,\sigma)$ с некоторыми математическим ожиданием m и средним квадратическим отклонением σ, неизвестными статистику. Требуется оценить параметры m и σ (или σ^2) по результатам наблюдений. Оценки обозначим m^* и $(\sigma^2)^*$ соответственно. Обычно в качестве оценки m^* математического ожидания m используют выборочное среднее арифметическое $\bar{x}$, а в качестве оценки $(\sigma^2)^*$ дисперсии σ^2 используют выборочную дисперсию s^2, т.е.

$$m^* = \bar{x}, \ (\sigma^2)^* = s^2.$$

Для оценивания математического ожидания m могут использоваться и другие статистики, например, выборочная медиана $\tilde{x}$, полусумма минимального и максимального членов вариационного ряда

$$m^{**} = [x(1)+x(n)]/2$$

и др. Для оценивания дисперсии σ^2 также имеется ряд оценок, в частности, s_0^2 (см. выше) и оценка, основанная на размахе R, имеющая вид

$$(\sigma^2)^{**} = [a(n)R]^2,$$

где коэффициенты $a(n)$ берут из специальных таблиц [8]. Эти коэффициенты подобраны так, чтобы для выборок из нормального распределения

$$M[a(n)R] = \sigma.$$

Наличие нескольких методов оценивания одних и тех же параметров приводит к необходимости выбора между этими методами.

Как сравнивать методы оценивания между собой? Сравнение проводят на основе таких показателей качества методов оценивания, как состоятельность, несмещенность, эффективность и др.

Рассмотрим оценку θ_n числового параметра θ, определенную при $n = 1, 2, \dots$ Оценка θ_n называется *состоятельной*, если она сходится по вероятности к значению оцениваемого параметра θ при безграничном возрастании объема выборки. Выразим сказанное более подробно. Статистика θ_n является состоятельной оценкой параметра θ тогда и только тогда, когда для любого положительного числа ε справедливо предельное соотношение

$$\lim_{n\to\infty} P\{|\theta_n - \theta| > \varepsilon\} = 0.$$

Пример 3. Из закона больших чисел следует, что $\theta_n = \bar{x}$ является состоятельной оценкой $\theta = M(X)$ (в приведенной выше теореме Чебышёва предполагалось существование дисперсии $D(X)$; однако, как доказал А.Я. Хинчин [6], достаточно выполнения более слабого условия – существования математического ожидания $M(X)$).

Пример 4. Все указанные выше оценки параметров нормального распределения являются состоятельными.

Вообще, все (за редчайшими исключениями) оценки параметров, используемые в вероятностно-статистических методах принятия решений, являются состоятельными.

Пример 5. Так, согласно теореме В.И. Гливенко, эмпирическая функция распределения $F_n(x)$ является состоятельной оценкой функции распределения результатов наблюдений $F(x)$.

При разработке новых методов оценивания следует в первую очередь проверять состоятельность предлагаемых методов.

Второе важное свойство оценок – *несмещенность*. Несмещенная оценка θ_n – это оценка параметра θ, математическое ожидание которой равно значению оцениваемого параметра: $M(\theta_n) = \theta$.

Пример 6. Из приведенных выше результатов следует, что $\bar{x}$ и s_0^2 являются несмещенными оценками параметров m и σ^2 нормального распределения. Поскольку $M(\tilde{x}) = M(m^{**}) = m$, то выборочная медиана $\tilde{x}$ и полусумма крайних членов вариационного ряда m^{**} - также несмещенные оценки математического ожидания m нормального распределения. Однако

$$M(s^2) \neq \sigma^2, \quad M[(\sigma^2)^{**}] \neq \sigma^2,$$

поэтому оценки s^2 и $(\sigma^2)^{**}$ не являются состоятельными оценками дисперсии σ^2 нормального распределения.

Оценки, для которых соотношение $M(\theta_n) = \theta$ неверно, называются смещенными. При этом разность между математическим ожиданием оценки θ_n и оцениваемым параметром θ, т.е. $M(\theta_n) - \theta$, называется смещением оценки.

Пример 7. Для оценки s^2, как следует из сказанного выше, смещение равно

$$M(s^2) - \sigma^2 = - \sigma^2/n.$$

Смещение оценки s^2 стремится к 0 при $n \to \infty$.

Оценка, для которой смещение стремится к 0, когда объем выборки стремится к бесконечности, называется *асимптотически несмещенной*. В примере 7 показано, что оценка s^2 является асимптотически несмещенной.

Практически все оценки параметров, используемые в вероятностно-статистических методах принятия решений, являются либо несмещенными, либо асимптотически несмещенными. Для несмещенных оценок показателем точности оценки служит дисперсия – чем дисперсия меньше, тем оценка лучше. Для смещенных оценок показателем точности служит математическое ожидание квадрата оценки $M(\theta_n - \theta)^2$. Как следует из основных свойств математического ожидания и дисперсии,

$$d_n(\theta_n) = M[(\theta_n - \theta)^2] = D(\theta_n) + (M(\theta_n) - \theta)^2, \quad (3)$$

т.е. математическое ожидание квадрата ошибки складывается из дисперсии оценки и квадрата ее смещения.

Для подавляющего большинства оценок параметров, используемых в вероятностно-статистических методах принятия решений, дисперсия имеет порядок $1/n$, а смещение – не более чем $1/n$, где n – объем выборки. Для таких оценок при больших n второе слагаемое в правой части (3) пренебрежимо мало по сравнению с первым, и для них справедливо приближенное равенство

$$d_n(\theta_n) = M[(\theta_n - \theta)^2] \approx D(\theta_n) \approx \frac{c}{n}, \quad c = c(\theta_n, \theta), \tag{4}$$

где c – число, определяемое методом вычисления оценок θ_n и истинным значением оцениваемого параметра θ.

С дисперсией оценки связано третье важное свойство метода оценивания – *эффективность*. Эффективная оценка – это несмещенная оценка, имеющая наименьшую дисперсию из всех возможных несмещенных оценок данного параметра.

Доказано [11], что $\bar{x}$ и s_0^2 являются эффективными оценками параметров m и σ^2 нормального распределения. В то же время для выборочной медианы $\tilde{x}$ справедливо предельное соотношение

$$\lim_{n \to \infty} \frac{D(\bar{x})}{D(\tilde{x})} = \frac{2}{\pi} \approx 0{,}637.$$

Другими словами, эффективность выборочной медианы, т.е. отношение дисперсии эффективной оценки $\bar{x}$ параметра m к дисперсии несмещенной оценки $\tilde{x}$ этого параметра при больших n близка к 0,637. Именно из-за сравнительно низкой эффективности выборочной медианы в качестве оценки математического ожидания нормального распределения обычно используют выборочное среднее арифметическое.

Понятие эффективности вводится для несмещенных оценок, для которых $M(\theta_n) = \theta$ для всех возможных значений параметра θ. Если не требовать несмещенности, то можно указать оценки, при некоторых θ имеющие меньшую дисперсию и средний квадрат ошибки, чем эффективные.

Пример 8. Рассмотрим «оценку» математического ожидания $m_1 \equiv 0$. Тогда $D(m_1) = 0$, т.е. всегда меньше дисперсии $D(\bar{x})$ эффективной оценки $\bar{x}$. Математическое ожидание среднего квадрата ошибки $d_n(m_1) = m^2$, т.е. при $|m| < \sigma/\sqrt{n}$ имеем $d_n(m_1) < d_n(\bar{x})$. Ясно, однако, что статистику $m_1 \equiv 0$ бессмысленно рассматривать в качестве оценки математического ожидания m.

Пример 9. Более интересный пример рассмотрен американским математиком Дж. Ходжесом:

$$T_n = \begin{cases} \bar{x}, & |\bar{x}| > n^{-1/4}, \\ 0{,}5\bar{x}, & |\bar{x}| \le n^{-1/4}. \end{cases}$$

Ясно, что T_n – состоятельная, асимптотически несмещенная оценка математического ожидания m, при этом, как нетрудно вычислить,

$$\lim_{n \to \infty} n d_n(T_n) = \begin{cases} \sigma^2, & m \ne 0, \\ \dfrac{\sigma^2}{4}, & m = 0. \end{cases}$$

Последняя формула показывает, что при $m \neq 0$ оценка T_n не хуже $\bar{x}$ (при сравнении по среднему квадрату ошибки d_n), а при $m = 0$ – в четыре раза лучше.

Подавляющее большинство оценок θ_n, используемых в вероятностно-статистических методах принятия решений, являются асимптотически нормальными, т.е. для них справедливы предельные соотношения:

$$\lim_{n \to \infty} P\left\{ \frac{\theta_n - M(\theta_n)}{\sqrt{D(\theta_n)}} < x \right\} = \Phi(x)$$

для любого x, где $\Phi(x)$ – функция стандартного нормального распределения с математическим ожиданием 0 и дисперсией 1. Это означает, что для больших объемов выборок (практически - несколько десятков или сотен наблюдений) распределения оценок полностью описываются их математическими ожиданиями и дисперсиями, а качество оценок – значениями средних квадратов ошибок $d_n(\theta_n)$.

Наилучшими асимптотически нормальными оценками, сокращенно НАН-оценками, называются те, для которых средний квадрат ошибки $d_n(\theta_n)$ принимает при больших объемах выборки наименьшее возможное значение, т.е. величина $c = c(\theta_n,\theta)$ в формуле (4) минимальна. Ряд видов оценок – так называемые одношаговые оценки и оценки максимального правдоподобия – являются НАН-оценками, именно они обычно используются в вероятностно-статистических методах принятия решений.

Какова точность оценки параметра? В каких границах он может лежать? В нормативно-технической и инструктивно-методической документации, в таблицах и программных продуктах наряду с алгоритмами расчетов точечных оценок даются правила нахождения доверительных границ. Они и указывают точность точечной оценки. При этом используются такие термины, как доверительная вероятность, доверительный интервал. Если речь идет об оценивании нескольких числовых параметров, или же функции, упорядочения и т.п., то говорят об оценивании с помощью доверительной области.

Доверительная область – это область в пространстве параметров, в которую с заданной вероятностью входит неизвестное значение оцениваемого параметра распределения. «Заданная вероятность» называется *доверительной вероятностью* и обычно обозначается γ. Пусть Θ – пространство параметров. Рассмотрим статистику $\Theta_1 = \Theta_1(x_1, x_2,..., x_n)$ – функцию от результатов наблюдений $x_1, x_2,..., x_n$, значениями которой являются подмножества пространства параметров Θ. Так как результаты наблюдений – случайные величины, то Θ_1 – также случайная величина, значения которой – подмножества множества Θ, т.е. Θ_1 – случайное множество.

Напомним, что множество – один из видов объектов нечисловой природы, случайные множества изучают в теории вероятностей и статистике объектов нечисловой природы.

В ряде литературных источников, к настоящему времени во многом устаревших, под случайными величинами понимают только те из них, которые в качестве значений принимают действительные числа. Согласно справочнику академика РАН Ю.В.Прохорова и проф. Ю.А.Розанова [12] случайные величины могут принимать значения из любого множества. Так, случайные вектора, случайные функции, случайные множества, случайные ранжировки (упорядочения) – это отдельные виды случайных величин. Используется и иная терминология: термин «случайная величина» сохраняется только за числовыми функциями, определенными на пространстве элементарных событий, а в случае иных областей значений используется термин «случайный элемент». (Замечание для математиков: все рассматриваемые функции, определенные на пространстве элементарных событий, предполагаются измеримыми.)

Статистика Θ_1 называется *доверительной областью*, соответствующей доверительной вероятности γ, если

$$P\{\theta \in \Theta_1(x_1, x_2, ..., x_n)\} = \gamma . \quad (5)$$

Ясно, что этому условию удовлетворяет, как правило, не одна, а много доверительных областей. Из них выбирают для практического применения какую-либо одну, исходя из дополнительных соображений, например, из соображений симметрии или минимизируя объем доверительной области, т.е. меру множества Θ_1.

При оценке одного числового параметра в качестве доверительных областей обычно применяют доверительные интервалы (в том числе лучи), а не иные типа подмножеств прямой. Более того, для многих двухпараметрических и трехпараметрических распределений (нормальных, логарифмически нормальных, Вейбулла-

Гнеденко, гамма-распределений и др.) обычно используют точечные оценки и построенные на их основе доверительные границы для каждого из двух или трех параметров отдельно. Это делают для удобства пользования результатами расчетов: доверительные интервалы легче применять, чем фигуры на плоскости или тела в трехмерном пространстве.

Как следует из сказанного выше, *доверительный интервал* – это интервал, который с заданной вероятностью накроет неизвестное значение оцениваемого параметра распределения. Границы доверительного интервала называют *доверительными границами*. Доверительная вероятность γ – вероятность того, что доверительный интервал накроет действительное значение параметра, оцениваемого по выборочным данным. Оцениванием с помощью доверительного интервала называют способ оценки, при котором с заданной доверительной вероятностью устанавливают границы доверительного интервала.

Для числового параметра θ рассматривают верхнюю доверительную границу $\theta_В$, нижнюю доверительную границу $\theta_Н$ и двусторонние доверительные границы – верхнюю $\theta_{1В}$ и нижнюю $\theta_{1Н}$. Все четыре доверительные границы – функции от результатов наблюдений $x_1, x_2,..., x_n$ и доверительной вероятности γ.

Верхняя доверительная граница $\theta_В$ – случайная величина $\theta_В = \theta_В(x_1, x_2,..., x_n; \gamma)$, для которой $P(\theta \le \theta_В) = \gamma$, где θ – истинное значение оцениваемого параметра. Доверительный интервал в этом случае имеет вид $(-\infty; \theta_В]$.

Нижняя доверительная граница $\theta_Н$ – случайная величина $\theta_Н = \theta_Н(x_1, x_2,..., x_n; \gamma)$, для которой $P(\theta \ge \theta_Н) = \gamma$, где θ – истинное значение оцениваемого параметра. Доверительный интервал в этом случае имеет вид $[\theta_Н; +\infty)$.

Двусторонние доверительные границы - верхняя $\theta_{1В}$ и нижняя $\theta_{1Н}$ - это случайные величины $\theta_{1В} = \theta_{1В}(x_1, x_2, ..., x_n; \gamma)$ и $\theta_{1Н} = \theta_{1Н}(x_1, x_2, ..., x_n; \gamma)$ такие, что $P(\theta_{1Н} \leq \theta \leq \theta_{1В}) = \gamma$, где θ – истинное значение оцениваемого параметра. Доверительный интервал в этом случае имеет вид $[\theta_{1Н}; \theta_{1В}]$.

Вероятности, связанные с доверительными границами, можно записать в виде частных случаев формулы (5):

$$P\{\theta \in (-\infty; \theta_B]\} = \gamma, \quad P\{\theta \in [\theta_H; +\infty)\} = \gamma, \quad P\{\theta \in [\theta_H; \theta_B]\} = \gamma.$$

В нормативно-технической и инструктивно-методической документации, научной и учебной литературе используют два типа правил определения доверительных границ – построенных на основе точного распределения и построенных на основе асимптотического распределения некоторой точечной оценки θ_n параметра θ. Рассмотрим примеры.

Пример 10. Пусть $x_1, x_2, ..., x_n$ – выборка из нормального закона $N(m, \sigma)$, параметры m и σ неизвестны. Укажем доверительные границы для m.

Известно [11], что случайная величина

$$Y = \sqrt{n}\frac{\bar{x} - m}{s_0}$$

имеет распределение Стьюдента с (т-1) степенью свободы, где $\bar{x}$ - выборочное среднее арифметическое и s_0 – выборочное среднее квадратическое отклонение. Пусть $t_\gamma(n-1)$ и $t_{1-\gamma}(n-1)$ - квантили указанного распределения порядка γ и $1-\gamma$ соответственно. Тогда

$$P\{Y \leq t_\gamma(n-1)\} = \gamma, P\{Y \geq t_{1-\gamma}(n-1)\} = \gamma.$$

Следовательно,

$$P\left\{m \geq \bar{x} - t_\gamma(n-1)\frac{s_0}{\sqrt{n}}\right\} = \gamma,$$

т.е. в качестве нижней доверительной границы $\theta_Н$, соответствующей доверительной вероятности γ, следует взять

$$\theta_H(x_1, x_2, ..., x_n; \gamma) = \bar{x} - t_\gamma(n-1)\frac{s_0}{\sqrt{n}}. \quad (6)$$

Аналогично получаем, что

$$P\left\{m \le \bar{x} - t_{1-\gamma}(n-1)\frac{s_0}{\sqrt{n}}\right\} = \gamma.$$

Поскольку распределение Стьюдента симметрично относительно 0, то $t_{1-\gamma}(n-1)$ = - $t_{1-\gamma}(n-1)\, t_\gamma(n-1)$. Следовательно, в качестве верхней доверительной границы θ_B для *m*, соответствующей доверительной вероятности γ, следует взять

$$\theta_B(x_1, x_2, ..., x_n; \gamma) = \bar{x} + t_\gamma(n-1)\frac{s_0}{\sqrt{n}}. \quad (7)$$

Как построить двусторонние доверительные границы? Положим

$$\theta_{1H} = \theta_H(x_1, x_2, ..., x_n; \gamma_1), \ \theta_{1B} = \theta_B(x_1, x_2, ..., x_n; \gamma_2),$$

где θ_{1H} и θ_{1B} заданы формулами (6) и (7) соответственно. Поскольку неравенство $\theta_{1H} \le m \le \theta_{1B}$ выполнено тогда и только тогда, когда

$$t_{\gamma_2}(n-1) \ge Y \ge t_{1-\gamma_1}(n-1),$$

то

$$P\{\theta_{1H} \le m \le \theta_{1B}\} = \gamma_1 + \gamma_2 - 1,$$

(в предположении, что $\gamma_1 > 0{,}5$; $\gamma_2 > 0{,}5$). Следовательно, если $\gamma = \gamma_1 + \gamma_2 - 1$, то θ_{1H} и θ_{1B} – двусторонние доверительные границы для *m*, соответствующие доверительной вероятности γ. Обычно полагают $\gamma_1 = \gamma_2$, т.е. в качестве двусторонних доверительных границ θ_{1H} и θ_{1B}, соответствующих доверительной вероятности γ, используют односторонние доверительные границы θ_H и θ_B, соответствующие доверительной вероятности (1+γ)/2.

Другой вид правил построения доверительных границ для параметра θ основан на асимптотической нормальности некоторой точечной оценки θ_n этого параметра. В вероятностно-статистических методах принятия решений используют, как уже отмечалось, несмещенные или асимптотически несмещенные оценки θ_n, для которых смещение либо равно 0, либо при больших объемах выборки пренебрежимо мало по сравнению со средним квадратическим отклонением оценки θ_n. Для таких оценок при всех x

$$\lim_{n\to\infty} P\left\{\frac{\theta_n - \theta}{\sqrt{D(\theta_n)}} \le x\right\} = \Phi(x),$$

где $\Phi(x)$ – функция нормального распределения $N(0;1)$. Пусть u_γ – квантиль порядка γ распределения $N(0;1)$. Тогда

$$\lim_{n\to\infty} P\left\{\frac{\theta_n - \theta}{\sqrt{D(\theta_n)}} \le u_\gamma\right\} = \gamma \qquad (8)$$

Поскольку неравенство

$$\frac{\theta_n - \theta}{\sqrt{D(\theta_n)}} \le u_\gamma$$

равносильно неравенству

$$\theta_n - u_\gamma \sqrt{D(\theta_n)} \le \theta,$$

то в качестве θ_H можно было бы взять левую часть последнего неравенства. Однако точное значение дисперсии $D(\theta_n)$ обычно неизвестно. Зато часто удается доказать, что дисперсия оценки имеет вид

$$D(\theta_n) = \frac{h(\theta)}{n}$$

(с точностью до пренебрежимо малых при росте n слагаемых), где $h(\theta)$ – некоторая функция от неизвестного параметра θ. Справедлива теорема о наследовании сходимости [7, §2.4], согласно которой при подстановке в $h(\theta)$ оценки θ_n вместо θ соотношение (8) остается справедливым, т.е.

$$\lim_{n\to\infty} P\left\{\theta_n - u_\gamma \frac{\sqrt{h(\theta_n)}}{\sqrt{n}} \le \theta\right\} = \gamma .$$

Следовательно, в качестве приближенной нижней доверительной границы следует взять

$$\theta_H = \theta_n - u_\gamma \frac{\sqrt{h(\theta_n)}}{\sqrt{n}},$$

а в качестве приближенной верхней доверительной границы -

$$\theta_B = \theta_n + u_\gamma \frac{\sqrt{h(\theta_n)}}{\sqrt{n}}.$$

С ростом объема выборки качество приближенных доверительных границ улучшается, т.к. вероятности событий $\{\theta \ge \theta_H\}$ и $\{\theta \le \theta_B\}$ стремятся к γ. Для построения двусторонних доверительных границ поступают аналогично правилу, указанному выше в примере 10 для интервального оценивания параметра m нормального распределения. А именно, используют односторонние доверительные границы, соответствующие доверительной вероятности $(1+\gamma)/2$.

При обработке экономических, управленческих или технических статистических данных обычно используют значение доверительной вероятности $\gamma = 0{,}95$. Применяют также значения $\gamma = 0{,}99$ или $\gamma = 0{,}90$. Иногда встречаются значения $\gamma = 0{,}80$, $\gamma = 0{,}975$, $\gamma = 0{,}98$ и др.

Для дискретных распределений, таких, как биномиальное, гипергеометрическое или распределение Пуассона (а также распределения статистики Колмогорова

$$D_n = \sqrt{n} \sup_x | F_n(x) - F_0(x) |$$

и других непараметрических статистик), функции распределения имеют скачки. Поэтому для заданного заранее значения γ, например, $\gamma = 0{,}95$, нельзя указать доверительные границы, поскольку уравнения, с помощью которых вводятся доверительные границы, не имеют ни одного решения. Так, рассмотрим биномиальное распределение

$$P(Y = y \mid p, n) = \binom{n}{y} p^y (1 - p)^{n-y}, \ \ y = 0,1,2,\ldots,n$$

,

где Y – число осуществлений события, n – объем выборки. Для него нельзя указать статистику $K(Y, n)$ такую, что

$$P\{p \le K(Y, n)\} = \gamma,$$

поскольку $K(Y, n)$ – функция от Y и может принимать не больше значений, чем принимает Y, т.е. $n + 1$, а для γ имеется бесконечно много возможных значений – столько, сколько точек на отрезке. Сказанная означает, что верхней доверительной границы в случае биномиального распределения не существует.

Для дискретных распределений приходится изменить определения доверительных границ. Покажем изменения на примере биномиального распределения. Так, в качестве верхней доверительной границы $\theta_В$ используют наименьшее $K(Y, n)$ такое, что

$$P\{p \le K(Y, n)\} \ge \gamma.$$

Аналогичным образом поступают для других доверительных границ и других распределений. Необходимо иметь в виду, что при небольших n и p истинная доверительная вероятность $P\{p \le K(Y, n)\}$ может существенно отличаться от номинальной γ, как это подробно продемонстрировано в работе [13]. Поэтому наряду с величинами типа $K(Y, n)$ (т.е. доверительных границ) при разработке таблиц и компьютерных программ необходимо предусматривать возможность получения и величин типа $P\{p \le K(Y, n)\}$ (т.е. достигаемых доверительных вероятностей).

Основные понятия, используемые при проверке гипотез. Статистическая гипотеза – любое предположение, касающееся неизвестного распределения случайных величин (элементов). Приведем формулировки нескольких статистических гипотез:

1. Результаты наблюдений имеют нормальное распределение с

нулевым математическим ожиданием.

2. Результаты наблюдений имеют функцию распределения $N(0,1)$.

3. Результаты наблюдений имеют нормальное распределение.

4. Результаты наблюдений в двух независимых выборках имеют одно и то же нормальное распределение.

5. Результаты наблюдений в двух независимых выборках имеют одно и то же распределение.

Различают нулевую и альтернативную гипотезы. Нулевая гипотеза – гипотеза, подлежащая проверке. Альтернативная гипотеза – каждая допустимая гипотеза, отличная от нулевой. Нулевую гипотезу обозначают H_0, альтернативную – H_1 (от Hypothesis – «гипотеза» (англ.)).

Выбор тех или иных нулевых или альтернативных гипотез определяется стоящими перед менеджером, экономистом, инженером, исследователем прикладными задачами. Рассмотрим примеры.

Пример 11. Пусть нулевая гипотеза – гипотеза 2 из приведенного выше списка, а альтернативная – гипотеза 1. Сказанное означает, то реальная ситуация описывается вероятностной моделью, согласно которой результаты наблюдений рассматриваются как реализации независимых одинаково распределенных случайных величин с функцией распределения $N(0,\sigma)$, где параметр σ неизвестен статистику. В рамках этой модели нулевую гипотезу записывают так:

$$H_0\colon \sigma = 1,$$

а альтернативную так:

$$H_1\colon \sigma \neq 1.$$

Пример 12. Пусть нулевая гипотеза – по-прежнему гипотеза 2 из приведенного выше списка, а альтернативная – гипотеза 3 из того же списка. Тогда в вероятностной модели управленческой, экономической или производственной ситуации предполагается, что результаты наблюдений образуют выборку из нормального распределения $N(m, \sigma)$ при некоторых значениях m и σ. Гипотезы записываются так:

$$H_0: m = 0, \sigma = 1$$

(оба параметра принимают фиксированные значения);

$$H_1: m \neq 0 \text{ и/или } \sigma \neq 1$$

(т.е. либо $m \neq 0$, либо $\sigma \neq 1$, либо и $m \neq 0$, и $\sigma \neq 1$).

Пример 13. Пусть H_0 – гипотеза 1 из приведенного выше списка, а H_1 – гипотеза 3 из того же списка. Тогда вероятностная модель – та же, что в примере 12,

$$H_0: m = 0, \sigma \text{ произвольно;}$$

$$H_1: m \neq 0, \sigma \text{ произвольно.}$$

Пример 14. Пусть H_0 – гипотеза 2 из приведенного выше списка, а согласно H_1 результаты наблюдений имеют функцию распределения $F(x)$, не совпадающую с функцией стандартного нормального распределения $\Phi(x)$. Тогда

$$H_0: F(x) = \Phi(x) \text{ при всех } x \text{ (записывается как } F(x) \equiv \Phi(x));$$

$$H_1: F(x_0) \neq \Phi(x_0) \text{ при некотором } x_0 \text{ (т.е. неверно, что } F(x) \equiv \Phi(x)).$$

Примечание. Здесь ≡ - знак тождественного совпадения функций (т.е. совпадения при всех возможных значениях аргумента x).

Пример 15. Пусть H_0 – гипотеза 3 из приведенного выше списка, а согласно H_1 результаты наблюдений имеют функцию распределения $F(x)$, не являющуюся нормальной. Тогда

$$H_0: F(x) \equiv \Phi\left(\frac{x-m}{\sigma}\right) \text{ при некоторых } m, \sigma;$$

H_1: для любых m, σ найдется $x_0 = x_0(m, \sigma)$ такое, что $F(x_0) \neq \Phi\left(\frac{x_0-m}{\sigma}\right)$.

Пример 16. Пусть H_0 – гипотеза 4 из приведенного выше списка, согласно вероятностной модели две выборки извлечены из совокупностей с функциями распределения *F(x)* и *G(x),* являющихся нормальными с параметрами m_1, σ_1 и m_2, σ_2 соответственно, а H_1 – отрицание H_0. Тогда

$$H_0: m_1 = m_2, \sigma_1 = \sigma_2, \text{ причем } m_1 \text{ и } \sigma_1 \text{ произвольны;}$$

$$H_1: m_1 \neq m_2 \text{ и/или } \sigma_1 \neq \sigma_2.$$

Пример 17. Пусть в условиях примера 16 дополнительно известно, что $\sigma_1 = \sigma_2$. Тогда

$$H_0: m_1 = m_2, \sigma > 0, \text{ причем } m_1 \text{ и } \sigma \text{ произвольны;}$$

$$H_1: m_1 \neq m_2, \sigma > 0.$$

Пример 18. Пусть H_0 – гипотеза 5 из приведенного выше списка, согласно вероятностной модели две выборки извлечены из совокупностей с функциями распределения *F(x)* и *G(x)* соответственно, а H_1 – отрицание H_0. Тогда

H_0: $F(x) \equiv G(x)$, где $F(x)$ – произвольная функция распределения;

H_1: $F(x)$ и $G(x)$ - произвольные функции распределения, причем $F(x) \neq G(x)$ при некоторых x.

Пример 19. Пусть в условиях примера 17 дополнительно предполагается, что функции распределения *F(x)* и *G(x)* отличаются только сдвигом, т.е. $G(x) = F(x - a)$ при некотором a. Тогда

H_0: $F(x) \equiv G(x)$, где $F(x)$ – произвольная функция распределения;

H_1: $G(x) = F(x - a), a \neq 0,$ где $F(x)$ – произвольная функция распределения.

Пример 20. Пусть в условиях примера 14 дополнительно известно, что согласно вероятностной модели ситуации *F(x)* - функция нормального распределения с единичной дисперсией, т.е. имеет вид $N(m, 1)$. Тогда

H_0: $m = 0$ (т.е. $F(x) = \Phi(x)$ при всех x);(записывается как $F(x) \equiv \Phi(x)$);

H_1: $m \neq 0$ (т.е. неверно, что $F(x) \equiv \Phi(x)$).

Пример 21. При статистическом регулировании технологических, экономических, управленческих или иных процессов [2] рассматривают выборку, извлеченную из совокупности с нормальным распределением и известной дисперсией, и гипотезы

$$H_0: m = m_0,$$

$$H_1: m = m_1,$$

где значение параметра $m = m_0$ соответствует налаженному ходу процесса, а переход к $m = m_1$ свидетельствует о разладке.

Пример 22. При статистическом приемочном контроле [2] число дефектных единиц продукции в выборке подчиняется гипергеометрическому распределению, неизвестным параметром является $p = D/N$ – уровень дефектности, где N – объем партии продукции, D – общее число дефектных единиц продукции в партии. Используемые в нормативно-технической и коммерческой документации (стандартах, договорах на поставку и др.) планы контроля часто нацелены на проверку гипотезы

$$H_0: p \leq AQL$$

против альтернативной гипотезы

$$H_1: p \geq LQ,$$

где AQL – приемочный уровень дефектности, LQ – браковочный уровень дефектности (очевидно, что $AQL < LQ$).

Пример 23. В качестве показателей стабильности технологического, экономического, управленческого или иного процесса используют ряд характеристик распределений контролируемых показателей, в частности, коэффициент вариации $v = \sigma/M(X)$. Требуется проверить нулевую гипотезу

$$H_0: v \leq v_0$$

при альтернативной гипотезе

$$H_1: v > v_0,$$

где v_0 – некоторое заранее заданное граничное значение.

Пример 24. Пусть вероятностная модель двух выборок – та же, что в примере 18, математические ожидания результатов наблюдений в первой и второй выборках обозначим $M(X)$ и $M(У)$ соответственно. В ряде ситуаций проверяют нулевую гипотезу

$$H_0: M(X) = M(У)$$

против альтернативной гипотезы

$$H_1: M(X) \neq M(У).$$

Пример 25. Выше отмечалось большое значение в математической статистике функций распределения, симметричных относительно 0, При проверке симметричности

H_0: $F(-x) = 1 – F(x)$ при всех x, в остальном F произвольна;

H_1: $F(-x_0) \neq 1 – F(x_0)$ при некотором x_0, в остальном F произвольна.

В вероятностно-статистических методах принятия решений используются и многие другие постановки задач проверки статистических гипотез. Некоторые из них рассматриваются ниже.

Конкретная задача проверки статистической гипотезы полностью описана, если заданы нулевая и альтернативная гипотезы. Выбор метода проверки статистической гипотезы, свойства и характеристики методов определяются как нулевой, так и альтернативной гипотезами. Для проверки одной и той же нулевой гипотезы при различных альтернативных гипотезах следует использовать, вообще говоря, различные методы. Так, в примерах 14 и 20 нулевая гипотеза одна и та же, а альтернативные – различны. Поэтому в условиях примера 14 следует применять методы, основанные на критериях согласия с параметрическим семейством (типа Колмогорова или типа омега-квадрат), а в условиях примера 20 – методы на основе критерия Стьюдента или критерия Крамера-Уэлча [2,11]. Если в условиях примера 14 использовать критерий Стьюдента, то он не будет решать поставленных задач. Если в условиях примера

20 использовать критерий согласия типа Колмогорова, то он, напротив, будет решать поставленные задачи, хотя, возможно, и хуже, чем специально приспособленный для этого случая критерий Стьюдента.

При обработке реальных данных большое значение имеет правильный выбор гипотез H_0 и H_1. Принимаемые предположения, например, нормальность распределения, должны быть тщательно обоснованы, в частности, статистическими методами. Отметим, что в подавляющем большинстве конкретных прикладных постановок распределение результатов наблюдений отлично от нормального [2].

Часто возникает ситуация, когда вид нулевой гипотезы вытекает из постановки прикладной задачи, а вид альтернативной гипотезы не ясен. В таких случаях следует рассматривать альтернативную гипотезу наиболее общего вида и использовать методы, решающие поставленную задачу при всех возможных H_1. В частности при проверке гипотезы 2 (из приведенного выше списка) как нулевой следует в качестве альтернативной гипотезы использовать H_1 из примера 14, а не из примера 20, если нет специальных обоснований нормальности распределения результатов наблюдений при альтернативной гипотезе.

Статистические гипотезы бывают параметрические и непараметрические. Предположение, которое касается неизвестного значения параметра распределения, входящего в некоторое параметрическое семейство распределений, называется параметрической гипотезой (напомним, что параметр может быть и многомерным). Предположение, при котором вид распределения неизвестен (т.е. не предполагается, что оно входит в некоторое параметрическое семейство распределений), называется непараметрической гипотезой. Таким образом, если распределение $F(x)$ результатов наблюдений в выборке согласно принятой вероятностной модели входит в некоторое параметрическое семейство $\{F(x;\theta),\ \theta\in\Theta\}$, т.е. $F(x) = F(x;\theta_0)$ при некотором $\theta_0\in\Theta$, то рассматриваемая гипотеза – параметрическая, в противном случае – непараметрическая.

Если и H_0 и H_1 – параметрические гипотезы, то задача проверки статистической гипотезы – параметрическая. Если хотя бы одна из гипотез H_0 и H_1 – непараметрическая, то задача проверки статистической гипотезы – непараметрическая. Другими словами, если вероятностная модель ситуации – параметрическая, т.е. полностью описывается в терминах того или иного параметрического семейства распределений вероятностей, то и задача проверки статистической гипотезы – параметрическая. Если же вероятностная модель ситуации – непараметрическая, т.е. ее нельзя полностью описать в терминах какого-либо параметрического семейства распределений вероятностей, то и задача проверки статистической гипотезы – непараметрическая. В примерах 11-13, 16, 17, 20-22 даны постановки параметрических задач проверки гипотез, а в примерах 14, 15, 18, 19, 23-25 – непараметрических. Непараметрические задачи делятся на два класса: в одном из них речь идет о проверке утверждений, касающихся функций распределения (примеры 14, 15, 18, 19, 25), во втором – о проверке утверждений, касающихся характеристик распределений (примеры 23, 24).

Статистическая гипотеза называется простой, если она однозначно задает распределение результатов наблюдений, вошедших в выборку. В противном случае статистическая гипотеза называется сложной. Гипотеза 2 из приведенного выше списка, нулевые гипотезы в примерах 11, 12, 14, 20, нулевая и альтернативная гипотезы в примере 21 – простые, все остальные упомянутые выше гипотезы – сложные.

Однозначно определенный способ проверки статистических гипотез называется статистическим критерием. Статистический критерий строится с помощью статистики $U(x_1, x_2, ..., x_n)$ – функции от результатов наблюдений $x_1, x_2, ..., x_n$. В пространстве значений статистики U выделяют критическую область Ψ, т.е. область со следующим свойством: если значения применяемой статистики принадлежат данной области, то отклоняют (иногда говорят -отвергают) нулевую гипотезу, в противном случае – не отвергают (т.е. принимают).

Статистику U, используемую при построении определенного статистического критерия, называют статистикой этого критерия. Например, в задаче проверки статистической гипотезы, приведенной в примере 14, применяют критерий Колмогорова, основанный на статистике

$$D_n = \sqrt{n} \sup_x | F_n(x) - F_0(x) | .$$

При этом D_n называют статистикой критерия Колмогорова.

Частным случаем статистики U является векторзначная функция результатов наблюдений $U_0(x_1, x_2, ..., x_n) = (x_1, x_2, ..., x_n)$, значения которой – набор результатов наблюдений. Если x_i – числа, то U_0 – набор n чисел, т.е. точка n–мерного пространства. Ясно, что статистика критерия U является функцией от U_0, т.е. $U = f(U_0)$. Поэтому можно считать, что Ψ – область в том же n–мерном пространстве, нулевая гипотеза отвергается, если $(x_1, x_2, ..., x_n) \in \Psi$, и принимается в противном случае.

В вероятностно-статистических методах принятия решений, статистические критерии, как правило, основаны на статистиках U, принимающих числовые значения, и критические области имеют вид

$$\Psi = \{U(x_1, x_2, ..., x_n) > C\}, \quad (9)$$

где C – некоторые числа.

Статистические критерии делятся на параметрические и непараметрические. Параметрические критерии используются в параметрических задачах проверки статистических гипотез, а непараметрические – в непараметрических задачах.

При проверке статистической гипотезы возможны ошибки. Есть два рода ошибок. Ошибка первого рода заключается в том, что отвергают нулевую гипотезу, в то время как в действительности эта гипотеза верна. Ошибка второго рода состоит в том, что принимают нулевую гипотезу, в то время как в действительности эта гипотеза неверна.

Вероятность ошибки первого рода называется уровнем значимости и обозначается α. Таким образом, $\alpha = P\{U \in \Psi \mid H_0\}$, т.е. уровень значимости α – это вероятность события $\{U \in \Psi\}$, вычисленная в предположении, что верна нулевая гипотеза H_0.

Уровень значимости однозначно определен, если H_0 – простая гипотеза. Если же H_0 – сложная гипотеза, то уровень значимости, вообще говоря, зависит от функции распределения результатов наблюдений, удовлетворяющей H_0. Статистику критерия U обычно строят так, чтобы вероятность события $\{U \in \Psi\}$ не зависела от того, какое именно распределение (из удовлетворяющих нулевой гипотезе H_0) имеют результаты наблюдений. Для статистик критерия U общего вида под уровнем значимости понимают максимально возможную ошибку первого рода. Максимум (точнее, супремум) берется по всем возможным распределениям, удовлетворяющим нулевой гипотезе H_0, т.е. $\alpha = \sup P\{U \in \Psi \mid H_0\}$.

Если критическая область имеет вид, указанный в формуле (9), то

$$P\{U > C \mid \mathrm{H}_0\} = \alpha. \quad (10)$$

Если C задано, то из последнего соотношения определяют α. Часто поступают по иному - задавая α (обычно $\alpha = 0{,}05$, иногда $\alpha = 0{,}01$ или $\alpha = 0{,}1$, другие значения α используются гораздо реже), определяют C из уравнения (10), обозначая его C_α, и используют критическую область $\Psi = \{U > C_\alpha\}$ с заданным уровнем значимости α.

Вероятность ошибки второго рода есть $P\{U\notin \Psi \mid H_1\}$. Обычно используют не эту вероятность, а ее дополнение до 1, т.е. $P\{U\in \Psi \mid H_1\} = 1 - P\{U\notin \Psi \mid H_1\}$. Эта величина носит название мощности критерия. Итак, мощность критерия – это вероятность того, что нулевая гипотеза будет отвергнута, когда альтернативная гипотеза верна.

Понятия уровня значимости и мощности критерия объединяются в понятии функции мощности критерия – функции, определяющей вероятность того, что нулевая гипотеза будет отвергнута. Функция мощности зависит от критической области Ψ и действительного распределения результатов наблюдений. В параметрической задаче проверки гипотез распределение результатов наблюдений задается параметром θ. В этом случае функция мощности обозначается $M(\Psi,\theta)$ и зависит от критической области Ψ и действительного значения исследуемого параметра θ. Если

$$H_0: \theta = \theta_0,$$

$$H_1: \theta = \theta_1,$$

то

$$M(\Psi,\theta_0) = \alpha,$$

$$M(\Psi,\theta_1) = 1 - \beta,$$

где α – вероятность ошибки первого рода, β - вероятность ошибки второго рода. В статистическом приемочном контроле α – риск изготовителя, β – риск потребителя. При статистическом регулировании технологического процесса α – риск излишней наладки, β – риск незамеченной разладки.

Функция мощности $M(\Psi,\theta)$ в случае одномерного параметра θ

обычно достигает минимума, равного α, при $\theta = \theta_0$, монотонно возрастает при удалении от θ_0 и приближается к 1 при $| \theta - \theta_0 | \to \infty$.

В ряде вероятностно-статистических методов принятия решений используется оперативная характеристика $L(\Psi,\theta)$ - вероятность принятия нулевой гипотезы в зависимости от критической области Ψ и действительного значения исследуемого параметра θ. Ясно, что

$$L(\Psi,\theta) = 1 - M(\Psi,\theta).$$

Основной характеристикой статистического критерия является функция мощности. Для многих задач проверки статистических гипотез разработан не один статистический критерий, а целый ряд. Чтобы выбрать из них определенный критерий для использования в конкретной практической ситуации, проводят сравнение критериев по различным показателям качества [2, приложение 3], прежде всего с помощью их функций мощности. В качестве примера рассмотрим лишь два показателя качества критерия проверки статистической гипотезы – состоятельность и несмещенность.

Пусть объем выборки n растет, а U_n и Ψ_n – статистики критерия и критические области соответственно. Критерий называется состоятельным, если

$$\lim_{n \to \infty} P\{U_n \in \Psi_n \mid H_1\} = 1,$$

т.е. вероятность отвергнуть нулевую гипотезу стремится к 1, если верна альтернативная гипотеза.

Статистический критерий называется несмещенным, если для любого θ_0, удовлетворяющего H_0, и любого θ_1 , удовлетворяющего H_1, справедливо неравенство

$$\mathrm{P}\{U \in \Psi \mid \theta_0\} < \mathrm{P}\{U \in \Psi \mid \theta_1\},$$

т.е. при справедливости H_0 вероятность отвергнуть H_0 меньше, чем при справедливости H_1.

При наличии нескольких статистических критериев в одной и той же задаче проверки статистических гипотез следует использовать состоятельные и несмещенные критерии.

2.2.6. Современное состояние прикладной статистики (типовые практические задачи и методы их решения)

Статистические данные и прикладная статистика. Под прикладной статистикой понимают часть математической статистики, посвященную методам обработки реальных статистических данных, а также соответствующее математическое и программное обеспечение. Таким образом, чисто математические задачи не включают в прикладную статистику.

Под статистическими данными понимают числовые или нечисловые значения контролируемых параметров (признаков) исследуемых объектов, которые получены в результате наблюдений (измерений, анализов, испытаний, опытов и т.д.) определенного числа признаков, у каждой единицы, вошедшей в исследование. Способы получения статистических данных и объемы выборок устанавливают, исходя из постановок конкретной прикладной задачи на основе методов математической теории планирования эксперимента.

Результат наблюдения x_i исследуемого признака X (или совокупности исследуемых признаков X) у i – ой единицы выборки отражает количественные и/или качественные свойства обследованной единицы с номером i (здесь i = 1, 2, … , n, где n – объем выборки). Деление прикладной статистики на направления соответственно виду обрабатываемых результатов наблюдений (т.е. на статистику случайных величин, многомерный статистический анализ, статистику временных рядов и статистику объектов нечисловой природы) обсуждалось выше.

Результаты наблюдений x_1, x_2,…, x_n, где x_i – результат наблюдения i – ой единицы выборки, или результаты наблюдений для нескольких выборок, обрабатывают с помощью методов прикладной статистики, соответствующих поставленной задаче. Используют, как правило, аналитические методы, т.е. методы, основанные на численных расчетах (объекты нечисловой природы при этом описывают с помощью чисел). В отдельных случаях допустимо применение графических методов (визуального анализа).

Количество разработанных к настоящему времени методов обработки данных весьма велико. Они описаны в сотнях тысяч книг и статей, а также в стандартах и других нормативно-технических и инструктивно-методических документах.

Многие методы прикладной статистики требуют проведения трудоемких расчетов, поэтому для их реализации необходимо использовать компьютеры. Программы расчетов на ЭВМ должны соответствовать современному научному уровню. Однако для единичных расчетов при отсутствии соответствующего программного обеспечения успешно используют микрокалькуляторы.

Задачи статистического анализа точности и стабильности технологических процессов и качества продукции. Статистические методы используют, в частности, для анализа точности и стабильности технологических процессов и качества продукции. Цель - подготовка решений, обеспечивающих эффективное функционирование технологических единиц и повышение качества и конкурентоспособности выпускаемой продукции. Статистические методы следует применять во всех случаях, когда по результатам ограниченного числа наблюдений требуется установить причины улучшения или ухудшения точности и стабильности технологического оборудования. Под точностью технологического процесса понимают свойство технологического процесса, обусловливающее близость действительных и номинальных значений параметров производимой продукции. Под стабильностью технологического процесса понимают свойство технологического процесса, обусловливающее постоянство распределений вероятностей для его параметров в течение некоторого интервала времени без вмешательства извне.

Целями применения статистических методов анализа точности и стабильности технологических процессов и качества продукции на стадиях разработки, производства и эксплуатации (потребления) продукции являются, в частности:

• определение фактических показателей точности и стабильности технологического процесса, оборудования или качества продукции;

• установление соответствия качества продукции требованиям нормативно-технической документации;

• проверка соблюдения технологической дисциплины;

• изучение случайных и систематических факторов, способных привести к появлению дефектов;

• выявление резервов производства и технологии;

• обоснование технических норм и допусков на продукцию;

• оценка результатов испытаний опытных образцов при обосновании требований к продукции и нормативов на нее;

• обоснование выбора технологического оборудования и средств измерений и испытаний;

• сравнение различных образцов продукции;

• обоснование замены сплошного контроля статистическим;

• выявление возможности внедрения статистических методов управления качеством продукции, и т.д.

Для достижения перечисленных выше целей применяют различные методы описания данных, оценивания и проверки гипотез. Приведем примеры постановок задач.

Задачи одномерной статистики (статистики случайных

величин). Сравнение математических ожиданий проводят в тех случаях, когда необходимо установить соответствие показателей качества изготовленной продукции и эталонного образца. Это – задача проверки гипотезы:

$$H_0: M(X) = m_0,$$

где m_0 – значение соответствующее эталонному образцу; X – случайная величина, моделирующая результаты наблюдений. В зависимости от формулировки вероятностной модели ситуации и альтернативной гипотезы сравнение математических ожиданий проводят либо параметрическими, либо непараметрическими методами.

Сравнение дисперсий проводят тогда, когда требуется установить отличие рассеивания показателя качества от номинального. Для этого проверяют гипотезу:

$$H_0 : D(X) = \sigma_0^2.$$

Ряд иных постановок задач одномерной статистики приведен ниже. Не меньшее значение, чем задачи проверки гипотез, имеют задачи оценивания параметров. Они, как и задачи проверки гипотез, в зависимости от используемой вероятностной модели ситуации делятся на параметрические и непараметрические.

В параметрических задачах оценивания принимают вероятностную модель, согласно которой результаты наблюдений x_1, x_2,..., x_n рассматривают как реализации n независимых случайных величин с функцией распределения $F(x;\theta)$. Здесь θ – неизвестный параметр, лежащий в пространстве параметров Θ заданном используемой вероятностной моделью. Задача оценивания состоит в определении точечной оценок и доверительных границ (либо доверительной области) для параметра θ.

Параметр θ – либо число, либо вектор фиксированной конечной размерности. Так, для нормального распределения $\theta = (m, \sigma^2)$ –

двумерный вектор, для биномиального $\theta = p$ – число, для гамма-распределения $\theta = (a, b, c)$ – трехмерный вектор, и т.д.

В современной математической статистике разработан ряд общих методов определения оценок и доверительных границ – метод моментов, метод максимального правдоподобия, метод одношаговых оценок, метод устойчивых (робастных) оценок, метод несмещенных оценок и др. Кратко рассмотрим первые три из них. Теоретические основы различных методов оценивания и полученные с их помощью конкретные правила определения оценок и доверительных границ для тех или иных параметрических семейств распределений рассмотрены в специальной литературе, включены в нормативно-техническую и инструктивно-методическую документацию.

Метод моментов основан на использовании выражений для моментов рассматриваемых случайных величин через параметры их функций распределения. Оценки метода моментов получают, подставляя выборочные моменты вместо теоретических в функции, выражающие параметры через моменты.

В методе максимального правдоподобия, разработанном в основном Р.А.Фишером, в качестве оценки параметра θ берут значение θ^*, для которого максимальна так называемая функция правдоподобия

$$f(x_1, \theta)\, f(x_2, \theta)\, \ldots\, f(x_n, \theta),$$

где $x_1, x_2, \ldots, x_n$ - результаты наблюдений; $f(x, \theta)$ – их плотность распределения, зависящая от параметра θ, который необходимо оценить.

Оценки максимального правдоподобия, как правило, эффективны (или асимптотически эффективны) и имеют меньшую дисперсию, чем оценки метода моментов. В отдельных случаях формулы для них выписываются явно (нормальное распределение, экспоненциальное распределение без сдвига). Однако чаще для их нахождения необходимо численно решать систему трансцендентных уравнений (распределения Вейбулла-Гнеденко, гамма). В подобных случаях целесообразно использовать не оценки максимального правдоподобия, а другие виды оценок, прежде всего одношаговые оценки. В литературе их иногда не вполне точно называют «приближенные оценки максимального правдоподобия». При достаточно больших объемах выборок они имеют столь же хорошие свойства, как и оценки максимального правдоподобия. Поэтому их следует рассматривать не как «приближенные», а как оценки, полученные по *другому* методу, не менее обоснованному и эффективному, чем метод максимального правдоподобия. Одношаговые оценки вычисляют по явным формулам [14].

В непараметрических задачах оценивания принимают вероятностную модель, в которой результаты наблюдений $x_1, x_2, \ldots, x_n$ рассматривают как реализации n независимых случайных величин с функцией распределения $F(x)$ общего вида. От $F(x)$ требуют лишь выполнения некоторых условий типа непрерывности, существования математического ожидания и дисперсии и т.п. Подобные условия не являются столь жесткими, как условие принадлежности к определенному параметрическому семейству.

В непараметрической постановке оценивают либо характеристики случайной величины (математическое ожидание, дисперсию, коэффициент вариации), либо ее функцию распределения, плотность и т.п. Так, в силу закона больших чисел выборочное среднее арифметическое $\bar{x}$ является состоятельной оценкой математического ожидания $M(X)$ (при любой функции распределения $F(x)$ результатов наблюдений, для которой математическое ожидание существует). С помощью центральной предельной теоремы определяют асимптотические доверительные границы

$$(M(X))_{\text{Н}} = \bar{x} - u\left(\frac{1+\gamma}{2}\right)\frac{s}{\sqrt{n}}, \quad (M(X))_{\text{В}} = \bar{x} + u\left(\frac{1+\gamma}{2}\right)\frac{s}{\sqrt{n}}.$$

где γ – доверительная вероятность, $u\left(\frac{1+\gamma}{2}\right)$ - квантиль порядка $\frac{1+\gamma}{2}$ стандартного нормального распределения N(0;1) с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией, $\bar{x}$ - выборочное среднее арифметическое, *s* – выборочное среднее квадратическое отклонение. Термин «асимптотические доверительные границы» означает, что вероятности

$$P\{(M(X))_H < M(X)\},\ P\{(M(X))_B > M(X)\},$$

$$P\{(M(X))_H < M(X) < (M(X))_B\}$$

стремятся к $\frac{1+\gamma}{2}$, $\frac{1+\gamma}{2}$ и γ соответственно при $n \to \infty$, но, вообще говоря, не равны этим значениям при конечных *n*. Практически асимптотические доверительные границы дают достаточную точность при *n* порядка 10.

Второй пример непараметрического оценивания – оценивание функции распределения. По теореме Гливенко эмпирическая функция распределения $F_n(x)$ является состоятельной оценкой функции распределения $F(x)$. Если $F(x)$ – непрерывная функция, то на основе теоремы Колмогорова доверительные границы для функции распределения $F(x)$ задают в виде

$$(F(x))_{\text{Н}} = \max\left\{0, F_n(x) - \frac{k(\gamma,n)}{\sqrt{n}}\right\},\ (F(x))_{\text{В}} = \min\left\{1, F_n(x) + \frac{k(\gamma,n)}{\sqrt{n}}\right\},$$

где *k(γ,n)* – квантиль порядка γ распределения статистики Колмогорова при объеме выборки *n* (напомним, что распределение этой статистики не зависит от $F(x)$).

Правила определения оценок и доверительных границ в параметрическом случае строятся на основе параметрического семейства распределений $F(x;\theta)$. При обработке реальных данных возникает вопрос – соответствуют ли эти данные принятой вероятностной модели? Т.е. статистической гипотезе о том, что результаты наблюдений имеют функцию распределения из семейства

$\{F(x;\theta),\ \theta \in \Theta\}$ при некотором $\theta = \theta_0$? Такие гипотезы называют гипотезами согласия, а критерии их проверки – критериями согласия.

Если истинное значение параметра $\theta = \theta_0$ известно, функция распределения $F(x;\theta_0)$ непрерывна, то для проверки гипотезы согласия часто применяют критерий Колмогорова, основанный на статистике

$$D_n = \sqrt{n} \sup_x |F_n(x) - F(x,\theta_0)|,$$

где $F_n(x)$ – эмпирическая функция распределения.

Если истинное значение параметра θ_0 неизвестно, например, при проверке гипотезы о нормальности распределения результатов наблюдения (т.е. при проверке принадлежности этого распределения к семейству нормальных распределений), то иногда используют статистику

$$D_n(\theta^*) = \sqrt{n} \sup_x |F_n(x) - F(x,\theta^*)|.$$

Она отличается от статистики Колмогорова D_n тем, что вместо истинного значения параметра θ_0 подставлена его оценка θ^*.

Распределение статистики $D_n(\theta^*)$ сильно отличается от распределения статистики D_n. В качестве примера рассмотрим проверку нормальности, когда $\theta = (m, \sigma^2)$, а $\theta^* = (\bar{x}, s^2)$. Для этого случая квантили распределений статистик D_n и $D_n(\theta^*)$ приведены в табл.1 (см., например, [15]). Таким образом, квантили отличаются примерно в 1,5 раза.

Таблица 1.

Квантили статистик D_n и $D_n(\theta^*)$ при проверке нормальности

p	**0,85**	**0,90**	**0,95**	**0,975**	**0,99**
Квантили порядка *p* для D_n	**1,138**	**1,224**	**1,358**	**1,480**	**1,626**
Квантили порядка *p* для $D_n(\theta^*)$	**0,775**	**0,819**	**0,895**	**0,955**	**1,035**

При первичной обработке статистических данных важной задачей является исключение результатов наблюдений, полученных в результате грубых погрешностей и промахов. Например, при просмотре данных о весе (в килограммах) новорожденных детей наряду с числами 3,500, 2,750, 4,200 может встретиться число 35,00. Ясно, что это промах, и получено ошибочное число при ошибочной записи – запятая сдвинута на один знак, в результате результат наблюдения ошибочно увеличен в 10 раз.

Статистические методы исключения резко выделяющихся результатов наблюдений основаны на предположении, что подобные результаты наблюдений имеют распределения, резко отличающиеся от изучаемых, а потому их следует исключить из выборки.

Простейшая вероятностная модель такова. При нулевой гипотезе результаты наблюдений рассматриваются как реализации независимых одинаково распределенных случайных величин X_1, X_2 , , X_n с функцией распределения $F(x)$. При альтернативной гипотезе X_1, X_2 , , X_{n-1} – такие же, как и при нулевой гипотезе, а X_n соответствует грубой погрешности и имеет функцию распределения $G(x) = F(x - c)$, где c велико. Тогда с вероятностью, близкой к 1 (точнее, стремящейся к 1 при росте объема выборки),

$$X_n = \max \{ X_1, X_2 , \quad , X_n\} = X_{max} ,$$

т.е. при описании данных в качестве возможной грубой ошибки следует рассматривать X_{max} . Критическая область имеет вид

$$\Psi = \{x \colon x \geq d\}.$$

Критическое значение $d = d(\alpha,n)$ выбирают в зависимости от уровня значимости α и объема выборки n из условия

$$P\{X_{max} \geq d \mid H_0\} = \alpha . \quad (1)$$

Условие (1) эквивалентно при больших n и малых α следующему:

$$F(d) = \sqrt[n]{1-\alpha} \approx 1 - \frac{\alpha}{n}. \quad (2)$$

Если функция распределения результатов наблюдений *F(x)* известна, то критическое значение *d* находят из соотношения (2). Если $F(x)$ известна с точностью до параметров, например, известно, что $F(x)$ – нормальная функция распределения, то также разработаны правила проверки рассматриваемой гипотезы [8].

Однако часто вид функции распределения результатов наблюдений известен не абсолютно точно и не с точностью до параметров, а лишь с некоторой погрешностью. Тогда соотношение (2) становится практически бесполезным, поскольку малая погрешность в определении $F(x)$, как можно показать, приводит к большой погрешности при определении критического значения *d* из условия (2), а при фиксированном *d* уровень значимости критерия может существенно отличаться от номинального [2].

Поэтому в ситуации, когда о $F(x)$ нет полной информации, однако известны математическое ожидание $M(X)$ и дисперсия $\sigma^2 = D(X)$ результатов наблюдений X_1, X_2 , , X_n, можно использовать непараметрические правила отбраковки, основанные на неравенстве Чебышёва. С помощью этого неравенства найдем критическое значение $d = d(\alpha,n)$ такое, что

$$P\left\{\max_{1\le i\le n} |X_i - M(X)| \ge d\right\} \le \alpha .$$

Так как

$$P\left\{\max_{1\le i\le n} |X_i - M(X)| < d\right\} = \left[P\{|X - M(X)| < d\}\right]^n,$$

то соотношение (3) будет выполнено, если

$$P\{|X - M(X)| \ge d\} \le 1 - \sqrt[n]{1-\alpha} \approx \frac{\alpha}{n}. \quad (4)$$

По неравенству Чебышёва

$$P\{|X - M(X)| \ge d\} \le \frac{\sigma^2}{d^2}, \quad (5)$$

поэтому для того, чтобы (4) было выполнено, достаточно приравнять правые части формул (4) и (5), т.е. определить d из условия

$$\frac{\sigma^2}{d^2} = \frac{\alpha}{n}, \quad d = \frac{\sigma\sqrt{n}}{\sqrt{\alpha}}. \qquad (6)$$

Правило отбраковки, основанное на критическом значении d, вычисленном по формуле (6), использует минимальную информацию о функции распределения F(x) и поэтому исключает лишь результаты наблюдений, весьма далеко отстоящие от основной массы. Другими словами, значение d_1, заданное соотношением (1), обычно много меньше, чем значение d_2, заданное соотношением (6).

Многомерный статистический анализ. Перейдем к многомерному статистическому анализу. Его применяют при решении следующих задач:

• исследование зависимости между признаками;

• классификация объектов или признаков, заданных векторами;

• снижение размерности пространства признаков.

При этом результат наблюдений – вектор значений фиксированного числа количественных и иногда качественных признаков, измеренных у объекта. Напомним, что количественный признак – признак наблюдаемой единицы, который можно непосредственно выразить числом и единицей измерения. Количественный признак противопоставляется качественному - признаку наблюдаемой единицы, определяемому отнесением к одной из двух или более условных категорий (если имеется ровно две категории, то признак называется альтернативным). Статистический анализ качественных признаков – часть статистики объектов нечисловой природы. Количественные признаки делятся на признаки, измеренные в шкалах интервалов, отношений, разностей, абсолютной. А качественные – на признаки, измеренные в шкале наименований и порядковой шкале. Методы обработки данных должны быть согласованы со шкалами, в которых измерены рассматриваемые признаки (см. раздел 2.1 о теории измерений).

Целями исследования зависимости между признаками являются доказательство наличия связи между признаками и изучение этой связи. Для доказательства наличия связи между двумя случайными величинами *X* и *У* применяют корреляционный анализ. Если совместное распределение *X* и *У* является нормальным, то статистические выводы основывают на выборочном коэффициенте линейной корреляции, в остальных случаях используют коэффициенты ранговой корреляции Кендалла и Спирмена, а для качественных признаков – критерий хи-квадрат.

Регрессионный анализ применяют для изучения функциональной зависимости количественного признака *У* от количественных признаков $x(1)$, $x(2)$, … , $x(k)$. Эту зависимость называют регрессионной или, кратко, регрессией. Простейшая вероятностная модель регрессионного анализа (в случае $k = 1$) использует в качестве исходной информации набор пар результатов наблюдений (x_i, y_i), $i = 1, 2, \dots, n$, и имеет вид

$$y_i = ax_i + b + \varepsilon_i,\ i = 1, 2, \dots, n,$$

где ε_i – ошибки наблюдений. Иногда предполагают, что ε_i – независимые случайные величины с одним и тем же нормальным распределением $N(0, \sigma^2)$. Поскольку распределение ошибок наблюдения обычно отлично от нормального, то целесообразно рассматривать регрессионную модель в непараметрической постановке [2], т.е. при произвольном распределении ε_i.

Основная задача регрессионного анализа состоит в оценке неизвестных параметров *a* и *b*, задающих линейную зависимость *y* от *x*. Для решения этой задачи применяют разработанный еще К.Гауссом в 1794 г. метод наименьших квадратов, т.е. находят оценки неизвестных параметров модели*a* и *b* из условия минимизации суммы квадратов

$$\sum_{1 \le i \le n} (y_i - ax_i - b)^2$$

по переменным a и b.

Теория регрессионного анализа описана и расчетные формулы даны в специальной литературе [2, 16, 17]. В этой теории разработаны методы точечного и интервального оценивания параметров, задающих функциональную зависимость, а также непараметрические методы оценивания этой зависимости, методы проверки различных гипотез, связанных с регрессионными зависимостями. Выбор планов эксперимента, т.е. точек x_i, в которых будут проводиться эксперименты по наблюдению y_i – предмет теории планирования эксперимента [18].

Дисперсионный анализ применяют для изучения влияния качественных признаков на количественную переменную. Например, пусть имеются k выборок результатов измерений количественного показателя качества единиц продукции, выпущенных на k станках, т.е. набор чисел ($x_1(j)$, $x_2(j)$, … , $x_n(j)$), где j – номер станка, $j = 1, 2, …, k$, а n – объем выборки. В распространенной постановке дисперсионного анализа предполагают, что результаты измерений независимы и в каждой выборке имеют нормальное распределение $N(m(j), \sigma^2)$ с одной и той же дисперсией. Хорошо разработаны и непараметрические постановки [19].

Проверка однородности качества продукции, т.е. отсутствия влияния номера станка на качество продукции, сводится к проверке гипотезы

$$H_0: m(1) = m(2) = … = m(k).$$

В дисперсионном анализе разработаны методы проверки подобных гипотез. Теория дисперсионного анализа и расчетные формулы рассмотрены в специальной литературе [20].

Гипотезу H_0 проверяют против альтернативной гипотезы H_1, согласно которой хотя бы одно из указанных равенств не выполнено. Проверка этой гипотезы основана на следующем «разложении дисперсий», указанном Р.А.Фишером:

$$(kn)s^2 = n\sum_{j=1}^{k} s^2(j) + (kn)s_1^2, \qquad (7)$$

где s^2 – выборочная дисперсия в объединенной выборке, т.е.

$$s^2 = \frac{1}{kn}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}(x_i(j) - \bar{x})^2, \quad \bar{x} = \frac{1}{kn}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}x_i(j).$$

Далее, $s^2(j)$ – выборочная дисперсия в j-ой группе,

$$s^2(j) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i(j) - \bar{x}(j))^2, \quad \bar{x}(j) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i(j), \quad j = 1,2,...,k.$$

Таким образом, первое слагаемое в правой части формулы (7) отражает внутригрупповую дисперсию. Наконец, s_1^2 - межгрупповая дисперсия,

$$s_1^2 = \frac{1}{k}\sum_{j=1}^{k}(\bar{x}(j) - \bar{x})^2.$$

Область прикладной статистики, связанную с разложениями дисперсии типа формулы (7), называют дисперсионным анализом. В качестве примера задачи дисперсионного анализа рассмотрим проверку приведенной выше гипотезы H_0 в предположении, что результаты измерений независимы и в каждой выборке имеют нормальное распределение $N(m(j), \sigma^2)$ с одной и той же дисперсией. При справедливости H_0 первое слагаемое в правой части формулы (7), деленное на σ^2, имеет распределение хи-квадрат с $k(n-1)$ степенями свободы, а второе слагаемое, деленное на σ^2, также имеет распределение хи-квадрат, но с $(k-1)$ степенями свободы, причем первое и второе слагаемые независимы как случайные величины. Поэтому случайная величина

$$F = \frac{k(n-1)}{k-1} \frac{(kn)s_1^2}{n\sum_{j=1}^{k} s^2(j)} = \frac{k^2(n-1)s_1^2}{(k-1)\sum_{j=1}^{k} s^2(j)}$$

имеет распределение Фишера с (k-1) степенями свободы числителя и $k(n$-1) степенями свободы знаменателя. Гипотеза H_0 принимается, если $F \leq F_{1-\alpha}$, и отвергается в противном случае, где $F_{1-\alpha}$ – квантиль порядка 1-α распределения Фишера с указанными числами степеней свободы. Такой выбор критической области определяется тем, что при H_1 величина F безгранично увеличивается при росте объема выборок n. Значения $F_{1-\alpha}$ берут из соответствующих таблиц [8].

Разработаны непараметрические методы решения классических задач дисперсионного анализа [19], в частности, проверки гипотезы H_0.

Следующий тип задач многомерного статистического анализа – задачи классификации. Они согласно [2, 20] делятся на три принципиально различных вида – дискриминантный анализ, кластер-анализ, задачи группировки.

Задача дискриминантного анализа состоит в нахождении правила отнесения наблюдаемого объекта к одному из ранее описанных классов. При этом объекты описывают в математической модели с помощью векторов, координаты которых – результаты наблюдения ряда признаков у каждого объекта. Классы описывают либо непосредственно в математических терминах, либо с помощью обучающих выборок. Обучающая выборка – это выборка, для каждого элемента которой указано, к какому классу он относится.

Рассмотрим пример применения дискриминантного анализа для принятия решений в технической диагностике. Пусть по результатам измерения ряда параметров продукции необходимо установить наличие или отсутствие дефектов. В этом случае для элементов обучающей выборки указаны дефекты, обнаруженные в ходе дополнительного исследования, например, проведенного после определенного периода эксплуатации. Дискриминантный анализ позволяет сократить объем контроля, а также предсказать будущее поведение продукции. Дискриминантный анализ сходен с регрессионным – первый позволяет предсказывать значение качественного признака, а второй – количественного. В статистике объектов нечисловой природы разработана математическая схема, частными случаями которой являются регрессионный и дискриминантный анализы [21].

Кластерный анализ применяют, когда по статистическим данным необходимо разделить элементы выборки на группы. Причем два элемента группы из одной и той же группы должны быть «близкими» по совокупности значений измеренных у них признаков, а два элемента из разных групп должны быть «далекими» в том же смысле. В отличие от дискриминантного анализа в кластер-анализе классы не заданы, а формируются в процессе обработки статистических данных. Например, кластер-анализ может быть применен для разбиения совокупности марок стали (или марок холодильников) на группы сходных между собой.

Другой вид кластер-анализа – разбиение признаков на группы близких между собой. Показателем близости признаков может служить выборочный коэффициент корреляции. Цель кластер-анализа признаков может состоять в уменьшении числа контролируемых параметров, что позволяет существенно сократить затраты на контроль. Для этого из группы тесно связанных между собой признаков (у которых коэффициент корреляции близок к 1 – своему максимальному значению) измеряют значение одного, а значения остальных рассчитывают с помощью регрессионного анализа.

Задачи группировки решают тогда, когда классы заранее не заданы и не обязаны быть «далекими» друг от друга. Примером является группировка студентов по учебным группам. В технике решением задачи группировки часто является параметрический ряд – возможные типоразмеры группируются согласно элементам параметрического ряда. В литературе, нормативно-технических и инструктивно-методических документах по прикладной статистике также иногда используется группировка результатов наблюдений (например, при построении гистограмм).

Задачи классификации решают не только в многомерном статистическом анализе, но и тогда, когда результатами наблюдений являются числа, функции или объекты нечисловой природы. Так, многие алгоритмы кластер-анализа используют только расстояния между объектами. Поэтому их можно применять и для классификации объектов нечисловой природы, лишь бы были заданы расстояния между ними. Простейшая задача классификации такова: даны две независимые выборки, требуется определить, представляют они два класса или один. В одномерной статистике эта задача сводится к проверке гипотезы однородности [2].

Третий раздел многомерного статистического анализа – задачи снижения размерности (сжатия информации). Цель их решения состоит в определении набора производных показателей, полученных преобразованием исходных признаков, такого, что число производных показателей значительно меньше числа исходных признаков, но они содержат возможно большую часть информации, имеющейся в исходных статистических данных. Задачи снижения размерности решают с помощью методов многомерного шкалирования, главных компонент, факторного анализа и др. Например, в простейшей модели многомерного шкалирования исходные данные – попарные расстояния $\rho_{ij}, i, j = 1,2,...,k, i \neq j,$ между k объектами, а цель расчетов состоит в представлении объектов точками на плоскости. Это дает возможность в буквальном смысле слова увидеть, как объекты соотносятся между собой. Для достижения этой цели необходимо каждому объекту поставить в соответствие точку на плоскости так, чтобы попарные расстояния s_{ij} между точками, соответствующими объектам с номерами i и j, возможно точнее воспроизводили расстояния ρ_{ij} между этими объектами. Согласно основной идее метода наименьших квадратов находят точки на плоскости так, чтобы величина

$$\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{k}(s_{ij}-\rho_{ij})^2$$

достигала своего наименьшего значения. Есть и многие другие постановки задач снижения размерности и визуализации данных.

Статистика случайных процессов и временных рядов. Методы статистики случайных процессов и временных рядов применяют для постановки и решения, в частности, следующих задач:

• предсказание будущего развития случайного процесса или временного ряда;

• управление случайным процессом (временным рядом) с целью достижения поставленных целей, например, заданных значений контролируемых параметров;

• построение вероятностной модели реального процесса, обычно длящегося во времени, и изучение свойств этой модели.

Пример 1. При внедрении статистического регулирования технологического процесса необходимо проверить, что в налаженном состоянии математическое ожидание контролируемого параметра не меняется со временем. Если подобное изменение будет обнаружено, то необходимо установить подналадочное устройство.

Пример 2. Следящие системы, например, входящие в состав автоматизированной системы управления технологическим процессом, должны выделять полезный сигнал на фоне шумов. Это – задача оценивания (полезного сигнала), в то время как в примере 1 речь шла о задаче проверки гипотезы.

Методы статистики случайных процессов и временных рядов описаны в литературе [2,20].

Статистика объектов нечисловой природы. Методы статистики объектов нечисловой природы применяют всегда, когда результаты наблюдений являются объектами нечисловой природы. Например, сообщениями о годности или дефектности единиц продукции. Информацией о сортности единиц продукции. Разбиениями единиц продукции на группы соответственно значения контролируемых параметров. Упорядочениями единиц продукции по качеству или инвестиционных проектов по предпочтительности. Фотографиями поверхности изделия, пораженной коррозией, и т.д. Итак, объекты нечисловой природы – это измерения по качественному признаку, множества, бинарные отношения (разбиения, упорядочения и др.) и многие другие математические объекты [2]. Они используются в различных вероятностно-статистических методах принятия решений. В частности, в задачах управления качеством продукции, а также, например, в медицине и социологии, как для описания результатов приборных измерений, так и для анализа экспертных оценок.

Для описания данных, являющихся объектами нечисловой природы, применяют, в частности, таблицы сопряженности, а в качестве средних величин – решения оптимизационных задач [2]. В качестве выборочных средних для измерений в порядковой шкале используют медиану и моду, а в шкале наименований – только моду. О методах классификации нечисловых данных говорилось выше.

Для решения параметрических задач оценивания используют оптимизационный подход, метод одношаговых оценок, метод максимального правдоподобия, метод устойчивых оценок. Для решения непараметрических задач оценивания наряду с оптимизационными подходами к оцениванию характеристик используют непараметрические оценки распределения случайного элемента, плотности распределения, функции, выражающей зависимость [2].

В качестве примера методов проверки статистических гипотез для объектов нечисловой природы рассмотрим критерий «хи-квадрат» (обозначают χ^2), разработанный К.Пирсоном для проверки гипотезы однородности (другими словами, совпадения) распределений, соответствующих двум независимым выборкам.

Рассматриваются две выборки объемов n_1 и n_2, состоящие из результатов наблюдений качественного признака, имеющего k градаций. Пусть m_{1j} и m_{2j} – количества элементов первой и второй выборок соответственно, для которых наблюдается j–я градация, а p_{1j} и p_{2j} – вероятности того, что эта градация будет принята, для элементов первой и второй выборок, $j = 1, 2, \ldots, k$.

Для проверки гипотезы однородности распределений, соответствующих двум независимым выборкам,

$$H_0: p_{1j} = p_{2j}, j = 1, 2, \ldots, k,$$

применяют критерий χ^2 (хи-квадрат) со статистикой

$$X^2 = n_1 n_2 \sum_{j=1}^{k} \frac{1}{m_{1j} + m_{2j}} \left(\frac{m_{1j}}{n_1} - \frac{m_{2j}}{n_2} \right)^2 .$$

Установлено [9, 11], что статистика X^2 при больших объемах выборок n_1 и n_2 имеет асимптотическое распределение хи-квадрат с $(k - 1)$ степенью свободы.

Таблица 1

Распределения плавок стали по процентному содержанию серы

Содержание серы, в %	Число плавок	
	Завод А	Завод Б
0,00 ч 0,02	82	63
0,02 ч 0,04	535	429

0,04 ч 0,06	1173	995
0,06 ч 0,08	1714	1307

Пример 3. В табл.1 приведены данные о содержании серы в углеродистой стали, выплавляемой двумя металлургическими заводами. Проверим, можно ли считать распределения примеси серы в плавках стали этих двух заводов одинаковыми.

Расчет по данным табл.1 дает $X^2 = 3{,}39$. Квантиль порядка 0,95 распределения хи-квадрат с $k - 1 = 3$ степенями свободы равен $\chi^2_{0,95}(3) = 7{,}8,$ а потому гипотезу о совпадении функций распределения содержания серы в плавках двух заводов нельзя отклонить, т.е. ее следует принять (на уровне значимости $\alpha = 0{,}05$).

Методы статистики объектов нечисловой природы рассмотрены в [2].

Выше дано краткое описание содержания прикладной статистики на современном этапе. Подробное изложение конкретных методов содержится в специальной литературе.

Некоторые постановки задач прикладной статистики, используемые в вероятностно-статистических методах принятия решений. Чтобы дать представление о богатом содержании теории рассматриваемых методов, приведем краткий перечень основных типов постановок задач в соответствии с описанной выше классификацией областей прикладной статистики.

1. Одномерная статистика.

1.1. Описание материала

1.1.1. Расчет выборочных характеристик распределения.

1.1.2. Построение гистограмм и полигонов часто.

1.1.3. Приближение эмпирических распределений с помощью распределений из системы Пирсона и других систем…

1.2. Оценивание.

1.2.1. Параметрическое оценивание.

1.2.1.1. Правила определения оценок и доверительных границ для параметров устойчивого распределения.

1.2.1.2. Правила определения оценок и доверительных границ для параметров логистического распределения.

1.2.1.3. Правила определения оценок и доверительных границ для параметров экспоненциального распределения и смеси экспоненциальных распределений… (и так далее для различных семейств распределений).

1.2.2. Непараметрическое оценивание.

1.2.2.1. Непараметрическое точечное и доверительное оценивание основных характеристик распределения – математического ожидания, дисперсии, среднего квадратического отклонения, коэффициента вариации, квантилей, прежде всего медианы.

1.2.2.2. Непараметрические оценки плотности и функции распределения.

1.2.2.3. Непараметрическое оценивание параметра сдвига…

1.3. Проверка гипотез.

1.3.1. Параметрические задачи проверки гипотез.

1.3.1.1. Проверка равенства математических ожиданий для двух нормальных совокупностей.

1.3.1.2. Проверка равенства дисперсий для двух нормальных совокупностей.

1.3.1.3. Проверка равенства коэффициентов вариации для двух нормальных совокупностей.

1.3.1.4. Проверка равенства математических ожиданий и дисперсий для двух нормальных совокупностей.

1.3.1.5. Проверка равенства математического ожидания нормального распределения определенному значению.

1.3.1.6. Проверка равенства дисперсии нормального распределения определенному значению…

1.3.1.7. Проверка равенства параметров двух экспоненциальных совокупностей… (и так далее – проверка утверждений о параметрах для различных семейств распределений).

1.3.2. Непараметрические задачи проверки гипотез.

1.3.2.1. Непараметрическая проверка равенства математических ожиданий для двух совокупностей.

1.3.2.2. Непараметрическая проверка равенства дисперсий для двух совокупностей.

1.3.2.3. Непараметрическая проверка равенства коэффициентов вариации для двух совокупностей.

1.3.2.4. Непараметрическая проверка равенства математических ожиданий и дисперсий для двух совокупностей.

1.3.2.5. Непараметрическая проверка равенства математического ожидания определенному значению.

1.3.2.6. Непараметрическая проверка равенства дисперсии определенному значению…

1.3.2.7. Проверка гипотезы согласия с равномерным распределением по критерию Колмогорова.

1.3.2.8. Проверка гипотезы согласия с равномерным распределением по критерию омега-квадрат (Крамера-Мизеса-Смирнова).

1.3.2.9. Проверка гипотезы согласия с равномерным распределением по критерию Смирнова.

1.3.2.10. Проверка гипотезы согласия с нормальным семейством распределений по критерию типа Колмогорова при известной дисперсии.

1.3.2.11. Проверка гипотезы согласия с нормальным семейством распределений по критерию типа Колмогорова при известном математическом ожидании.

1.3.2.12. Проверка гипотезы согласия с нормальным семейством распределений по критерию типа Колмогорова (оба параметра неизвестны).

1.3.2.13. Проверка гипотезы согласия с нормальным семейством распределений по критерию типа омега-квадрат при известной дисперсии.

1.3.2.14. Проверка гипотезы согласия с нормальным семейством распределений по критерию типа омега-квадрат при известном математическом ожидании.

1.3.2.15. Проверка гипотезы согласия с нормальным семейством распределений по критерию типа омега-квадрат (оба параметра неизвестны).

1.3.2.16. Проверка гипотезы согласия с экспоненциальным семейством распределений по критерию типа омега-квадрат… (и так далее для различных семейств распределений, тех или иных предположениях о параметрах, всевозможных критериев).

1.3.2.17. Проверка гипотезы однородности двух выборок методом Смирнова.

1.3.2.18. Проверка гипотезы однородности двух выборок методом омега-квадрат.

1.3.2.19. Проверка гипотезы однородности двух выборок с помощью критерия Вилкоксона.

1.3.2.20. Проверка гипотезы однородности двух выборок по критерию Ван-дер-Вардена.

1.3.2.21. Проверка гипотезы симметрии функции распределения относительно 0 методом Смирнова.

1.3.2.22. Проверка гипотезы симметрии функции распределения относительно 0 с помощью критерия типа омега-квадрат (Орлова).

1.3.2.23. Проверка гипотезы независимости элементов выборки.

1.3.2.24. Проверка гипотезы одинаковой распределенности элементов выборки…(и т.д.).

2. Многомерный статистический анализ.

2.1. Описание материала.

2.1.1. Расчет выборочных характеристик (вектора средних, ковариационной и корреляционной матриц и др.).

2.1.2. Таблицы сопряженности.

2.1.3. Детерминированные методы приближения функциональной зависимости.

2.1.3.1. Метод наименьших квадратов.

2.1.3.2. Метод наименьших модулей

2.1.3.3. Сплайны и др.

2.1.4. Методы снижения размерности.

2.1.4.1. Алгоритмы факторного анализа.

2.1.4.2. Алгоритмы метода главных компонент

2.1.4.3. Алгоритмы многомерного метрического шкалирования.

2.1.4.4. Алгоритмы многомерного неметрического шкалирования.

2.1.4.5. Методы оптимального проецирования и др.

2.1.5. Методы классификации.

2.1.5.1. Методы кластер-анализа – иерархические процедуры.

2.1.5.2. Методы кластер-анализа – оптимизационный подход.

2.1.5.3. Методы кластер-анализа – итерационные процедуры…

2.1.5.4. Методы группировки…

2.2. Оценивание.

2.2.1. Параметрическое оценивание.

2.2.1.1. Оценивание параметров многомерного нормального распределения.

2.2.1.2. Оценивание параметров в нормальной модели линейной регрессии.

2.2.1.3. Методы расщепления смесей.

2.2.1.4. Оценивание компонент дисперсии в дисперсионном анализе (в нормальной модели).

2.2.1.5. Оценивание размерности и структуры модели в регрессионном анализе (в нормальной модели).

2.2.1.6. Оценивание в дискриминантном анализе (в нормальной модели).

2.2.1.7. Оценивание в методах снижения размерности (в нормальной модели).

2.2.1.8. Нелинейная регрессия.

2.2.1.9. Методы планирования эксперимента.

2.2.2. Непараметрическое оценивание.

2.2.2.1. Непараметрические оценки многомерной плотности.

2.2.2.2. Непараметрическая регрессия (с погрешностями наблюдений произвольного вида).

2.2.2.3. Непараметрическая регрессия (на основе непараметрических оценок многомерной плотности).

2.2.2.4. Монотонная регрессия.

2.2.2.5. Непараметрический дискриминантный анализ.

2.2.2.6. Непараметрический дисперсионный анализ…

2.3. Проверка гипотез.

2.3.1. Параметрические задачи проверки гипотез.

2.3.1.1. Корреляционный анализ (нормальная модель).

2.3.1.2. Проверка гипотез об отличии коэффициентов при предикторах от 0 в линейной регрессии при справедливости нормальной модели.
2.3.1.3. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий нормальных совокупностей (дисперсионный анализ).
2.3.1.4. Проверка гипотезы о совпадении двух линий регрессии (нормальная модель)…(и т.д.)

2.3.2. Непараметрические задачи проверки гипотез.
2.3.2.1. Непараметрический корреляционный анализ.
2.3.2.2. Проверка гипотез об отличии коэффициентов при предикторах от 0 в линейной регрессии (непараметрическая постановка).
2.3.2.3. Проверка гипотез в непараметрическом дисперсионном анализе.
2.3.2.4. Проверка гипотезы о совпадении двух линий регрессии (непараметрическая постановка)…(и т.д.)

Здесь остановимся, поскольку продолжение предполагало бы знакомство со многими достаточно сложными методами, о которых нет упоминаний в этой книге. Приведенный выше перечень ряда основных типов постановок задач, используемых в вероятностно-статистических методах принятия решений, дает первоначальное представление об объеме арсенала разработанных к настоящему времени интеллектуальных инструментов в рассматриваемой области.

Литература

1. Вероятность и математическая статистика: Энциклопедия/Гл. ред. Ю.В.Прохоров. – М.: Большая Российская энциклопедия, 1999. – 910с.
2. Орлов А.И. Эконометрика. – М.: Экзамен, 2002. - 576 с.
3. Рекомендации. Прикладная статистика. Методы обработки данных. Основные требования и характеристики / Орлов А.И., Фомин В.Н. и

др. - М.: ВНИИСтандартизации, 1987. 62 с.
4. Колмогоров А.Н. Основные понятия теории вероятностей. – М.-Л.: ОНТИ, 1936. 80 с.
5. Колмогоров А.Н. Теория информации и теория алгоритмов. – М.: Наука, 1987. 304 с.
6. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей: Учебник. 7-е изд., исправл. - М.: Эдиториал УРСС, 2001. 320 с.
7. Орлов А.И. Устойчивость в социально-экономических моделях. – М.: Наука, 1979. 296 с.
8. Большев Л.Н., Смирнов Н.В. Таблицы математической статистики. - М.: Наука, 1965 (1-е изд.), 1968 (2-е изд.), 1983 (3-е изд.).
9. Смирнов Н.В., Дунин-Барковский И.В. Курс теории вероятностей и математической статистики для технических приложений. – М.: Наука, 1969. 512 с.
10. Колмогоров А.Н. О логарифмически нормальном законе распределения размеров частиц при дроблении / Доклады АН СССР. 1941. Т.31. С.99-101.
11. Крамер Г. Математические методы статистики. – М.: Мир, 1975. 648 с.
12. Прохоров Ю.В., Розанов Ю.А. Теория вероятностей. (Основные понятия. Предельные теоремы. Случайные процессы.) – М.: Наука, 1973. 496 с.
13. Камень Ю.Э., Камень Я.Э., Орлов А.И. Реальные и номинальные уровни значимости в задачах проверки статистических гипотез. - Журнал «Заводская лаборатория». 1986. Т.52. No.12. С.55-57.
14. Орлов А.И. О нецелесообразности использования итеративных процедур нахождения оценок максимального правдоподобия. – Журнал «Заводская лаборатория», 1986, т.52, No.5, с.67-69.
15. Орлов А.И. Распространенная ошибка при использовании критериев Колмогорова и омега-квадрат. – Журнал «Заводская лаборатория».1985. Т.51. No.1. С.60-62.

16. Кендалл М.Дж., Стьюарт А. Статистические выводы и связи. - М.: Наука, 1973. – 900 с.
17. Себер Дж. Линейный регрессионный анализ. - М.: Мир, 1980. - 456 с.
18. Математическая теория планирования эксперимента / Под ред. С.М.Ермакова. - М.: Наука, 1983. – 392 с.
19. Холлендер М., Вульф Д. Непараметрические методы статистики. – М.: Финансы и статистика, 1983. - 518 с.
20. Кендалл М.Дж., Стьюарт А. Многомерный статистический анализ и временные ряды. - М.: Наука, 1976. – 736 с.
21. Орлов А.И. Некоторые неклассические постановки в регрессионном анализе и теории классификации. - В сб.: Программно-алгоритмическое обеспечение анализа данных в медико-биологических исследованиях. - М.: Наука, 1987. с.27-40.

Контрольные вопросы и задачи

1. Расскажите о понятиях случайного события и его вероятности.
2. Почему закон больших чисел и центральная предельная теорема занимают центральное место в вероятностно-статистических методах принятия решений?
3. Чем многомерный статистический анализ отличается от статистики объектов нечисловой природы?
4. Имеются три одинаковые с виду ящика. В первом a белых шаров и b черных; во втором c белых и d черных; в третьем только белые шары. Некто подходит наугад к одному из ящиков и вынимает из нее один шар. Найдите вероятность того, что этот шар белый.
5. Пассажир может воспользоваться трамваями двух маршрутов, следующих с интервалами T_1 и T_2 соответственно. Пассажир может прийти на остановку в некоторый произвольный момент времени.

Какой может быть вероятность того, что пассажир, пришедший на остановку, будет ждать не дольше t, где $0<t<\min(T_1,T_2)$?

6. Два стрелка, независимо один от другого, делают по два выстрела (каждый по своей мишени). Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для первого стрелка p_1, для второго p_2.Выигравшим соревнование считается тот стрелок, в мишени которого будет больше пробоин. Найти вероятность того, что выиграет первый стрелок.

7. Полная колода карт(52 листа) делится наугад на две равные пачки по 26 листов. Найти вероятности следующих событий:

А - в каждой из пачек окажется по два туза;

В - в одной из пачек не будет ни одного туза, а в другой все четыре;

С - в одной из пачек будет один туз, а в другой три.

8. Случайная величина X принимает значения 0 и 1, а случайная величина Y - значения (-1), 0 и 1. Вероятности $P(X=i,\ Y=j)$ задаются таблицей:

$P(X=i,\ Y=j)$	Y = - 1	Y = 0	Y = 1
X = 0	1/16	1/4	1/16
X = 1	1/16	1/4	5/16

Найдите распределение случайной величины $Z = XY$, ее математическое ожидание и дисперсию.

9. В условиях задачи 8 найдите распределение случайной величины $W = X/(Y+3)$, ее математическое ожидание и дисперсию.

10. Даны независимые случайные величины X и Y такие, что $M(X) = 1$, $D(X) = 3$, $M(Y) = -1$, $D(Y) = 2$. Найдите $M(aX + bY)$ и $D(aX + bY)$, где $a= 3$, $b= -2$.

Темы докладов, рефератов, исследовательских работ

1. Описание данных с помощью гистограмм и непараметрических оценок плотности.

2. Сравнительный анализ методов оценивания параметров и характеристик.

3. Преимущества одношаговых оценок по сравнению с оценками метода максимального правдоподобия.

4. Непараметрический регрессионный анализ.

5. Аксиоматическое введение метрик и их использование в статистике объектов нечисловой природы.

6. Законы больших чисел в пространствах произвольной природы, в том числе в дискретных пространствах.

7. Оптимизационные постановки в вероятностно-статистических задачах принятия решений.

2.3. Статистика интервальных данных

В статистике интервальных данных элементы выборки - не числа, а интервалы. Это приводит к алгоритмам и выводам, принципиально отличающимся от классических. Настоящая глава посвящена основным идеям и подходам асимптотической статистики интервальных данных. Приведены результаты, связанные с основополагающими в рассматриваемой области прикладной математической статистики понятиями нотны и рационального объема выборки. Рассмотрен ряд задач оценивания характеристик и параметров распределения, проверки гипотез, регрессионного, кластерного и дискриминантного анализов.

2.3.1. О развитии статистики интервальных данных

Перспективная и быстро развивающаяся область статистических исследований последних лет - математическая статистика интервальных данных. Речь идет о развитии методов прикладной математической статистики в ситуации, когда статистические данные - не числа, а интервалы, в частности, порожденные наложением ошибок измерения на значения случайных величин. Полученные результаты отражены, в частности, в выступлениях на проведенной в "Заводской лаборатории" дискуссии [1] и в докладах международной конференции ИНТЕРВАЛ-92 [2]. Приведем основные идеи весьма перспективного для вероятностно-статистических методов и моделей принятия решений асимптотического направления в статистике интервальных данных.

В настоящее время признается необходимым изучение устойчивости (робастности) оценок параметров к малым отклонениям исходных данных и предпосылок модели. Однако популярная среди теоретиков модель засорения (Тьюки-Хьюбера) представляется не вполне адекватной. Эта модель нацелена на изучение влияния больших "выбросов". Поскольку любые реальные измерения лежат в некотором фиксированном диапазоне, а именно, заданном в техническом паспорте средства измерения, то зачастую выбросы не могут быть слишком большими. Поэтому представляются полезными иные, более общие схемы устойчивости, в частности, введенные в [3], в которых, например, учитываются отклонения распределений результатов наблюдений от предположений модели.

В одной из таких схем изучается влияние интервальности исходных данных на статистические выводы. Необходимость такого изучения стала очевидной следующим образом. В государственных стандартах СССР по прикладной статистике в обязательном порядке давалось справочное приложение "Примеры применения правил стандарта". При разработке ГОСТ 11.011-83 [4] были переданы для анализа реальные данные о наработке резцов до предельного состояния (в часах). Оказалось, что все эти данные представляли собой либо целые числа, либо полуцелые (т.е. после умножения на 2 становящиеся целыми). Ясно, что исходная длительность наработок искажена. Необходимо учесть в статистических процедурах наличие такого искажения исходных данных. Как это сделать?

Первое, что приходит в голову - модель группировки данных, согласно которой для истинного значения X проводится замена на ближайшее число из множества $\{0{,}5n,\ n=1,2,3,...\}$. Однако эту модель целесообразно подвергнуть сомнению, а также рассмотреть иные модели. Так, возможно, что X надо приводить к ближайшему сверху элементу указанного множества - если проверка качества поставленных на испытание резцов проводилась раз в полчаса. Другой вариант: если расстояния от X до двух ближайших элементов множества $\{0{,}5n,\ n=1,2,3,...\}$ примерно равны, то естественно ввести рандомизацию при выборе заменяющего числа, и т.д.

Целесообразно построить новую математико-статистическую модель, согласно которой **результаты наблюдений - не числа, а интервалы**. Например, если в таблице приведено значение 53,5, то это значит, что реальное значение - какое-то число от 53,0 до 54,0, т.е. какое-то число в интервале [53,5 - 0,5; 53,5 + 0,5], где 0,5 - максимально возможная погрешность. Принимая эту модель, мы попадаем в новую научную область - статистику интервальных данных [5,6]. Статистика интервальных данных идейно связана с интервальной математикой, в которой в роли чисел выступают интервалы (см., например, монографию [7]). Это направление математики является дальнейшим развитием всем известных правил приближенных вычислений, посвященных выражению погрешностей суммы, разности, произведения, частного через погрешности тех чисел, над которыми осуществляются перечисленные операции.

В интервальной математике сумма двух интервальных чисел $[a,b]$ и $[c,d]$ имеет вид $[a,b] + [c,d] = [a+c, b+d]$, а разность определяется по формуле $[a,b] - [c,d] = [a-d, b-c]$. Для положительных a, b, c, d произведение определяется формулой $[a,b] * [c,d] = [ac, bd]$, а частное имеет вид $[a,b] / [c,d] = [a/d, b/c]$. Эти формулы получены при решении соответствующих оптимизационных задач. Пусть x лежит в отрезке $[a,b]$, а y – в отрезке $[c,d]$. Каково минимальное и максимальное значение для $x+y$? Очевидно, $a+c$ и $b+d$ соответственно. Минимальные и максимальные значения для $x-y$, xy, x/y задают нижние и верхние границы для интервальных чисел, задающих результаты арифметических операций. А от арифметических операций можно перейти ко всем остальным математическим алгоритмам. Так строится интервальная математика.

Как видно из сборника трудов Международной конференции [2], к настоящему времени удалось решить, в частности, ряд задач теории интервальных дифференциальных уравнений, в которых коэффициенты, начальные условия и решения описываются с помощью интервалов. По мнению ряда специалистов, статистика интервальных данных является частью интервальной математики [7]. Впрочем, есть точка зрения, согласно которой такое включение нецелесообразно, поскольку статистика интервальных данных использует несколько иные подходы к алгоритмам анализа реальных данных, чем сложившиеся в интервальной математике (подробнее см. ниже).

В настоящей главе развиваем асимптотические методы статистического анализа интервальных данных при больших объемах выборок и малых погрешностях измерений. В отличие от классической математической статистики, сначала устремляется к бесконечности объем выборки и только потом - уменьшаются до нуля погрешности. В частности, еще в начале 1980-х годов с помощью такой асимптотики были сформулированы правила выбора метода оценивания в ГОСТ 11.011-83 [4].

Разработана [8] общая схема исследования, включающая расчет нотны (максимально возможного отклонения статистики, вызванного интервальностью исходных данных) и рационального объема выборки (превышение которого не дает существенного повышения точности оценивания). Она применена к оцениванию математического ожидания и дисперсии [1], медианы и коэффициента вариации [9], параметров гамма-распределения [4, 10] и характеристик аддитивных статистик [8], при проверке гипотез о параметрах нормального распределения, в т.ч. с помощью критерия Стьюдента, а также гипотезы однородности с помощью критерия Смирнова [9]. Изучено асимптотическое поведение оценок метода моментов и оценок максимального правдоподобия (а также более общих - оценок минимального контраста), проведено асимптотическое сравнение этих методов в случае интервальных данных, найдены общие условия, при которых, в отличие от классической математической статистики, метод моментов дает более точные оценки, чем метод максимального правдоподобия [11].

Разработаны подходы к рассмотрению интервальных данных в основных постановках регрессионного, дискриминантного и кластерного анализов [12]. В частности, изучено влияние погрешностей измерений и наблюдений на свойства алгоритмов регрессионного анализа, разработаны способы расчета нотн и рациональных объемов выборок, введены и исследованы новые понятия многомерных и асимптотических нотн, доказаны соответствующие предельные теоремы [12,13]. Начата разработка интервального дискриминантного анализа, в частности, рассмотрено влияние интервальности данных на показатель качества классификации [12,14]. Основные идеи и результаты рассматриваемого направления в статистике интервальных данных приведены в публикациях обзорного характера [5,6].

Как показала, в частности, международная конференция ИНТЕРВАЛ-92, в области асимптотической математической статистики интервальных данных мы имеем мировой приоритет. По нашему мнению, со временем во все виды статистического программного обеспечения должны быть включены алгоритмы интервальной статистики, "параллельные" обычно используемым алгоритмам прикладной математической статистики. Это позволит в явном виде учесть наличие погрешностей у результатов наблюдений, сблизить позиции метрологов и статистиков.

Многие из утверждений статистики интервальных данных весьма отличаются от аналогов из классической математической статистики. В частности, не существует состоятельных оценок; средний квадрат ошибки оценки, как правило, асимптотически равен сумме дисперсии оценки, рассчитанной согласно классической теории, и некоторого положительного числа (равного квадрату т.н. нотны - максимально возможного отклонения значения статистики из-за погрешностей исходных данных) - в результате метод моментов оказывается иногда точнее метода максимального правдоподобия [11]; нецелесообразно увеличивать объем выборки сверх некоторого предела (называемого рациональным объемом выборки) - вопреки классической теории, согласно которой чем больше объем выборки, тем точнее выводы.

В стандарт [4] был включен раздел 5, посвященный выбору метода оценивания при неизвестных параметрах формы и масштаба и известном параметре сдвига и основанный на концепциях статистики интервальных данных. Теоретическое обоснование этого раздела стандарта опубликовано лишь через 5 лет в статье [10].

Следует отметить, что хотя в 1982 г. при разработке стандарта [4] были сформулированы основные идеи статистики интервальных данных, однако из-за недостатка времени они не были полностью реализованы в ГОСТ 11.011-83, и этот стандарт написан в основном в классической манере. Развитие идей статистики интервальных данных продолжается уже в течение 20 лет, и еще много чего надо сделать! Большое значение статистики интервальных данных для современной прикладной статистики обосновано в [15,16].

Ведущая научная школа в области статистики интервальных данных - это школа проф. А.П. Вощинина, активно работающая с конца 70-х годов. Полученные результаты отражены в ряде монографий (см., в частности, [17,18,19]), статей [1, 20, 21], докладов, в частности, в трудах [2] Международной конференции ИНТЕРВАЛ-92, диссертаций [22,23]. В частности, изучены проблемы регрессионного анализа, планирования эксперимента, сравнения альтернатив и принятия решений в условиях интервальной неопределенности. Рассматриваемое ниже направление отличается нацеленностью на асимптотические результаты, полученные при больших объемах выборок и малых погрешностях измерений, поэтому оно и названо **асимптотической статистикой интервальных данных.**

Сформулируем сначала основные идеи асимптотической математической статистики интервальных данных, а затем рассмотрим реализацию этих идей на перечисленных выше примерах. Следует сразу подчеркнуть, что основные идеи достаточно просты, в то время как их проработка в конкретных ситуациях зачастую оказывается достаточно трудоемкой.

2.3.2. Основные идеи асимптотической математической статистики интервальных данных

Пусть существо реального явления описывается выборкой x_1, x_2, ..., x_n. В вероятностной теории математической статистики, из которой мы исходим (см. терминологическую статью [24]), выборка - это набор независимых в совокупности одинаково распределенных случайных величин. Однако беспристрастный и тщательный анализ подавляющего большинства реальных задач показывает, что статистику известна отнюдь не выборка x_1, x_2, ..., x_n, а величины

$$y_j = x_j + \varepsilon_j, \quad j = 1, 2, \ldots, n,$$

где $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_n$ - некоторые погрешности измерений, наблюдений, анализов, опытов, исследований (например, инструментальные ошибки).

Одна из причин появления погрешностей - запись результатов наблюдений с конечным числом значащих цифр. Дело в том, что для случайных величин с непрерывными функциями распределения событие, состоящее в попадании хотя бы одного элемента выборки в множество рациональных чисел, согласно правилам теории вероятностей имеет вероятность 0, а такими событиями в теории вероятностей принято пренебрегать. Поэтому при рассуждениях о выборках из нормального, логарифмически нормального, экспоненциального, равномерного, гамма - распределений, распределения Вейбулла-Гнеденко и др. приходится принимать, что эти распределения имеют элементы исходной выборки $x_1, x_2, \ldots, x_n$, в то время как статистической обработке доступны лишь искаженные значения $y_j = x_j + \varepsilon_j$.

Введем обозначения

$$x = (x_1, x_2, \ldots, x_n), \; y = (y_1, y_2, \ldots, y_n), \; \varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \ldots + \varepsilon_n.$$

Пусть статистические выводы основываются на статистике $f : R^n \to R^1$, используемой для оценивания параметров и характеристик распределения, проверки гипотез и решения иных статистических задач. Принципиально важная для статистики интервальных данных идея такова: СТАТИСТИК ЗНАЕТ ТОЛЬКО $f(y)$, НО НЕ $f(x)$.

Очевидно, в статистических выводах необходимо отразить различие между $f(y)$ и $f(x)$. Одним из двух основных понятий статистики интервальных данных является понятие нотны.

Определение. Величину максимально возможного (по абсолютной величине) отклонения, вызванного погрешностями наблюдений ε, известного статистику значения $f(y)$ от истинного значения $f(x)$, т.е.

$$Nf(x) = \sup | f(y) - f(x) | ,$$

где супремум берется по множеству возможных значений вектора погрешностей ε (см. ниже), будем называть НОТНОЙ .

Если функция f имеет частные производные второго порядка, а ограничения на погрешности имеют вид

$$|\varepsilon_i| \le \Delta, \; i = 1,2,\ldots,n, \qquad (1)$$

причем Δ мало, то приращение функции f с точностью до бесконечно малых более высокого порядка описывается главным линейным членом, т.е.

$$f(y) - f(x) = \sum_{1 \le i \le n} \frac{\partial f(x)}{\partial x_i} \varepsilon_i + O(\Delta^2).$$

Чтобы получить асимптотическое (при $\Delta \to 0$) выражение для нотны, достаточно найти максимум и минимум линейной функции (главного линейного члена) на кубе, заданном неравенствами (1). Легко видеть, что максимум достигается, если положить

$$\varepsilon_i = \begin{cases} \Delta, \dfrac{\partial f(x)}{\partial x_i} \geq 0, \\ -\Delta, \dfrac{\partial f(x)}{\partial x_i} < 0, \end{cases}$$

а минимум, отличающийся от максимума только знаком, достигается при $\varepsilon_i' = -\varepsilon_i$. Следовательно, *нотна* с точностью до бесконечно малых более высокого
порядка имеет вид

$$N_f(x) = (\sum_{1 \leq i \leq n} |\frac{\partial f(x)}{\partial x_i}|)\Delta.$$

Это выражение назовем *асимптотической нотной*.

Условие (1) означает, что исходные данные представляются статистику в виде интервалов $[y_i - \Delta; y_i + \Delta], i = 1,2,...,n$ (отсюда и название этого научного направления). Ограничения на погрешности могут задаваться разными способами - кроме абсолютных ошибок используются относительные или иные показатели различия между x и y.

Если задана не предельная абсолютная погрешность Δ, а предельная относительная погрешность δ, т.е. ограничения на погрешности вошедших в выборку результатов измерений имеют вид

$$|\varepsilon_i| \leq \delta |x_i|, i = 1,2,...,n,$$

то аналогичным образом получаем, что нотна с точностью до бесконечно малых более высокого порядка, т.е. асимптотическая нотна, имеет вид

$$N_f(x) = (\sum_{1 \leq i \leq n} |x_i \frac{\partial f(x)}{\partial x_i}|)\delta.$$

При практическом использовании рассматриваемой концепции необходимо провести тотальную замену символов *x* на символы *y*. В каждом конкретном случае удается показать, что в силу малости погрешностей разность $N_f(y) - N_f(x)$ является бесконечно малой более высокого порядка сравнительно с $N_f(x)$ или $N_f(y)$.

Основные результаты в вероятностной модели. В классической вероятностной модели элементы исходной выборки x_1, x, ..., x_n рассматриваются как независимые одинаково распределенные случайные величины. Как правило, существует некоторая константа *C* > 0 такая, что в смысле сходимости по вероятности

$$\lim_{n\to\infty} N_f(x) = C\Delta. \qquad (2)$$

Соотношение (2) доказывается отдельно для каждой конкретной задачи.

При использовании классических эконометрических методов в большинстве случаев используемая статистика *f(x)* является асимптотически нормальной. Это означает, что существуют константы *a* и σ^2 такие, что

$$\lim_{n\to\infty} P\left(\sqrt{n}\,\frac{f(x)-a}{\sigma} < x\right) = \Phi(x),$$

где $\Phi(x) -$ функция стандартного нормального распределения с математическим ожиданием 0 и дисперсией 1. При этом обычно оказывается, что

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt{n}(Mf(x) - a) = 0$$

и

$$\lim_{n\to\infty} nDf(x) = \sigma^2,$$

а потому в классической эконометрике средний квадрат ошибки статистической оценки равен

$$M(f(x)-a)^2=(Mf(x)-a)^2+Df(x)=\frac{\sigma^2}{n}$$

с точностью до членов более высокого порядка.

В статистике интервальных данных ситуация совсем иная - обычно можно доказать, что средний квадрат ошибки равен

$$\max_{\{\varepsilon\}} M(f(y)-a)^2=\frac{\sigma^2}{n}+N_f^2(y)+o(\Delta^2+\frac{1}{n}). \qquad (3)$$

Из соотношения (3) можно сделать ряд важных следствий. Прежде всего отметим, что правая часть этого равенства, в отличие от правой части соответствующего классического равенства, не стремится к 0 при безграничном возрастании объема выборки. Она остается больше некоторого положительного числа, а именно, квадрата нотны. Следовательно, статистика *f(x)* не является состоятельной оценкой параметра *a*. Более того, состоятельных оценок вообще не существует.

Пусть доверительным интервалом для параметра *a*, соответствующим заданной доверительной вероятности γ, в классической математической статистике является интервал $(c_n(\gamma);d_n(\gamma))$. В статистике интервальных данных аналогичный доверительный интервал является более широким. Он имеет вид $(c_n(\gamma)-N_f(y);d_n(\gamma)+N_f(y))$. Таким образом, его длина увеличивается на две нотны. Следовательно, при увеличении объема выборки длина доверительного интервала не может стать меньше, чем $2C\Delta$ (см. формулу (2)).

В статистике интервальных данных методы оценивания параметров имеют другие свойства по сравнению с классической математической статистикой. Так, при больших объемах выборок метод моментов может быть заметно лучше, чем метод максимального правдоподобия (т.е. иметь меньший средний квадрат ошибки - см. формулу (3)), в то время как в классической математической статистике второй из названных методов всегда не хуже первого.

Рациональный объем выборки. Анализ формулы (3) показывает, что в отличие от классической математической статистики нецелесообразно безгранично увеличивать объем выборки, поскольку средний квадрат ошибки остается всегда большим квадрата нотны. Поэтому представляется полезным ввести понятие "рационального объема выборки" n_{rat}, при достижении которого продолжать наблюдения нецелесообразно.

Как установить "рациональный объем выборки"? Можно воспользоваться идеей "принципа уравнивания погрешностей", выдвинутой в монографии [3]. Речь идет о том, что вклад погрешностей различной природы в общую погрешность должен быть примерно одинаков. Этот принцип дает возможность выбирать необходимую точность оценивания тех или иных характеристик в тех случаях, когда это зависит от исследователя. В статистике интервальных данных в соответствии с "принципом уравнивания погрешностей" предлагается определять рациональный объем выборки n_{rat} из условия равенства двух величин - метрологической составляющей, связанной с нотной, и статистической составляющей - в среднем квадрате ошибки (3), т.е. из условия

$$\frac{\sigma^2}{n_{rat}} = N_f^2(y), \quad n_{rat} = \frac{\sigma^2}{N_f^2(y)}.$$

Для практического использования выражения для рационального объема выборки неизвестные теоретические характеристики необходимо заменить их оценками. Это делается в каждой конкретной задаче по-своему.

Исследовательскую программу в области статистики интервальных данных можно "в двух словах" сформулировать так: для любого алгоритма анализа данных (алгоритма прикладной статистики) необходимо вычислить нотну и рациональный объем выборки. Или иные величины из того же понятийного ряда, возникающие в многомерном случае, при наличии нескольких выборок и при иных обобщениях описываемой здесь простейшей схемы. Затем проследить влияние погрешностей исходных данных на точность оценивания, доверительные интервалы, значения статистик критериев при проверке гипотез, уровни значимости и другие характеристики статистических выводов. Очевидно, классическая математическая статистика является частью статистики интервальных данных, выделяемой условием $\Delta = 0$.

2.3.3. Интервальные данные в задачах оценивания характеристик распределения

Поясним теоретические концепции статистики интервальных данных на простых примерах.

Пример 1. Оценивание математического ожидания. Пусть необходимо оценить математическое ожидание случайной величины с помощью обычной оценки - среднего арифметического результатов наблюдений, т.е.

$$f(x) = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}.$$

Тогда при справедливости ограничений (1) на абсолютные погрешности имеем $N_f(x) = \Delta$. Таким образом, нотна полностью известна и не зависит от многомерной точки, в которой берется. Вполне естественно: если каждый результат наблюдения известен с точностью до Δ, то и среднее арифметическое известно с той же точностью. Ведь возможна систематическая ошибка - если к каждому результату наблюдению добавить Δ, то и среднее арифметическое увеличится на Δ.

Поскольку

$$D(\bar{x}) = \frac{D(x_1)}{n},$$

то в обозначениях предыдущего пункта

$$\sigma^2 = D(x_1).$$

Следовательно, рациональный объем выборки равен

$$n_{rat} = \frac{D(x_1)}{\Delta^2}.$$

Для практического использования полученной формулы надо оценить дисперсию результатов наблюдений. Можно доказать, что, поскольку Δ мало, это можно сделать обычным способом, например, с помощью несмещенной выборочной оценки дисперсии

$$s^2(y) = \frac{1}{n-1}\sum_{1\le i\le n}(y_i - \bar{y})^2.$$

Здесь и далее рассуждения часто идут на двух уровнях. Первый - это уровень "истинных" случайных величин, обозначаемых *"x"*, описывающих реальность, но неизвестных специалисту по анализу данных. Второй - уровень известных этому специалисту величин *"y"*, отличающихся погрешностями от истинных. Погрешности малы, поэтому функции от x отличаются от функций от y на некоторые бесконечно малые величины. Эти соображения и позволяют использовать $s^2(y)$ как оценку $D(x_1)$.

Итак, выборочной оценкой рационального объема выборки является

$$n_{sample-rat} = \frac{s^2(y)}{\Delta^2}.$$

Уже на этом первом рассматриваемом примере видим, что рациональный объем выборки находится не где-то вдали, а непосредственно рядом с теми объемами, с которыми имеет дело любой практически работающий статистик. Например, если статистик знает, что $\Delta = \frac{\sigma}{6}$, то n_{rat} = 36. А именно такова погрешность контрольных шаблонов во многих технологических процессах! Поэтому, занимаясь управлением качеством, необходимо обращать внимание на действующую на предприятии систему измерений.

По сравнению с классической математической статистикой доверительный интервал для математического ожидания (для заданной доверительной вероятности γ) имеет другой вид:

$$(\bar{y} - \Delta - u(\gamma)\frac{s}{\sqrt{n}}; \bar{y} + \Delta + u(\gamma)\frac{s}{\sqrt{n}}), \qquad (4)$$

где $u(\gamma)$ - квантиль порядка (1+ γ)/2 стандартного нормального распределения с математическим ожиданием 0 и дисперсией 1..

По поводу формулы (4) была довольно жаркая дискуссия среди специалистов. Отмечалось, что она получена на основе Центральной Предельной Теоремы теории вероятностей и может быть использована при любом распределении результатов наблюдений (с конечной дисперсией). Если же имеется дополнительная информация, то, по мнению отдельных специалистов, формула (4) может быть уточнена. Например, если известно, что распределение x_i является нормальным, в качестве $u(\gamma)$ целесообразно использовать квантиль распределения Стьюдента. К этому надо добавить, что по небольшому числу наблюдений нельзя надежно установить нормальность, а при росте объема выборки квантили распределения Стьюдента приближаются к квантилям нормального распределения. Вопрос о том, часто ли результаты наблюдений имеют нормальное распределение, подробно обсуждался среди специалистов. Выяснилось, что распределения встречающихся в практических задачах результатов измерений почти всегда отличны от нормальных [25]. А также и от распределений из иных параметрических семейств, описываемых в учебниках.

Применительно к оцениванию математического ожидания (но не к оцениванию других характеристик или параметров распределения) факт существования границы возможной точности, определяемой точностью исходных данных, не0днократно отмечался в литературе ([26, с.230-234], [31, с.121] и др.).

Пример 2. Оценивание дисперсии. Для статистики $f(y) = s^2(y)$, где $s^2(y)$ - выборочная дисперсия (несмещенная оценка теоретической дисперсии), при справедливости ограничений (1) на абсолютные погрешности имеем

$$N_f(y) = \frac{2\Delta}{n-1}\sum_{i=1}^{n}|y_i - \bar{y}| + O(\Delta^2).$$

Можно показать, что нотна $N_f(y)$ сходится к

$$2\Delta M|x_1 - M(x_1)|$$

по вероятности с точностью до $o(\Delta)$, когда n стремится к бесконечности. Это же предельное соотношение верно и для нотны $N_f(x)$, вычисленной для исходных данных. Таким образом, в данном случае справедлива формула (2) с

$$C = 2M|x_1 - M(x_1)|.$$

Известно, что случайная величина

$$\frac{s^2 - \sigma^2}{\sqrt{n}}$$

является асимптотически нормальной с математическим ожиданием 0 и дисперсией $D(x_1^2)$.

Из сказанного вытекает, что в статистике интервальных данных асимптотический доверительный интервал для дисперсии σ^2 (соответствующий доверительной вероятности γ) имеет вид

$$(s^2(y) - A; \quad s^2 + A),$$

где

$$A = \frac{u(\gamma)}{\sqrt{n(n-1)}}\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(y_i^2 - \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}y_j^2)^2} + \frac{2\Delta}{n-1}\sum_{i=1}^{n}|y_i - \bar{y}|,$$

где $u(\gamma)$ обозначает тот же самый квантиль стандартного нормального распределения, что и выше в случае оценивания математического ожидания.

Рациональный объем выборки при оценивании дисперсии равен

$$n_{rat} = \frac{D(x_1^2)}{4\Delta^2 (M \mid x_1 - M(x_1) \mid)^2},$$

а выборочную оценку рационального объема выборки $n_{sample-rat}$ можно вычислить, заменяя теоретические моменты на соответствующие выборочные и используя доступные статистику результаты наблюдений, содержащие погрешности.

Что можно сказать о численной величине рационального объема выборки? Как и в случае оценивания математического ожидания, она отнюдь не выходит за пределы обычно используемых объемов выборок. Так, если распределение результатов наблюдений x_i является нормальным с математическим ожиданием 0 и дисперсией σ^2, то в результате вычисления моментов случайных величин в предыдущей формуле получаем, что

$$n_{rat} = \frac{\sigma^2}{\pi \Delta^2},$$

где π - отношение длины окружности к диаметру, $\pi = 3{,}141592...$ Например, если $\Delta = \sigma / 6,$ то $n_{rat} = 11.$ Это меньше, чем при оценивании математического ожидания в предыдущем примере.

Пример 3. Аддитивные статистики. Пусть $g : R^1 \to R^1$ - некоторая непрерывная функция. Аддитивные статистики имеют вид

$$f(x) = \frac{1}{n} \sum_{1 \le i \le n} g(x_i).$$

Тогда

$$\sum_{1 \le i \le n} \left| \frac{\partial f(x)}{\partial x_i} \right| = \frac{1}{n} \sum_{1 \le i \le n} \left| \frac{dg(x_i)}{dx_i} \right| \to M \left| \frac{dg(x_1)}{dx_1} \right|,$$

$$\sum_{1\le i\le n} | x_i \frac{\partial f(x)}{\partial x_i} | = \frac{1}{n} \sum_{1\le i\le n} | x_i \frac{dg(x_i)}{dx_i} | \to M | x_1 \frac{dg(x_1)}{dx_1} |$$

по вероятности при $n \to \infty$, если математические ожидания в правых частях двух последних соотношений существуют. Применяя рассмотренные выше общие соображения, получаем, что при малых фиксированных Δ и δ и достаточно больших *n* значения *f(y)* могут принимать любые величины из разрешенных (например, записываемых заданным числом значащих цифр) в замкнутом интервале

$$[f(x) - \Delta M | \frac{dg(x_1)}{dx_1} |; f(x) + \Delta M | \frac{dg(x_1)}{dx_1} |] \qquad (5)$$

при ограничениях (1) на абсолютные ошибки и в замкнутом интервале

$$[f(x) - \delta M | x_1 \frac{dg(x_1)}{dx_1} |; f(x) + \delta M | x_1 \frac{dg(x_1)}{dx_1} |] \qquad \ldots(6)$$

при ограничениях на относительные погрешности результатов наблюдений. Обратим внимание, что длины этих интервалов независимы от объема выборки, в частности, не стремятся к 0 при его росте.

К каким последствиям это приводит в задачах статистического оценивания? Поскольку для статистик аддитивного типа

$$f(x) = \frac{1}{n} \sum_{1\le i\le n} g(x_i) \to Mg(x_1) \qquad (7)$$

по вероятности при $n \to \infty$, если математическое ожидание в правой части формулы (7) существует, то аддитивную статистику *f(x)* естественно рассматривать как непараметрическую оценку этого математического ожидания. Термин «непараметрическая» означает, что не делается предположений о принадлежности функции распределения выборки к тому или иному параметрическому семейству распределения. Распределение статистики *f(x)* зависит от распределения результатов наблюдений. Однако для любого распределения результатов наблюдений с конечной дисперсией статистика $f(x)$ является состоятельной и асимптотически нормальной оценкой для математического ожидания, указанного в правой части формулы (7).

Как известно, в рамках классической математической статистики в предположении существования ненулевой дисперсии $Dg(x_1)$ в силу асимптотической нормальности аддитивной статистики $f(x)$ асимптотический доверительный интервал, соответствующий доверительной вероятности γ, имеет вид

$$[f(x) - u(\frac{1+\gamma}{2})\frac{s(g(x))}{\sqrt{n}}; f(x) + u(\frac{1+\gamma}{2})\frac{s(g(x))}{\sqrt{n}}],$$

где $s(g(x))$ – выборочное среднее квадратическое отклонение, построенное по $g(x_1)$, $g(x_2), \ldots, g(x_n)$, а $u(\frac{1+\gamma}{2})$ - квантиль стандартного нормального распределения порядка $\frac{1+\gamma}{2}$.

В рассматриваемой модели порождения интервальных данных вместо $f(x)$ необходимо использовать $f(y)$, а вместо $g(x_i)$ – соответственно $g(y_i)$, i-1,2,…,n. При этом доверительный интервал необходимо расширить с учетом формул (5) и (6).

В соответствии с проведенными рассуждениями для аддитивных статистик асимптотическая нотна имеет вид

$$N_f(x) = \Delta M \left| \frac{dg(x_1)}{dx_1} \right|$$

при ограничениях (1) на абсолютную погрешность и

$$N_f(x) = \delta M \left| x_1 \frac{dg(x_1)}{dx_1} \right|$$

при ограничениях на относительную погрешность. В первом случае нотна является обобщением понятия предельной абсолютной систематической ошибки, во втором – предельной относительной систематической ошибки. Отметим, что, как и в примерах 1 и 2, асимптотическая нотна не зависит от точки, в которой вычисляется. Таким образом, она является константой для конкретного метода статистического анализа данных.

Поскольку *n* велико, а Δ и δ малы, то можно пренебречь отличием выборочного среднего квадратического отклонения *s(g(y)),* вычисленного по выборке преобразованных значений $g(y_1), g(y_2),..., g(y_n)$, от выборочного среднего квадратического отклонения *s(g(x)),* построенного по выборке $g(x_1), g(x_2),..., g(x_n)$. Разность этих двух величин является бесконечно малой, они приближаются к одной и той же положительной константе.

В статистике интервальных данных выборочный доверительный интервал для $Mg(x_1)$ имеет вид

$$[f(y) - N_f(y) - u(\frac{1+\gamma}{2})\frac{s(g(y))}{\sqrt{n}}; f(y) + N_f(y) + u(\frac{1+\gamma}{2})\frac{s(g(y))}{\sqrt{n}}].$$

В асимптотике его длина такова:

$$2N_f(x) + 2u(\frac{1+\delta}{2})\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \qquad (8)$$

где σ^2 - дисперсия $g(x_1)$, в то время как в классической теории математической статистики имеется только второе слагаемое. Соотношение (8) – аналог суммарной ошибки у метрологов [26]. Поскольку первое слагаемое положительно, то оценивание $Mg(x_1)$ с помощью *f(y)* не является состоятельным.

Для аддитивных статистик при больших *n* максимум (по возможным погрешностям) среднего квадрата отклонения оценки имеет вид

$$\max_{\varepsilon} M[f(y) - Mg(x_1)]^2 = N_f^2(x) + \frac{Dg(x_1)}{n} \qquad (9)$$

с точностью до членов более высокого порядка. Исходя из принципа уравнивания погрешностей в общей схеме устойчивости [3], нецелесообразно второе слагаемое в (9) делать меньше первого за счет увеличения объема выборки *n.* Рациональный объем выборки, т.е. тот объем, при котором равны погрешности оценивания (или проверки гипотез), вызванные погрешностями исходных данных, и статистические погрешности, рассчитанные по обычным правилам математической статистики (при $\varepsilon_i \equiv 0$), для аддитивных статистик согласно (9) имеет вид

$$n_{rat} = \frac{Dg(x_1)}{N_f^2(x)}. \quad (10)$$

В качестве примера рассмотрим экспоненциально распределенные результаты наблюдений $x_i, M(x_1) = D(x_1) = 1.$ Оцениваем математическое ожидание с помощью выборочного среднего арифметического при ограничениях на относительную погрешность. Тогда согласно формуле (10)

$$N_f(x) = \delta, \quad n_{rat} = \frac{1}{\delta^2}.$$

В частности, если относительная погрешность измерений δ =10%, то рациональный объем выборки равен 100. Формуле (10) соответствует также рассмотренный выше пример 1.

Пример 4. Оценивание медианы распределения с помощью выборочной медианы. Хотя нельзя выделить главный линейный член из-за недифференцируемости функции *f(x)*, выражающей выборочную медиану через элементы выборки, непосредственно из определения нотны следует, что при ограничениях на абсолютные погрешности

$$N_f(x) = \Delta,$$

а при ограничениях на относительные погрешности

$$N_f(x) = \delta x_{med}$$

с точностью до бесконечно малых более высокого порядка, где x_{med} - теоретическая медиана. Доверительный интервал для медианы имеет вид

$$[a_1(x) - N_f(x); a_2(x) + N_f(x)],$$

где $[a_1(x); a_2(x)]$ - доверительный интервал для медианы, вычисленный по классическим правилам непараметрической статистики [27]. Для нахождения рационального объема выборки можно использовать асимптотическую дисперсию выборочной медианы. Она, как известно (см., например, [28, с.178]), равна

$$\sigma^2(M) = \frac{1}{4np^2(x_{med})}.$$

где $p(x_{med})$ - плотность распределения результатов измерений в точке x_{med}. Следовательно, рациональный объем выборки имеет вид

$$n_{rat} = \frac{1}{4p^2(x_{med})\Delta^2}, \quad n_{rat} = \frac{1}{4p^2(x_{med})x_{med}^2\delta^2}$$

при ограничениях на абсолютные и относительные погрешности результатов измерений соответственно. Для практического использования этих формул следует оценить плотность распределения результатов измерений в одной точке - теоретической медиане. Это можно сделать с помощью тех или иных непараметрических оценок плотности [27].

Если результаты наблюдений имеют стандартное нормальное распределение с математическим ожиданием 0 и дисперсией 1, то

$$n_{rat} = \frac{\pi}{2\Delta^2} \approx \frac{1{,}57}{\Delta^2}.$$

В этом случае рациональный объем выборки в $\pi/2$ раз больше, чем для оценивания математического ожидания (пример 1 выше). Однако для других распределений рассматриваемое соотношение объемов может быть иным, в частности, меньше 1. Как вытекает из статьи А.Н.Колмогорова 1931 г. [29], рассматриваемое соотношение объемов может принимать любое значение между 0 и3.

Пример 5. Оценивание коэффициента вариации. Рассмотрим выборочный коэффициент вариации

$$v = f(y_1, y_2, ..., y_n) = \frac{\left\{\frac{1}{n-1}\sum_{1\le i\le n}(y_i - \bar{y})^2\right\}^{1/2}}{\frac{1}{n}\sum_{1\le i\le n} y_i} = \frac{s(y)}{\bar{y}}.$$

Как нетрудно подсчитать,

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} = \frac{n\bar{x}(x_i - \bar{x}) - (n-1)s^2(x)}{n(n-1)(\bar{x})^2 s(x)}.$$

В случае ограничений на относительную погрешность

$$\lim_{n\to\infty} N_f(x) = \frac{\delta}{(M(x_1))^2\sigma} M\,|\,x_1\{[x_1 - M(x_1)]M(x_1) - \sigma^2\}\,|.$$

На основе этого предельного соотношения и формулы для асимптотической дисперсии выборочного коэффициента вариации, приведенной в [27], могут быть найдены по описанной выше схеме доверительные границы для теоретического коэффициента вариации и рациональный объем выборки.

Замечание. Отметим, что формулы для рационального объема выборки получены на основе асимптотической теории, а применяются для получения конечных объемов – 36 и 100 в примерах 1-3. Как всегда при использовании асимптотических результатов математической статистики, необходимы дополнительные исследования для изучения точности асимптотических формул при конечных объемах выборок.

2.3.4. Интервальные данные в задачах оценивания параметров (на примере гамма-распределения)

Рассмотрим классическую в прикладной математической статистике параметрическую задачу оценивания. Исходные данные –

выборка $x_1, x_2, \ldots, x_n$, состоящая из n действительных чисел. В вероятностной модели простой случайной выборки ее элементы $x_1, x_2, \ldots, x_n$ считаются набором реализаций n независимых одинаково распределенных случайных величин. Будем считать, что эти величины имеют плотность $f(x)$. В параметрической статистической теории предполагается, что плотность $f(x)$ известна с точностью до конечномерного параметра, т.е., $f(x) = f(x, \theta_0)$ при некотором $\theta_0 \in \Theta \subseteq R^k$. Это, конечно, весьма сильное предположение, которое требует обоснования и проверки; однако в настоящее время параметрическая теория оценивания широко используется в различных прикладных областях.

Все результаты наблюдений определяются с некоторой точностью, в частности, записываются с помощью конечного числа значащих цифр (обычно 2 – 5). Следовательно, все реальные распределения результатов наблюдений дискретны. Обычно считают, что эти дискретные распределения достаточно хорошо приближаются непрерывными. Уточняя это утверждение, приходим к уже рассматривавшейся модели, согласно которой статистику доступны лишь величины

$$y_j = x_j + \varepsilon_j\ ,\ j = 1, 2, \ldots, n\ ,$$

где x_i – «истинные» значения, $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_n$ – погрешности наблюдений (включая погрешности дискретизации). В вероятностной модели принимаем, что n пар

$$(x_1, \varepsilon_1), (x_2, \varepsilon_2), \ldots, (x_n, \varepsilon_n)$$

образуют простую случайную выборку из некоторого двумерного распределения, причем $x_1, x_2, \ldots, x_n$ - выборка из распределения с плотностью $f(x) = f(x, \theta_0)$. Необходимо учитывать, что x_i и ε_i - реализации зависимых случайных величин (если считать их независимыми, то распределение *yi* будет непрерывным, а не дискретным). Поскольку систематическую ошибку, как правило, нельзя полностью исключить [26, с.141], то необходимо рассматривать случай $M\varepsilon_i \neq 0.$ Нет оснований априори принимать и нормальность распределения погрешностей (согласно сводкам экспериментальных данных о разнообразии форм распределения погрешностей измерений, приведенным в [26, с.148] и [27, с.71-77], в подавляющем большинстве случаев гипотеза о нормальном распределении погрешностей оказалась неприемлемой для средств измерений различных типов). Таким образом, все три распространенных представления о свойствах погрешностей не адекватны реальности. Влияние погрешностей наблюдений на свойства статистических моделей необходимо изучать на основе иных моделей, а именно, моделей интервальной статистики.

Пусть ε - характеристика величины погрешности, например, средняя квадратическая ошибка $\varepsilon = \sqrt{M(\varepsilon_i^2)}$. В классической математической статистике ε считается пренебрежимо малой ($\varepsilon \to 0$) при фиксированном объеме выборки *n*. Общие результаты доказываются в асимптотике $n \to \infty$. Таким образом, в классической математической статистике сначала делается предельный переход $\varepsilon \to 0$, а затем предельный переход $n \to \infty$. В статистике интервальных данных принимаем, что объем выборки достаточно велик ($n \to \infty$), но всем измерениям соответствует одна и та же характеристика погрешности $\varepsilon \neq 0$. Полезные для анализа реальных данных предельные теоремы получаем при $\varepsilon \to 0$. В статистике интервальных данных сначала делается предельный переход $n \to \infty$, а затем предельный переход $\varepsilon \to 0$. Итак, в обеих теориях используются одни и те же два предельных перехода: $n \to \infty$ и $\varepsilon \to 0$, но в разном порядке. Утверждения обеих теорий принципиально различны.

Изложение ниже идет на примере оценивания параметров гамма-распределения, хотя аналогичные результаты можно получить и для других параметрических семейств, а также для задач проверки гипотез (см. ниже) и т.д. Наша цель – продемонстрировать основные черты подхода статистики интервальных данных. Его разработка была стимулирована подготовкой ГОСТ 11.011-83 [4].

Отметим, что постановки статистики объектов нечисловой природы соответствуют подходу, принятому в общей теории устойчивости [3,27]. В соответствии с этим подходом выборке $x = (x_1, x_2, ..., x_n)$ ставится в соответствие множество допустимых отклонений $G(x)$, т.е. множество возможных значений вектора результатов наблюдений $y = (y_1, y_2, ..., y_n)$. Если известно, что абсолютная погрешность результатов измерений не превосходит Δ, то множество допустимых отклонений имеет вид

$$G(x,\Delta) = \{y : |y_i - x_i| \le \Delta, i = 1,2,...,n\}.$$

Если известно, что относительная погрешность не превосходит δ, то множество допустимых отклонений имеет вид

$$G(x,\delta) = \{y : \left|\frac{y_i}{x_i} - 1\right| \le \delta, i = 1,2,...,n\}.$$

Теория устойчивости позволяет учесть «наихудшие» отклонения, т.е. приводит к выводам типа минимаксных, в то время как конкретные модели погрешностей позволяют делать заключения о поведении статистик «в среднем».

Оценки параметров гамма-распределения. Как известно, случайная величина X имеет гамма-распределение, если ее плотность такова [4]:

$$f(x;a,b)=\begin{cases}\frac{1}{\Gamma(a)}x^{a-1}b^{-a}\exp\{-\frac{x}{b}\}, x>0,\\ 0, x\le 0,\end{cases}$$

где a – параметр формы, b – параметр масштаба, $\Gamma(a)$ - гамма-функция. Отметим, что есть и иные способы параметризации семейства гамма-распределений [30].

Поскольку $M(X) = ab$, $D(X) = ab^2$, то оценки метода имеют вид

$$\hat{a}=\frac{(\bar{x})^2}{s^2},\quad \hat{b}=\frac{\bar{x}}{\hat{a}}=\frac{s^2}{\bar{x}},$$

где $\bar{x}$ - выборочное среднее арифметическое, а s^2 – выборочная дисперсия. Можно показать, что при больших n

$$M(\hat{a}-a)^2=\frac{2a(a+1)}{n},\quad M(\hat{b}-b)^2=\frac{b^2}{n}(2+\frac{3}{a}) \qquad (11)$$

с точностью до бесконечно малых более высокого порядка.

Оценка максимального правдоподобия a^* имеет вид [4]:

$$a^*=H(\frac{1}{n}\sum_{1\le i\le n}\ln(\frac{\bar{x}}{x_i})), \qquad (12)$$

где $H(\bullet)$ - функция, обратная к функции

$$Q(a)=\ln a-\frac{d\Gamma(a)}{da}\Big/\Gamma(a).$$

При больших n с точностью до бесконечно малых более высокого порядка

$$M(a^*-a)^2=\frac{a}{n(a\psi'(a)-1)},\quad \psi(a)=\frac{d\Gamma(a)}{da}\Big/\Gamma(a).$$

Как и для оценок метода моментов, оценка максимального правдоподобия b^* параметра масштаба имеет вид

$$b^*=\bar{x}/a^*.$$

При больших n с точностью до бесконечно малых более высокого порядка

$$M(b^* - b)^2 = \frac{b^2\psi'(a)}{n(a\psi'(a) - 1)}.$$

Используя свойства гамма-функции, можно показать [4], что при больших a

$$M(a^* - a)^2 = \frac{a(2a - 1)}{n}, \quad M(b^* - b)^2 = \frac{2b^2}{n}.$$

с точностью до бесконечно малых более высокого порядка. Сравнивая с формулами (11), убеждаемся в том, что средние квадраты ошибок для оценок метода моментов больше соответствующих средних квадратов ошибок для оценок максимального правдоподобия. Таким образом, с точки зрения классической математической статистики оценки максимального правдоподобия имеют преимущество по сравнению с оценками метода моментов.

Необходимость учета погрешностей измерений. Положим

$$v = f(x_1, x_2, ..., x_n) = \frac{1}{n}\sum_{1 \le i \le n} \ln\left(\frac{\bar{x}}{x_i}\right).$$

Из свойств функции $H(\bullet)$ следует [4, с.14], что при малых v

$$a^* \sim 1/(2v). \quad (13)$$

В силу состоятельности оценки максимального правдоподобия a^* из формулы (13) следует, что $v \to 0$ по вероятности при $a \to \infty$.

Согласно модели статистики интервальных данных результатами наблюдений являются не x_i, а y_i, вместо v по реальным данным рассчитывают

$$w = f(y_1, y_2, ..., y_n) = \frac{1}{n}\sum_{1 \le i \le n} \ln\left(\frac{\bar{y}}{y_i}\right).$$

Имеем

$$w - v = \ln\left(\frac{\bar{y}}{\bar{x}}\right) - \frac{1}{n}\sum_{1 \le i \le n} \ln\left(1 + \frac{\varepsilon_i}{x_i}\right). \quad (14)$$

В силу закона больших чисел при достаточно малой погрешности ε, обеспечивающей возможность приближения $\ln(1+\alpha)\sim\alpha$ для слагаемых в формуле (14), или, что эквивалентно, при достаточно малых предельной абсолютной погрешности Δ в формуле (1) или достаточно малой предельной относительной погрешности δ имеем при $n\to\infty$

$$w-v\to\frac{M(\varepsilon_i)}{M(x_i)}-M\left(\frac{\varepsilon_i}{x_i}\right)=c$$

по вероятности (в предположении, что все погрешности одинаково распределены). Таким образом, наличие погрешностей вносит сдвиг, вообще говоря, не исчезающий при росте объема выборки. Следовательно, если $c\neq 0,$ то оценка максимального правдоподобия не является состоятельной. Имеем

$$a^*(y)-a^*\approx-\frac{c}{2v^2},$$

где величина *a*(y)* определена по формуле (12) с заменой x_i на y_i, i=1,2,…,n. Из формулы (13) следует [4], что

$$a^*(y)-a\approx-2(a^*)^2c, \quad (15)$$

т.е. влияние погрешностей измерений увеличивается по мере роста a.

Из формул для v и w следует, что с точностью до бесконечно малых более высокого порядка

$$w-v\approx\sum_{1\le i\le n}\frac{\partial f}{\partial x_i}\varepsilon_i=\frac{1}{n}\sum_{1\le i\le n}\left(\frac{1}{\bar{x}}-\frac{1}{x_i}\right)\varepsilon_i. \quad (16)$$

С целью нахождения асимптотического распределения w выделим, используя формулу (16) и формулу для v, главные члены в соответствующих слагаемых

$$w=\ln M(x_1)+\frac{1}{n}\sum_{1\le i\le n}\left\{\frac{x_i-M(x_1)}{M(x_i)}-\ln x_i+\left(\frac{1}{M(x_1)}-\frac{1}{x_i}\right)\varepsilon_i\right\}+O_p\left(\frac{1}{n}\right). \quad (17)$$

Таким образом, величина w представлена в виде суммы независимых одинаково распределенных случайных величин (с точностью до зависящего от случая остаточного члена порядка $1/n$). В каждом слагаемом выделяются две части – одна, соответствующая Мб и вторая, в которую входят ε_i. На основе представления (17) можно показать, что при $n \to \infty, \varepsilon \to 0$ распределения случайных величин *v* и *w* асимптотически нормальны, причем

$$M(w) \approx M(v) + c, \quad D(w) \approx D(v).$$

Из асимптотического совпадения дисперсий *v* и *w*, вида параметров асимптотического распределения (при $a \to \infty$) оценки максимального правдоподобия *a** и формулы (15) вытекает одно из основных соотношений статистики интервальных данных

$$M(a^*(y) - a)^2 \approx 4a^4c^2 + \frac{a(2a-1)}{n}. \qquad (18)$$

Соотношение (18) уточняет утверждение о несостоятельности *a**. Из него следует также, что не имеет смысла безгранично увеличивать объем выборки *n* с целью повышения точности оценивания параметра *a*, поскольку при этом уменьшается только второе слагаемое в (18), а первое остается постоянным.

В соответствии с общим подходом статистики интервальных данных в стандарте [4] предлагается определять рациональный объем выборки n_{rat} определять из условия «уравнивания погрешностей» (предложено в монографии [3]) различных видов в формуле (18), т.е. из условия

$$4a^4c^2 = \frac{a(2a-1)}{n_{rat}}.$$

Упрощая это уравнение в предположении $a \to \infty$, получаем, что

$$n_{rat} = \frac{1}{2a^2c^2}.$$

Согласно сказанному выше, целесообразно использовать лишь выборки с объемами $n \le n_{rat}$. Превышение рационального объема выборки n_{rat} не дает существенного повышения точности оценивания.

Применение методов теории устойчивости. Найдем асимптотическую нотну. Как следует из вида главного линейного члена в формуле (17), решение оптимизационной задачи

$$w - v \to \max, \quad |\varepsilon_i| \le \Delta,$$

соответствующей ограничениям на абсолютные погрешности, имеет вид

$$\varepsilon_i = \begin{cases} \Delta, & \frac{1}{\bar{x}} - \frac{1}{x_i} \ge 0, \\ -\Delta, & \frac{1}{\bar{x}} - \frac{1}{x_i} < 0 \end{cases}.$$

Однако при этом пары (x_i, ε_i) не образуют простую случайную выборку, т.к. в выражения для ε_i входит $\bar{x}$. Однако при $n \to \infty$ можно заменить $\bar{x}$ на $M(x_1)$. Тогда получаем, что

$$w - v \approx A\Delta$$

при a>1, где

$$A = M\left|\frac{1}{M(x_1)} - \frac{1}{x_1}\right| = \int_0^\infty \left|\frac{1}{ab} - \frac{1}{x}\right| f(x; a, b)dx.$$

Таким образом, с точностью до бесконечно малых более высокого порядка нотна имеет вид

$$N_{a^*}(y) = 2(a^*)^2 c, \quad c = A\Delta.$$

Применим полученные результаты к построению доверительных интервалов. В постановке классической математической статистики (т.е. при $\varepsilon = 0$) доверительный интервал для параметра формы a, соответствующий доверительной вероятности γ, имеет вид [4]

$$[a^* - u\left(\frac{1+\gamma}{2}\right)\sigma^*(a^*); \quad a^* + u\left(\frac{1+\gamma}{2}\right)\sigma^*(a^*)],$$

где $u\left(\frac{1+\gamma}{2}\right)$ - квантиль порядка $\frac{1+\gamma}{2}$ стандартного нормального распределения с математическим ожиданием 0 и дисперсией 1,

$$[\sigma^*(a^*)]^2 = \frac{a^*}{n(a^*\psi'(a^*) - 1)}, \quad \psi(a) = \frac{d\Gamma(a)}{da} \Big/ \Gamma(a).$$

В постановке статистики интервальных данных (т.е. при $\varepsilon \neq 0$) следует рассматривать доверительный интервал

$$\left[a^* - 2(a^*)^2 |c| - u\left(\frac{1+\gamma}{2}\right)\sigma^*(a^*); \quad a^* + 2(a^*)^2 |c| + u\left(\frac{1+\gamma}{2}\right)\sigma^*(a^*)\right],$$

где

$$c = \frac{M(\varepsilon_i)}{M(x_i)} - M\left(\frac{\varepsilon_i}{x_i}\right)$$

в вероятностной постановке (пары (x_i, ε_i) образуют простую случайную выборку) и $c = A\Delta$ в оптимизационной постановке. Как в вероятностной, так и в оптимизационной постановках длина доверительного интервала не стремится к 0 при $n \to \infty$.

Если ограничения наложены на предельную относительную погрешность, задана величина δ, то значение *c* можно найти с помощью следующих правил приближенных вычислений [32, с.142].

I) Относительная погрешность суммы заключена между наибольшей и наименьшей из относительных погрешностей слагаемых.

II) Относительная погрешность произведения и частного равна сумме относительных погрешностей сомножителей или, соответственно, делимого и делителя.

Можно показать, что в рамках статистики интервальных данных с ограничениями на относительную погрешность правила (I) и (II) являются строгими утверждениями при $\delta \to 0$.

Обозначим относительную погрешность некоторой величины *t* через ОП(*t*), абсолютную погрешность – через АП(*t*).

Из правила (I) следует, что ОП($\bar{x}$) = δ, а из правила (II) – что

$$ОП\left(\frac{\bar{x}}{x_i}\right) = 2\delta.$$

Поскольку рассмотрения ведутся при $a \to \infty$, то в силу неравенства Чебышева

$$\frac{\bar{x}}{x_i} \to 1 \qquad (19)$$

по вероятности при $a \to \infty$, поскольку и числитель, и знаменатель в (19) с близкой к 1 вероятностью лежат в промежутке $[ab - db\sqrt{a}; \quad ab + db\sqrt{a}]$, где константа d может быть определена с помощью упомянутого неравенства Чебышева.

Поскольку при справедливости (19) с точностью до бесконечно малых более высокого порядка

$$\ln\left(\frac{\bar{x}}{x_i}\right) \approx \frac{\bar{x}}{x_i} - 1,$$

то с помощью трех последних соотношений имеем

$$ОП\left(\frac{\bar{x}}{x_i}\right) = АП\left(\frac{\bar{x}}{x_i}\right) = АП\left(\ln\left(\frac{\bar{x}}{x_i}\right)\right) = 2\delta . \qquad (20)$$

Применим еще одно правило приближенных вычислений [32, с.142].

(III) Предельная абсолютная погрешность суммы равна сумме предельных абсолютных погрешностей слагаемых.

Из (20) и правила (III) следует, что

$$АП(v) = 2\delta . \qquad (21)$$

Из (15) и (21) вытекает [4, с.44, ф-ла (18)], что

$$АП(a^*) = 4a^2\delta ,$$

откуда в соответствии с ранее полученной формулой для рационального объема выборки с заменой $c = 2\delta$ получаем, что

$$n_{rat} = \frac{1}{8a^2\delta^2}.$$

В частности, при a = 5,00, δ = 0,01 получаем $n_{rat} = 50,$ т.е. в ситуации, в которой были получены данные о наработке резцов до предельного состояния [4, с.29], проводить более 50 наблюдений нерационально.

В соответствии с ранее проведенными рассмотрениями асимптотический доверительный интервал для a, соответствующий доверительной вероятности γ = 0,95, имеет вид

$$[a^* - 4(a^*)^2\delta - 1{,}96\sqrt{\frac{a^*(2a^*-1)}{n}};\quad a^* + 4(a^*)^2\delta + 1{,}96\sqrt{\frac{a^*(2a^*-1)}{n}}].$$

В частности, при $a^* = 5{,}00,\ \delta = 0{,}01,\ n = 50$ имеем асимптотический доверительный интервал [2,12; 7,86] вместо [3,14; 6,86] при $\delta = 0$.

При больших a в силу соображений, приведенных при выводе формулы (19), можно связать между собой относительную и абсолютную погрешности результатов наблюдений x_i :

$$\delta = \frac{\Delta}{M(x_1)} = \frac{\Delta}{ab}. \qquad (21)$$

Следовательно, при больших a имеем

$$c = 2\delta = A\Delta,\quad A = \frac{2\delta}{\Delta} = \frac{2}{ab}.$$

Таким образом, проведенные рассуждения дали возможность вычислить асимптотику интеграла, задающего величину A.

Сравнение методов оценивания. Изучим влияние погрешностей измерений (с ограничениями на абсолютную погрешность) на оценку $\hat{a}$ метода моментов. Имеем

$$АП(\bar{x}) = \Delta,\quad АП((\bar{x})^2) \approx 2\bar{x}\Delta \approx 2ab\Delta.$$

Погрешность s^2 зависит от способа вычисления s^2. Если используется формула

$$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{1\le i\le n}(x_i - \bar{x})^2, \qquad (22)$$

то необходимо использовать соотношения

$$АП(x_i - \bar{x})^2 = 2\Delta,\quad АП[(x_i - \bar{x})^2] \approx 2|x_i - \bar{x}|\Delta.$$

По сравнению с анализом влияния погрешностей на оценку a* здесь возникает новый момент – необходимость учета погрешностей в случайной составляющей отклонения оценки $\hat{a}$ от оцениваемого параметра, в то время как при рассмотрении оценки максимального правдоподобия погрешности давали лишь смещение. Примем в соответствии с неравенством Чебышева

$$|x_i - \bar{x}| \sim \sqrt{D(x_1)}, \quad (23)$$

тогда

$$АП[(x_i - \bar{x})^2] \sim 2b\sqrt{a}\Delta, \quad АП(s^2) \sim 2b\sqrt{a}\Delta.$$

Если вычислять s^2 по формуле

$$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{1 \le i \le n} x_i^2 - \frac{n}{n-1}(\bar{x})^2, \quad (24)$$

то аналогичные вычисления дают, что

$$АП(s^2) \sim 4ab\Delta,$$

т.е. погрешность при больших a существенно больше. Хотя правые части формул (22) и (24) тождественно равны, но погрешности вычислений по этим формулам весьма отличаются. Связано это с тем, что в формуле (24) последняя операция – нахождение разности двух больших чисел, примерно равных по величине (для выборки из гамма-распределения при большом значении параметра формы).

Из полученных результатов следует, что

$$АП(\hat{a}) = АП\left(\frac{(\bar{x})^2}{s^2}\right) \sim \frac{2\Delta}{b}(1 + \sqrt{a}).$$

При выводе этой формулы использована линеаризация влияния погрешностей (выделение главного линейного члена). Используя связь (21) между абсолютной и относительной погрешностями, можно записать

$$АП(\hat{a}) \sim 2a(1 + \sqrt{a})\delta.$$

Эта формула отличается от приведенной в [4, с.44, ф-ла (19)]

$$АП(\hat{a}) \sim 2a(1 + 3\sqrt{a})\delta,$$

поскольку в [4] вместо (23) использовалась оценка

$$|x_i - \bar{x}| < 3\sqrt{D(x_1)}.$$

Используя соотношение (23), мы характеризуем влияние погрешностей «в среднем».

Доверительный интервал, соответствующий доверительной вероятности 0,95, имеет вид

$$[\hat{a} - 2\hat{a}(1+\sqrt{\hat{a}})\delta - 1{,}96\sqrt{\frac{2\hat{a}(\hat{a}+1)}{n}};\ \hat{a} + 2\hat{a}(1+\sqrt{\hat{a}})\delta + 1{,}96\sqrt{\frac{2\hat{a}(\hat{a}+1)}{n}}].$$

Если $\hat{a} = 5{,}00,\ \delta = 0{,}01,\ n = 50,$ то получаем доверительный интервал [2,54; 7,46] вместо [2,86; 7,14] при $\delta = 0.$ Хотя при $\delta = 0$ доверительный интервал для a при использовании оценки метода моментов $\hat{a}$ шире, чем при использовании оценки максимального правдоподобия a^*, при $\delta = 0{,}01$ результат сравнения длин интервалов противоположен.

Необходимо выбрать способ сравнения двух методов оценивания параметра a, поскольку в длины доверительных интервалов входят две составляющие – зависящая от доверительной вероятности и не зависящая от нее. Выберем $\delta = 0{,}68,$ т.е. $u\left(\frac{1+\gamma}{2}\right) = 1{,}00.$ Тогда оценке максимального правдоподобия a^* соответствует полудлина доверительного интервала

$$v\,(a^*) = 4a^2\delta + \sqrt{\frac{a(2a-1)}{n}}, \qquad (25)$$

а оценке $\hat{a}$ метода моментов соответствует полудлина доверительного интервала

$$v\,(\hat{a}) = 2a(1+\sqrt{a})\delta + \sqrt{\frac{2a(a+1)}{n}}. \qquad (26)$$

Ясно, что больших a или больших n справедливо неравенство $v\,(a^*) > v\,(\hat{a}),$ т.е. метод моментов лучше метода максимального правдоподобия, вопреки классическим результатам Р.Фишера при $\delta = 0$ [33,с.99].

Из (25) и (26) элементарными преобразованиями получаем следующее правило принятия решений. Если

$$\delta\sqrt{n} \geq \frac{\sqrt{2a(a+1)} - \sqrt{a(2a-1)}}{4a^2 - 2a(1+\sqrt{a})} = B(a),$$

то $v(a^*) \geq v(\hat{a})$ и следует использовать $\hat{a}$; а если $\delta\sqrt{n} < B(a),$ то $v(a^*) < v(\hat{a})$ и надо применять a^*. Для выбора метода оценивания при обработке реальных данных целесообразно использовать $B(\hat{a})$ (см. раздел 5 в ГОСТ 11.011-83 [4, с.10-11]).

Пример анализа реальных данных опубликован в [4].

На основе рассмотрения проблем оценивания параметров гамма-распределения можно сделать некоторые общие выводы. Если в классической теории математической статистики:

а) существуют состоятельные оценки a_n параметра a,

$$\lim_{n\to\infty} M(a_n - a)^2 = 0;$$

б) для повышения точности оценивания объем выборки целесообразно безгранично увеличивать;

в) оценки максимального правдоподобия лучше оценок метода моментов,

то в статистике интервальных данных, учитывающей погрешности измерений, соответственно:

а) не существует состоятельных оценок: для любой оценки a_n существует константа c такая, что

$$\lim_{n\to\infty} M(a_n - a)^2 \geq c > 0;$$

б) не имеет смысла рассматривать объемы выборок, большие «рационального объема выборки» n_{rat};

в) оценки метода моментов в обширной области параметров (a, n, δ) лучше оценок максимального правдоподобия, в частности, при $a \to \infty$ и при $n \to \infty$.

Ясно, что приведенные выше результаты справедливы не только для рассмотренной задачи оценивания параметров гамма-распределения, но и для многих других постановок прикладной математической статистики.

Метрологические, методические, статистические и вычислительные погрешности. Целесообразно выделить ряд видов погрешностей статистических данных. Погрешности, вызванные неточностью измерения исходных данных, называем метрологическими. Их максимальное значение можно оценить с помощью нотны. Впрочем, выше на примере оценивания параметров гамма-распределения показано, что переход от максимального отклонения к реально имеющемуся в вероятностно-статистической модели не меняет выводы (с точностью до умножения предельных значений погрешностей Δ или δ на константы). Как правило, метрологические погрешности не убывают с ростом объема выборки.

Методические погрешности вызваны неадекватностью вероятностно-статистической модели, отклонением реальности от ее предпосылок. Неадекватность обычно не исчезает при росте объема выборки. Методические погрешности целесообразно изучать с помощью «общей схемы устойчивости» [3,27], обобщающей популярную в теории робастных статистических процедур модель засорения большими выбросами. В настоящей главе методические погрешности не рассматриваются.

Статистическая погрешность – это та погрешность, которая традиционно рассматривается в математической статистике. Ее характеристики – дисперсия оценки, дополнение до 1 мощности критерия при фиксированной альтернативе и т.д. Как правило, статистическая погрешность стремится к 0 при росте объема выборки.

Вычислительная погрешность определяется алгоритмами расчета, в частности, правилами округления. На уровне чистой математики справедливо тождество правых частей формул (22) и (24), задающих выборочную дисперсию s^2, а на уровне вычислительной математики формула (22) дает при определенных условиях существенно больше верных значащих цифр, чем вторая [34, с.51-52].

Выше на примере задачи оценивания параметров гамма-распределения рассмотрено совместное действие метрологических и вычислительных погрешностей, причем погрешности вычислений оценивались по классическим правилам для ручного счета [32]. Оказалось, что при таком подходе оценки метода моментов имеют преимущество перед оценками максимального правдоподобия в обширной области изменения параметров. Однако, если учитывать только метрологические погрешности, как это делалось выше в примерах 1-5, то с помощью аналогичных выкладок можно показать, что оценки этих двух типов имеют (при достаточно больших n) одинаковую погрешность.

Вычислительную погрешность здесь подробно не рассматриваем. Ряд интересных результатов о ее роли в статистике получили Н.Н.Ляшенко и М.С.Никулин [35].

2.3.5. Сравнение методов оценивания параметров

В теории оценивания параметров классической математической статистики установлено, что метод максимального правдоподобия, как правило, лучше (в смысле асимптотической дисперсии асимптотического среднего квадрата ошибки), чем метод моментов. Однако в интервальной статистике это, вообще говоря, не так, что продемонстрировано выше на примере оценивания параметров гамма-распределения. Сравним эти два метода оценивания в случае интервальных данных в общей постановке. Поскольку метод максимального правдоподобия – частный случай метода минимального контраста, начнем с разбора этого несколько более общего метода.

Оценки минимального контраста. Пусть X – пространство, в котором лежат независимые одинаково распределенные случайные элементы $x_1, x_2, ..., x_n, ...$ Будем оценивать элемент пространства параметров Θ с помощью функции контраста $f : X \times \Theta \to R^1$. Оценкой минимального контраста называется

$$\theta_n = Arg\min\left\{ \sum_{1 \le i \le n} f(x_i, \theta), \theta \in \Theta \right\}.$$

Если множество θ_n состоит из более чем одного элемента, то оценкой минимального контраста называют также любой элемент θ_n.

Оценками минимального контраста являются, в частности, многие робастные статистики [3,36]. Эти оценки широко используются в статистике объектов нечисловой природы [3,27], поскольку при $X = \Theta$ переходят в переходят в эмпирические средние, а если $X = \Theta$ - пространство бинарных отношений – в медиану Кемени.

Пусть в X имеется мера μ (заданная на той же σ-алгебре, что участвует в определении случайных элементов x_i), и $p(x;\theta)$ - плотность распределения x_i по мере μ . Если

$$f(x;\theta) = -\ln p(x;\theta),$$

то оценка минимального контраста переходит в оценку максимального правдоподобия.

Асимптотическое поведение оценок минимального контраста в случае пространств X и Θ общего вида хорошо изучено [37], в частности, известны условия состоятельности оценок. Здесь ограничимся случаем $X = R^1$, но при этом введя погрешности измерений ε_i. Примем также, что $\Theta = (\theta_{\min}, \theta_{\max}) \subseteq R^1$.

В рассматриваемой математической модели предполагается, что статистику известны лишь искаженные значения $y_i = x_i + \varepsilon_i,\ \ i = 1,2,...,n.$ Поэтому вместо θ_n он вычисляет

$$\theta_n^* = Arg\min\left\{\sum_{1 \le i \le n} f(y_i, \theta), \theta \in \Theta\right\}.$$

Будем изучать величину $\theta_n^* - \theta_n$ в предположении, что погрешности измерений ε_i малы. Цель этого изучения – продемонстрировать идеи статистики интервальных данных при достаточно простых предположениях. Поэтому естественно следовать условиям и ходу рассуждений, которые обычно принимаются при изучении оценок максимального правдоподобия [38, п.33.3].

Пусть θ_0 - истинное значение параметра, функция $f(x;\theta)$ трижды дифференцируема по θ, причем

$$\left|\frac{\partial^3 f(x;\theta)}{\partial \theta^3}\right| < H(x)$$

при всех x, θ. Тогда

$$\frac{\partial f(x;\theta)}{\partial \theta} = \frac{\partial f(x;\theta_0)}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 f(x;\theta_0)}{\partial \theta^2}(\theta - \theta_0) + \frac{1}{2}\alpha(x)H(x)(\theta - \theta_0)^2, \qquad (27)$$

где $|\alpha(x)| < 1.$

Используя обозначения векторов $x = (x_1, x_2, ..., x_n), y = (y_1, y_2, ..., y_n)$, введем суммы

$$B_0(x) = \frac{1}{n}\sum_{1 \le i \le n}\frac{\partial f(x_i;\theta_0)}{\partial \theta},\ \ B_1(x) = \frac{1}{n}\sum_{1 \le i \le n}\frac{\partial^2 f(x_i;\theta_0)}{\partial \theta^2},\ \ R(x) = \frac{1}{n}\sum_{1 \le i \le n} H(x_i).$$

Аналогичным образом введем функции $B_0(y)$, $B_1(y)$, $R(y)$, в которых вместо x_i стоят y_i, i=1,2,…,n.

Поскольку в соответствии с теоремой Ферма оценка минимального контраста θ_n удовлетворяет уравнению

$$\sum_{1 \le i \le n} \frac{\partial f(x_i;\theta_n)}{\partial \theta} = 0, \qquad (28)$$

то, подставляя в (27) x_i вместо x и суммируя по $i = 1,2,\ldots,n$, получаем, что

$$0 = B_0(x) + B_1(x)(\theta_n - \theta_0) + \frac{\beta R(x)}{2}(\theta_n - \theta_0)^2, \quad |\beta| < 1, \qquad (29)$$

откуда

$$\theta_n - \theta_0 = \frac{-B_0(x)}{B_1(x) + \frac{\beta R(x)}{2}(\theta_n - \theta_0)}. \qquad (30)$$

Решения уравнения (28) будем также называть оценками минимального контраста. Хотя уравнение (28) – лишь необходимое условие минимума, такое словоупотребление не будет вызывать трудностей.

Теорема 1. Пусть для любого x выполнено соотношение (27). Пусть для случайной величины x_1 с распределением, соответствующим значению параметра $\theta = \theta_0$, существуют математические ожидания

$$M\frac{\partial f(x_1,\theta_0)}{\partial \theta_0} = 0, \quad M\frac{\partial^2 f(x_1,\theta_0)}{\partial \theta_0^2} = A \neq 0, \quad MH(x_1) = M < +\infty. \qquad (31)$$

Тогда существуют оценки минимального контраста θ_n такие, что $\theta_n \to \theta_0$ при $n \to \infty$ (в смысле сходимости по вероятности).

Доказательство. Возьмем $\varepsilon > 0$ и $\delta > 0$. В силу закона больших чисел (теорема Хинчина) существует $n(\varepsilon,\delta)$ такое, что для любого $n > n(\varepsilon,\delta)$ справедливы неравенства

$$P\{|B_0| \ge \delta^2\} < \varepsilon/3, \quad P\{|B_1| < |A|/2\} < \varepsilon/3, \quad P\{R(x) > 2M\} < \varepsilon/3.$$

Тогда с вероятностью не менее $1-\varepsilon$ одновременно выполняются соотношения

$$|B_0| \le \delta^2, \quad |B_1| \ge |A|/2, \quad R(x) \le 2M. \qquad (32)$$

При $\theta \in [\theta_0 - \delta; \theta_0 + \delta]$ рассмотрим многочлен второй степени

$$y(\theta) = B_0(x) + B_1(x)(\theta - \theta_0) + \frac{\beta R(x)}{2}(\theta - \theta_0)^2$$

(см. формулу (29)). С вероятностью не менее $1-\varepsilon$ выполнены соотношения

$$\left| B_0 + \frac{\beta R(x)}{2}(\theta - \theta_0)^2 \right| \le |B_0| + \frac{R(x)\delta^2}{2} \le \delta^2(M+1), \quad |B_1\delta| \ge \frac{|A|\delta}{2}.$$

Если $0 < 2(M+1)\delta < |A|,$ то знак $y(\theta)$ в точках $\theta_1 = \theta_0 - \delta$ и $\theta_2 = \theta_0 + \delta$ определяется знаком линейного члена $B_1(\theta_i - \theta_0), \quad i = 1,2,$ следовательно, знаки $y(\theta_1)$ и $y(\theta_2)$ различны, а потому существует $\theta_n \in [\theta_0 - \delta; \theta_0 + \delta]$ такое, что $y(\theta_n) = 0,$ что и требовалось доказать.

Теорема 2. Пусть выполнены условия теоремы 2 и, кроме того, для случайной величины $x_1,$ распределение которой соответствует значению параметра $\theta = \theta_0,$ существует математическое ожидание

$$M\left(\frac{\partial f(x_1; \theta_0)}{\partial \theta_0} \right) = \sigma^2.$$

Тогда оценка минимального контраста имеет асимптотически нормальное распределение:

$$\lim_{n \to \infty} P\left\{ \sqrt{n}\frac{|A|}{\sigma}(\theta_n - \theta_0) < x \right\} = \Phi(x) \qquad (33)$$

для любого *x*, где *Ф(x)* – функция стандартного нормального распределения с математическим ожиданием 0 и дисперсией 1.

Доказательство. Из центральной предельной теоремы вытекает, что числитель в правой части формулы (30) асимптотически нормален с математическим ожиданием 0 и дисперсией $\sigma^2 \cdot$ Первое слагаемое в знаменателе формулы (30) в силу условий (31) и закона больших чисел сходится по вероятности к $A \neq 0,$ а второе слагаемое по тем же основанием и с учетом теоремы 1 – к 0. Итак, знаменатель сходится по вероятности к $A \neq 0.$ Доказательство теоремы 2 завершает ссылка на теорему о наследовании сходимости [3,параграф 2.4].

Нотна оценки минимального контраста. Аналогично (30) нетрудно получить, что

$$\theta_n^* - \theta_0 = \frac{-B_0(y)}{B_1(y) + \frac{\beta(y)R(y)}{2}(\theta_n^* - \theta_0)}, \quad |\beta(y)| < 1. \tag{34}$$

Следовательно, $\theta_n^* - \theta_n$ есть разность правых частей формул (30) и (34). Найдем максимально возможное значение (т.е. нотну) величины $|\theta_n^* - \theta_n|$ при ограничениях (1) на абсолютные погрешности результатов измерений.

Покажем, что при $\Delta \to 0$ для некоторого C>0 нотна имеет вид

$$N_{\theta_n}(x) = \sup_{\{\varepsilon\}} |\theta_n^* - \theta_n| = C\Delta(1 + o(1)). \tag{35}$$

Поскольку $\theta_n^* - \theta_n = (\theta_n^* - \theta_0) + (\theta_0 - \theta_n),$ то из (33) и (35) следует, что

$$\sup_{\{\varepsilon\}} M(\theta_n^* - \theta_n)^2 = \left(C^2\Delta^2 + \frac{\sigma^2}{A^2 n}\right)(1 + o(1)). \tag{36}$$

Можно сказать, что наличие погрешностей ε_i приводит к появлению систематической ошибки (смещения) у оценки метода максимального правдоподобия, и нотна является максимально возможным значением этой систематической ошибки.

В правой части (36) первое слагаемое – квадрат асимптотической нотны, второе соответствует статистической ошибке. Приравнивая их, получаем рациональный объем выборки

$$n_{rat} = \left(\frac{\sigma}{CA\Delta}\right)^2.$$

Остается доказать соотношение (35) и вычислить C. Укажем сначала условия, при которых $\theta_n^* \to \theta_0$ (по вероятности) при $n \to \infty$

одновременно с $\Delta \to 0$.

Теорема 3. Пусть существуют константа Δ_0 и функции $g_1(x)$, $g_2(x)$, $g_3(x)$ такие, что при $0 \le \Delta \le \Delta_0$ и $-1 \le \gamma \le 1$ выполнены неравенства (ср. формулу (27))

$$\left|\frac{\partial f(x;\theta_0)}{\partial\theta} - \frac{\partial f(x+\gamma\Delta;\theta_0)}{\partial\theta}\right| \le g_1(x)\Delta,$$

$$\left|\frac{\partial^2 f(x;\theta_0)}{\partial\theta^2} - \frac{\partial^2 f(x+\gamma\Delta;\theta_0)}{\partial\theta^2}\right| \le g_2(x)\Delta,$$

$$|H(x) - H(x+\gamma\Delta)| \le g_3(x)\Delta \qquad \ldots(37)$$

при всех x. Пусть для случайной величины x_1, распределение которой соответствует $\theta = \theta_0$, существуют $m_1 = Mg_1(x_1)$, $m_2 = Mg_2(x_1)$ и $m_3 = Mg_3(x_1)$. Пусть выполнены условия теоремы 1. Тогда $\theta_n^* \to \theta_0$ (по вероятности) при $\Delta \to 0$, $n \to \infty$.

Доказательство проведем по схеме доказательства теоремы 1. Из неравенств (37) вытекает, что

$$|B_0(y) - B_0(x)| \le \Delta\left(\frac{1}{n}\sum_{1\le i\le n} g_1(x_i)\right),$$

$$|B_1(y) - B_1(x)| \le \Delta\left(\frac{1}{n}\sum_{1\le i\le n} g_2(x_i)\right),$$

$$|R(y) - R(x)| \le \Delta\left(\frac{1}{n}\sum_{1\le i\le n} g_3(x_i)\right). \qquad (38)$$

Возьмем $\varepsilon > 0$ и $\delta > 0$. В силу закона больших чисел (теорема Хинчина) существует $n(\varepsilon,\delta)$ такое, что для любого $n > n(\varepsilon,\delta)$ справедливы неравенства

$$P\left\{|B_0| \ge \frac{\delta^2}{2}\right\} < \frac{\varepsilon}{6}, \quad P\left\{|B_1| < \frac{3|A|}{4}\right\} < \frac{\varepsilon}{6}, \quad P\left\{R(x) > \frac{3M}{2}\right\} < \frac{\varepsilon}{6},$$

$$P\left\{\frac{1}{n}\sum_{1\le i\le n} g_j(x_i) > 2m_j\right\} < \frac{\varepsilon}{6}, \quad j = 1,2,3.$$

Тогда с вероятностью не менее $1-\varepsilon$ одновременно выполняются соотношения

$$|B_0|< \frac{1}{2}\delta^2, \quad |B_1|\geq \frac{3|A|}{4}, \quad R(x)\leq \frac{3M}{2}, \ \frac{1}{n}\sum_{1\leq i\leq n} g_j(x_i)\leq 2m_j, \quad j=1,2,3.$$

В силу (38) при этом

$$|B_0(y)|< \frac{1}{2}\delta^2 + 2\Delta m_1, \quad |B_1(y)|\geq \frac{3|A|}{4} - 2\Delta m_2, \quad R(y)\leq \frac{3M}{2} + 2\Delta m_3.$$

Пусть

$$0\leq \Delta \leq \min\left\{\frac{1}{4}\frac{\delta^2}{m_1};\ \frac{1}{8}\frac{|A|}{m_2};\ \frac{1}{4}\frac{M}{m_3}\right\}.$$

Тогда с вероятностью не менее $1-\varepsilon$ одновременно выполняются соотношения (ср. (32))

$$|B_0(y)|\leq \delta^2, \quad |B_1(y)|\geq |A|/2, \quad R(y)\leq 2M.$$

Завершается доказательство дословным повторением такового в теореме 1, с единственным отличием – заменой в обозначениях *x* на *y*.

Теорема 4. Пусть выполнены условия теоремы 3 и, кроме того, существуют математические ожидания (при $\theta = \theta_0$)

$$M\left|\frac{\partial^2 f(x_1,\theta_0)}{\partial x \partial \theta}\right|, \ M\left|\frac{\partial^3 f(x_1,\theta_0)}{\partial x \partial \theta^2}\right|. \qquad (39)$$

Тогда выполнено соотношение (35) с

$$C = \frac{1}{|A|}M\left|\frac{\partial^2 f(x_1,\theta_0)}{\partial x \partial \theta}\right|. \qquad (40)$$

Доказательство. Воспользуемся следующим элементарным соотношением. Пусть a и b – бесконечно малые по сравнению с Z и B соответственно. Тогда с точностью до бесконечно малых более высокого порядка

$$\frac{Z+a}{B+b} - \frac{Z}{B} = \frac{aB - bZ}{B^2}.$$

Чтобы применить это соотношение к анализу $\theta_n^* - \theta_n$ в соответствии с (30), (34) и теоремой 2, положим

$$Z = B_0(x), \quad a = B_0(y) - B_0(x), \quad B = B_1(x), \quad b = (B_1(y) - B_1(x)) + \frac{\beta(y)R(y)}{2}(\theta_n^* - \theta_0).$$

В силу условий теоремы 4 при малых ε_i с точностью до членов более высокого порядка

$$B_0(y) - B_0(x) = \frac{1}{n}\sum_{1\le i\le n}\frac{\partial^2 f(x_i;\theta_0)}{\partial x_i \partial \theta_0}\varepsilon_i, \quad B_1(y) - B_1(x) = \frac{1}{n}\sum_{1\le i\le n}\frac{\partial^3 f(x_i;\theta_0)}{\partial x_i \partial \theta_0^2}\varepsilon_i.$$

При $\Delta \to 0$ эти величины бесконечно малы, а потому с учетом сходимости $B_1(x)$ к А и теоремы 3

$$\theta_n^* - \theta_n = \frac{1}{A^2}\{(B_0(y) - B_0(x))A - (B_1(y) - B_1(x))B_0(x)\} = \frac{1}{A^2 n}\sum_{1\le i\le n}\gamma_i\varepsilon_i$$

с точностью до бесконечно малых более высокого порядка, где

$$\gamma_i = \frac{\partial^2 f(x_i;\theta_0)}{\partial x_i \partial \theta_0}A - \frac{\partial^3 f(x_i;\theta_0)}{\partial x_i \partial \theta_0^2}B_0(x).$$

Ясно, что задача оптимизации

$$\begin{cases} \sum\limits_{1\le i\le n}\gamma_i\varepsilon_i \to \max \\ |\varepsilon_i| \le \Delta, \quad i = 1,2,\dots,n, \end{cases} \tag{41}$$

имеет решение

$$\varepsilon_i = \begin{cases} \Delta, & \gamma_i \ge 0, \\ -\Delta, & \gamma_i < 0, \end{cases}$$

при этом максимальное значение линейной формы есть $\Delta\sum\limits_{1\le i\le n}|\gamma_i|$. Поэтому

$$\sup_{\{\varepsilon\}}|\theta_n^* - \theta_n| = \frac{\Delta}{A^2 n}\sum_{1\le i\le n}|\gamma_i|. \tag{42}$$

С целью упрощения правой части (42) воспользуемся тем, что

$$\frac{1}{n}\sum_{1\le i\le n}|\gamma_i| = \frac{|A|}{n}\sum_{1\le i\le n}\left|\frac{\partial^2 f(x_i;\theta_0)}{\partial x \partial \theta_0}\right| + \alpha\,\frac{|B_0(x)|}{n}\sum_{1\le i\le n}\left|\frac{\partial^3 f(x_i;\theta_0)}{\partial x \partial \theta_0^2}\right|, \tag{43}$$

где $|\alpha| \le 1$. Поскольку при $n \to \infty$

$$\frac{1}{n}\sum_{1\le i\le n}\left|\frac{\partial^3 f(x_i;\theta_0)}{\partial x \partial \theta_0^2}\right| \to M\left|\frac{\partial^3 f(x_1;\theta_0)}{\partial x \partial \theta_0^2}\right| < +\infty, \quad B_0(x) \to 0$$

по вероятности, то второе слагаемое в (43) сходится к 0, а первое в силу закона больших чисел с учетом (39) сходится к CA^2, где C определено в (40). Теорема 4 доказана.

Оценки метода моментов. Пусть $g: R^k \to R^1, \quad h_j: R^1 \to R^1, j = 1,2,...,k,$ - некоторые функции. Рассмотрим аналоги выборочных моментов

$$m_j = \frac{1}{n}\sum_{1\le i\le n} h_j(x_i), j = 1,2,...,k.$$

Оценки метода моментов имеют вид

$$\hat{\theta}_n(x) = g(m_1, m_2, ..., m_k)$$

(функции g и h_j должны удовлетворять некоторым дополнительным условиям [, с.80], которые здесь не приводим). Очевидно, что

$$\hat{\theta}_n(y) - \hat{\theta}_n(x) = \sum_{1\le j\le k} \frac{\partial g}{\partial m_j}(m_j(y) - m_j(x)),$$

$$m_j(y) - m_j(x) = \frac{1}{n}\sum_{1\le i\le n} \frac{dh_j(x_i)}{dx_i}\varepsilon_i, \quad j = 1,2,...,k, \tag{44}$$

с точностью до бесконечно малых более высокого порядка, а потому с той же точностью

$$\hat{\theta}_n(y) - \hat{\theta}_n(x) = \frac{1}{n}\sum_{1\le i\le n}\left(\sum_{1\le j\le k} \frac{\partial g}{\partial m_j}\frac{dh_j(x_i)}{dx_i}\right)\varepsilon_i. \tag{45}$$

Теорема 5. Пусть при $\theta = \theta_0$ существуют математические ожидания

$$M_j = Mm_j = Mh_j(x_1), \quad M\left(\frac{dh_j(x_1)}{dx_1}\right), \quad j = 1,2,...,n,$$

функция g дважды непрерывно дифференцируема в некоторой окрестности точки $(M_1, M_2, ..., M_k).$ Пусть существует функция $t: R^1 \to R^1$ такая, что

$$\sup_{|x-y|\le\Delta}\left|h_j(y)-h_j(x)-\frac{dh_j(x)}{dx}(y-x)\right|\le t(x)\Delta^2,\quad j=1,2,...,k, \tag{46}$$

причем $Mt(x_1)$ существует. Тогда

$$\sup_{\{\varepsilon\}}|\hat{\theta}_n(y)-\hat{\theta}_n(x)|=C_1\Delta$$

с точностью до бесконечно малых более высокого порядка, причем

$$C_1=M\left|\sum_{1\le j\le k}\frac{\partial g(M_1,M_2,...,M_k)}{\partial m_j}\frac{dh_j(x_1)}{dx_1}\right|.$$

Доказательство теоремы 5 сводится к обоснованию проведенных ранее рассуждений, позволивших получить формулу (45). В условиях теоремы 5 собраны предположения, достаточные для такого обоснования. Так, условие (46) дает возможность обосновать соотношения (44); существование $M\left(\frac{dh_j(x_1)}{dx_1}\right)$ обеспечивает существование C_1, и т.д. Завершает доказательство ссылка на решение задачи оптимизации (41) и применение закона больших чисел.

Полученные в теоремах 4 и 5 нотны оценок минимального контраста и метода моментов, асимптотические дисперсии этих оценок (см. теорему 2 и [40] соответственно) позволяют находить рациональные объемы выборок, строить доверительные интервалы с учетом погрешностей измерений, а также сравнивать оценки по среднему квадрату ошибки (36). Подобное сравнение было проведено для оценок максимального правдоподобия и метода моментов параметров гамма-распределения. Установлено, что классический вывод о преимуществе оценок максимального правдоподобия [33, с.99-100] неверен в случае $\Delta>0$.

2.3.6. Интервальные данные в задачах проверки гипотез

С позиций статистики интервальных данных целесообразно изучить все практически используемые процедуры прикладной математической статистики, установить соответствующие нотны и рациональные объемы выборок. Это позволит устранить разрыв между математическими схемами прикладной статистики и реальностью влияния погрешностей наблюдений на свойства статистических процедур. Статистика интервальных данных – часть теории устойчивых статистических процедур, развитой в монографии [3]. Часть, более адекватная реальной статистической практике, чем некоторые другие постановки, например, с засорением нормального распределения большими выбросами.

Рассмотрим подходы статистики интервальных данных в задачах проверки статистических гипотез. Пусть принятие решения основано на сравнении рассчитанного по выборке значения статистики критерия $f = f(y_1, y_2, ..., y_n)$ с граничным значением C: если $f>C$, то гипотеза отвергается, если же $f \leq C$, то принимается. С учетом погрешностей измерений выборочное значение статистики критерия может принимать любое значение в интервале $[f(y) - N_f(y); f(y) + N_f(y)]$. Это означает, что «истинное» значение порога, соответствующее реально используемому критерию, находится между $C-N_f(y)$ и $C+N_f(y)$, а потому уровень значимости описанного правила (критерия) лежит между $1 - P(C + N_f(y))$ и $1 - P(C - N_f(y))$, где $P(Z)=P(f<Z)$.

Пример 1. Пусть $x_1, x_2, ..., x_n$ - выборка из нормального распределения с математическим ожиданием a и единичной дисперсией. Необходимо проверить гипотезу H_0: $a = 0$ при альтернативе $H_1: a \neq 0$.

Как известно из любого учебного курса математической статистики, следует использовать следует использовать статистику $f=\sqrt{n}\,|\bar{y}|$ и порог $C=\Phi(1-\alpha/2)$, где α - уровень значимости, $\Phi(\cdot)$ – функция стандартного нормального распределения с математическим ожиданием 0 и дисперсией 1. В частности, С = 1,96 при $\alpha = 0{,}05$.

При ограничениях (1) на абсолютную погрешность $N_f(y)=\sqrt{n}\Delta$. Например, если Δ = 0,1, а n = 100, то $N_f(y)$ = 1,0. Это означает, что истинное значение порога лежит между 0,96 и 2,96, а истинный уровень значимости – между 0,003 и 0,34. Можно сделать и другой вывод: нулевую гипотезу H_0 допустимо отклонить на уровне значимости 0,05 лишь тогда, когда f > 2,96.

Если же n = 400 при $\Delta = 0{,}1$, то $N_f(y)$ =2,0 и C-$N_f(y)$ = -0,04, в то время как C+$N_f(y)$ =3,96. Таким образом, даже в случае x = 0 гипотеза H_0 может быть отвергнута только из-за погрешностей измерений результатов наблюдений.

Вернемся к общему случаю проверки гипотез. С учетом погрешностей измерений граничное значение C_α в статистике интервальных данных целесообразно заменить на $C_\alpha + N_f(y)$. Такая замена дает гарантию, что вероятность отклонения нулевой гипотезы H_0, когда она верна, не более α. При проверке гипотез аналогом статистической погрешности, рассмотренной выше в задачах оценивания, является C_α. Суммарная погрешность имеет вид $C_\alpha + N_f(y)$. Исходя из принципа уравнивания погрешностей [3], целесообразно определять рациональный объем выборки из условия

$$C_\alpha = N_f(y).$$

Если $f = |f_1|$, где f_1 при справедливости H_0 имеет асимптотически нормальное распределение с математическим ожиданием 0 и дисперсией σ^2/n, то

$$C_\alpha = u\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (47)$$

при больших n, где $u(1-\alpha/2)$ - квантиль порядка $1-\alpha/2$ стандартного нормального распределения с математическим ожиданием 0 и дисперсией 1. Из (47) вытекает, что в рассматриваемом случае

$$n_{rat} = \left[\frac{u(1-\alpha/2)\sigma}{N_f(y)}\right]^2.$$

В условиях примера 1 $f_1 = \bar{y}$ и

$$n_{rat} = \frac{3{,}84}{\Delta^2} = 384.$$

Пример 2. Рассмотрим статистику одновыборочного критерия Стьюдента

$$t = \sqrt{n}\,\frac{\bar{y}}{s(y)} = \frac{\sqrt{n}}{v},$$

где v – выборочный коэффициент вариации. Тогда с точностью до бесконечно малых более высокого порядка нотна для *t* имеет вид

$$N_t(y) = \frac{\sqrt{n}}{v^2} N_v(y),$$

где $N_v(y)$ – рассмотренная ранее нотна для выборочного коэффициента вариации. Поскольку распределение статистики Стьюдента t сходится к стандартному нормальному, то небольшое изменение предыдущих рассуждений дает

$$n_{rat} = \frac{v^4 u^2(1-\alpha/2)}{N_v^2(y)}.$$

Пример 3. Рассмотрим двухвыборочный критерий Смирнова, предназначенный для проверки однородности (совпадения) функций распределения двух независимых выборок [41]. Статистика этого критерия имеет вид

$$D_{mn} = \sup_x |F_m(x) - G_n(x)|,$$

где $F_m(x)$ – эмпирическая функция распределения, построенная по первой выборке объема m, извлеченной из генеральной совокупности с функцией распределения $F(x)$, а $G_n(x)$ – эмпирическая функция распределения, построенная по второй выборке объема n, извлеченной из генеральной совокупности с функцией распределения G(x). Нулевая гипотеза имеет вид $H_0 : F(x) \equiv G(x),$ альтернативная состоит в ее отрицании: $H_1 : F(x) \neq G(x)$ *при некотором х.* Значение статистики сравнивают с порогом $D(\alpha, m, n),$ зависящим от уровня значимости α и объемов выборок m и n. Если значение статистики не превосходит порога, то принимают нулевую гипотезу, если больше порога – альтернативную. Пороговые значения $D(\alpha, m, n)$ берут из таблиц [42]. Описанный критерий иногда неправильно называют критерием Колмогорова-Смирнова. История вопроса описана в [43].

При ограничениях (1) на абсолютные погрешности и справедливости нулевой гипотезы $H_0 : F(x) \equiv G(x)$ нотна имеет вид (при больших объемах выборок)

$$N_D = \sup_x |F(x+\Delta) - F(x-\Delta)|.$$

Если $F(x)=G(x)=x$ при $0 \le x \le 1$, то $N_D = 2\Delta.$ С помощью условия $C_\alpha = N_f(y)$ при уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ и достаточно больших объемах выборок (т.е. используя асимптотическое выражение для порога согласно [42]) получаем, что выборки имеет смысл увеличивать, если

$$\frac{mn}{m+n} \le \frac{0{,}46}{\Delta^2}.$$

Правая часть этой формулы при $\Delta = 0{,}1$ равна 46. Если $m = n$, то последнее неравенство переходит в $n \le 92$.

Теоретические результаты в области статистических методов входят в практику через алгоритмы расчетов, воплощенные в программные средства (пакеты программ, диалоговые системы). Ввод данных в современном статистической программной системе должен содержать запросы о погрешностях результатов измерений. На основе ответов на эти запросы вычисляются нотны рассматриваемых статистик, а затем – доверительные интервалы при оценивании, разброс уровней значимости при проверке гипотез, рациональные объемы выборок. Необходимо использовать систему алгоритмов и программ статистики интервальных данных, «параллельную» подобным системам для классической математической статистики.

2.3.7. Асимптотический линейный регрессионный анализ для интервальных данных

Перейдем к многомерному статистическому анализу. Сначала с позиций асимптотической математической статистики интервальных данных рассмотрим оценки метода наименьших квадратов (МНК).

Статистическое исследование зависимостей - одна из наиболее важных задач, которые возникают в различных областях науки и техники. Под словами "исследование зависимостей" имеется в виду выявление и описание существующей связи между исследуемыми переменными на основании результатов статистических наблюдений. К методам исследования зависимостей относятся регрессионный анализ, многомерное шкалирование, идентификация параметров динамических объектов, факторный анализ, дисперсионный анализ, корреляционный анализ и др. Однако многие реальные ситуации характеризуются наличием данных интервального типа, причем известны допустимые границы погрешностей (например, из технических паспортов средств измерения).

Если какая-либо группа объектов характеризуется переменными $X_1, X_2, ,...,X_m$ и проведен эксперимент, состоящий из n опытов, где в каждом опыте эти переменные измеряются один раз, то экспериментатор получает набор чисел: $X_{1j}, X_{2j}, ..., X_{mj}$ $(j = 1, ..., n)$.

Однако процесс измерения, какой бы физической природы он ни был, обычно не дает однозначный результат. Реально результатом измерения какой-либо величины X являются два числа: X_H— нижняя граница и X_B — верхняя граница. Причем $X_{ИСТ} \in [X_H, X_B]$, где $X_{ИСТ}$ - истинное значение измеряемой величины. Результат измерения можно записать как $X: [X_H, X_B]$. Интервальное число X может быть представлено другим способом, а именно, $X: [X_m, \Delta_x]$, где $X_H = X_m - \Delta_x$, $X_H = X_m + \Delta_x$. Здесь X_m - центр интервала (как правило, не совпадающий с $X_{ИСТ}$), а Δ_x - максимально возможная погрешность измерения.

Метод наименьших квадратов для интервальных данных. Пусть математическая модель задана следующим образом:

$$y = Q(x,b) + \varepsilon,$$

где $x = (x_1 , x_2, ..., x_m)$ - вектор влияющих переменных (факторов), поддающихся измерению; $b = (b_1 , b_2 , ... , b_r)$ - вектор оцениваемых параметров модели; y - отклик модели (скаляр); $Q(x,b)$- скалярная функция векторов x и b; наконец, ε - случайная ошибка (невязка, погрешность).

Пусть проведено n опытов, причем в каждом опыте измерены (один раз) значения отклика (y) и вектора факторов (x). Результаты измерений могут быть представлены в следующем виде:

$$X = \{ x_{ij} ; i =1,n ; j = 1,m \}, Y = (y_1 , y_2 , ..., y_n), E = (\varepsilon_1,\varepsilon_2, ...,\varepsilon_n),$$

где X - матрица значений измеренного вектора (x) в n опытах; Y - вектор значений измеренного отклика в n опытах; E - вектор случайных ошибок. Тогда выполняется матричное соотношение:

$$Y = Q(X,b) + E ,$$

где $Q(X,b) = (Q(x_1 ,b), Q(x_2 ,b), ..., Q(x_n ,b))^T$, причем $x_1 , x_2 , ..., x_n$ - m-мерные вектора, которые составляют матрицу $X = (x_1 , x_2 , ..., x_n)^T$.

Введем меру близости $d(Y,Q)$ между векторами Y и Q. В МНК в качестве $d(Y,Q)$ берется квадратичная форма взвешенных квадратов ε_i^2 невязок $\varepsilon_i = y_i - Q(x_i, b)$, т.е.

$$d(Y,Q) = [\,Y - Q(X,b)]^T W[Y - Q(X,b)],$$

где $W = \{w_{ij},\ i, j = 1, \ldots, n\}$ - матрица весов, не зависящая от b. Тогда в качестве оценки b можно выбрать такое b^*, при котором мера близости $d(Y,Q)$ принимает минимальное значение, т.е.

$$b^* = \{b : d(Y,Q) \to \min_{\{b\}}\}.$$

В общем случае решение этой экстремальной задачи может быть не единственным. Поэтому в дальнейшем будем иметь в виду одно из этих решений. Оно может быть выражено в виде $b^* = f(X,Y)$, где $f(X,Y) = (f_1(X,Y),\ f_2(X,Y), \ldots,\ f_m(X.У))^T$, причем $f_i(X,Y)$ непрерывны и дифференцируемы по $(X,Y) \in Z$, где Z -область определения функции $f(X,Y)$. Эти свойства функции $f(X,Y)$ дают возможность использовать подходы статистики интервальных данных.

Преимущество метода наименьших квадратов заключается в сравнительной простоте и универсальности вычислительных процедур. Однако не всегда оценка МНК является состоятельной (при функции $Q(X,b)$, не являющейся линейной по векторному параметру b), что ограничивает его применение на практике.

Важным частным случаем является линейный МНК, когда $Q(x,b)$ есть линейная функция от b:

$$y = b_o x_o + b_1 x_1 + \ldots + b_m x_m + \varepsilon = b\, x^T + \varepsilon\,,$$

где, возможно, $x_o = 1$, а b_o - свободный член линейной комбинации. Как известно, в этом случае МНК-оценка имеет вид:

$$b^* = (X^T W X)^{-1} X^T W Y.$$

Если матрица $X^T W X$ не вырождена, то эта оценка является единственной. Если матрица весов W единичная, то

$$b^* = (X^T X)^{-1} X^T Y.$$

Пусть выполняются следующие предположения относительно распределения ошибок ε_i:

- ошибки ε_i имеют нулевые математические ожидания $M\{\varepsilon_i\} = 0$,

- результаты наблюдений имеют одинаковую дисперсию $D\{\varepsilon_i\} = \sigma^2$,

- ошибки наблюдений некоррелированы, т.е. $cov\{\varepsilon_i, \varepsilon_j\} = 0$.

Тогда, как известно, оценки МНК являются наилучшими линейными оценками, т.е. состоятельными и несмещенными оценками, которые представляют собой линейные функции результатов наблюдений и обладают минимальными дисперсиями среди множества всех линейных несмещенных оценок. Далее именно этот наиболее практически важный частный случай рассмотрим более подробно.

Как и в других постановках асимптотической математической статистики интервальных данных, при использовании МНК измеренные величины отличаются от истинных значений из-за наличия погрешностей измерения. Запишем истинные данные в следующей форме:

$$X_R = \{x_{ij}^R; i = \overline{1,n}; j = \overline{1,m}\}, Y_R = (y_1^R, y_2^R, \ldots, y_n^R),$$

где R - индекс, указывающий на то, что значение истинное. Истинные и измеренные данные связаны следующим образом:

$$X = X_R + \Delta X,\ \ Y = Y_R + \Delta Y,$$

где $\Delta X = \{\Delta x_{ij}; i = \overline{1,n}; j = \overline{1,m}\}, \Delta Y = (\Delta y_1, \Delta y_2, \ldots, \Delta y_n).$ Предположим, что погрешности измерения отвечают граничным условиям

$$|\Delta x_{ij}| \le \Delta_j^x\ (i = 1,2,\ldots,n, j = 1,2,\ldots,m),\ \ ,|\Delta y_i| \le \Delta^y\ (i = 1,2,\ldots,n), \qquad (48)$$

аналогичным ограничениям (1).

Пусть множество W возможных значений (X_R, Y_R) входит в Z -область определения функции $f(X,Y)$. Рассмотрим b^{*R} - оценку МНК, рассчитанную по истинным значениям факторов и отклика, и b^* - оценку МНК, найденную по искаженным погрешностями данным. Тогда

$$\Delta b^* = b^{*R} - b^* = f(X_R, Y_R) - f(X, Y).$$

Ввести понятие *нотны* придется несколько иначе, чем это было сделано выше, поскольку оценивается не одномерный параметр, а вектор. Положим:

$$n(1) = (\sup \Delta b_1^*, \sup \Delta b_2^*, ..., \sup \Delta b_r^*)^T, \;\; n(2) = -(\inf \Delta b_1^*, \inf \Delta b_2^*, ..., \inf \Delta b_r^*)^T.$$

Будем называть *n(1)* нижней *нотной*, а *n(2)* верхней *нотной*. Предположим, что при безграничном возрастании числа измерений *n*, т.е. при $n \to \infty$, вектора *n(1), n(2)* стремятся к постоянным значениям $N_i(1)$, $N_i(2)$ соответственно. Тогда $N_i(1)$ будем называть нижней асимптотической *нотной*, а $N_i(2)$ - верхней асимптотической *нотной*.

Рассмотрим доверительное множество $B_\alpha = B_\alpha(n, b^{*R})$ для вектора параметров *b,* т.е. замкнутое связное множество точек в *r*-мерном евклидовом пространстве такое, что $P(b \in B_\alpha) = \alpha$, где α — доверительная вероятность, соответствующая B_α (α ≈ 1). Другими словами, B_α $(n,\ b^{*R})$ есть область рассеивания (аналог эллипсоида рассеивания) случайного вектора b^{*R} с доверительной вероятностью α и числом опытов *n*.

Из определения верхней и нижней *нотн* следует, что всегда $b^{*R} \in [b^* - n(1); b^* + n(2)]$. В соответствии с определением нижней асимптотической нотны и верхней асимптотической нотны можно считать, что $b^{*R} \in [b^* - N(1); b^* + N(2)]$ при достаточно большом числе наблюдений *n*. Этот многомерный интервал описывает *r*-мерный гиперпараллелепипед *P*.

Каким-либо образом разобьем *P* на *L* гиперпараллелепипедов. Пусть b_k - внутренняя точка *k*-го гиперпараллелепипеда. Учитывая свойства доверительного множества и устремляя *L* к бесконечности, можно утверждать, что $P(b \in C) \geq \alpha$, где

$$C = \lim_{L \to \infty} \bigcap_{1 \leq k \leq L} B_\alpha(n, b_k).$$

Таким образом, множество C характеризует неопределенность при оценивании вектора параметров b. Его можно назвать доверительным множеством в статистике интервальных данных.

Введем некоторую меру $M(X)$, характеризующую «величину» множества $X \subseteq R^r$ По определению меры она удовлетворяет условию: если $X = Z \cup Y$ и $Z \cap Y = 0$, то $M(X)=M(Z)+M(Y)$. Примерами такой меры являются площадь для r = 2 и объем для r = 3. Тогда:

$$M(C) = M(P) + M(F), \qquad (49)$$

где $F = C \setminus P$. Здесь $M(F)$ характеризует меру статистической неопределенности, в большинстве случаев она убывает при увеличении числа опытов n. В то же время $M(P)$ характеризует меру интервальной (метрологической) неопределенности, и, как правило, $M(P)$ стремится к некоторой постоянной величине при увеличении числа опытов n. Пусть теперь требуется найти то число опытов, при котором статистическая неопределенность составляет δ*-ю* часть общей неопределенности, т.е.

$$M(F) = \delta M(C), \qquad (50)$$

где $\delta < 1$. Тогда, подставив соотношение (50) в равенство (49) и решив уравнение относительно n, получим искомое число опытов. В асимптотической математической статистике интервальных данных оно называется "рациональным объемом выборки". При этом δ есть "степень малости" статистической неопределенности $M(P)$ относительно всей неопределенности. Она выбирается из практических соображений. При использовании "принципа уравнивания погрешностей" согласно [3] имеем $\delta = 1/2$.

Метод наименьших квадратов для линейной модели. Рассмотрим наиболее важный для практики частный случай МНК, когда модель описывается линейным уравнением (см. выше).

Для простоты описания преобразований пронормируем переменные x_{ij}, y_{i}. следующим образом:

$$x_{ij}^0 = (x_{ij} - \bar{x}_j)/s(x_j),\ \ y_i^0 = (y_i - \bar{y})/s(y),$$

где

$$\bar{x}_j = \frac{1}{n}\sum_{1\le i\le n} x_{ij},\ s^2(x_j) = \frac{1}{n}\sum_{1\le i\le n}(x_{ij} - \bar{x}_j)^2, \quad \bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{1\le i\le n} y_i,\ s^2(y) = \frac{1}{n}\sum_{1\le i\le n}(y_i - \bar{y})^2.$$

Тогда

$$\bar{x}_j^0 = 0\ \ s^2(x_j^0) = \frac{1}{n}\sum_{1\le i\le n}(x_{ij}^0 - \bar{x}_j^0)^2 = 1, \quad \bar{y}^0 = 0\ \ s^2(y^0) = \frac{1}{n}\sum_{1\le i\le n}(y_i^0 - \bar{y}^0)^2 = 1,\ \ j = 1,2,...,m..$$

В дальнейшем изложении будем считать, что рассматриваемые переменные пронормированы описанным образом, и верхние индексы ^{0} опустим. Для облегчения демонстрации основных идей примем достаточно естественные предположения.

1. Для рассматриваемых переменных существуют следующие пределы:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{1\le i\le n} x_{ij}x_{ik} = 0,\ \ j,k = 1,2,...,m.$$

2. Количество опытов n таково, что можно пользоваться асимптотическими результатами, полученными при $n \to \infty$.

3. Погрешности измерения удовлетворяют одному из следующих типов ограничений:

Тип 1. Абсолютные погрешности измерения ограничены согласно (48):

Тип 2. Относительные погрешности измерения ограничены:

$$|\Delta x_{ij}| \le \delta_j^x |x_{ij}|\ \ (i = 1,2,...,n, j = 1,2,...,m),\ \ ,|\Delta y_i| \le \delta^y |y_i|\ \ (i = 1,2,...,n).$$

Тип 3. Ограничения наложены на сумму погрешностей:

$$\sum_{j=1}^{m} |\Delta x_{ij}| \le \alpha_x\ \ (i = 1,2,...,n, j = 1,2,...,m),\ \ |\Delta y_i| \le \alpha_y\ \ (i = 1,2,...,n)).$$

(поскольку все переменные отнормированы, т.е. представляют собой относительные величины, то различие в размерности исходных переменных не влияет на возможность сложения погрешностей).

Перейдем к вычислению нотны оценки МНК. Справедливо

$$(E - A)^{-1} = \sum_{P=0}^{\infty} A^P, \quad если \quad |\lambda_k| < 1; \; k = 1,...,n.$$

равенство:

$$\Delta b^* = b^{*R} - b^* = (X_R^T X_R)^{-1} X_R^T Y_R - (X^T X)^{-1} X^T Y = (X_R^T X_R)^{-1} X_R^T Y_R -$$
$$- ((X_R + \Delta X)^T (X_R + \Delta X))^{-1} (X_R + \Delta X)(Y_R + \Delta Y).$$

Воспользуемся следующей теоремой из теории матриц [14].

Теорема. Если функция f(λ) разлагается в степенной ряд в круге сходимости $|\lambda - \lambda_0| < r$, т.е.

$$f(\lambda) = \sum_{k=0}^{\infty} \alpha_k (\lambda - \lambda_0)^k,$$

то это разложение сохраняет силу, если скалярный аргумент заменить любой матрицей A, характеристические числа которой λ_k, $k = 1,\ldots,n$, лежат внутри круга сходимости.

Из этой теоремы вытекает, что:

Легко убедиться, что:

$$((X_R + \Delta X)^T (X_R + \Delta X))^{-1} = -Z(E - \Delta \cdot Z)^{-1},$$
$$где \; Z = -(X_R^T X_R)^{-1}, \; \Delta = X_R^T \Delta X + \Delta X^T X_R + \Delta X^T \Delta X.$$

Это вытекает из последовательности равенств:

$$((X_R + \Delta X)^T (X_R + \Delta X))^{-1} = (X_R^T X_R + X_R^T \Delta X + \Delta X^T X_R + \Delta X^T \Delta X)^{-1} = (X_R^T X_R + \Delta)^{-1} =$$
$$= ((E + \Delta (X_R^T X_R)^{-1} X_R^T X_R)^{-1} = (X_R^T X_R)^{-1} (E + \Delta (X_R^T X_R)^{-1})^{-1} = -Z(E - \Delta \cdot Z)^{-1}.$$

Применим приведенную выше теорему из теории матриц, полагая $A = \Delta\ Z$ и принимая, что собственные числа этой матрицы удовлетворяют неравенству $|\lambda_k|<1$. Тогда получим:

$$((X_R + \Delta X)^T (X_R + \Delta X))^{-1} = -Z \sum_{P=0}^{\infty} (\Delta \cdot Z)^P = (X^T{}_R X_R)^{-1} \sum_{P=0}^{\infty} (-\Delta \cdot (X^T{}_R X_R)^{-1})^P.$$

Подставив последнее соотношение в заключение упомянутой теоремы, получим:

$$\Delta b^* = (X_R^T X_R)^{-1} X_R^T Y_R - ((X_R^T X_R)^{-1} \sum_{P}^{\infty} (-\Delta \cdot (X_R^T X_R)^{-1})^P)(X_R + \Delta X)^T (Y_R + \Delta Y) =$$

$$= (X_R^T X_R)^{-1} X_R^T Y_R - ((X_R^T X_R)^{-1} \sum_{P}^{\infty} (-\Delta \cdot (X_R^T X_R)^{-1})^P)(X_R^T Y_R + \Delta X^T Y_R + X_R^T \Delta Y + \Delta X^T \Delta Y).$$

Для дальнейшего анализа понадобится вспомогательное утверждение. Исходя из предположений 1-3, докажем, что:

$$(X_R^T X_R)^{-1} \approx \frac{1}{n} E.$$

Доказательство. Справедливо равенство

$$X_R^T X_R = n \cdot \begin{pmatrix} \hat{D}(x_1) & \ldots & \hat{\text{cov}}(x_1, x_m) \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ \hat{\text{cov}}(x_1, x_m) & \ldots & \hat{D}(x_m) \end{pmatrix} = n \cdot \hat{\text{cov}}(x),$$

где $\hat{D}(x_i),\ \hat{\text{cov}}(x_i, x_j)$ - состоятельные и несмещенные оценки дисперсий и коэффициентов ковариации, т.е.

$$\hat{\text{D}}(x_i) = D(x_i) + o(1/n),\ \hat{\text{cov}}(x_i, x_j) = \text{cov}(x_i, x_j) + o(1/n),$$

тогда

$$X_R^T X_R = n \cdot \hat{\text{cov}}(x) = n \cdot (\text{cov}(x_i, x_j) + o(1/n)),$$

где

$$o(1/n) = \{a_{ij} = o(1/n)\}\ (i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m}).$$

Другими словами, каждый элемент матрицы, обозначенной как $o(1/n)$, есть бесконечно малая величина порядка $1/n$. Для рассматриваемого случая $cov(x) = E$, поэтому

$$X_R^T X_R = n \cdot \hat{\text{cov}}(x) = n \cdot (E + o(1/n)).$$

Предположим, что n достаточно велико и можно считать, что собственные числа матрицы $o(1/n)$ меньше единицы по модулю, тогда

$$(X_R^T X_R)^{-1} = \frac{1}{n} \cdot (E + o(1/n))^{-1} \approx \frac{1}{n}(E + o(1/n)) = \frac{1}{n} E + o(1/n^2) \approx \frac{1}{n} E,$$

что и требовалось доказать.

Подставим доказанное асимптотическое соотношение в формулу для приращения b^*, получим

$$\Delta b^* = b^{*R} - \frac{1}{n}\sum_{P=0}^{\infty}(-\Delta\cdot\frac{1}{n})^P(nb^{*R} + \Delta X^T Y_R + X_R^T\Delta Y + \Delta X^T\Delta Y) =$$

$$= b^{*R} - \frac{1}{n}\sum_{P=0}^{\infty}(-(X_R^T\Delta X + \Delta X^T X_R + \Delta X^T\Delta X)\cdot(\frac{1}{n})^P(nb^{*R} + \Delta X^T Y_R + X_R^T\Delta Y + \Delta X^T\Delta Y) =$$

$$= b^{*R} - \frac{1}{n}(E - (X_R^T\Delta X + \Delta X^T X_R + \Delta X^T\Delta X)\frac{1}{n} + (X_R^T\Delta X + \Delta X^T X_R + \Delta X^T\Delta X)^2(\frac{1}{n})^2)\cdot$$

$$\cdot(nb^{*R} + \Delta X^T Y_R + X_R^T\Delta Y + \Delta X^T\Delta Y).$$

Выразим Δb^* относительно приращений $\Delta X, \Delta Y$ до 2-го порядка

$$\Delta b^* = b^{*R} - \frac{1}{n}(E - (X_R^T\Delta X + \Delta X^T X_R + \Delta X^T\Delta X)\frac{1}{n} + (X_R^T\Delta X X_R^T\Delta X + \Delta X^T X_R\Delta X^T X_R +$$

$$+ \Delta X^T X_R X_R^T\Delta X + X_R^T\Delta X\Delta X^T X_R)(\frac{1}{n})^2)\cdot(nb^{*R} + \Delta X^T Y_R + X_R^T\Delta Y + \Delta X^T\Delta Y);$$

$$\Delta b^* = b^{*R} - \frac{1}{n}(E - (X_R^T\Delta X + \Delta X^T X_R + \Delta X^T\Delta X)\frac{1}{n})\cdot(nb^{*R} + \Delta X^T Y_R + X_R^T\Delta Y + \Delta X^T\Delta Y);$$

$$\Delta b^* = \frac{1}{n}(X_R^T\Delta X + \Delta X^T X_R + \Delta X^T\Delta X)b^{*R} - \frac{1}{n}(\Delta X^T Y_R + X_R^T\Delta Y + \Delta X^T\Delta Y) =$$

$$= \frac{1}{n}[(X_R^T\Delta X + \Delta X^T X_R + \Delta X^T\Delta X)b^{*R} - (\Delta X^T Y_R + X_R^T\Delta Y + \Delta X^T\Delta Y)].$$

Перейдем от матричной к скалярной форме, опуская индекс (R):

$$\Delta b_k^* = \frac{1}{n}\{\sum_j^m\sum_i^n(x_{ik}\Delta x_{ij} + \Delta x_{ik}x_{ij})b_j^* - \sum_i^n(\Delta x_{ik}y_i + x_{ik}\Delta y_i)\};$$

$$\Delta b_k^* = \frac{1}{n}\{2\sum_i^n x_{ik}\Delta x_{ik}b_k^* + \sum_{j\neq k}^m\sum_i^n(x_{ik}\Delta x_{ij} + \Delta x_{ik}x_{ij})b_j^* - \sum_i^n(\Delta x_{ik}y_i + x_{ik}\Delta y_i)\} =$$

$$= \frac{1}{n}\{2\sum_i^n x_{ik}\Delta x_{ik}b_k^* + \sum_{j\neq k}^m\sum_i^n[(x_{ik}\Delta x_{ij} + \Delta x_{ik}x_{ij})b_j^* - \frac{1}{m-1}\Delta x_{ik}y_i] - \sum_i^n x_{ik}\Delta y_i\} =$$

$$= \frac{1}{n}\{\sum_{j\neq k}^m\sum_i^n[\frac{2}{m-1}x_{ik}\Delta x_{ik}b_k^* + (x_{ik}\Delta x_{ij} + \Delta x_{ik}x_{ij})b_j^* - \frac{1}{m-1}\Delta x_{ik}y_i] - \sum_i^n x_{ik}\Delta y_i\} =$$

$$= \frac{1}{n}\{\sum_{j\neq k}^m\sum_i^n[(\frac{2}{m-1}x_{ik}b_k^* + x_{ij}b_j^* - \frac{1}{m-1}y_i)\Delta x_{ik} - x_{ik}b_j^*\Delta x_{ij}] - \sum_i^n x_{ik}\Delta y_i\}$$

Будем искать $\max(|\Delta b_k^*|)$ по Δx_{ij} и Δy_i ($i=1,\dots,n; j=1,\dots,m$). Для этого рассмотрим все три ранее введенных типа ограничений на ошибки измерения.

Тип 1 (абсолютные погрешности измерения ограничены). Тогда:

$$\max_{\Delta x,\Delta y}(|\Delta b_k^*|) = \frac{1}{n}\{\sum_{j\neq k}^m\sum_i^n[|(\frac{2}{m-1}x_{ik}b_k^* + x_{ij}b_j^* - \frac{1}{m-1}y_i)|\Delta_k^x + |x_{ik}b_j^*|\Delta_j^x] - \sum_i^n|x_{ik}|\Delta y\}.$$

Тип 2 (относительные погрешности измерения ограничены). Аналогично получим:

$$\sum_{j=1}^{m} |\Delta x_{ij}| < \alpha_x \quad (i = 1,2,...,n,\ j = 1,2,...,m),\ \ |\Delta y_i| < \alpha_y \quad (i = 1,2,...,n)).$$

Тип 3 (ограничения наложены на сумму погрешностей). Предположим, что $|\Delta b_k{*}|$ достигает максимального значения при таких значениях погрешностей Δx_{ij} и Δy_i, которые мы обозначим как:

$$\{\Delta x_{ij}^{*}, \qquad i = \overline{1,2,...,n}; j = 1,2,...,m\},\ \ \{\Delta y_i^{*}, \qquad i = 1,2,...,n\}.$$

тогда:

$$\max_{\Delta x,\Delta y}(|\Delta b_k{*}|) = \frac{1}{n}\{\sum_{j\neq k}^{m}\sum_{i}^{n}[(\frac{2}{m-1}x_{ik}b_k{*} + x_{ij}b_j{*} - \frac{1}{m-1}y_i)x_{ik}^{*} + x_{ik}b_j{*}x_{ij}^{*}] - \sum_{i}^{n} x_{ik}y_i^{*}\}.$$

Ввиду линейности последнего выражения и выполнения ограничения типа 3:

$$\max_{\Delta x,\Delta y}(|\Delta b_k{*}|) = \frac{1}{n}\{\sum_{j\neq k}^{m}\sum_{i}^{n}[|\frac{2}{m-1}x_{ik}b_k{*} + x_{ij}b{*}_j - \frac{1}{m-1}y_i| \cdot |\Delta x_{ik}^{*}| + |x_{ik}b_j{*}| \cdot |\Delta x_{ij}^{*}|] - \sum_{i}^{n}|x_{ik}| \cdot |\Delta y_i^{*}|\},$$

$$\sum_{j}^{m}|\Delta x_{ij}^{*}| = \alpha_x \qquad (j = 1,2,...,m), \qquad |\Delta y_i^{*}| = \alpha_y.$$

Для простоты записей выкладок сделаем следующие замены:

$$|\Delta x_{ij}| = \alpha_{ij} \geq 0, \qquad C_k = n\sum_{i}^{n}|x_{ik}| \cdot |\Delta y_i^{*}| \geq 0,$$

$$K_i^k = \sum_{j\neq k}^{m}|\frac{2}{m-1}x_{ik}b_k{*} + x_{ij}b_j{*} - \frac{1}{m-1}y_i| \geq 0,$$

$$|x_{ik}b_j{*}| = R_{ij}^k \geq 0.$$

Теперь для достижения поставленной цели можно сформулировать следующую задачу, которая разделяется на *m* типовых задач оптимизации:

$$f_k(\{\alpha_{ij}\}) \to \max_{\alpha_{ij}} \quad (i = 1,2,\ldots,n;\ j = 1,2,\ldots,m; k = 1,2,\ldots,m),$$

где

$$f_k(\{\alpha_{ij}\}) = \frac{1}{n}\{\sum_{i}^{n} K_i^k \alpha_{ik} + \sum_{j\neq m}^{m} \sum_{i}^{n} R_{ij}^k \alpha_{ij}\} + C_k,$$

при ограничениях

$$\sum_{j}^{m} \alpha_{ij} = \alpha_x \qquad (j = 1,2,\ldots,m).$$

Перепишем минимизируемые функции в следующем виде:

$$f_k = \frac{1}{n}\sum_{i}^{n} (K_i^k \alpha_{ik} + \sum_{j\neq m}^{m} R_{ij}^k \alpha_{ij}) + C_k = \frac{1}{n}\sum_{i}^{n} f_i^k + C_k.$$

Очевидно, что $f_i^k > 0$.

Легко видеть, что

$$n \cdot \max_{\alpha_{ij}}(f_k) = \max_{\alpha_{i1}}(f_1^k) + \max_{\alpha_{i2}}(f_2^k) + \ldots + \max_{\alpha_{in}}(f_n^k) + C_k = \sum_{i}^{n} \max_{\alpha_{ii}}(f_i^k) + C_k,$$

где $\quad i = 1,2,\ldots,n; j = 1,2\ldots,m.$

Следовательно, необходимо решить *nm* задач

$$\{f_i^k\} \to \max_{\alpha_{ij}} \quad (i = 1.2.,,,.n;\ \ j = 1.2,\ldots,.m;\ \ k = 1,2,\ldots,m)$$

при ограничениях "типа равенства":

$$\sum_{j}^{m} \alpha_{ij} = \alpha_x \qquad (i = 1,2,\ldots,n),$$

$$\text{где} \quad f_i^k = K_i^k \alpha_{ik} + \sum_{j\neq m}^{m} R_{ij}^k \alpha_{ij} = \sum_{j}^{m} S_{ij}^k \alpha_{ij},$$

$$\text{причем} \quad S_{ij}^k = \begin{cases} K_i^k, \text{если} & j = k, \\ R_{ij}^k, \text{если} & j \neq k. \end{cases}$$

Сформулирована типовая задача поиска экстремума функции. Она легко решается. Поскольку

$$\max_{a_{ij}}(f_i^k) = \max_j(S_{ij}^k)\cdot\alpha_x,$$

то максимальное отклонение МНК-оценки k-ого параметра равно

$$\max_{\Delta X,\Delta Y}(|\Delta \hat{b}_k|) = \max_{\alpha_{ij}}(f_k) = \frac{1}{n}\alpha_x\sum_i^n \max_j(S_{ij}^k) + \frac{1}{n}C_k, \quad (i = 1,2,...,n;\ j = 1,2,...,m).$$

Кроме рассмотренных выше трех видов ограничений на погрешности могут представлять интерес и другие, но для демонстрации типовых результатов ограничимся только этими тремя видами.

Оценивание линейной корреляционной связи. В качестве примера рассмотрим оценивание линейной корреляционной связи случайных величин y и x_1 , x_2..., x_m с нулевыми математическими ожиданиями. Пусть эта связь описывается соотношением:

$$y = \sum_{j=1}^{m} b_j x_j + e,$$

где b_1 , b_2 ,..., b_m - постоянные, а случайная величина e некоррелирована с x_1 , x_2..., x_m. Допустим, необходимо оценить неизвестные параметры b_1 , b_2 ,..., b_m по серии независимых испытаний:

$$y_i = \sum_{j=1}^{m} b_j x_{ij} + e_i, \quad (i = 1,2,...,n).$$

Здесь при каждом $i = 1,2,...,n$ имеем новую независимую реализацию рассматриваемых случайных величин. В этой частной схеме оценки наименьших квадратов b_1^{*R} , b_2^{*R} ,..., b_m^{*R} параметров b_1, b_2 ,..., b_m являются, как известно, состоятельными [45].

Пусть величины x_1 , x_2..., x_m в дополнение к попарной независимости имеют единичные дисперсии. Тогда из закона больших чисел [45] следует существование следующих пределов (ср. предположение 1 выше):

$$\lim_{n\to\infty}\{\frac{1}{n}\sum_{i}^{n} x_{ij}^{R}\} = M\{x_j\} = 0 \qquad (j = \overline{1,m}),$$

$$\lim_{n\to\infty}\{\frac{1}{n}\sum_{i}^{n} (x_{ij}^{R} - M\{x_j\})^2\} = D\{x_j\} = 1 \qquad (j = \overline{1,m}),$$

$$\lim_{n\to\infty}\{\frac{1}{n}\sum_{i}^{n} (x_{ij}^{R} - M\{x_j\})(x_{ik}^{R} - M\{x_k\})\} = 0 \qquad (j,k = \overline{1,m}),$$

$$\lim_{n\to\infty}\{\frac{1}{n}\sum_{i}^{n} y_{i}^{R}\} = M\{y\} = b_1 M\{x_1\} + \ldots + b_m M\{x_m\} + M\{e\} = 0,$$

$$\lim_{n\to\infty}\{\frac{1}{n}\sum_{i}^{n} (y_{i}^{R} - M\{y\})^2\} = D\{y\} = b_1^2 + \ldots + b_m^2 + \sigma^2,$$

где σ - среднее квадратическое отклонение случайной величины e.

Пусть измерения производятся с погрешностями, удовлетворяющими ограничениям типа 1, тогда максимальное приращение величины $|\Delta b^*_k|$, как показано выше, равно:

$$\max_{\Delta x,\Delta y}(|\Delta b^*_k|) = \frac{1}{n}\{\sum_{j\neq k}^{m}\sum_{i}^{n}[|\frac{2}{m-1}x_{ik}^{R}b^*_k + x_{ij}^{R}b^*_j - \frac{1}{m-1}y_i^{r}|\cdot\Delta_k^x + |x_{ik}^{R}b^*_j|\cdot\Delta_j^x] + \sum_{i}^{n}|x_{ik}^{R}|\cdot\Delta y\}.$$

Перейдем к предельному случаю и выпишем выражение для нотны:

$$N_k = \lim_{n\to\infty}\{\max_{\Delta x,\Delta y}(|\Delta b^*_k|)\} =$$

$$= \sum_{j\neq k}^{m}[M\{|\frac{2}{m-1}x_k b_k + x_j b_j - \frac{1}{m-1}y|\}\cdot\Delta_k^x + M\{|x_k b_j|\}\cdot\Delta_j^x + M\{|x_k|\}\cdot\Delta y.$$

В качестве примера рассмотрим случай $m = 2$. Тогда

$$N_1 = M\{|2x_1b_1 + x_2b_2 - y|\}\Delta_1^x + M\{b_2x_1\}\Delta_2^x + M\{|x_1|\}\Delta y,$$
$$N_2 = M\{|2x_2b_2 + x_1b_1 - y|\}\Delta_2^x + M\{b_1x_2\}\Delta_1^x + M\{|x_2|\}\Delta y.$$

Приведенное выше выражение для максимального приращения метрологической погрешности не может быть использована в случае $m = 1$. Для $m = 1$ выведем выражение для нотны, исходя из соотношения:

$$\Delta b^*_k = \frac{1}{n}\{\sum_j^m \sum_i^n (x_{ik}\Delta x_{ij} + \Delta x_{ik} x_{ij}), \quad b^*_j - \sum_i^n (\Delta x_{ik} y_i + x_{ik}\Delta y_i)\}.$$

Подставив $m = 1$, получим:

$$\Delta b^* = \frac{1}{n}\{\sum_i^n (2x_i\Delta x_i)b^* - \sum_i^n (\Delta x_i y_i + x_i\Delta y_i)\} = \frac{1}{n}\{\sum_i^n ((2x_i b^* - y_i)\Delta x_i + x_i\Delta y_i)\}.$$

Следовательно, *нотна* выглядит так:

$$N_f = M\{|2xb^* - y|\}\Delta x + M\{|x|\}\Delta y .$$

Для нахождения рационального объема выборки необходимо сделать следующее.

Этап 1. Выразить зависимость размеров и меры области рассеивания $B_\alpha(n,b)$ от числа опытов n (см. выше).

Этап 2. Ввести меру неопределенности и записать соотношение между статистической и интервальной неопределенностями.

Этап 3. По результатам этапов 1 и 2 получить выражение для рационального объема выборки.

Для выполнения этапа 1 определим область рассеивания следующим образом. Пусть доверительным множеством $B_\alpha(n,b)$ является m-мерный куб со сторонами длиною $2K$, для которого

$$P(b \in B_\alpha(n, b^{*R})) = \alpha ..$$

Исследуем случайный вектор b^* и

$$b^{*R} = (X_R^T X_R)^{-1} X_R^T Y_R = (X_R^T X_R)^{-1} X_R^T (X_R b + e) =$$
$$= (X_R^T X_R)^{-1} X_R^T X_R b + (X_R^T X_R)^{-1} X_R^T e = b + (X_R^T X_R)^{-1} X_R^T e.$$

Как известно, если элементы матрицы $A = \{a_{ij}\}$ -случайные, т.е. A – случайная матрица, то ее математическим ожиданием является матрица, составленная из математических ожиданий ее элементов, т.е. $\mathrm{M}\{A\} = \{\mathrm{M}\{a_{ij}\}\}$.

Утверждение 1. Пусть $A = \{ a_{ij} \}$ и $B = \{ b_{ij} \}$ - случайные матрицы порядка (m x n) и (n x r) соответственно, причем любая пара их элементов (a_{ij}, b_{kl}) состоит из независимых случайных величин. Тогда математическое ожидание произведения матриц равно произведению математических ожиданий сомножителей, т.е. М$\{AB\}$ = М$\{A\}$ М$\{B\}$.

Доказательство. На основании определения математического ожидания матрицы заключаем, что

$$A \cdot B = \{\sum_k^n a_{ik} \cdot b_{kj}\} \to M\{A \cdot B\} = \{M\{\sum_k^n a_{ik} \cdot b_{kj}\}\} = \{\sum_k^n M\{a_{ik} \cdot b_{kj}\}\},$$

но так как случайные величины a_{ik}, b_{kj} независимы, то

$$M\{A \cdot B\} = \{\sum_k^n M\{a_{ik}\} \cdot M\{b_{kj}\}\} = M\{A\} \cdot M\{B\},$$

что и требовалось доказать.

Утверждение 2. Пусть $A = \{a_{ij}\}$ и $B = \{b_{ij}\}$ - случайные матрицы порядка (m x n) и (n x r) соответственно. Тогда математическое ожидание суммы матриц равно сумме математических ожиданий слагаемых:, т.е. М$\{A+B\}$ = М$\{A\}$ + М$\{B\}$.

Доказательство. На основании определения математического ожидания матрицы заключаем, что

$$M\{A+B\} = \{M\{a_{ij}+b_{ij}\}\} = \{M\{a_{ij}\} + M\{b_{ij}\}\} =M\{A\} + M\{B\},$$

что и требовалось доказать.

Найдем математическое ожидание и ковариационную матрицу вектора b^* с помощью утверждений 1, 2 и выражения для b^{*R} , приведенного выше. Имеем

$$M\{b^{*R}\} = b + M\{(X_R^T X_R)^{-1} X_R^T e\} = b + M\{(X_R^T X_R)^{-1} X_R^T\} \cdot M\{e\}.$$

Но так как М$\{ e \}$ = 0, то $M\{b^{*R}\} = b$. Это означает что оценка МНК является несмещенной.

Найдем ковариационную матрицу:

$D\{b^{*R}\} = M\{(b^{*R} - b)(b^{*R} - b)^T\} = M\{(X_R^T X_R)^{-1} X_R^T \cdot e \cdot e^T \cdot X_R (X_R^T X_R)^{-1}\}.$

Можно доказать, что

$D\{b^{*R}\} = M\{(X_R^T X_R)^{-1} X_R^T \cdot M\{e \cdot e^T\} \cdot X_R (X_R^T X_R)^{-1}\},$

но

$M\{e \cdot e^T\} = D\{e\} = \sigma^2 E,$

поэтому

$D\{\hat{b}_R\} = M\{(X_R^T X_R)^{-1} X_R^T \cdot (\sigma^2 E) \cdot X_R (X_R^T X_R)^{-1}\} = \sigma^2 \cdot M\{(X_R^T X_R)^{-1}\}.$

Как выяснено ранее, для достаточно большого количества опытов n выполняется приближенное равенство

0100090000037800000002001c00000000000400000003010800050000000b0200000000050000000c02450315090400000002e0118001c000000fb021000070000000000bc02000000cc0102022253797374656d000315090000e8c7110072edc63090bd4e0a0c02000015090000040000002d01000004000000020101001c000000fb029cff0000000000009001000000cc0440001254696d6573204e657720526f6d616e0000000000000000000000000000000000040000002d010100050000000902000000020d000000320a5a00000001000400000000000f09460320e02d00040000002d010000030000000000

Осталось определить вид распределения вектора b^{*R} . Из выражения для b^{*R}, приведенного выше, и асимптотического соотношения (51) следует, что

$$b^{*R} = b + \frac{1}{n} X_R^T e \ .$$

Можно утверждать, что вектор b^{*R} имеет асимптотически нормальное распределение, т.е.

$$b^{*R} \in N(b, \frac{\sigma^2}{n} E).$$

Тогда совместная функция плотности распределения вероятностей случайных величин $b^{*R}{}_1$, $b^{*R}{}_2, \ldots, b^{*R}{}_m$ будет иметь вид:

$$f(b^{*R}) = \frac{1}{(2\pi)^{m/2} \cdot (\det C)^{1/2}} \cdot \exp[-\frac{1}{2}(b^{*R} - b)^T \cdot C^{-1} \cdot (b^{*R} - b)], \quad (52)$$

где

$$C = D(b^{*R}) = \frac{\sigma^2}{n} E.$$

Тогда справедливы соотношения

$$C^{-1} = \frac{n}{\sigma^2} E \quad , \qquad \det C = \det(\frac{n}{\sigma^2} E) = (\frac{\sigma^2}{n})^m.$$

Подставим в формулу (52), получим

$$f(b^{*R}) = \frac{1}{(2\pi)^{m/2} \cdot (\sigma^2 / n)^{m/2}} \cdot \exp[-\frac{n}{2\sigma^2}(b^{*R} - b)^T \cdot C^{-1} \cdot (b^{*R} - b)] =$$

$$= \frac{1}{(\sigma\sqrt{2\pi / n})^m} \exp[-\frac{n}{2\sigma^2}(b^{*R} - b)^T \cdot C^{-1} \cdot (b^{*R} - b)] =$$

$$= \frac{1}{(\sigma\sqrt{2\pi / n})^m} \exp[-\frac{n}{2\sigma^2}(\beta_1^2 + \beta_2^2 + \ldots + \beta_m^2],$$

где

$$\beta_i = b_i^{*R} - b_i, \quad i = 1,2,\ldots m \quad .$$

Вычислим асимптотическую вероятность попадания описывающего реальность вектора параметров b в m-мерный куб с длиной стороны, равной $2k$, и с центром b^{*R}.

$$P(-k < \beta_1 < k, -k < \beta_2 < k, \ldots, -k < \beta_m < k) =$$

$$= \quad \frac{1}{(\sigma\sqrt{2\pi / n})^m} \{\int_{-k}^{k} ..\int_{-k}^{k} \exp[-\frac{n}{2\sigma^2}(\beta_1^2 + \beta_2^2 + \ldots + \beta_m^2)] \cdot d\beta_1 \ldots d\beta_m\} =$$

$$= \frac{1}{(\sigma\sqrt{2\pi / n})^m} \{\int_{-k}^{k} \exp[-\frac{n}{2\sigma^2}\beta_1^2] d\beta_1 \ldots \int_{-k}^{k} \exp[-\frac{n}{2\sigma^2}\beta_i^2] d\beta_i\}.$$

Сделаем замену

$$t_i = \sqrt{n/2} \cdot \frac{1}{\sigma} \beta_i \quad , \quad i = 1,2,\ldots,m.$$

Тогда

$$P = P(-k < \beta_1 < k, -k < \beta_2 < k, \ldots, -k < \beta_m < k,) =$$
$$= \frac{(\sigma\sqrt{2/n})^m}{(\sigma\sqrt{2\pi/n})^m}[\int_{-T}^{T} e^{-t^2}dt]^m = [(1/\sqrt{\pi})\int_{-T}^{T} e^{-t^2}dt]]^m = [\Phi_0(T)]^m,$$

где $T = (n/2)^{1/2}(k/\sigma)$, а $\Phi_0(T)$- интеграл Лапласа,

$$\Phi_0(T) = \Phi(\sqrt{2}T) - \Phi(-\sqrt{2}T),$$

где $\Phi(t)$- функция стандартного нормального распределения с математическим ожиданием 0 и дисперсией 1. Из последнего соотношения получаем

$$T = \Phi^{-1}(P^{1/m}),$$

где $\Phi^{-1}(P)$ - обратная функция Лапласа. Отсюда следует, что

$$k = \sigma\,(2/n)^{1/2}\,\Phi^{-1}(P^{1/m}). \qquad (53)$$

Напомним, что доверительная область $B_\alpha(n,b)$ - это m-мерный куб, длина стороны которого равна K, т.е.

$$P(b \in B_\alpha(n,b)) = P(-K < \beta_1 < K, -K < \beta_2 < K, \ldots, -K < \beta_m < K) = \alpha.$$

Подставляя $P = \alpha$ в формулу (53), получим

$$K = k = \sigma\,(2/n)^{1/2}\,\Phi^{-1}(\alpha^{1/m}). \qquad (54)$$

Соотношение (54) выражает зависимость размеров доверительной области (т.е. длины ребра куба K) от числа опытов n, среднего квадратического отклонения σ ошибки e и доверительной вероятности α. Это соотношение понадобится для определения рационального объема выборки.

Переходим к этапу 2. Необходимо ввести меру разброса (неопределенности) и установить соотношение между статистической и интервальной (метрологической) неопределенностями с соответствии с ранее сформулированным общим подходом.

Пусть A - некоторое измеримое множество точек в m-мерном евклидовом пространстве, характеризующее неопределенность задания вектора $a \in A$. Тогда необходимо ввести некую меру $M(A)$, измеряющую степень неопределенности. Такой мерой может служить

m-мерный объем $V(A)$ множества A (т.е. его мера Лебега или Жордана), $M(A) = V(A)$.

Пусть P - m-мерный параллелепипед, характеризующий интервальную неопределенность. Длины его сторон равны значениям *нотн* $2N_1$, $2N_2, \ldots$, $2N_m$, а центр a (точка пересечений диагоналей параллелепипеда) находится в точке b^{*R}. Пусть C - измеримое множество точек, характеризующее общую неопределенность. В рассматриваемом случае это m-мерный параллелепипед, длины сторон которого равны $2(N_1 + K)$, $2(N_2 + K), \ldots$, $2(N_m + K)$, а центр находится в точке b^{*R} . Тогда

$$M(P)= V(P) = 2^m N_1 N_2 \ldots N_m , \quad (55)$$

$$M(C) = V(C) = 2^m (N_1 + K)(N_2 + K) \ldots (N_m + K). \qquad (56)$$

Справедливо соотношение (49), согласно которому $M(C) = M(P) + M(F)$, где множество $F = C \backslash P$ характеризует статистическую неопределенность.

На этапе 3 получаем по результатам этапов 1 и 2 выражение для рационального объема выборки. Найдем то число опытов, при котором статистическая неопределенность составит δ 100% от общей неопределенности, т.е. согласно правилу (50)

$$M(F) = M(C) - M(P) = \delta M(C) \quad (57)$$

где $0 < \delta < 1$. Подставив (55) и (56) в (57), получим

$$2^m \prod_{i=1}^{m} (N_i + K) - 2^m \prod_{i=1}^{m} (N_i) = 2^m \delta \prod_{i=1}^{m} (N_i + K).$$

Следовательно,

$$(1 - \delta) \prod_{i=1}^{m} (N_i + K) / \prod_{i=1}^{m} (N_i) = 1.$$

Преобразуем эту формулу:

$$(1 - \delta) \prod_{i=1}^{m} (1 + K / N_i) = 1,$$

откуда

$$\prod_{i}^{m}(1+K/N_i)=1/(1-\delta).$$

Если статистическая погрешность мала относительно метрологической, т.е. величины *K/Ni* малы, то

$$\prod_{i}^{m}(1+K/N_i)\approx 1+\sum_{i}^{m}(K/N_i).$$

При m = 1 эта формула является точной. Из нее следует, что для дальнейших расчетов можно использовать соотношение

$$1+\sum_{i}^{m}(K/N_i)=1/(1-\delta).$$

Отсюда нетрудно найти *K*:

$$K=\frac{\delta}{1-\delta}(1/\sum_{i=1}^{m}(1/N_i)). \quad (58)$$

Подставив в формулу (58) зависимость $K = K(n)$, полученную в формуле (54), находим приближенное (асимптотическое) выражение для рационального объема выборки:

$$n_{рац}=2(\frac{1-\delta}{\delta}\sigma\sum_{i=1}^{m}(1/N_i)\cdot\Phi^{-1}(\alpha^{1/m}))^2.$$

При m = 1 эта формула также справедлива, более того, является точной.

Переход от произведения к сумме является обоснованным при достаточно малом δ, т.е. при достаточно малой статистической неопределенности по сравнению с метрологической. В общем случае можно находить *K* и затем рациональный объем выборки тем или иным численным методом.

Пример 1. Представляет интерес определение $n_{рац}$ для случая, когда $m = 2$, поскольку простейшая линейная регрессия с $m = 2$ широко применяется. В этом случае базовое соотношение имеет вид

$$(1 + K/N_1)(1 + K/N_2) = 1/(1 - \delta).$$

Решая это уравнение относительно K, получаем

$$K = 0.5\{ -(N_1 + N_2) + [(N_1 + N_2)^2 + 4 N_1 N_2 (\delta/(1 - \delta)]^{1/2}\}.$$

Далее, подставив в формулу (54), получим уравнение для рационального объема выборки в случае $m = 2$:

$$\sigma (2/n)^{1/2} \Phi^{-1}(\alpha^{1/2}) = 0.5\{ -(N_1 + N_2) + [(N_1 + N_2)^2 + 4 N_1 N_2 (\delta/(1 - \delta)]^{1/2}\}.$$

Следовательно,

$$n_{rat} = \frac{8\left\{\Phi^{-1}(\sqrt{\alpha})\right\}^2}{\left\{-\frac{N_1}{\sigma} - \frac{N_2}{\sigma} + \sqrt{\left(\frac{N_1}{\sigma} + \frac{N_2}{\sigma}\right)^2 + 4\frac{N_1 N_2 \delta}{\sigma^2(1-\delta)}}\right\}^2}.$$

При использовании «принципа уравнивания погрешностей» согласно [3] $\delta = 1/2$. При доверительной вероятности $\alpha = 0{,}95$ имеем $\sqrt{\alpha} = 0{,}9747$ и согласно [42] $\Phi^{-1}(\sqrt{\alpha}) = 1{,}954$. Для этих численных значений

$$n_{rat} = \frac{30{,}545}{\left\{-\frac{N_1}{\sigma} - \frac{N_2}{\sigma} + \sqrt{\left(\frac{N_1}{\sigma} + \frac{N_2}{\sigma}\right)^2 + 4\frac{N_1 N_2}{\sigma^2}}\right\}^2}.$$

Если $\frac{N_1}{\sigma} = \frac{N_2}{\sigma} = 0{,}1,$ то $n_{rat} = 4455.$ Если же $\frac{N_1}{\sigma} = \frac{N_2}{\sigma} = 0{,}5,$ то $n_{rat} = 178.$ Если первое из этих чисел превышает обычно используемые объемы выборок, то второе находится в «рабочей зоне» регрессионного анализа.

Парная регрессия. Наиболее простой и одновременно наиболее широко применяемый частный случай парной регрессии рассмотрим подробнее. Модель имеет вид

$$y_i = a x_i + b + \varepsilon_i, \quad i = 1,2,\dots,n.$$

Здесь x_i – значения фактора (независимой переменной), y_i – значения отклика (зависимой переменной), ε_i - статистические погрешности, *a, b* - неизвестные параметры, оцениваемые методом наименьших квадратов. Она переходит в модель (используем альтернативную запись линейной модели)

$$y = X\beta + \varepsilon,$$

если положить

$$y = \begin{pmatrix} y_1 \\ \dots \\ y_n \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x_1 & 1 \\ \dots & \dots \\ x_n & 1 \end{pmatrix}, \quad \varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \dots \\ \varepsilon_n \end{pmatrix}, \quad \beta = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}.$$

Естественно принять, что погрешности факторов описываются матрицей

$$\Delta X = \alpha = \begin{pmatrix} \Delta x_1 & 0 \\ \dots & \dots \\ \Delta x_n & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_1 & 0 \\ \dots & \dots \\ \alpha_n & 0 \end{pmatrix}.$$

В рассматриваемой модели интервального метода наименьших квадратов

$$X = X_R + \alpha, \quad y = y_R + \gamma \begin{pmatrix} 1 \\ \dots \\ 1 \end{pmatrix},$$

где *X, y* – наблюдаемые (т.е. известные статистику) значения фактора и отклика, X_R, y_R – истинные значения переменных, α, γ - погрешности измерений переменных. Пусть β^* - оценка метода наименьших квадратов, вычисленная по наблюдаемым значениям переменных, β^*_R - аналогичная оценка, найденная по истинным значениям. В соответствии с ранее проведенными рассуждениями

$$\beta^* - \beta = [-(X_0^T X_0)^{-1} \Delta (X_0^T X_0)^{-1} X_0^T + (X_0^T X_0)^{-1} \alpha^T] y_0 + (X_0^T X_0)^{-1} X_0^T \gamma \qquad (59)$$

с точностью до бесконечно малых более высокого порядка по $|\alpha|$ и

$|\gamma|$. В формуле (59) использовано обозначение $\Delta = X_0^T\alpha + \alpha^T X_0$. Вычислим правую часть в (59), выделим главный линейный член и найдем нотну.

Легко видеть, что

$$X^T X = \begin{pmatrix} \sum x_i^2 & \sum x_i \\ \sum x_i & n \end{pmatrix}, \qquad (60)$$

где суммирование проводится от 1 до n. Для упрощения обозначений в дальнейшем до конца настоящего пункта не будем указывать эти пределы суммирования. Из (60) вытекает, что

$$(X^T X)^{-1} = \begin{pmatrix} n & -\sum x_i \\ -\sum x_i & \sum x_i^2 \end{pmatrix} \Big/ [n\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2]. \qquad (61)$$

Легко подсчитать, что

$$X^T\alpha + \alpha^T X = \begin{pmatrix} 2\sum x_i\alpha_i & \sum \alpha_i \\ \sum \alpha_i & n \end{pmatrix}. \qquad (62)$$

Положим

$$S_0^2 = \frac{1}{n}\sum (x_i - \bar{x})^2.$$

Тогда знаменатель в (61) равен $n^2 S_0^2$. Из (61) и (62) следует, что

$$(X^T X)^{-1}(X^T\alpha + \alpha^T X) = \frac{1}{n^2 S_0^2}\begin{pmatrix} 2n\sum x\alpha - \sum x\sum \alpha & n\sum \alpha \\ -2\sum x\sum x\alpha + \sum x^2 \sum \alpha & -\sum x\sum \alpha \end{pmatrix}. \qquad (63)$$

Здесь и далее опустим индекс i, по которому проводится суммирование. Это не может привести к недоразумению, поскольку всюду суммирование проводится по индексу i в интервале от 1 до n. Из (61) и (63) следует, что

$$(X^T X)^{-1}(X^T\alpha + \alpha^T X)(X^T X)^{-1} = \frac{1}{n^4 S_0^4}\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}, \qquad (64)$$

где

$$A = 2n^2\sum x\alpha - 2n\sum x\sum \alpha,$$

$$B = C = -2n\sum x\sum x\alpha + \left(\sum x\right)^2\sum \alpha + n\sum \alpha \sum x^2,$$

$$D = 2\left(\sum x\right)^2\sum x\alpha - 2\sum \alpha \sum x\sum x^2.$$

Наконец, вычисляем основной множитель в (59)

$$(X^T X)^{-1}(X^T\alpha + \alpha^T X)(X^T X)^{-1} X^T = \frac{1}{n^4 S_0^4}\begin{pmatrix} z_{11} & z_{12} & \dots & z_{1i} & \dots & z_{1n} \\ z_{21} & z_{22} & \dots & z_{2i} & \dots & z_{2n} \end{pmatrix}, \quad (65)$$

где

$$z_{1i} = Ax_i + B,\ z_{2i} = Cx_i + D,\ i = 1,2,...,n.$$

Перейдем к вычислению второго члена с α в (59). Имеем

$$(X^T X)^{-1}\alpha^T = \frac{1}{n^2 S_0^2}\begin{pmatrix} w_{11} & \dots & w_{1i} & \dots & w_{1n} \\ w_{21} & \dots & w_{2i} & \dots & w_{2n} \end{pmatrix}, \quad (67)$$

где

$$w_{1i} = n\alpha_i,\ w_{2i} = -\alpha_i\sum x,\ i = 1,2,...,n.$$

Складывая правые части (65) и (67) и умножая на y, получим окончательный вид члена с α в (59):

$$\{(X^T X)^{-1}(X^T\alpha + \alpha^T X)(X^T X)^{-1} X^T + (X^T X)^{-1}\alpha^T\}y = \begin{pmatrix} F \\ G \end{pmatrix}, \quad (68)$$

где

$$F = \left(\sum xy\right)\left(2n^2\sum x\alpha - 2n\sum x\sum \alpha\right)/n^4S_0^4 + \left(\sum y\alpha\right)/nS_0^2 + \\ + \left(\sum y\right)\left(n\sum \alpha \sum x^2 + \sum \alpha\left(\sum x\right)^2 - 2n\sum x\sum x\alpha\right)/n^4S_0^4, \quad (69)$$

$$G = \left(\sum xy\right)\left(-2n\sum x\sum x\alpha + n\sum \alpha \sum x^2 + \sum \alpha\left(\sum x\right)^2\right)/n^4S_0^4 - \\ - \left(\sum y\alpha\right)\left(\sum x\right)/n^2S_0^2 + \left(\sum y\right)\left(2\sum x\alpha\left(\sum x\right)^2 - 2\sum \alpha \sum x\sum x^2\right)/n^4S_0^4.$$

Для вычисления нотны выделим главный линейный член. Сначала найдем частные производные. Имеем

$$\frac{\partial F}{\partial \alpha_j} = \left(\sum xy\right)(2n^2x_j - 2n\sum x)/n^4S_0^4 + y_j/nS_0^2 + \\ + \left(\sum y\right)\left(n\sum x^2 + \left(\sum x\right)^2 - 2n\left(\sum x\right)x_j\right)/n^4S_0^4; \quad (70)$$

$$\frac{\partial G}{\partial \alpha_j} = \left(\sum xy\right)\left(-2n(\sum x)x_j + n\sum x^2 + \left(\sum x\right)^2\right)/n^4S_0^4 -$$

$$- y_j\left(\sum x\right)/n^2S_0^2 + \left(\sum y\right)\left(2x_j\left(\sum x\right)^2 - 2\sum x\sum x^2\right)/n^4S_0^4.$$

Если ограничения имеют вид

$$|\alpha_j| \le \Delta, \quad j = 1,2,...,n,$$

то максимально возможное отклонение оценки $a*$ параметра a из-за погрешностей α_j таково:

$$N_a(x) = \sum_{1\le j\le n}\left|\frac{\partial F}{\partial \alpha_j}\right|\Delta + O(\Delta^2),$$

где производные заданы формулой (70).

Пример 2. Пусть вектор *(x,y)* имеет двумерное нормальное распределение с нулевыми математическими ожиданиями, единичными дисперсиями и коэффициентом корреляции ρ. Тогда

$$\lim_{\Delta\to 0}\lim_{n\leftarrow\infty}\frac{N_a(x)}{\Delta} = \lim_{n\to\infty}\sum_{1\le j\le n}\left|\frac{\partial F}{\partial \alpha_j}\right| = M\,|\,2\rho x + y\,| = \sqrt{\frac{2(1+8\rho^2)}{\pi}}. \qquad (71)$$

При этом

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\partial G}{\partial \alpha_j} = \rho,$$

следовательно, максимально возможному изменению параметра $b*$ соответствует сдвиг всех x_i в одну сторону, т.е. наличие систематической ошибки при определении x-ов. В то же время согласно (71) значения α_j в асимптотике выбираются по правилу

$$\alpha_j = \begin{cases} \Delta, & 2\rho x_j + y_j > 0, \\ -\Delta, & 2\rho x_j + y_j \le 0. \end{cases}$$

Таким образом, максимальному изменению $a*$ соответствуют не те α_j, что максимальному изменению $b*$. В этом – новое по сравнению с одномерным случаем. В зависимости от вида ограничений на возможные отклонения, в частности, от вида метрики в пространстве параметров, будут «согласовываться» отклонения по отдельным параметрам. Ситуация аналогична той, что возникает в классической математической статистике в связи с оптимальным оцениванием параметров. Если параметр одномерен, то ситуация с оцениванием достаточно прозрачна – есть понятие эффективных оценок, показателем качества оценки является средний квадрат ошибки, а при ее несмещенности – дисперсия. В случае нескольких параметров возникает необходимость соизмерить точность оценивания по разным параметрам. Есть много критериев оптимальности (см., например, [46]), но нет признанных правил выбора среди них.

Вернемся к формуле (59). Интересно, что отклонения вектора параметров, вызванные отклонениями значений факторов α и отклика γ, входят в (59) аддитивно. Хотя

$$\sup_{\alpha,\gamma} \| \beta^* - \beta \| \neq \sup_{\alpha} |\{-(X_0^T X_0)^{-1} \Delta (X_0^T X_0)^{-1} X_0^T + (X_0^T X_0)^{-1} \alpha^T\} y_0 | +$$
$$+ \sup_{\gamma} |(X_0^T X_0)^{-1} X_0^T \gamma |,$$

но для отдельных компонент (не векторов!) имеет место равенство.

В случае парной регрессии

$$(X_0^T X_0)^{-1} X_0^T \gamma = \frac{1}{n^2 S_0^2}\left(\sum \gamma_i (n x_i - \sum x);\ \sum \gamma_i (-x_i \sum x + \sum x^2)\right)^T. \qquad (72)$$

Из формул (68), (69) и (72) следует, что

$$\beta^* - \beta = \begin{pmatrix} a^*(X,y) - a^*(X_0,y_0) \\ b^*(X,y) - b^*(X_0,y_0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F + F_1 \\ G + G_1 \end{pmatrix},$$

где F и G определены в (69), а

$$F_1 = \frac{1}{n^2 S_0^2}\left(n \sum \gamma x - \sum x \sum \gamma\right), \quad G_1 = \frac{1}{n^2 S_0^2}\left(\sum \gamma \sum x^2 - \sum \gamma x \sum x\right).$$

Итак, продемонстрирована возможность применения основных подходов статистики интервальных данных в регрессионном анализе.

2.3.8. Интервальный дискриминантный анализ

Перейдем к задачам классификации в статистике интервальных данных. Как известно [27], важная их часть – задачи дискриминации (диагностики, распознавания образов с учителем). В этих задачах заданы классы (полностью или частично, с помощью обучающих выборок), и необходимо принять решение –к какому этих классов отнести вновь поступающий объект.

В линейном дискриминантном анализе правило принятия решений основано на линейной функции *f(x)* от распознаваемого вектора $x \in R^k$. Рассмотрим для простоты случай двух классов. Правило принятия решений определяется константой *C* – при *f(x)>C* распознаваемый объект относится к первому классу, при *f(x)*$\leq$*C* – ко второму.

В первоначальной вероятностной модели Р.Фишера предполагается, что классы заданы обучающими выборками объемов N_1 и N_2 соответственно из многомерных нормальных распределений с разными математическими ожиданиями, но одинаковыми ковариационными матрицами. В соответствии с леммой Неймана-Пирсона, дающей правило принятия решений при поверке статистических гипотез, дискриминантная функция является линейной. Для ее практического использования теоретические характеристики распределения необходимо заменить на выборочные. Тогда дискриминантная функция приобретает следующий вид

$$f(x) = \left(x - \frac{1}{2}(\bar{x}_1 + \bar{x}_2 \right)^T S^{-1}(\bar{x}_1 - \bar{x}_2).$$

Здесь $\bar{x}_1$ - выборочное среднее арифметическое по первой выборке $x_\alpha^{(1)}$, $\alpha = 1,2,...,N_1$, а $\bar{x}_2$ - выборочное среднее арифметическое по второй выборке $x_\beta^{(2)},\ \beta = 1,2,...,N_2.$ В роли S может выступать любая состоятельная оценка общей для выборок ковариационной матрицы. Обычно используют следующую оценку, естественным образом сконструированную на основе выборочных ковариационных матриц:

$$S = \frac{\sum_{\alpha=1}^{N_1}(x_\alpha^{(1)} - \bar{x}_1)(x_\alpha^{(1)} - \bar{x}_1)^T + \sum_{\beta=1}^{N_2}(x_\beta^{(2)} - \bar{x}_2)(x_\beta^{(2)} - \bar{x}_2)^T}{N_1 + N_2 - 2}.$$

В соответствии с подходом статистики интервальных данных считаем, что специалисту по анализу данных известны лишь значения с погрешностями

$$y_\alpha^{(1)} = x_\alpha^{(1)} + \varepsilon_\alpha^{(1)},\ \alpha = 1,2,...,N_1, \quad y_\beta^{(2)} = x_\beta^{(2)} + \varepsilon_\beta^{(2)},\ \beta = 1,2,...,N_2.$$

Таким образом, вместо *f(x)* статистик делает выводы на основе искаженной линейной дискриминантной функции $f_1(x)$, в которой коэффициенты рассчитаны не по исходным данным $x_\alpha^{(1)}, x_\beta^{(2)}$, а по искаженным погрешностями значениям $y_\alpha^{(1)}, y_\beta^{(2)}$.

Это – модель с искаженными параметрами дискриминантной функции. Следующая модель – такая, в которой распознаваемый вектор *x* также известен с ошибкой. Далее, константа *С* может появляться в модели различными способами. Она может задаваться априори абсолютно точно. Может задаваться с какой-то ошибкой, не связанной с ошибками, вызванными конечностью обучающих выборок. Может рассчитываться по обучающим выборкам, например, с целью уравнять ошибки классификации, т.е. провести плоскость дискриминации через середину отрезка, соединяющего центры классов. Итак – целый спектр моделей ошибок.

На какие статистические процедуры влияют ошибки в исходных данных? Здесь тоже много постановок. Можно изучать влияние погрешностей измерений на значения дискриминантной функции *f*, например, в той точке, куда попадает вновь поступающий объект *x*.

Очевидно, случайная величина *f(x)* имеет некоторое распределение, определяемое распределениями обучающих выборок. Выше описана модель Р.Фишера с нормально распределенными совокупностями. Однако реальные данные, как правило, не подчиняются нормальному распределению [27]. Тем не менее линейный статистический анализ имеет смысл и для распределений, не являющихся нормальными (при этом вместо свойств многомерного нормального распределения приходится опираться на многомерную центральную предельную теорему и теорему о наследовании сходимости [3]). В частности, приравняв метрологическую ошибку, вызванную погрешностями исходных данных, и статистическую ошибку, получим условие, определяющее рациональность объемов выборок. Здесь два объема выборок, а не один, как в большинстве рассмотренных постановок статистики интервальных данных. С подобным мы сталкивались ранее при рассмотрении двухвыборочного критерия Смирнова.

Естественно изучать влияние погрешностей исходных данных не при конкретном x, а для правила принятия решений в целом. Может представлять интерес изучение характеристик этого правила по всем x или по какому-либо отрезку. Более интересно рассмотреть показатель качества классификации, связанный с пересчетом на модель линейного дискриминантного анализа [27].

Математический аппарат изучения перечисленных моделей развит выше в предыдущих пунктах настоящей главы. Некоторые результаты приведены в [14]. Из-за большого объема выкладок ограничимся приведенными здесь замечаниями.

2.3.9. Интервальный кластер-анализ

Кластер-анализ, как известно [27], имеет целью разбиение совокупности объектов на группы сходных между собой. Многие методы кластер-анализа основаны на использовании расстояний между объектами. (Степень близости между объектами может измеряться также с помощью мер близости и показателей различия, для которых неравенство треугольника выполнено не всегда.) Рассмотрим влияние погрешностей измерения на расстояния между объектами и на результаты работы алгоритмов кластер-анализа.

С ростом размерности p евклидова пространства диагональ единичного куба растет как $\sqrt{p}.$ А какова погрешность определения евклидова расстояния? Пусть двум рассматриваемым векторам соответствуют $X_0 = (x_1, x_2, ..., x_p)$ и $Y_0 = (y_1, y_2, ..., y_p)$ - вектора размерности p. Они известны с погрешностями $\varepsilon = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, ..., \varepsilon_p)$ и $\delta = (\delta_1, \delta_2, ..., \delta_p)$, т.е. статистику доступны лишь вектора $X = X_0 + \varepsilon,\ Y = Y_0 + \delta.$ Легко видеть, что

$$\rho^2(X,Y) = \rho^2(X_0,Y_0) + 2\sum_{1\le i\le p}(x_i - y_i)(\varepsilon_i - \delta_i) + \sum_{1\le i\le p}(\varepsilon_i - \delta_i)^2. \qquad (73)$$

Пусть ограничения на абсолютные погрешности имеют вид

$$|\varepsilon_i| \le \Delta,\ |\delta_i| \le \Delta,\ i = 1,2,...,n.$$

Такая запись ограничений предполагает, что все переменные имеют примерно одинаковый разброс. Трудно ожидать этого, если переменные имеют различные размерности. Однако рассматриваемые ограничения на погрешности естественны, если переменные предварительно стандартизованы, т.е. отнормированы (т.е. из каждого значения вычтено среднее арифметическое, а разность поделена на выборочное среднее квадратическое отклонение).

Пусть $p\Delta^2 \to 0.$ Тогда последнее слагаемое в (73) не превосходит $4p\Delta^2,$ поэтому им можно пренебречь. Тогда из (73) следует, что нотна евклидова расстояния имеет вид

$$N_{\rho^2}(X_0,Y_0) = 4\sum_{1\le i\le p}|x_i - y_i|\Delta$$

с точностью до бесконечно малых более высокого порядка. Если случайные величины $|x_i - y_i|$ имеют одинаковые математические ожидания и для них справедлив закон больших чисел (эти предположения естественны, если переменные перед применением кластер-анализа стандартизованы), то существует константа C такая, что

$$N_{\rho^2}(X_0, Y_0) = Cp\Delta$$

с точностью до бесконечно малых более высокого порядка при малых Δ, больших p и $p\Delta^2 \to 0$.

Из рассмотрений настоящего пункта вытекает, что

$$\rho(X, Y) = \rho(X_0, Y_0) + \theta \frac{Cp\Delta}{2\rho(X_0, Y_0)} \quad (74)$$

при некотором θ таком, что $|\theta| < 1$.

Какое минимальное расстояние является различимым? По аналогии с определением рационального объема выборки при проверке гипотез предлагается уравнять слагаемые в (74), т.е. определять минимально различимое расстояние $\rho_{\min}$ из условия

$$\rho_{\min} = \frac{Cp\Delta}{2\rho_{\min}}, \quad \rho_{\min} = \sqrt{\frac{Cp\Delta}{2}}. \quad (75)$$

Естественно принять, что расстояния, меньшие $\rho_{\min}$, не отличаются от 0, т.е. точки, лежащие на расстоянии $\rho \le \rho_{\min}$, не различаются между собой.

Каков порядок величины C? Если x_i и y_i независимы и имеют стандартное нормальное распределение с математическим ожиданием 0 и дисперсией 1, то, как легко подсчитать, $M|x_i - y_i| = 2/\sqrt{\pi} = 1{,}13$ и соответственно $C = 4{,}51$. Следовательно, в этой модели

$$\rho_{\min} = 1{,}5\sqrt{p\Delta}.$$

Формула (75) показывает, что хотя с ростом размерности пространства p растет диаметр (длина диагонали) единичного куба – естественной области расположения значений переменных, с той же скоростью растет и естественное квантование расстояния с помощью порога неразличимости $\rho_{\min}$, т.е. увеличение размерности (вовлечение новых переменных), вообще говоря, не улучшает возможности кластер-анализа.

Можно сделать выводы и для конкретных алгоритмов. В дендрограммах (например, результатах работы иерархических агломеративных алгоритмах ближнего соседа, дальнего соседа, средней связи) можно порекомендовать склеивать (т.е. объединять) уровни, отличающиеся менее чем на $\rho_{\min}$. Если все уровни склеятся, то можно сделать вывод, что у данных нет кластерной структуры, они однородны. В алгоритмах типа «Форель» центр тяжести текущего кластера определяется с точностью $\pm\Delta$ по каждой координате, а порог для включения точки в кластер (радиус шара R) из-за погрешностей исходных данных может измениться согласно (74) на

$$\pm\frac{2{,}25}{R}p\Delta .$$

Поэтому кроме расчетов с R рекомендуется провести также расчеты с радиусами R_1 и R_2, где

$$R_1 = R\left(1 - \frac{2{,}25}{R^2}p\Delta\right), \quad R_2 = R\left(1 + \frac{2{,}25}{R^2}p\Delta\right),$$

и сравнить полученные разбиения. Быть адекватными реальности могут только выводы, общие для всех трех расчетов. Эти рекомендации развивают общую идею [3] о целесообразности проведения расчетов при различных значениях параметров алгоритмов с целью выделения выводов, инвариантных по отношению к выбору конкретного алгоритма.

2.3.10. Место статистики интервальных данных (СИД)

среди методов описания неопределенностей

Кратко рассмотрим положение статистики интервальных данных среди других методов описания неопределенностей.

Нечеткость и СИД. С формальной точки зрения описание нечеткости интервалом – это частный случай описания ее нечетким множеством. В СИД функция принадлежности нечеткого множества имеет специфический вид – она равна 1 в некотором интервале и 0 вне его. Такая функция принадлежности описывается всего двумя параметрами (границами интервала). Эта простота описания делает математический аппарат СИД гораздо более прозрачным, чем аппарат теории нечеткости в общем случае. Это, в свою очередь, позволяет продвинуться дальше, чем при использовании функций принадлежности произвольного вида.

Интервальная математика и СИД. Можно было бы сказать, что СИД – часть интервальной математики, что СИД так соотносится с прикладной математической статистикой, как интервальная математика – с математикой в целом. Однако исторически сложилось так, что интервальная математика занимается прежде всего вычислительным погрешностями. С точки зрения интервальной математики две формулы для выборочной дисперсии, рассмотренные выше, имеют разные погрешности. А с точки зрения СИД эти две формулы задают одну и ту же функцию, и поэтому им соответствуют совпадающие нотны и рациональные объемы выборок. Интервальная математика прослеживает процесс вычислений, СИД этим не занимается. Необходимо отметить, что типовые постановки СИД могут быть перенесены в другие области математики, и, наоборот, вычислительные алгоритмы прикладной математической статистики и СИД заслуживают изучения. Однако и то, и другое – скорее дело будущего. Из уже сделанного отметим применение методов СИД при анализе такой характеристики финансовых потоков, как NPV – чистая текущая стоимость [27].

Математическая статистика и СИД. Как уже отмечалось, математическая статистика и СИД отличаются тем, в каком порядке делаются предельные переходы $n \to \infty$ и $\Delta \to 0.$ При этом СИД переходит в математическую статистику при $\Delta = 0$. Правда, тогда исчезают основные особенности СИД: нотна становится равной 0, а рациональный объем выборки – бесконечности. Рассмотренные выше методы СИД разработаны в предположении, что погрешности малы (но не исчезают) и объем выборки велик. СИД расширяет классическую математическую статистику тем, что в исходных статистических данных каждое число заменяет интервалом. С другой стороны, можно считать СИД новым этапом развития математической статистики.

Статистика объектов нечисловой природы и СИД. Статистика объектов нечисловой природы (СОНП) расширяет область применения классической математической статистики путем включения в нее новых видов статистических данных [27]. Естественно, при этом появляются новые виды алгоритмов анализа статистических данных и новый математический аппарат (в частности, происходит переход от методов суммирования к методам оптимизации). С точки зрения СОНП частному виду новых статистических данных – интервальным данным – соответствует СИД. Напомним, что одно из двух основных понятий СИД – нотна – определяется как решение оптимизационной задачи. Однако СИД, изучая классические методы прикладной статистики применительно к интервальным данным, по математическому аппарату ближе к классике, чем другие части СОНП, например, статистика бинарных отношений.

Робастные методы статистики и СИД. Если понимать робастность согласно [3] как теорию устойчивости статистических методов по отношению к допустимым отклонениям исходных данных и предпосылок модели, то в СИД рассматривается одна из естественных постановок робастности. Однако в массовом сознании специалистов термин «робастность» закрепился за моделью засорения выборки большими выбросами (модель Тьюки-Хубера), хотя эта модель не имеет большого практического значения [27]. К этой модели СИД не имеет отношения.

Теория устойчивости и СИД. Общей схеме устойчивости [3] математических моделей социально-экономических явлений и процессов по отношению к допустимым отклонениям исходных данных и предпосылок моделей СИД полностью соответствует. Он посвящен математико-статистическим моделям, используемым при анализе статистических данных, а допустимые отклонения – это интервалы, заданные ограничениями на погрешности. СИД можно рассматривать как пример теории, в которой учет устойчивости позволил сделать нетривиальные выводы. Отметим, что с точки зрения общей схемы устойчивости [3] устойчивость по Ляпунову в теории дифференциальных уравнений – весьма частный случай, в котором из-за его конкретности удалось весьма далеко продвинуться.

Минимаксные методы, типовые отклонения и СИД. Постановки СИД относятся к минимаксным. За основу берется максимально возможное отклонение. Это – подход пессимиста, используемый, например, в теории антагонистических игр. Использование минимаксного подхода позволяет подозревать СИД в завышении роли погрешностей измерения. Однако примеры изучения вероятностно-статистических моделей погрешностей, проведенные, в частности, при разработке методов оценивания параметров гамма-распределения [4], показали, что это подозрение не подтверждается. Влияние погрешностей измерений по порядку такое же, только вместо максимально возможного отклонения (нотны) приходится рассматривать математическое ожидание соответствующего отклонения (см. выше). Подчеркнем, что применение в СИД вероятностно-статистических моделей погрешностей не менее перспективно, чем минимаксных.

Подход научной школы А.П. Вощинина и СИД. Если в математической статистике неопределенность только статистическая, то в научной школе А.П. Вощинина - только интервальная. Можно сказать, что СИД лежит между классической прикладной математической статистикой и областью исследований научной школы А.П. Вощинина. Другое отличие состоит в том, что в этой школе разрабатывают новые методы анализа интервальных данных, а в СИД в настоящее время изучается устойчивость классических статистических методов по отношению к малым погрешностям. Подход СИД оправдывается распространенностью этих методов, однако в дальнейшем следует переходить к разработке новых методов, специально предназначенных для анализа интервальных данных.

Анализ чувствительности и СИД. При анализе чувствительности, как и в СИД, рассчитывают производные по используемым переменным, или непосредственно находят изменения при отклонении переменной на $\pm 10\%$ от базового значения. Однако этот анализ делают по каждой переменной отдельно. В СИД все переменные рассматриваются совместно, и находится максимально возможное отклонение (нотна). При малых погрешностях удается на основе главного члена разложения функции в многомерный ряд Тейлора получить удобную формулу для нотны. Можно сказать, что СИД – это многомерный анализ чувствительности.

Литература

1. Дискуссия по анализу интервальных данных // Заводская лаборатория. 1990. Т.56. No.7, с.75-95.

2. Сборник трудов Международной конференции по интервальным и

стохастическим методам в науке и технике (ИНТЕРВАЛ-92). Тт. 1,2. - М.: МЭИ, 1992, 216 с., 152 с.
3. Орлов А.И. Устойчивость в социально-экономических моделях. - М.: Наука, 1979. 296 с.
4. ГОСТ 11.011-83. Прикладная статистика. Правила определения оценок и доверительных границ для параметров гамма-распределения. - М.: Изд-во стандартов, 1984, 53 с.
5. Orlov A.I. // Interval Computations, 1992, No.1(3), p.44-52.
6. Орлов А.И. // Наука и технология в России. 1994. No.4(6). С.8-9.
7. Шокин Ю.И. Интервальный анализ. Новосибирск: Наука, 1981, 112 с.
8. Орлов А.И. - В сб.: Статистические методы оценивания и проверки гипотез. Межвузовский сборник научных трудов. Пермь: Изд-во Пермского государственного университета, 1990, с..89-99.
9. Орлов А.И. - В сб.: Статистические методы оценивания и проверки гипотез. Межвузовский сборник научных трудов. Пермь: Изд-во Пермского государственного университета, 1991, с.77-86.
10. Орлов А.И. - В сб.: Статистические методы оценивания и проверки гипотез. Межвузовский сборник научных трудов. Пермь: Изд-во Пермского государственного университета, 1988, с.45-55.
11. Орлов А.И. - В сб.: Статистические методы оценивания и проверки гипотез. Межвузовский сборник научных трудов. - Пермь: Изд-во Пермского государственного университета, 1995, с.114-124.
12. Орлов А.И. - В сб.: Статистические методы оценивания и проверки гипотез. Межвузовский сборник научных трудов. Пермь: Пермский государственный университет, 1993, с.149-158.
13. Биттар А.Б. Метод наименьших квадратов для интервальных данных. Дипломная работа. - М.: МЭИ, 1994. 38 с.
14. Пузикова Д.А. // Наука и технология в России. 1995. No.2(8). С.12-13.
15. Орлов А.И. // Надежность и контроль качества, 1991, № 8, с.3-8.

16. Орлов А.И. // Заводская лаборатория. 1998. Т.64. № 3. С.52-60.
17. Вощинин А.П. Метод оптимизации объектов по интервальным моделям целевой функции. - М.: МЭИ, 1987. 109 с.
18. Вощинин А.П., Сотиров Г.Р. Оптимизация в условиях неопределенности. - М.: МЭИ - София: Техника, 1989. 224 с.
19. Вощинин А.П., Акматбеков Р.А. Оптимизация по регрессионным моделям и планирование эксперимента. - Бишкек: Илим, 1991. 164 с.
20. Вощинин А.П. // Заводская лаборатория. 2000. Т.66, № 3. С.51-65.
21. Вощинин А.П. // Заводская лаборатория. 2002. Т.68, № 1. С.118-126.
22. Дывак Н.П. Разработка методов оптимального планирования эксперимента и анализа интервальных данных. Автореф. дисс. канд.. технич. наук. - М.: МЭИ, 1992. 20 с.
23. Симов С.Ж. Разработка и исследование интервальных моделей при анализе данных и проектировании экспертных систем. Автореф. дисс. канд. технич. наук. - М.: МЭИ, 1992. 20 с.
24. Орлов А.И. // Заводская лаборатория. 1999. Т.65. № 7. С.46-54.
25. Орлов А.И. // Заводская лаборатория. 1991. Т.57. № 7. С.64-66.
26. Новицкий П.В., Зограф И.А. Оценка погрешностей результатов измерений. – Л.: Энергоатомиздат, 1985. 248 с.
27. Орлов А.И. Эконометрика. – М.: Экзамен, 2002. 576 с.
28. Дейвид Г. Порядковые статистики. – М.: Наука, 1979.
29. Колмогоров А.Н. Метод медианы в теории ошибок. – В кн.: Колмогоров А.Н. Теория вероятностей и математическая статистика: [Сб. статей]. – М.: Наука, 1986. – С.111-114.
30. Орлов А.И. Об оценивании параметров гамма-распределения. - Журнал "Обозрение прикладной и промышленной математики". 1997. Т.4. Вып.3. С.471-482.
31. Гнеденко Б.В., Хинчин А.Я. Элементарное введение в теорию вероятностей. – М.: Наука, 1970.
32. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для

инженеров и учащихся втузов. – М.-Л.: ГИТТЛ, 1945.
33. Кендалл М., Стьюарт А. Статистические выводы и связи. – М.: Наука, 1973. 900 с.
34. Рекомендации. Прикладная статистика. Методы обработки данных. Основные требования и характеристики. – М.: ВНИИС, 1987.
35. Ляшенко Н.Н., Никулин М.С. Машинное умножение и деление независимых случайных величин // Записки научных семинаров Ленингр. Отделения Математического ин-та АН СССР, 1986, Т.153.
36. Хьюбер П. Робастность в статистике. – М.: Мир, 1984. 303 с.
37. Орлов А.И. Асимптотика решений экстремальных статистических задач // Анализ нечисловых данных в системных исследованиях. Сб. трудов. Вып.10. – М.: ВНИИ системных исследований АН СССР, 1982. – С.4-12.
38. Крамер Г. Математические методы статистики. – М.: Мир, 1975. 648 с.
39. Боровков А.А. Математическая статистика. – М.: Наука, 1984. 472 с.
40. Кендалл М., Стьюарт А. Теория распределений. – М.: Наука, 1966.
41. Смирнов Н.В. Оценка расхождения между эмпирическими кривыми распределения в двух независимых выборках // Бюллетень МГУ. Сер.А. 1939. Т.2. №2.
42. Большев Л.Н., Смирнов Н.В. Таблицы математической статистики. – М.: Наука, 1983.
43. Орлов А.И. О критериях Колмогорова и Смирнова // Заводская лаборатория. 1995. Т.61. No.7. С.59-61.
44. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. - М.: Наука, 1966. -576 с.
45. Розанов Ю.А. Теория вероятностей, случайные процессы и математическая статистика. - М.: Наука, 1989. - 320 с.
46. Налимов В.В., Голикова Т.И. Логические основания планирования эксперимента. – М.: Металлургия, 1976. 128 с.

Контрольные вопросы и задачи

1. Покажите на примерах, что в задачах принятия решений исходные данные часто имеют интервальный характер.
2. В чем особенности подхода статистики интервальных данных в задачах оценивания параметров?
3. В чем особенности подхода статистики интервальных данных в задачах проверки гипотез?
4. Какие новые нюансы проявляются в статистике интервальных данных при переходе к многомерным задачам?
5. Выполните операции над интервальными числами:
вариант 1 - а)[1,2]+[3,4], б)[4,5]-[2,3], в)[3,4]x[5,7], г)[10,20]:[4,5];
вариант 2 - а)[0,2]+[3,5], б)[3,5]-[2,4], в)[2,4]x[5,8], г)[15,25]:[1,5].
6. Выпишите формулу для асимптотической нотны (ошибки по абсолютной величине не превосходят константы t, предполагающейся малой) для функции

$$f(x_1,x_2) = 5\,(x_1)^2 + 10\,(x_2)^2 + 7\,x_1x_2.$$

Вычислите асимптотическую нотну в точке $(x_1,x_2) = (1,2)$ при $t = 0,1$.
7. Выпишите формулу для асимптотической нотны (ошибки по абсолютной величине не превосходят константы t, предполагающейся малой) для функции

$$f(x_1,x_2) = 4\,(x_1)^2 + 12\,(x_2)^2 - 3\,x_1x_2.$$

Вычислите асимптотическую нотну в точке $(x_1,x_2) = (2,1)$ при $t = 0,05$.

Темы докладов, рефератов, исследовательских работ

1. Классическая математическая статистика как предельный случай статистики интервальных данных.
2. Концепция рационального объема выборки.
3. Сравнение методов оценивания параметров и характеристик

распределений в статистике интервальных данных и в классической математической статистике.

4. Подход к проверке гипотез в статистике интервальных данных.

5. Метод наименьших квадратов для интервальных данных.

6. Различные способы учета погрешностей исходных данных в статистических процедурах.

7. Статистика интервальных данных как часть теории устойчивости (с использованием монографии [3]).

2.4. Описание неопределенностей с помощью теории нечеткости

2.4.1. Нечеткие множества

Пусть A - некоторое множество. Подмножество B множества A характеризуется своей характеристической функцией

$$\mu_B(x) = \begin{cases} 1, & x \in B, \\ 0, & x \notin B. \end{cases} \qquad (1)$$

Что такое нечеткое множество? Обычно говорят, что нечеткое подмножество C множества A характеризуется своей функцией принадлежности $\mu_C : A \to [0,1]$. Значение функции принадлежности в точке x показывает степень принадлежности этой точки нечеткому множеству. Нечеткое множество описывает неопределенность, соответствующую точке x – она одновременно и входит, и не входит в нечеткое множество C. За вхождение - $\mu_c(x)$ шансов, за второе – (1-$\mu_c(x)$) шансов.

Если функция принадлежности $\mu_C(x)$ имеет вид (1) при некотором B, то C есть обычное (четкое) подмножество A. Таким образом, теория нечетких множество является не менее общей математической дисциплиной, чем обычная теория множеств, поскольку обычные множества – частный случай нечетких.

Соответственно можно ожидать, что теория нечеткости как целое обобщает классическую математику. Однако позже мы увидим, что теория нечеткости в определенном смысле сводится к теории случайных множеств и тем самым является частью классической математики. Другими словами, по степени общности обычная математика и нечеткая математика эквивалентны. Однако для практического применения в теории принятия решений описание и анализ неопределенностей с помощью теории нечетких множеств весьма плодотворны.

Обычное подмножество можно было бы отождествить с его характеристической функцией. Этого математики не делают, поскольку для задания функции (в ныне принятом подходе) необходимо сначала задать множество. Нечеткое же подмножество с формальной точки зрения можно отождествить с его функцией принадлежности. Однако термин "нечеткое подмножество" предпочтительнее при построении математических моделей реальных явлений.

Теория нечеткости является обобщением интервальной математики. Действительно, функция принадлежности

$$\mu_B(x) = \begin{cases} 1, & x \in [a,b], \\ 0, & x \notin [a,b] \end{cases}$$

задает интервальную неопределенность – про рассматриваемую величину известно лишь, что она лежит в заданном интервале $[a,b]$. Тем самым описание неопределенностей с помощью нечетких множеств является более общим, чем с помощью интервалов.

Начало современной теории нечеткости положено работой 1965 г. американского ученого азербайджанского происхождения Л.А.Заде. К настоящему времени по этой теории опубликованы тысячи книг и статей, издается несколько международных журналов, выполнено достаточно много как теоретических, так и прикладных работ. Первая книга российского автора по теории нечеткости вышла в 1980 г. [1].

Л.А. Заде рассматривал теорию нечетких множеств как аппарат анализа и моделирования гуманистических систем, т.е. систем, в которых участвует человек. Его подход опирается на предпосылку о том, что элементами мышления человека являются не числа, а элементы некоторых нечетких множеств или классов объектов, для которых переход от "принадлежности" к "непринадлежности" не скачкообразен, а непрерывен. В настоящее время методы теории нечеткости используются почти во всех прикладных областях, в том числе при управлении предприятием, качеством продукции и технологическими процессами.

Л.А. Заде использовал термин "fuzzy set" (нечеткое множество). На русский язык термин "fuzzy" переводили как нечеткий, размытый, расплывчатый, и даже как пушистый и туманный.

Аппарат теории нечеткости громоздок. В качестве примера дадим определения теоретико-множественных операций над нечеткими множествами. Пусть *C* и *D*- два нечетких подмножества *A* с функциями принадлежности $\mu_C(x)$ и $\mu_D(x)$ соответственно. Пересечением $C \cap D$, произведением *CD*, объединением $C \cup D$, отрицанием $\overline{C}$, суммой *C*+*D* называются нечеткие подмножества *A* с функциями принадлежности

$$\mu_{C\cap D}(x) = \min(\mu_C(x), \mu_D(x)),\ \ \mu_{CD}(x) = \mu_C(x)\mu_D(x),\ \ \mu_{\overline{C}}(x) = 1 - \mu_C(x),$$

$$\mu_{C\cup D}(x) = \max(\mu_C(x), \mu_D(x)),\ \ \mu_{C+D}(x) = \mu_C(x) + \mu_D(x) - \mu_C(x)\mu_D(x),\ \ x \in A,$$

соответственно.

Как уже отмечалось, теория нечетких множеств в определенном смысле сводится к теории вероятностей, а именно, к теории случайных множеств. Соответствующий цикл теорем приведен ниже. Однако при решении прикладных задач вероятностно-статистические методы и методы теории нечеткости обычно рассматриваются как различные.

Для знакомства со спецификой нечетких множеств рассмотрим некоторые их свойства.

В дальнейшем считаем, что все рассматриваемые нечеткие множества являются подмножествами одного и того же множества Y.

Законы де Моргана для нечетких множеств. Как известно, законами же Моргана называются следующие тождества алгебры множеств

$$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}, \quad \overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}. \qquad (2)$$

Теорема 1. Для нечетких множеств справедливы тождества

$$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}, \quad \overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}, \qquad (3)$$

$$\overline{A + B} = \overline{A}\,\overline{B}, \quad \overline{AB} = \overline{A} + \overline{B}. \qquad (4)$$

Доказательство теоремы 1 состоит в непосредственной проверке справедливости соотношений (3) и (4) путем вычисления значений функций принадлежности участвующих в этих соотношениях нечетких множеств на основе определений, данных выше.

Тождества (3) и (4) назовем *законами де Моргана для нечетких множеств*. В отличие от классического случая соотношений (2), они состоят из четырех тождеств, одна пара которых относится к операциям объединения и пересечения, а вторая - к операциям произведения и суммы. Как и соотношение (2) в алгебре множеств, законы де Моргана в алгебре нечетких множеств позволяют преобразовывать выражения и формулы, в состав которых входят операции отрицания.

Дистрибутивный закон для нечетких множеств. Некоторые свойства операций над множествами не выполнены для нечетких множеств. Так, $A + A \neq A,$ за исключением случая, когда A - "четкое" множество (т.е. функция принадлежности принимает только значения 0 и 1).

Верен ли дистрибутивный закон для нечетких множеств? В литературе иногда расплывчато утверждается, что "не всегда". Внесем полную ясность.

Теорема 2. Для любых нечетких множеств *A, B* и *C*

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C). \qquad (5)$$

В то же время равенство

$$A(B + C) = AB + AC \qquad (6)$$

справедливо тогда и только тогда, когда при всех $y \in Y$

$$(\mu_A^2(y) - \mu_A(y))\mu_B(y)\mu_C(y) = 0.$$

Доказательство. Фиксируем произвольный элемент $y \in Y$. Для сокращения записи обозначим $a = \mu_A(y), b = \mu_B(y), c = \mu_C(y).$ Для доказательства тождества (5) необходимо показать, что

$$\min(a, \max(b, c)) = \max(\min(a, b), \min(a, c)). \qquad (7)$$

Рассмотрим различные упорядочения трех чисел *a, b, c*. Пусть сначала $a \le b \le c.$ Тогда левая часть соотношения (7) есть $\min(a, c) = a,$ а правая $\max(a, a) = a,$ т.е. равенство (7) справедливо.

Пусть $b \le a \le c.$ Тогда в соотношении (7) слева стоит $\min(a, c) = a,$ а справа $\max(b, a) = a,$ т.е. соотношение (7) опять является равенством.

Если $b \le c \le a,$ то в соотношении (7) слева стоит $\min(a, c) = c,$ а справа $\max(b, c) = c,$ т.е. обе части снова совпадают.

Три остальные упорядочения чисел *a, b, c* разбирать нет необходимости, поскольку в соотношение (6) числа *b* и *c* входят симметрично. Тождество (5) доказано.

Второе утверждение теоремы 2 вытекает из того, что в соответствии с определениями операций над нечеткими множествами

$$\mu_{A(B+C)}(y) = a(b + c - bc) = ab + ac - abc$$

и

$$\mu_{AB+AC}(y) = ab + ac - (ab)(ac) = ab + ac - a^2bc.$$

Эти два выражения совпадают тогда и только тогда, когда, когда $a^2bc = abc,$ что и требовалось доказать.

Определение 1. Носителем нечеткого множества *А* называется совокупность всех точек $y \in Y$, для которых $\mu_A(y) > 0.$

Следствие теоремы 2. Если носители нечетких множеств *В* и *С* совпадают с *У,* то равенство *(6) имеет место тогда и только тогда, когда А* - "четкое" (т.е. обычное, классическое, не нечеткое) множество.

Доказательство. По условию $\mu_B(y)\mu_C(y) \neq 0$ при всех $y \in Y$. Тогда из теоремы 2 следует, что $\mu_A^2(y) - \mu_A(y) = 0,$ т.е. $\mu_A(y) = 1$ или $\mu_A(y) = 0$, что и означает, что *А* - четкое множество.

2.4.2. Пример описания неопределенности с помощью нечеткого множества

Понятие «богатый» часто используется при обсуждении социально-экономических проблем, в том числе и в связи с подготовкой и принятием решений. Однако очевидно, что разные лица вкладывают в это понятие различное содержание. Сотрудники Института высоких статистических технологий и эконометрики провели в 1996 г. социологическое исследование представления различных слоёв населения о понятии "богатый человек".

Мини-анкета опроса выглядела так:

1. При каком месячном доходе (в млн. руб. на одного человека) Вы считали бы себя богатым человеком?
2. Оценив свой сегодняшний доход, к какой из категорий Вы себя относите:

   а) богатые;

   б) достаток выше среднего;

в) достаток ниже среднего;

г) бедные;

д) за чертой бедности?

(В дальнейшем вместо полного наименования категорий будем оперировать буквами, например "в" - категория, "б" - категория и т.д.)
3. Ваша профессия, специальность.

Всего было опрошено 74 человека, из них 40 - научные работники и преподаватели, 34 человека - не занятых в сфере науки и образования, в том числе 5 рабочих и 5 пенсионеров. Из всех опрошенных только один (!) считает себя богатым. Несколько типичных ответов научных работников и преподавателей приведено в табл.1, а аналогичные сведения для работников коммерческой сферы – в табл.2.

Таблица 1.

Типичные ответы научных работников и преподавателей

Ответы на вопрос 3	Ответы на вопрос 1, млн. руб./чел.	Ответы на вопрос 2	Пол
Кандидат наук	1	д	ж
Преподаватель	1	в	ж
Доцент	1	б	ж
Учитель	10	в	м
Старший. научный сотрудник	10	д	м
Инженер-физик	24	д	ж
Программист	25	г	м
научный работник	45	г	м

Таблица 2

Типичные ответы работников коммерческой сферы.

Ответы на вопрос 3	Ответы на вопрос 1	Ответы на вопрос 2	Пол
Вице-президент банка	100	а	ж
Зам. директора банка	50	б	ж
Начальник. кредитного	50	б	м

отдела			
Начальник отдела ценных бумаг	10	б	м
Главный бухгалтер	20	д	ж
Бухгалтер	15	в	ж
Менеджер банка	11	б	м
Начальник отдела проектирования	10	в	ж

Разброс ответов на первый вопрос – от 1 до 100 млн. руб. в месяц на человека. Результаты опроса показывают, что критерий богатства у финансовых работников в целом несколько выше, чем у научных (см. гистограммы на рис.1 и рис.2 ниже).

Опрос показал, что выявить какое-нибудь конкретное значение суммы, которая необходима "для полного счастья", пусть даже с небольшим разбросом, нельзя, что вполне естественно. Как видно из таблиц 1 и 2, денежный эквивалент богатства колеблется от 1 до 100 миллионов рублей в месяц. Подтвердилось мнение, что работники сферы образования в подавляющем большинстве причисляют свой достаток к категории "в" и ниже (81% опрошенных), в том числе к категории "д" отнесли свой достаток 57%.

Со служащими коммерческих структур и бюджетных организаций иная картина: "г" - категория 1 человек (4%), "д" - категория 4 человека (17%), "б" - категория - 46% и 1 человек "а" - категория.

Пенсионеры, что не вызывает удивления, отнесли свой доход к категории "д" (4 человека), и лишь один человек указал "г" - категорию. Рабочие же ответили так: 4 человека - "в", и один человек - "б".

Для представления общей картины в табл.3 приведены данные об ответах работников других профессий.

Таблица 3.

Типичные ответы работников различных профессий.

Ответы на вопрос 3	Ответы на вопрос 1	Ответы на вопрос 2	Пол
Работник торговли	1	б	ж
Дворник	2	в	ж
Водитель	10	в	м
Военнослужащий	10	в	м
Владелец бензоколонки	20	б	ж
Пенсионер	6	д	ж
Начальник фабрики	20	б	м
Хирург	5	в	м
Домохозяйка	10	в	ж
Слесарь-механик	25	в	м
Юрист	10	б	м
Оператор ЭВМ	20	д	м
Работник собеса	3	д	ж
Архитектор	25	б	ж

Прослеживается интересное явление: чем выше планка богатства для человека, тем к более низкой категории относительно этой планки он себя относит.

Для сводки данных естественно использовать гистограммы. Для этого необходимо сгруппировать ответы. Использовались 7 классов (интервалов):

1 – до 5 миллионов рублей в месяц на человека (включительно);

2 – от 5 до 10 миллионов;

3- от 10 до 15 миллионов;

4 – от 15 до 20 миллионов;

5 – от 20 до 25 миллионов;

6 – от 25 до 30 миллионов;

7 – более 30 миллионов.

(Во всех интервалах левая граница исключена, а правая, наоборот – включена.)

Сводная информация представлена на рис.1 (для научных работников и преподавателей) и рис.2 (для всех остальных, т.е. для лиц, не занятых в сфере науки и образования - служащих иных бюджетных организаций, коммерческих структур, рабочих, пенсионеров).

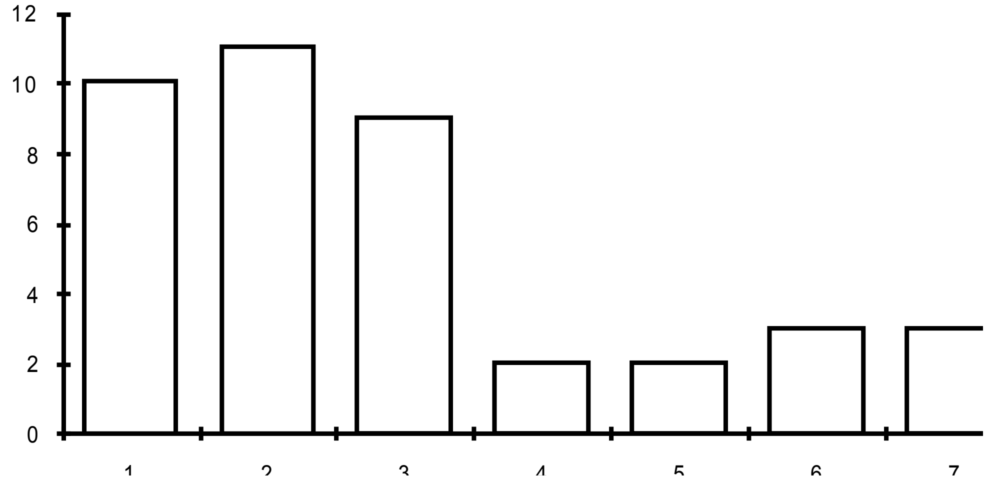


Рис.1. Гистограмма ответов на вопрос 1 для научных работников и преподавателей (40 человек).

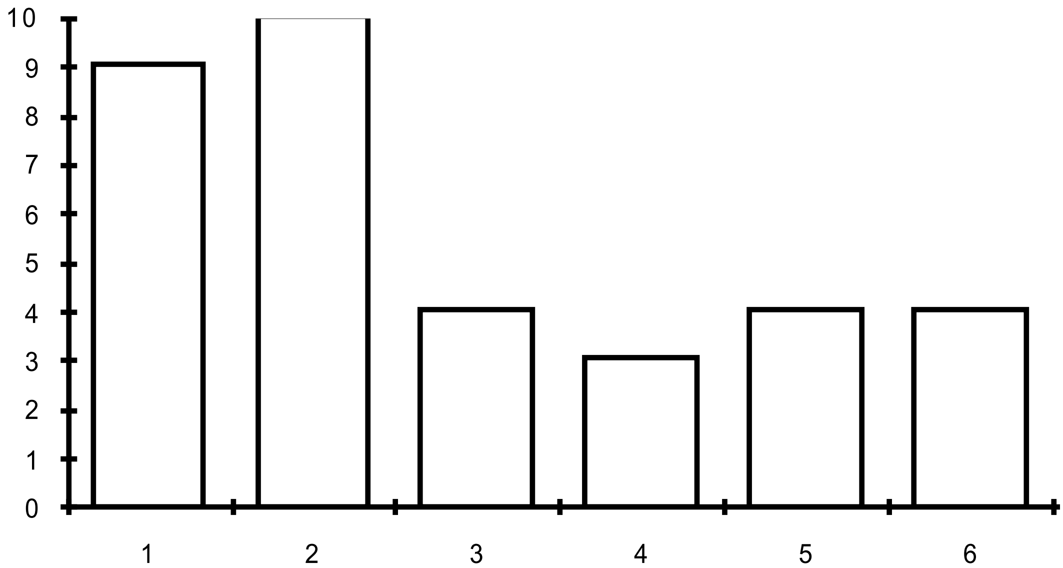


Рис.2. Гистограмма ответов на вопрос 1 для лиц, не занятых в сфере науки и образования (34 человека).

Для двух выделенных групп, а также для некоторых подгрупп второй группы рассчитаны сводные средние характеристики –

выборочные средние арифметические, медианы, моды. При этом медиана группы - количество млн. руб., названное центральным по порядковому номеру опрашиваемым в возрастающем ряду ответов на вопрос 1, а мода группы - интервал, на котором столбик гистограммы - самый высокий, т.е. в него "попало" максимальное количество опрашиваемых. Результаты приведены в табл. 4.

Таблица 4.

Сводные средние характеристики ответов на вопрос 1 для различных групп (в млн. руб. в мес. на чел.).

Группа опрошенных	Среднее арифметическое	медиана	мода
Научные работники и преподаватели	11,66	7,25	(5; 10)
Лиц, не занятых в сфере науки и образования	14,4	20	(5; 10)
Служащие коммерческих структур и бюджетных организаций	17,91	10	(5; 10)
Рабочие	15	13	-
Пенсионеры	10,3	10	-

Построим нечеткое множество, описывающее понятие «богатый человек» в соответствии с представлениями опрошенных. Для этого составим табл.5 на основе рис.1 и рис.2 с учетом размаха ответов на первый вопрос.

Таблица 5.

Число ответов, попавших в интервалы

№	Номер интервала	0	1	2	3	4
1	Интервал, млн. руб. в месяц	(0;1)	[1;5]	(5;10]	(10;15]	(15;20]
2	Число ответов в интервале	0	19	21	13	5

3	Доля ответов в интервале	0	0,257	0,284	0,176	0,068
4	Накопленное число ответов	0	19	40	53	58
5	Накопленная доля ответов	0	0,257	0,541	0,716	0,784

Продолжение табл.5.

№	Номер интервала	5	6	7	8
1	Интервал, млн. руб. в месяц	(20;25]	(25;30]	(30;100)	[100;+∞)
2	Число ответов в интервале	6	7	2	1
3	Доля ответов в интервале	0,081	0,095	0,027	0,013
4	Накопленное число ответов	64	71	73	74
5	Накопленная доля ответов	0,865	0,960	0,987	1,000

Пятая строка табл.5 задает функцию принадлежности нечеткого множества, выражающего понятие "богатый человек" в терминах его ежемесячного дохода. Это нечеткое множество является подмножеством множества из 9 интервалов, заданных в строке 2 табл.5. Или множества из 9 условных номеров {0, 1, 2, …, 8}. Эмпирическая функция распределения, построенная по выборке из ответов 74 опрошенных на первый вопрос мини-анкеты, описывает понятие "богатый человек" как нечеткое подмножество положительной полуоси.

2.4.3. О разработке методики ценообразования на основе теории нечетких множеств

Для оценки значений показателей, не имеющих количественной оценки, можно использовать методы нечетких множеств. Например, в диссертации П.В. Битюкова [2] нечеткие множества применялись при моделировании задач ценообразования на электронные обучающие курсы, используемые при дистанционном обучении. Им было проведено исследование значений фактора «Уровень качества курса» с

использованием нечетких множеств. В ходе практического использования предложенной П.В. Битюковым методики ценообразования значения ряда других факторов могут также определяться с использованием теории нечетких множеств. Например, ее можно использовать для определения прогноза рейтинга специальности в вузе с помощью экспертов, а также значений других факторов, относящихся к группе «Особенности курса». Опишем подход П.В. Битюкова как пример практического использования теории нечетким множеств.

Значение оценки, присваиваемой каждому интервалу для фактора «Уровень качества курса», определяется на универсальной шкале [0,1], где необходимо разместить значения лингвистической переменной «Уровень качества курса»: НИЗКИЙ, СРЕДНИЙ, ВЫСОКИЙ. Степень принадлежности некоторого значения вычисляется как отношение числа ответов, в которых оно встречалось в определенном интервале шкалы, к максимальному (для этого значения) числу ответов по всем интервалам.

В ходе работы над диссертацией был проведен опрос экспертов о степени влияния уровня качества электронных курсов на их потребительную ценность. Каждому эксперту в процессе опроса предлагалось оценить с позиции потребителя ценность того или иного класса курсов в зависимости от уровня качества. Эксперты давали свою оценку для каждого класса курсов по 10-ти балльной шкале (где 1 - min, 10 - max). Для перехода к универсальной шкале [0,1], все значения 10-ти балльной шкалы оценки ценности были разделены на максимальную оценку 10.

Используя свойства функции принадлежности, необходимо предварительно обработать данные с тем, чтобы уменьшить искажения, вносимые опросом. Естественными свойствами функций принадлежности являются наличие одного максимума и гладкие, затухающие до нуля фронты. Для обработки статистических данных можно воспользоваться так называемой матрицей подсказок. Предварительно удаляются явно ошибочные элементы. Критерием удаления служит наличие нескольких нулей в строке вокруг этого элемента.

Элементы матрицы подсказок вычисляются по формуле:

$$k_j = \sum_{i=1}^{n} b_{ij},\ j = \overline{1,n},$$

где b_{ij} - элемент таблицы с результатами анкетирования, сгруппированными по интервалам. Матрица подсказок представляет собой строку, в которой выбирается максимальный элемент: $k_{\max} = \max\limits_{j} k_j$, и далее все ее элементы преобразуются по формуле:

$$c_{ij} = \frac{b_{ij} k_{\max}}{k_j},\ i = \overline{1,m},\ j = \overline{1,n}.$$

Для столбцов, где $k_j = 0$, применяется линейная аппроксимация:

$$c_{ij} = \frac{c_{ij-1} + c_{ij+1}}{2},\ i = \overline{1,m},\ j = \overline{1,n}.$$

Результаты расчетов сводятся в таблицу, на основании которой строятся функции принадлежности. Для этого находятся максимальные элементы по строкам: $c_{i\max} = \max\limits_{j} c_{ij},\ i = \overline{1,m},\ j = \overline{1,n}$. Функция принадлежности вычисляется по формуле: $\mu_{ij} = c_{ij} / c_{i\max}$. Результаты расчетов приведены в табл. 6.

Таблица 6

Значения функции принадлежности лингвистической переменной

μ_i	Интервал на универсальной шкале									
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
μ_1	0	0,2	1	1	0,89	0,67	0	0	0	0

μ_2	0	0	0	0	0	0,33	1	1	0	0
μ_3	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1

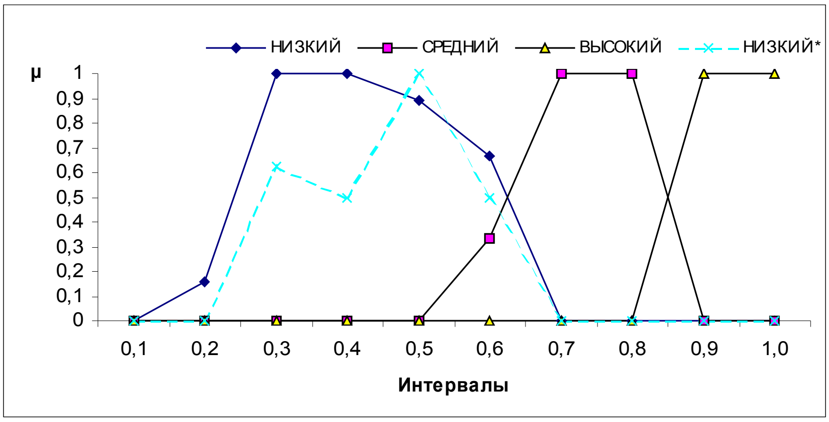


Рис. 3. График функций принадлежности значений лингвистической переменной «Уровень качества курса»

На рис.3 сплошными линиями показаны функции принадлежности значений лингвистической переменной «Уровень качества курса» после обработки таблицы, содержащей результаты опроса. Как видно из графика, функции принадлежности удовлетворяют описанным выше свойствам. Для сравнения пунктирной линией показана функция принадлежности лингвистической переменной для значения НИЗКИЙ без обработки данных.

2.4.4. О статистике нечетких множеств

Нечеткие множества – частный вид объектов нечисловой природы. Статистические методы анализа объектов нечисловой природы описаны в [3]. В частности, среднее значение нечеткого множества можно определить по формуле:

$$M(A)=\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i \mu_A(x_i)}{\sum_{i=1}^{n} \mu_A(x_i)},$$

где $\mu_A(x_i)$ - функция принадлежности нечеткого множества *А***.**

Как известно, методы статистики нечисловых данных базируются на использовании расстояний (или показателей различия) в соответствующих пространствах нечисловой природы. Расстояние между нечеткими подмножествами *А* и *В* множества *X* = {x_1, x_2, …, x_k} можно определить как

$$d(A,B)=\sum_{j=1}^{k} |\mu_A(x_j)-\mu_B(x_j)|,$$

где $\mu_A(x_j)$ - функция принадлежности нечеткого множества *А,* а $\mu_B(x_i)$ - функция принадлежности нечеткого множества *В*. **Может использоваться и другое расстояние:**

$$d_1(A,B)=\frac{\sum_{j=1}^{k} |\mu_A(x_j)-\mu_B(x_j)|}{\sum_{j=1}^{k} (\mu_A(x_j)+\mu_B(x_j))}.$$

(Примем это расстояние равным 0, если функции принадлежности тождественно равны 0.)

В соответствии с аксиоматическим подходом к выбору расстояний (метрик) в пространствах нечисловой природы разработан обширный набор систем аксиом, из которых выводится тот или иной вид расстояний (метрик) в конкретных пространствах [1, 3, 4]. При использовании вероятностных моделей расстояние между случайными нечеткими множествами само является случайной величиной, имеющей в ряде постановок асимптотически нормальное распределение [5].

2.4.5. Нечеткие множества как проекции случайных множеств

С самого начала появления современной теории нечеткости в 1960-е годы началось обсуждение ее взаимоотношений с теорией вероятностей. Дело в том, что функция принадлежности нечеткого множества напоминает распределение вероятностей. Отличие только в том, что сумма вероятностей по всем возможным значениям случайной величины (или интеграл, если множество возможных значений несчетно) всегда равна 1, а сумма S значений функции принадлежности (в непрерывном случае - интеграл от функции принадлежности) может быть любым неотрицательным числом. Возникает искушение пронормировать функцию принадлежности, т.е. разделить все ее значения на S (при $S \neq 0$), чтобы свести ее к распределению вероятностей (или к плотности вероятности). Однако специалисты по нечеткости справедливо возражают против такого "примитивного" сведения", поскольку оно проводится отдельно для каждой размытости (нечеткого множества), и определения обычных операций над нечеткими множествами с ним согласовать нельзя. Последнее утверждение означает следующее. Пусть указанным образом преобразованы функции принадлежности нечетких множеств A и B. Как при этом преобразуются функции принадлежности $A \cap B, A \cup B, A + B, AB$? Установить это *невозможно в принципе.* Последнее утверждение становится совершенно ясным после рассмотрения нескольких примеров пар нечетких множеств с одними и теми же суммами значений функций принадлежности, но различными результатами теоретико-множественных операций над ними, причем и суммы значений соответствующих функций принадлежности для этих результатов теоретико-множественных операций, например, для пересечений множеств, также различны.

В работах по нечетким множествам довольно часто утверждается, что теория нечеткости является самостоятельным разделом прикладной математики и не имеет отношения к теории вероятностей (см., например, обзор литературы в монографиях [1,4]). Авторы, сравнивавшие теорию нечеткости и теорию вероятностей, обычно подчеркивали различие между этими областями теоретических и прикладных исследований. Обычно сравнивают аксиоматику и сравнивают области приложений. Надо сразу отметить, что аргументы при втором типе сравнений не имеют доказательной силы, поскольку по поводу границ применимости даже такой давно выделившейся научной области, как вероятностно-статистические методы, имеются различные мнения. Напомним, что итог рассуждений одного из наиболее известных французских математиков Анри Лебега по поводу границ применимости арифметики таков: "Арифметика применима тогда, когда она применима" (см. его монографию [6, с.21-22]).

При сравнении различных аксиоматик теории нечеткости и теории вероятностей нетрудно увидеть, что списки аксиом различаются. Из этого, однако, отнюдь не следует, что между указанными теориями нельзя установить связь, типа известного сведения евклидовой геометрии на плоскости к арифметике (точнее к теории числовой системы R^2 - см., например, монографию [7]). Напомним, что эти две аксиоматики - евклидовой геометрии и арифметики - на первый взгляд весьма сильно различаются.

Можно понять желание энтузиастов нового направления подчеркнуть принципиальную новизну своего научного аппарата. Однако не менее важно установить связи нового подхода с ранее известными.

Как оказалось, теория нечетких множеств тесно связана с теорией случайных множеств. Еще в 1974 г. в работе [8] было показано, что нечеткие множества естественно рассматривать как "проекции" случайных множеств. Рассмотрим этот метод сведения теории нечетких множеств к теории случайных множеств.

Определение 2. Пусть $A = A(\omega)$ - *случайное подмножество конечного множества У*. Нечеткое множество *B,* определенное на *У,* называется проекцией *A* и обозначается *Proj A,* если

$$\mu_B(y) = P(y \in A) \qquad (8)$$

при всех $y \in Y$.

Очевидно, каждому случайному множеству *A* можно поставить в соответствие с помощью формулы (8) нечеткое множество *B = Proj A*. Оказывается, верно и обратное.

Теорема 3. Для любого нечеткого подмножества *B* конечного множества *У* существует случайное подмножество *A* множества *У* такое, что *B = Proj A*.

Доказательство. Достаточно задать распределение случайного множества *A*. Пусть $У_1$ - носитель *B* (см. определение 1 выше). Без ограничения общности можно считать, что $Y_1 = \{y_1, y_2, ..., y_m\}$ при некотором *m* и элементы $У_1$ занумерованы в таком порядке, что

$$0 < \mu_B(y_1) \le \mu_B(y_2) \le ... \le \mu_B(y_m).$$

Введем множества

$$Y(1) = Y_1, Y(2) = \{y_2, ..., y_m\}, ..., Y(t) = \{y_t, ..., y_m\}, ..., Y(m) = \{y_m\}.$$

Положим

$$P(A = Y(1)) = \mu_B(y_1), \quad P(A = Y(2)) = \mu_B(y_2) - \mu_B(y_1), ...,$$

$$P(A = Y(t)) = \mu_B(y_t) - \mu_B(y_{t-1}), ..., P(A = Y(m)) = \mu_B(y_m) - \mu_B(y_{m-1}),$$

$$P(A = \emptyset) = 1 - \mu_B(y_m).$$

Для всех остальных подмножеств *X* множества *У* положим *P(A=X)=0*. Поскольку элемент y_t входит во множества *Y(1), Y(2),…, Y(t)* и не входит во множества *Y(t+1),…, Y(m),* то из приведенных выше формул следует, что $P(y_t \in A) = \mu_B(y_t)$. Если $y \notin Y_1$, то, очевидно, $P(y \in A) = 0$. Теорема 3 доказана.

Распределение случайного множества с независимыми элементами, как следует из рассмотрений главы 8 монографии [3], полностью определяется его проекцией. Для конечного случайного множества общего вида это не так. Для уточнения сказанного понадобится следующая теорема.

Теорема 4. Для случайного подмножества *А* множества *У* из конечного числа элементов наборы чисел $P(A = X), X \subseteq Y,$ и $P(X \subseteq A), X \subseteq Y,$ выражаются один через другой.

Доказательство. Второй набор выражается через первый следующим образом:

$$P(X \subseteq A) = \sum_{X' : X \subseteq X'} P(A = X').$$

Элементы первого набора выразить через второй можно с помощью формулы включений и исключений из формальной логики, в соответствии с которой

$$P(A = X) = P(X \subseteq A) - \sum P(X \cup \{y\} \subseteq A) + \sum P(X \cup \{y_1, y_2\} \subseteq A) - \ldots \pm P(Y \subseteq A).$$

В этой формуле в первой сумме *y* пробегает все элементы множества *Y\X,* во второй сумме переменные суммирования y_1 и y_2 не совпадают и также пробегают это множество, и т.д. Ссылка на формулу включений и исключений завершает доказательство теоремы 4.

В соответствии с теоремой 4 случайное множество А можно характеризовать не только распределением, но и набором чисел $P(X \subseteq A), X \subseteq Y.$ В этом наборе $P(\varnothing \subseteq A) = 1,$ а других связей типа равенств нет. В этот набор входят числа $P(\{y\} \subseteq A) = P(y \in A),$ следовательно, фиксация проекции случайного множества эквивалентна фиксации $k = Card(Y)$ параметров из $(2^k\text{-}1)$ параметров, задающих распределение случайного множества *A* в общем случае.

Будет полезна следующая теорема.

Теорема 5. *Если Proj A = B, то* $\operatorname{Pr}oj\overline{A} = \overline{B}$.

Для доказательства достаточно воспользоваться тождеством из теории случайных множеств $P(\overline{A} = X) = P(A = \overline{X})$, формулой для вероятности накрытия $P(y \in A)$, определением отрицания нечеткого множества и тем, что сумма всех $P(A=X)$ равна 1. При этом под формулой для вероятности накрытия имеется в виду следующее утверждение: чтобы найти вероятность накрытия фиксированного элемента q случайным подмножеством S конечного множества Q, достаточно вычислить

$$P(q \in S) = \mathrm{P}(\{\omega : q \in S(\omega)\}) = \sum_{A: q \in A, A \subseteq 2^{Q}} P(S = A),$$

где суммирование идет по всем подмножествам A множества Q, содержащим q.

2.4.6. Пересечения и произведения нечетких и случайных множеств

Выясним, как операции над случайными множествами соотносятся с операциями над их проекциями. В силу законов де Моргана (теорема 1) и теоремы 5 достаточно рассмотреть операцию пересечения случайных множеств.

Теорема 6. Если случайные подмножества A_1 и A_2 конечного множества $У$ независимы, то нечеткое множество $\operatorname{Pr}oj(A_1 \cap A_2)$ является произведением нечетких множеств *Proj* A_1 и *Proj* A_2.

Доказательство. Надо показать, что для любого $y \in Y$

$$P(y \in A_1 \cap A_2) = P(y \in A_1) P(y \in A_2). \qquad (9)$$

По формуле для вероятности накрытия точки случайным множеством (см. выше)

$$P(y \in A_1 \cap A_2) = \sum_{X: y \in X} P((A_1 \cap A_2) = X). \tag{10}$$

Легко проверить, что распределение пересечения случайных множеств $A_1 \cap A_2$ можно выразить через их совместное распределение следующим образом:

$$P(A_1 \cap A_2 = X) = \sum_{X_1, X_2 : X_1 \cap X_2 = X} P(A_1 = X_1, A_2 = X_2). \tag{11}$$

Из соотношений (10) и (11) следует, что вероятность накрытия для пересечения случайных множеств можно представить в виде двойной суммы

$$P(y \in A_1 \cap A_2) = \sum_{X: y \in X} \sum_{X_1, X_2 : X_1 \cap X_2 = X} P(A_1 = X_1, A_2 = X_2). \tag{12}$$

Заметим теперь, что правую часть формулы (12) можно переписать следующим образом:

$$\sum_{X_1, X_2 : e \in X_1, e \in X_2} P(A_1 = X_1, A_2 = X_2). \tag{13}$$

Действительно, формула (12) отличается от формулы (13) лишь тем, что в ней сгруппированы члены, в которых пересечение переменных суммирования $X_1 \cap X_2$ принимает постоянное значение. Воспользовавшись определением независимости случайных множеств и правилом перемножения сумм, получаем, что из (12) и (13) вытекает равенство

$$P(y \in A_1 \cap A_2) = \left(\sum_{X_1 : y \in X_1} P(A_1 = X_1) \right) \left(\sum_{X_2 : y \in X_2} P(A_2 = X_2) \right).$$

Для завершения доказательства теоремы 6 достаточно еще раз сослаться на формулу для вероятности накрытия точки случайным множеством.

Определение 3. Носителем случайного множества *С* называется совокупность всех тех элементов $y \in Y$, для которых $P(y \in C) > 0$.

Теорема 7. Равенство

$$\mathrm{Pr}oj(A_1 \cap A_2) = (\mathrm{Pr}ojA_1) \cap (\mathrm{Pr}ojA_2)$$

верно тогда и только тогда, когда пересечение носителей случайных множеств $\overline{A_1} \cap A_2$ и $A_1 \cap \overline{A_2}$ пусто.

Доказательство. Необходимо выяснить условия, при которых

$$P(y \in A_1 \cap A_2) = \min(P(y \in A_1), P(y \in A_2)). \quad (14)$$

Положим

$$p_1 = P(y \in A_1 \cap A_2), p_2 = P(y \in \overline{A_1} \cap A_2), p_3 = P(y \in A_1 \cap \overline{A_2}).$$

Тогда равенство (14) сводится к условию

$$p_1 = \min(p_1 + p_2, p_1 + p_3). \quad (15)$$

Ясно, что соотношение (15) выполнено тогда и только тогда, когда $p_2 p_3$=0 при всех $y \in Y$, т.е. не существует ни одного элемента $y_0 \in Y$ такого, что одновременно $P(y_0 \in \overline{A_1} \cap A_2) > 0$ и $P(y_0 \in A_1 \cap \overline{A_2}) > 0$, а это эквивалентно пустоте пересечения носителей случайных множеств $\overline{A_1} \cap A_2$ и $A_1 \cap \overline{A_2}$. Теорема 7 доказана.

24.7. Сведение последовательности операций над нечеткими множествами к последовательности операций над случайными множествами

Выше получены некоторые связи между нечеткими и случайными множествами. Стоит отметить, что изучение этих связей в работе [8] началось с введения случайных множеств с целью развития и обобщения аппарата нечетких множеств Л. Заде. (Для фиксации приоритета на мировом уровне целесообразно отметить, что эта работа выполнена в 1974 г. и доложена в Центральном экономико-математическом институте АН СССР на всесоюзном научном семинаре "Многомерный статистический анализ и вероятностное моделирование реальных процессов" 18 декабря 1974 г. - см. [8, с.169].) Дело в том, что математический аппарат нечетких множеств не позволяет в должной мере учитывать различные варианты зависимости между понятиями (объектами), моделируемыми с его помощью, не является достаточно гибким. Так, для описания "общей части" двух нечетких множеств есть лишь две операции - произведение и пересечение. Если применяется первая из них, то фактически предполагается, что множества ведут себя как проекции независимых случайных множеств (см. выше теорему 6). Операция пересечения также накладывает вполне определенные ограничения на вид зависимости между множествами (см. выше теорему 7), причем в этом случае найдены даже необходимые и достаточные условия. Желательно иметь более широкие возможности для моделирования зависимости между множествами (понятиями, объектами). Использование математического аппарата случайных множеств предоставляет такие возможности.

Цель сведения теории нечетких множеств к теории случайных множеств состоит в том, чтобы за любой конструкцией из нечетких множеств увидеть конструкцию из случайных множеств, определяющую свойства первой, аналогично тому, как за плотностью распределения вероятностей мы видим случайную величину. В настоящем пункте приводим результаты по сведению алгебры нечетких множеств к алгебре случайных множеств.

Определение 4. Вероятностное пространство $\{\Omega, G, P\}$ назовем делимым, если для любого измеримого множества $X \in G$ и любого положительного числа α, меньшего $P(X)$, можно указать измеримое множество $Y \subset X$ такое, что $P(Y) = \alpha$.

Пример. Пусть Ω - единичный куб конечномерного линейного пространства, G есть сигма-алгебра борелевских множеств, а P - мера Лебега. Тогда $\{\Omega, G, P\}$ - делимое вероятностное пространство.

Таким образом, делимое вероятностное пространство - это не экзотика. Обычный куб является примером такого пространства.

Доказательство сформулированного в примере утверждения проводится стандартными математическими приемами. Они основаны на том, что измеримое множество можно сколь угодно точно приблизить открытыми множествами, последние представляются в виде суммы не более чем счетного числа открытых шаров, а для шаров делимость проверяется непосредственно (от шара X тело объема $\alpha < P(X)$ отделяется соответствующей плоскостью).

Теорема 8. Пусть даны случайное множество *A* на делимом вероятностном пространстве {**Ω**, *G*, *P*} со значениями во множестве всех подмножеств множества *У* из конечного числа элементов, и нечеткое множество *D* на *У*. Тогда существуют случайные множества C_1, C_2, C_3, C_4 на том же вероятностном пространстве такие, что

$$\mathrm{Pr}oj(A\cap C_1) = B\cap D,\quad \mathrm{Pr}oj(A\cap C_2) = BD,\quad \mathrm{Pr}oj(A\cup C_3) = B\cup D,$$

$$\mathrm{Pr}oj(A\cup C_4) = B + D,\quad \mathrm{Pr}ojC_i = D,\ i = 1,2,3,4,$$

где $B = Proj\ A$.

Доказательство. В силу справедливости законов де Моргана для нечетких (см. теорему 1 выше) и для случайных множеств, а также теоремы 5 выше (об отрицаниях) достаточно доказать существование случайных множеств C_1 и C_2.

Рассмотрим распределение вероятностей во множестве всех подмножеств множества *У*, соответствующее случайному множеству *C* такому, что *Proj C* = *D* (оно существует в силу теоремы 3). Построим случайное множество C_2 с указанным распределением, независимое от *A*. Тогда $\mathrm{Pr}oj(A\cap C_2) = BD$ по теореме 6.

Перейдем к построению случайного множества C_1. По теореме 7 необходимо и достаточно определить случайное множество $C_1(\omega)$ так, чтобы $ProjC_1 = D$ и пересечение носителей случайных множеств $A\cap \overline{C_1}$ и $\overline{A}\cap C_1$ было пусто, т.е.

$$p_3 = P(y \in A \cap \overline{C_1}) = 0$$

для $y \in Y_1 = \{y : \mu_B(y) \le \mu_D(y)\}$ и

$$p_2 = P(y \in \overline{A} \cap C_1) = 0$$

для $y \in Y_2 = \{y : \mu_B(y) \ge \mu_D(y)\}$.

Построим $C_1(\omega)$, исходя из заданного случайного множества $A(\omega)$. Пусть $y_1 \in Y_2$. Исключим элемент y_1 из $A(\omega)$ для стольких элементарных событий ω, чтобы для полученного случайного множества $A_1(\omega)$ было справедливо равенство

$$P(y_1 \in A_1) = \mu_D(y_1)$$

(именно здесь используется делимость вероятностного пространства, на котором задано случайное множество $A(\omega)$). Для $y \ne y_1$, очевидно,

$$P(y \in A_1) = P(y \in A).$$

Аналогичным образом последовательно исключаем *у* из $A(\omega)$ для всех $y \in Y_2$ и добавляем *у* в $A(\omega)$ для всех $y \in Y_1$, меняя на каждом шагу $P(y \in A_i)$ только для $y = y_i$ так, чтобы

$$P(y_i \in A_i) = \mu_D(y_i)$$

(ясно, что при рассмотрении $y_i \in Y_1 \cap Y_2$ случайное множество $A_i(\omega)$ не меняется). Перебрав все элементы *У*, получим случайное множество $A_k(\omega) = C_1(\omega)$, для которого выполнено требуемое. Теорема 8 доказана.

Основной результат о сведении теории нечетких множеств к теории случайных множеств дается следующей теоремой.

Теорема 9. Пусть $B_1, B_2, B_3, ..., B_t$ - некоторые нечеткие подмножества множества *У* из конечного числа элементов. Рассмотрим результаты последовательного выполнения теоретико-множественных операций

$$B^m = ((...((B_1 \circ B_2) \circ B_3) \circ ...) \circ B_{m-1}) \circ B_m, \quad m = 1,2,...,t,$$

где $\circ$ - символ одной из следующих теоретико-множественных операций над нечеткими множествами: пересечение, произведение, объединение, сумма (на разных местах могут стоять разные символы). Тогда существуют случайные подмножества $A_1, A_2, A_3, ..., A_t$ того же множества $У$ такие, что

$$\Pr ojA_i = B_i,\ i = 1,2,...,t,$$

и, кроме того, результаты теоретико-множественных операций связаны аналогичными соотношениями

$$\Pr oj\{((...((A_1 \otimes A_2) \otimes A_3) \otimes ...) \otimes A_{m-1}) \otimes A_m\} = B^m,\ m = 1,2,...,t,$$

где знак $\otimes$ означает, что на рассматриваемом месте стоит символ пересечения $\cap$ случайных множеств, если в определении B^m стоит символ пересечения или символ произведения нечетких множеств, и соответственно символ объединения $\cup$ случайных множеств, если в B^m стоит символ объединения или символ суммы нечетких множеств.

Комментарий. Поясним содержание теоремы. Например, если

$$B^5 = (((B_1 + B_2) \cap B_3)B_4) \cup B_5,$$

то

$$(((A_1 \otimes A_2) \otimes A_3) \otimes A_4) \otimes A_5 = (((A_1 \cup A_2) \cap A_3) \cap A_4) \cup A_5.$$

Как совместить справедливость дистрибутивного закона для случайных множеств (вытекающего из его справедливости для обычных множеств) с теоремой 2 выше, в которой показано, что для нечетких множеств, вообще говоря, $(B_1 + B_2)B_3 \neq B_1B_3 + B_2B_3$? Дело в том, что хотя в соответствии с теоремой 9 для любых трех нечетких множеств B_1, B_2 и B_3 можно указать три случайных множества A_1, A_2 и A_3 такие, что

$$\Pr oj(A_i) = B_i,\ i = 1,2,3,\ \Pr oj(A_1 \cup A_2) = B_1 + B_2,\ \Pr oj((A_1 \cup A_2) \cap A_3) = B^3,$$

где

$$B^3 = (B_1 + B_2)B_3,$$

но при этом, вообще говоря,

$$\mathrm{Pr}\,oj(A_1 \cap A_3) \neq B_1 B_3$$

и, кроме случаев, указанных в теореме 2,

$$\mathrm{Pr}\,oj((A_1 \cup A_2) \cap A_3) \neq B_1 B_3 + B_2 B_3.$$

Доказательство теоремы 9 проводится по индукции. При t=1 распределение случайного множества строится с помощью теоремы 3. Затем конструируется само случайное множество A_1, определенное на делимом вероятностном пространстве (нетрудно проверить, что на делимом вероятностном пространстве можно построить случайное подмножество конечного множества с любым заданным распределением именно в силу делимости пространства). Далее случайные множества A_2, A_3, ..., A_t строим по индукции с помощью теоремы 8. Теорема 9 доказана.

Замечание. Проведенное доказательство теоремы 9 проходит и в случае, когда при определении B^m используются отрицания, точнее, кроме B^m ранее введенного вида используются также последовательности результатов теоретико-множественных операций, очередной шаг в которых имеет вид

$$B_1^m = \overline{B^{m-1}} \circ B_m, \quad B_2^m = B^{m-1} \circ \overline{B_m}, \quad B_3^m = \overline{B^{m-1}} \circ \overline{B_m}.$$

А именно, сначала при помощи законов де Моргана (теорема 1 выше) проводится преобразование, в результате которого в последовательности B^m остаются только отрицания отдельных подмножеств из совокупности $B_1, B_2, B_3, ..., B_t$, а затем с помощью теоремы 5 вообще удается избавиться от отрицаний и вернуться к условиям теоремы 9.

Итак, в настоящей главе описаны связи между такими объектами нечисловой природы, как нечеткие и случайные множества, установленные в нашей стране в первой половине 1970-х годов. Через несколько лет, а именно, в начале 1980-х годов, близкие подходы стали развиваться и за рубежом. Одна из работ [9] носит примечательное название "Нечеткие множества как классы эквивалентности случайных множеств".

В эконометрике [3] разработан ряд методов статистического анализа нечетких данных, в том числе методы классификации, регрессии, проверки гипотез о совпадении функций принадлежности по опытным данным и т.д., при этом оказались полезными общие подходы статистики объектов нечисловой природы (см. главу 8 в [3] и работы [1,4,8]). Методологические и прикладные вопросы теории нечеткости обсуждаются в литературе, в частности, в работах [1,4,10].

Литература

1. Орлов А.И. Задачи оптимизации и нечеткие переменные. – М.: Знание, 1980. - 64 с.

2. Битюков П.В. Моделирование задач ценообразования на электронные обучающие курсы в области дистанционного обучения / Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата экономических наук. – М.: Московский государственный университет экономики, статистики и информатики, 2002. – 24 с.

3. Орлов А.И. Эконометрика. – М.: Экзамен, 2002. – 576 с.

4. Орлов А.И. Устойчивость в социально-экономических моделях. – М.: Наука, 1979. -296 с.

5. Орлов А.И., Раушенбах Г.В. Метрика подобия: аксиоматическое введение, асимптотическая нормальность. - В сб.: Статистические методы оценивания и проверки гипотез. Межвузовский сборник научных трудов. - Пермь: Изд-во Пермского государственного университета, 1986, с.148-157.

6. Лебег А. Об измерении величин. - М.: Учпедгиз, 1960. - 204 с.

7. Ефимов Н.В. Высшая геометрия. - М.: ГИФМЛ, 1961. - 580 с.

8. Орлов А.И. Основания теории нечетких множеств (обобщение

аппарата Заде). Случайные толерантности. – В сб.: Алгоритмы многомерного статистического анализа и их применения. - М.: Изд-во ЦЭМИ АН СССР, 1975. - С.169-175.
9. Goodman I.R. Fuzzy sets as equivalence classes of random sets // Fuzzy Set and Possibility Theory: Recent Developments. - New York-Oxford-Toronto-Sydney-Paris-Frankfurt, Pergamon Press, 1982. - P.327-343. (Перевод на русский язык: Гудмэн И. Нечеткие множества как классы эквивалентности случайных множеств. - В сб.: Нечеткие множества и теория возможностей. Последние достижения. - М.: Радио и связь, 1986. - С. 241-264.)
10. Орлов А.И. Математика нечеткости. - Наука и жизнь. 1982. No.7. С.60-67.

Контрольные вопросы и задачи

1. В каких случаях целесообразно применение нечетких множеств?
2. Как с точки зрения нечетких множеств можно интерпретировать вероятность накрытия определенной точки случайным множеством?
3. Справедливо ли для нечетких множеств равенство $(A+B)C = AC + BC$? А равенство $(AB)C = (AC)(BC)$?
4. На множестве $Y = \{y_1, y_2, y_3\}$ задано нечеткое множество B с функцией принадлежности $\mu_B(y)$, причем $\mu_B(y_1) = 0,1$, $\mu_B(y_2) = 0,2$, $\mu_B(y_3) = 0,3$. Постройте случайное множество A так, чтобы Proj $A = B$.
5. На множестве $Y = \{y_1, y_2, y_3\}$ задано нечеткое множество B с функцией принадлежности $\mu_B(y)$, причем $\mu_B(y_1) = 0,2$, $\mu_B(y_2) = 0,1$, $\mu_B(y_3) = 0,5$. Постройте случайное множество A так, чтобы Proj $A = B$.
6. На множестве $Y = \{y_1, y_2, y_3\}$ задано нечеткое множество B с функцией принадлежности $\mu_B(y)$, причем $\mu_B(y_1) = 0,5$, $\mu_B(y_2) = 0,4$, $\mu_B(y_3) = 0,7$. Постройте случайное множество A так, чтобы Proj $A = B$.
7. На множестве $Y = \{y_1, y_2, y_3\}$ задано нечеткое множество B с

функцией принадлежности $\mu_B(y)$, причем $\mu_B(y_1) = 0,3$, $\mu_B(y_2) = 0,2$, $\mu_B(y_3) = 0,1$. Постройте случайное множество A так, чтобы $\mathrm{Proj}\ A = B$.

8. Опишите с помощью нечеткого подмножества временной шкалы понятие «молодой человек».

9. Опишите с помощью теории нечеткости понятие «куча зерен».

10. Как можно проводить кластерный анализ совокупности нечетких множеств?

Темы докладов, рефератов, исследовательских работ

1. Обсудите суждение: «Мы мыслим нечетко» (см. [10]). Почему нечеткость мышления помогает взаимопониманию?
2. Взаимосвязь теории нечеткости и теории вероятностей.
3. Методы оценивания функции принадлежности.
4. Теория нечеткости и интервальная математика.
5. Описание данных для выборок, элементы которых – нечеткие множества.
6. Регрессионный анализ нечетких переменных (согласно подходу [1]).
7. Непараметрические оценки плотности распределения вероятностей в пространстве нечетких множеств (согласно подходу [3]).

3. МЕТОДЫ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ

3.1. Простые методы принятия решений

Простые методы принятия решений – это те, которые не требуют применения развитого математического аппарата. Тем не менее во многих случаях их применения вполне достаточно.

3.1.1. Оперативные приемы принятия решений

При обсуждении проблем стратегического менеджмента был рассмотрен ряд оперативных приемов принятия решений - анализ «разрывов», анализ шансов и рисков (сильных и слабых сторон), анализ портфеля, метод проверочного списка, метод оценки по системе баллов и др. Такие методы хорошо применять при быстром сравнении вариантов, например, на совещании менеджеров высшего звена.

Рассмотрим в качестве примера матрицу портфеля Бостонской консалтинговой группы. Согласно этому методу подготовки управленческих решений товары, выпускаемые фирмой, распределяются по клеткам табл.1. Однако совершенно ясно, что такое распределение может служить лишь отправной точкой для дальнейшего анализа.

Таблица 1.

Матрица портфеля Бостонской консалтинговой группы

Высокий	1. Звезды	3. Знак вопроса
Низкий	2. Дойные коровы	4. Собаки
Рост спроса / рыночная доля	Высокая	Низкая

Действительно, необходимо опираться на данные о прибыли и рентабельности тех или иных товаров. Ясно, например, что высокий рост спроса «Знака вопроса» может быть обеспечен демпинговой ценой ниже себестоимости.

Необходимо оценить динамику смены марок товаров, понять, насколько долго смогут удержаться на рынке «Дойные коровы», насколько высоко смогут взлететь «Звезды».

Специального рассмотрения заслуживают «Собаки». Возможно, они вытесняются другими товарами. Но возможно и иное – их покупатели представляют собой отдельный рынок, лишь из-за недостатков предварительного анализа присоединенный к общему рынку. Тогда постановка задачи меняется. Руководство фирмы не должно сравнивать «Собак» с другими товарами. Ему следует решить совсем иной вопрос – обслуживать ли сравнительно небольшой рынок покупателей «Собак» или же отдать его конкурентам.

Бесспорно совершенно, что обоснованные решения не могут приниматься на основе только анализа матрицы портфеля Бостонской консалтинговой группы. Впрочем, это верно и для любого иного метода подготовки решения. Только всесторонний анализ с использованием многих методов может дать руководству организации необходимые аргументы для принятия обоснованного решения. Но и в этом случае ответственность лежит на «лицах, принимающих решение» - на менеджерах.

Оперативных приемов принятия решений, или, в другой терминологии, простых методов принятия решений, существует весьма много. Один из них – изложить ситуацию в письменном виде. Эта простая рекомендация часто оказывается весьма полезной. Дело в том, что при составлении описания приходится уточнять многие факты и оценки, которые обычно не удается сопоставить при размышлениях. Далее, письменное описание подсказывает различные альтернативы действий, а также оценки последствий этих альтернатив. Изложение ситуации в письменном виде во многом снимает эмоциональную составляющую при принятии решения, а также дает исходные данные и варианты действий для аналитического разбора.

Иногда рекомендуют проводить первичную формализацию описания ситуации, например, в виде ответов на вопросы типа:

0) Совместим ли рассматриваемый вариант решения с моими нравственными принципами?

1) Что я выиграю при этом варианте решения?

а) деньги;

б) время;

в) известность;

г) уверенность;

д) удовольствие, и т.д.

2) Что я потеряю при таком решении?

а) деньги;

б) время и т.д. (см. вопрос 1);

3) Какие новые возможности у меня появятся?

4) Какие новые задачи встанут передо мной?

5) Какие обязанности у меня появятся?

6) Какая новая ситуация для меня возникнет?

7) Каких побочных действий я должен ожидать?

а) положительных,

б) отрицательных.

8) Принесу ли я вред обществу или другим людям?

9) Принесу ли я пользу обществу или другим людям?

10) Возникнут ли в результате моего решения новые проблемы?

11) Потребуются ли новые решения? И т.д.

Можно выделить этапы анализа ситуации, подготовки и принятия решения, анализа последствий [1]:

1) Уяснить ситуацию.

2) Установить наличие проблемы, подлежащей решению.

3) Сформировать возможные решения.

4) Описать последствия решений.

5) Выбрать решение.

6) Обобщить накопленный опыт принятия решений.

Целесообразно уточнить содержание каждого из перечисленных этапов. Например, для уяснения ситуации целесообразно ответить на пять вопросов:

1) КТО должен или обязан (или хочет) принять решение?

2) ГДЕ (в каком месте, в каком окружении, в какой среде, при каких обстоятельствах) предстоит принимать решение?

3) КОГДА (до какого срока, или насколько часто, с какой периодичностью) необходимо принимать решение?

4) КАК (каким образом, в какой форме, каким документом) должно быть выражено решение?

5) ЧТО обусловливает решение? Зачем оно нужно? В чем его цель? Какой замысел лежит в его основе? Для чего оно служит? Зачем его надо принимать?

После того, как ситуация обдумана, необходимо рассмотреть варианты решений. Рассмотрим пример.

Пример 1. На столе у секретаря начальника звонит телефон. Звонящий задает вопрос по делам фирмы, но такой, на который не может ответить ни секретарь, ни ее начальник. Как должна реагировать секретарь? И какой следует ожидать реакции у звонящего?

Реакция секретаря № 1. Она объясняет звонящему, что не может сообщить необходимые сведения, и соединяет его с нужным сотрудником.

Реакция звонящего № 1. Он будет признателен секретарю за то, что его быстро соединили с человеком, который может его компетентно и с достаточной полнотой проинформировать.

Реакция секретаря № 2. Она просит звонящего подождать у аппарата и бежит через все здание, чтобы получить нужную ему информацию.

Реакция звонящего № 2. Он будет раздражен, поскольку будет вынужден бессмысленно прождать длительное время у телефона, чтобы в конце концов узнать, что в информации, которую ему здесь сообщили, недостаточно.

Побочный результат. В течение длительного времени телефон руководства фирмы будет занят.

Реакция секретаря № 3. Она адресует звонящего к начальнику, который, естественно, также не сможет ему помочь.

Реакция звонящего № 3. Он будет раздражен, поскольку будет вынужден провести телефонные разговоры с двумя сотрудниками фирмы и не получить нужной ему информации.

Побочный результат – тот же, что и в предыдущем случае.

Реакция секретаря № 4. Она возвращает звонящего к коммутатору фирмы, так как не может быть ему полезной.

Реакция звонящего № 4. Он и на этот раз будет раздражен, так как только потерял время.

Очевидно, только первый вариант решения можно признать правильным. Отметим, однако, что для его реализации в распоряжении секретаря должны быть соответствующие технические средства, позволяющие перевести телефонный вызов на номер нужного сотрудника.

В рассмотренном примере сравнение вариантов решения нетрудно провести непосредственно. Однако в большинстве задач принятия решений целесообразно выделить перечень факторов, на основе значений которых и целесообразно сравнивать варианты решений.

Пример 2. Петя Иванов оканчивает МГТУ им. Н.Э.Баумана и выбирает место работы. У него есть четыре варианта.

А. Поступить в аспирантуру МГТУ им. Н.Э.Баумана. Стипендия ничтожна, но есть возможности для подработки. Лет через 5 можно стать доцентом всемирно известного вуза, работать по совместительству преподавателем, консультантом, сотрудником фирм.

Б. Пойти инженером на крупное предприятие, ранее входившее в ВПК, а ныне имеющее постоянный пакет заказов, в том числе зарубежных.

В. Поступить в малое предприятие, выполняющее конкретные заказы, и получать оплату с каждого выполненного заказа.

Г. Пойти компьютерщиком в филиал зарубежной экспертно-импортной фирмы.

Как сравнивать эти варианты? Рассмотрим естественные факторы.

Оплата труда. На настоящий момент – нарастает от А до Г.

Перспективы роста (в том числе оплаты). Наиболее велики в А, имеется в Б, практически отсутствуют в В и Г.

Устойчивость рабочего места. Наибольшая в А, значительная в Б, малая в В и Г.

Начальство. Знакомое и уважаемое в А, солидное и хмурое в Б, несерьезное, но активное в В, строгое и малопонятное в Г.

Коллектив. Знакомый и приемлемый в А, понятный и благожелательный в Б, конкурентный (борьба за заказы и тем самым за доходы) в В, пропитанный стукачеством в Г.

Криминальность. Отсутствует в А и Б, постоянна (хотя и сравнительно мелкая) в В, возможна в Г (причем в крупный размерах).

Режим. Весьма свободный в А, жесткий (вход и выход по попускам в заданное время) в Б, «полосатый» в В (вообще-то свободный, но если начальство прикажет…), тюремного типа в Г (фиксированы двери, через которые можно проходить, за питье чая на рабочем месте – штраф в размере 10% месячной оплаты, и т.п.)

Время на дорогу до места работы. Ближе всего В, затем Г, А и Б.

Ограничимся этими восемью факторами. Для принятия решения целесообразно составить таблицу, в которой строки соответствуют факторам, столбцы – возможным вариантам решения, а в клетках таблицы стоят оценки факторов для соответствующих вариантов таблицы. Пусть для определенности в качестве возможных оценок используются числа 1, 2, 3,…, 9, 10, причем наихудшее значение – это 1, а наилучшее – это 10. Пусть мнение Пети Иванова выражено в табл.1.

Таблица 1.

Оценки фактов при выборе места работы.

№ п/п	Факторы	МГТУ им. Н.Э. Баумана	Крупное предприятие	Малое предприятие	Зарубежная фирма
1	Оплата труда	1	5	10	9
2	Перспективы роста	10	7	1	2
3	Устойчивость	10	9	3	4
4	Начальство	8	6	4	2
5	Коллектив	9	7	2	1
6	Криминал	10	8	1	2
7	Режим	10	4	7	1
8	Время на дорогу	5	3	10	7
9	Сумма баллов	63	49	37	28

Непосредственный анализ данных табл.1 не позволяет Пете Иванову сделать однозначный вывод. По одним показателям лучше один вариант, по другим – другой. Надо как-то соизмерить факторы. Проще всего приписать им веса, а затем сложить веса для каждого из вариантов (такой подход имеет недостатки, которые обсуждаются в главе 3.4). А какие веса взять? Проще всего взять все факторы с одинаковыми весами – единичными. Проще говоря, сложить баллы, приписанные факторам. Результаты приведены в последней строке. По сумме баллов на первом месте – МГТУ им. Н.Э. Баумана, на втором – крупное предприятие, на третьем – малое предприятие, на последнем – филиал зарубежной фирмы.

Аналогичным образом проводится технико-экономический анализ в некоторых реальных ситуациях. Например, в табл.2 дается сравнительная характеристика по факторам конкурентоспособности главных производителей изделий из стекловаты. Помимо непосредственного сравнения производителей, подобная таблица дает возможность подготовить решения по мерам повышения конкурентоспособности, а также указать возможные пределы продвижения. Так, согласно данным табл.2 ОАО «Мостермостекло» по конкурентоспособности находится на уровне одного из своих основных конкурентов и проигрывает второму 4 балла. Однако, повысив удобство монтирования на 1 балл (и дойдя до уровня худшего из своих конкурентов по этому фактору), перейдя к более привлекательной системе скидок (набрав при этом 2 балла), а также усилив рекламные мероприятия на 2 балла (и дойдя до уровня худшего из своих конкурентов по этому фактору), оно увеличит сумму баллов на 5 и станет лучшим.

Таблица 2.

Сравнительная характеристика главных производителей изделий из стекловаты по факторам конкурентоспособности

№ п/п	Факторы конкурентоспособности	ОАО «Мостермо-стекло»	Главные конкуренты	
			URSA	ISOVER
1	Товар			
1.1	Качество	5	5	5
1.2	ТЭП*	5	4	4
1.3	Престиж торговой марки	3	4	5
1.4	Кашировка**	5	5	5
1.5	Удобство монтирования	3	4	5
1.6	Наличие сертификатов	5	5	5
2	Цена			
2.1	Продажная	5	3	2
2.2	Скидки с цены	2	4	0
3	Продвижение товаров на рынках	2	5	4
3.1	Реклама, участие в выставках и т.д.	2	5	4
	Общее количество баллов	35	39	35

Примечание. ТЭП* - технико-экономическое планирование

Кашировка** - дополнительное покрытие

В практике приходится иногда вводить веса факторов. Так, при разработке организационно-экономического обеспечения реализации проекта установки газоочистного оборудования на ОАО «Магнитогорский металлургический комбинат» сравнивались четыре проекта (табл.3).

Таблица 3.

Балльная оценка проектов

№ п/п	Приведенные показатели качества	Россия-1	Россия-2	Украина	Швеция	Вес
1	Наработка на отказ	0,9125	0,975	0,9	1	7
2.	Назначенный срок службы до списания	0,72	1	0,8	1	6
3.	Назначенный срок службы до капительного ремонта	0,9	1	0,8	1	6
4.	Среднее время восстановления	0,897	0,959	0,886	1	5
5.	Установленный срок сохраняемости	1	1	0,667	0,667	4
6.	Энергетические затраты на очистку 1000 м^3 газа	0,852	0,958	0,852	1	9
7.	Масса	0,886	0,972	0,875	1	8
8.	Степень очистки	1	1	0,999	1	10
9.	Полная стоимость проекта	0,877	1	0,860	0,662	9
10.	Срок исполнения	0,8	1	0,667	1	7
Интегральный итоговый показатель качества проекта		56,46	63,20	53,76	59,62	

Проекты оценивались по «интегральному итоговому показателю качества проекта», равному сумме (по всем факторам) произведений значения фактора на вес этого фактора. Для таблиц 1 и

2 все веса были единичными, для табл.3 веса приведены в правом столбце. (Значения весов обычно определяют с помощью экспертов.) В соответствии с «интегральным итоговым показателем качества проекта» наилучшим является проект «Россия-2», далее следует проект «Швеция», затем - проект «Россия-1», и замыкает четверку проект «Украина». В соответствии с рассматриваемым подходом надо рекомендовать принять к исполнению проект «Россия-2».

Много ценных рекомендаций по разработке управленческих решений содержится в книгах проф. Б.Г.Литвака [2,3].

3.1.2. Пример подготовки решения на основе макроэкономических данных

Решения готовят, принимают и выполняют, чтобы справиться с имеющимися проблемами. Этому предшествует обнаружение проблемы и анализ ситуации. На всех этапах используются конкретные экономические данные и эконометрические методы их анализа.

Рассмотрим пример цепочки «обнаружение проблемы» - «анализ ситуации» - «подготовка решения» на примере макроэкономических данных, относящихся к России за 1989-2001 г. Выбор объекта рассмотрения объясняется тем, что каждый из читателей имеет о нем обширные предварительные сведения.

Итоги десятилетия «реформ». В табл.1 приведены данные о выпуске различных видов промышленной и сельскохозяйственной продукции в России в 1989 г. и в 2001 г. Эти данные взяты из официальных изданий Госкомстата РФ и с его сайта www.gks.ru.

Таблица 1.

Сравнение экономических показателей России за 1989 г. и 2001 г.

№	Вид продукции	Единица	1989	200	Уровню

п/п		измерения	год	1 год	какого года соответствует производство в 2001 году
	ПРОМЫШЛЕННОСТЬ				
1	Нефть	Млн. т	552	337	1972
2	Уголь	Млн. т	410	269	1957
3	Стальные трубы	Тыс. т	12510	5404	1965
4	Вагоны	Шт.	28000	7385	1910
5	Металлорежущие станки	Шт.	64600	8288	1931
6	Кузнечно-прессовые машины	Шт.	27800	1290	1933
7	Грузовые автомобили	Тыс. шт.	697	173	1937
8	Тракторы	Тыс. шт.	235	15,2	1931
9	Зерноуборочные комбайны	Шт.	62200	9063	1933
10	Радиоприемные устройства	Тыс. шт.	5561	273	1947
11	Телевизоры	Тыс. шт.	4465	1004	1958
12	Кальцинированная сода	Тыс. т	3546	2334	1968
13	Химические волокна и нити	Тыс. т	731	158	1959
14	Вывоз древесины	Млн. $м^3$	351	87,2	1929
15	Пиломатериалы	Млн. $м^3$	83	17,3	1930
16	Бумага	Тыс. т	5344	3415	1969
17	Цемент	Млн. т	84,5	35,1	1962
18	Шифер	Млн. плиток	5034	1715	1958
19	Кирпич строительный	Млрд. шт.	24,1	10,5	1953
20	Ткани всех видов	Млн. $м^2$	8707	2617	1910
21	Шерстяные ткани	Млн. $м^2$	471	56,4	1880
22	Обувь	Млн. пар	777,7	32,2	1900
	СЕЛЬСКОЕ ХОЗЯЙСТВО				
23	Мясо	Тыс. т	6621	1233	1953
24	Молоко	Млн. т	55,7	32,9	1958
25	Цельномолочная продукция	Тыс. т	20800	6734	1963

26	Животное масло	Тыс. т	820	269	1956
	ПОГОЛОВЬЕ СКОТА (НА 21 ДЕКАБРЯ)				
27	Крупный рогатый скот	Млн. голов	58,8	32,9	1958
28	Свиньи	Млн. голов	40	15,5	1936
29	Овцы и козы	Млн. голов	61,3	15,2	1750

В последнем столбце табл.1 приведены сведения о том, уровню какого года в прошлом соответствует производство 2001 года. Видно, что по объему производства откат назад составил несколько десятков, а иногда и сотен лет. При этом вряд ли можно признать оправданным сокращение объемов производства перечисленных видов продукции. Только по отдельным видам могут возникнуть вопросы. Например, нужны ли сейчас потребителям радиоприемники (строка 10) или же сокращение их производства более чем в 20 раз оправдано?

Из данных табл.1 вытекает гипотеза о неблагополучии в развитии народного хозяйства России. Однако в этой таблице приведены только отдельные виды продукции, т.е. только отдельные примеры. Необходимо перейти к данным, характеризующим ситуацию в целом (табл.2).

Таблица 2.

Динамика основных экономических показателей России

(по официальным данным Госкомстата и Центрального Банка РФ)

Год	Валовой внутренний продукт		Объем промышленной продукции		Капитальные вложения	
	% к предыдущему году	% к 1990 году	% к предыдущему году	% к 1990 году	% к предыдущему году	% к 1990 году
1991	95	95	92	92	85	85
1992	85,5	81	82	75,4	60	51

1993	91,3	74	85,9	64,8	88	44,9
1994	87,3	64,7	79,1	51,3	76	34,1
1995	95,8	62	96,3	49,4	90	30,7
1996	94	58,3	95	46,9	82	25,2
1997	100,4	58,5	101,9	47,8	95	23,9
1998	95,1	55,7	94,8	45,3	88	21
1999	104,6*	58,2	111	50,3	105,3	22,2
2000	109,9*	64,0	111,9	56,3	117,4	26,0
2001	105,7*	67,6	104,5	59,0	108,7	28,3

В табл.2 для 1999-2001 гг. вместо данных по ВВП приведены данные по ИБО – индексу изменения выпуска пяти базовых отраслей (промышленность, сельское хозяйство, строительство, транспорт, розничная торговля).

Из табл.2 ясно, что гипотеза о неблагополучии в развитии народного хозяйства России справедлива. Действительно, с 1990 г. по 2001 г. объем промышленной продукции уменьшился на 41%, несмотря на начавшийся с 1999 г. подъем. Табл.2 показывает также катастрофическое падение капиталовложений. Основные фонды стареют, но не заменяются новыми. Следует ожидать роста числа аварий. Известно, что в жилищно-коммунальном хозяйстве за последние 10 лет число аварий увеличилось в 5 раз.

Из приведенных фактов вытекает, что осуществляющийся с начала 1990-х годов курс «реформ» в России привел к сокращению объемов производства в целом и отдельных видов товаров в частности, к «откату» народного хозяйства назад на десятилетия (по нашей оценке [4], к уровню начала 1960-х годов). Если считать, что целью «реформ» было повышение эффективности народного хозяйства, то необходимо признать, что направление «реформ» было выбрано неверно. Что же надо делать, исходя из экономической теории?

Нобелевские лауреаты - за государственное регулирование экономики. Экономической теории в нашей стране не везет. В массе своей отечественные специалисты сначала верноподданно комментировали решения политических вождей, а затем столь же ревностно повторяли азы западных вводных курсов по экономике. Хотя уже несколько лет Отделение экономики Российской академии наук неустанно разъясняет ошибочность курса «реформ», на эту критику не обращают внимания ни правительство, ни общество. Это естественно - репутация подорвана.

Последние триста лет в России с пиететом относились к идем, идущим с Запада. И пропагандисты нынешних «реформ» неустанно клянутся в верности передовым западным экономическим теориям, а именно, монетаризму М.Фридмена и Д.Сакса. Может создаться впечатление, что большинство западных экономистов поддерживают «курс реформ» в России.

Однако это совсем не так. На самом деле монетаризм не пользуется поддержкой среди серьезных специалистов, а действия российских «реформаторов» противоречат общепринятым основам экономической теории. А не знаем мы об этом потому, что перед нами опущен информационный занавес.

Что же на самом деле думают западные экономисты? Оказывается, в период президентских выборов 1996 г. пять лауреатов Нобелевской премии по экономике обратились к будущему президенту России с совместным заявлением. Это были Кеннет Эрроу, Василий Леонтьев, Лоуренс Клейн, Джеймс Тобин, Роберт Солоу. К ним присоединился ряд других американских ученых, а также действительные члены Российской академии наук Л.Абалкин, О.Богомолов, В.Макаров, С.Шаталин, Ю.Яременко.

Обращение экономической элиты США и России было практически полностью проигнорировано отечественными средствами массовой информации. Только газета концерна ПАНИНТЕР рассказала о нем. Да и то после того, как один из авторов обращения профессор Калифорнийского университета Майкл

Интриллигатор[2] приехал в Москву и выступил на нашем научном семинаре. Позже появились публикации и в научных изданиях [5,6].

Основная мысль обращения - российское правительство должно играть более важную роль в экономике. Надо равняться на правительства США, Швеции, Германии и других стран, основная забота которых - государственное регулирование экономики. Необходимо развивать государственный сектор экономики.

В России явно перегнули палку с критикой планового хозяйства - из рыночной Америки нам советуют усилить роль государства! И объясняют нерадивым ученикам: «Правительство должно понять - конкуренция является основой рыночной экономики, а отнюдь не отношения собственности».

К ошибочным решениям приводит использование выражений, не имеющих точного общепринятого смысла, например "реформы" или "рыночная экономика". Нобелевские лауреаты по экономике напоминают: основное - это конкуренция, т.е. состязание, соревнование. Они по опыту знают: основная фигура на предприятии - это менеджер (т.е. управляющий, директор), а не собственник. Фирмы должны соревноваться, кто сделает лучшие товары для потребителей, предоставит лучшие услуги. Если нет состязания - нет и рыночной экономики. А есть разворовывание имущества приватизированных предприятий. Есть вздувание цен частными монополиями.

Вторая мысль обращения - необходимость "сильных государственных действий" для предотвращения дальнейшей криминализации экономики. Увы, печальный рекорд: "русская мафия" – одна из самых сильных в мире. Жаль только – криминальный мир и

---

2 Профессор М. Интриллигатор из университета Беркли (США, Калифорния) - всемирно известный экономист. У нас в 1975 г. издан перевод его книги "Математические методы оптимизации и экономическая теория".

нормальная рыночная экономика несовместимы. Частные армии охраняют не капиталистов, а феодалов. Американцы говорят: остановите мафию - или скатитесь в средневековье.

Почему здравомыслящие американцы интересуются судьбой России? Отнюдь не только из общенаучных или гуманных соображений. Им не нужен - более того, опасен - хаос в России.

За 1990-е годы основные макроэкономические показатели России (объем производства, реальная заработная плата и др.) уменьшились, по нашим данным [4], в 4 раза (по официальным данным Госкомстата РФ, несомненно приукрашивающим реальную картину, - в 2 раза). По уровню промышленного развития страна была отброшена в 1950-е годы. Экономический рост, начавшийся в 1999 г., позволил перейти, как уже отмечалось, к уровню начала 1960-х годов. Однако по ряду существенных позиций положение продолжает ухудшаться, в частности, катастрофически стареют основные фонды (табл.2). Если тенденция деградации народного хозяйства не будет переломлена - впереди развал властных структур и вооруженная борьба различных группировок типа событий 1609-1613 гг. и 1917-1922 гг.

Однако на полях битв будущей смуты стоят ракеты с ядерными боеголовками и склады химического оружия. Они будут использованы. И не только во внутренней борьбе Тюмени с Пермью. Но и в актах возмездия странам Запада, виновным, по мнению кого-либо из будущих вождей вооруженных отрядов, в катастрофе России. Представьте себе ультиматум командира ракетного полка бывшей России правительству США - или корабль с продуктами, топливом и миллиардом долларов прибывает в устье Печоры к 14 мая 2004 г., или ракеты полка отправляются в Нью-Йорк и Сан-Франциско своим ходом, прихватив ядерные боеголовки.

Такой сценарий развития событий нельзя считать невероятным. Поэтому возникновение смуты в России представляет собой смертельную - в прямом смысле слова - опасность для жителей Парижа, Берлина, Лондона, Рима, Вашингтона и других центров западной цивилизации. Возможно, ради собственной безопасности американцы скоро будут спасать нас от некомпетентности нашего собственного правительства.

Поэтому третий тезис нобелевских лауреатов таков: необходимо быстро найти выход из кризиса, и это можно сделать только на основе активного государственного регулирования экономических отношений. Надо действовать так же активно, как работал президент США Ф.Рузвельт в 1930-е годы, выводя страну из "великой депрессии". Его администрация не боялась фактически национализировать банки и организовывать общественные работы. И соответствующая экономическая теория была уже тогда - труды самого известного экономиста XX в. англичанина Джона Кейнса.

Экономика для нашей страны - больное место. Как больной зуб не дает думать ни о чем другом, так и больная экономика занимает наши мысли. А ведь на самом деле экономика должна быть служанкой общества. Если общество считает, что пожилым людям должны выплачиваться пенсии, обеспечивающие достойное существование, то обязанность экономики - добиться этого. Если общество полагает, что детям следует бесплатно учиться в школе, то правительству с помощью государственного регулирования экономики надо сделать все необходимое. Каких-нибудь двести лет назад ни пенсий, ни бесплатных школ не было. Так что же, назад в феодализм ради догмы либеральной экономики?

Четвертый тезис нобелевских лауреатов - необходимость нового "социального контракта" (общественного договора, как говорил Руссов в XVIII в.) между правительством и обществом. Руководство страны должно обеспечить нас "социальной страховочной сеткой" - пенсиями, бесплатными школами и больницами и т.д.

И уж совершенно противоречит нормам рыночной экономики несоблюдение договоров и обязательств государства и фирм, прежде всего - задержка выплаты зарплаты и пенсий. В традиционном рыночном государстве мгновенно говорит свое слово суд, фирмы идут с молотка, а чиновники, предприниматели и менеджеры отправляются в тюрьму.

А пятый тезис звучит так: "Российское правительство должно понять, что секрет рыночной экономики заключается отнюдь не в частной собственности, а скорее в конкуренции и еще раз в конкуренции". Нужен не просто собственник, а эффективный собственник, который бы приумножал имущество фирмы, а не разбазаривал его.

Чтобы перейти к рыночной экономике, следовало бы прежде всего создать, по словам профессора М. Интриллигатора, "институты рыночной экономики". Речь идет о мощной правовой системе - законах и судах. О банках, надежных и занимающихся инвестициями. О простом и неуклонно исполняющемся налоговом кодексе. О системе учета и аудита, т.е. контроля за деятельностью фирм. О страховании, в том числе экологическом. И о многом другом.

Явно недостаточно развиты в России эти "институты рыночной экономики", и государственные чиновники отнюдь не торопятся их создавать. Лозунгами начавшихся в 1990-х годах «реформ» были: стабилизация, либерализация, приватизация. Каков итог?

Стабилизации нет – основные фонды катастрофически стареют, т.е. идет деградация производственных структур. Общий выпуск товаров и услуг (валовой внутренний продукт по официальным данным растет с1999 г.). Однако способы расчетов вызывают сомнения. Например, по методике Госкомстата РФ услуги банков составляют 13 процентов в валовом внутреннем продукте. А какие услуги оказывают банки? Дал кредит в миллиард рублей - вот и записывай в валовой внутренний продукт этот миллиард, он для Госкомстата столь же весом, как и выпечка 140000 батонов хлеба. При всем уважении к тяжелому труду банковских клерков, экспертов и охранников - затраты труда несоизмеримы.

Либерализация сорвала экономику в штопор инфляции, разорила массу мелких предпринимателей, но не привела и не могла привести к равновесным ценам, при которых спрос равен предложению. Ценой развала хозяйственной жизни и лишения работников средств к существованию правительство к началу 1996 г. приостановило инфляцию на уровне примерно 10000. Другими словами, на 10000 руб. тогда можно было купить столько же, сколько на 1 руб. в 1990 г. К 2002 г. цены выросли еще в 5 раз. Но была проведена деноминация рубля (1 новый рубль соответствует 1000 старых). Так что в 2002 г. на 50 руб. можно купить столько же потребительских товаров, сколько на 1 руб. в 1990 г. Каждый гражданин, взяв величину своей зарплаты, пенсии, стипендии и поделив на 50, может получить ее размер в ценах 1990 г. А теперь сравните со своими или аналогичными доходами в 1990 г. Сразу увидите, что вам дали «реформы». Грубо говоря, доходы рядового гражданина сократились вдвое, поскольку вдвое упало производство. Из оставшейся половины около 50% перераспределяется в пользу появившихся за время «реформ» собственников. В итоге рядовому гражданину достается четверть от того, что он имел в 1990 г.

Приватизация для большинства кончилась полным конфузом (как, впрочем, и в Великобритании). Как выяснилось, наиболее умно поступили те, кто продал ваучер за ящик водки. Единицы обогатились. Но приватизированные предприятия в своей массе отнюдь не стали работать эффективнее государственных. В 1997 г. из полутора сотен московских текстильных фирм один концерн ПАНИНТЕР оказался «на плаву», да и тот был создан на пустом месте в 1989 г., а не приватизирован.

Итак, все делалось не так, как надо согласно экономической теории. Создается впечатление, что наша страна отнюдь не идет к рыночной экономике. Скорее, она от нее удаляется. К феодализму? Может быть, ближе всего к нормальной рыночной экономике мы были в 1990 г.? Или в 1927 г., при НЭПе, когда государственные тресты и синдикаты конкурировали друг с другом?

Ведущие экономисты мира - нобелевские лауреаты независимы, они не работают на Международный валютный фонд и Мировой банк. Их набор советов противоположен тому, которому слепо следует нынешнее руководство России. Экономические "реформы" в России проводятся без опоры на современную экономическую науку. В необходимости коренного изменения "курса реформ" убеждены как отечественные, так и американские ведущие экономисты.

К сожалению, нет почти никакой надежды, что голос нобелевских лауреатов будет услышан нынешними правителями. Однако тем, кто работает для будущего России, надо знать их мнение.

Но неразумно ему слепо следовать. Нужна ли нам классическая рыночная экономика? Дело в том, что западные экономические теории разработаны на основе чужого опыта, который отличается от нашего. Они не работают в российских условиях, поскольку российский менталитет принципиально отличается от западного. В частности, это проявляется во взаимоотношениях между работниками и работодателями, в сохранении экономической активности в условиях разрушенного денежного обращения, и т.д. Разве можно представить себе, чтобы американцы несколько месяцев работали без зарплаты? Не получив в пятницу конверта с недельной платой, они в понедельник не станут работать. А как сражаются за свои права трудящиеся Франции или Кореи!

Очевидно, для разработки и осуществления программы выхода из кризиса нужна соответствующая теория. Ее, увы, в настоящее время нет, поскольку как застывшая в догмах 30-50-х годов отечественная псевдомарксистская-антисталинская политэкономия, так и различные западные концепции (на их анализ советские специалисты по математической экономике потратили много сил), на которые в начале 1990-х годов возлагали большие надежды, не соответствуют современным российским условиям. Этот вопрос подробно освещен в литературе [7-9].

Поэтому необходима разработка теории государственного регулирования рыночных производственных отношений в современных российских условиях (принципиально новой теории!). А также системы экономико-математических моделей и соответствующего программного обеспечения.

Динамика роли государств в национальных экономиках. В настоящее время (2003 г.) российское руководство и в целом поддерживающие его политику средства массовой информации (СМИ) пропагандируют необходимость сокращения участия государства в экономике. Как следствие, идут разнообразные «реформы», проводится приватизация государственных предприятий, структур и функций, уменьшаются налоги и т.п. Нобелевские лауреаты по экономике говорят противоположное – роль государства должна возрастать. Посмотрим, что происходило в различных странах на протяжении последнего столетия. В качестве индикатора возьмем величину государственных расходов, выраженную в процентах от величины валового внутреннего продукта (ВВП). С достаточной степенью точности его можно назвать долей государственного бюджета в валовом внутреннем продукте (пренебрегая разницей между доходной и расходной частями государственного бюджета). Этот индикатор измеряет роль государства в экономике. В соответствии с известным разложением Дж. Кейнса для ВВП возможные значения для него – от 0 до 100%. Чем больше рассматриваемый индикатор, то значительнее роль государства в национальной экономике. В табл.3 приведены данные Международного валютного фонда для 11 наиболее экономически развитых зарубежных стран.

Таблица 3

Государственные расходы (расходная часть бюджета)

в процентах от ВВП

№ п/п	Страна	1870 г.	1913 г.	1960 г.	1998 г.
1	Швеция	5,7	10,4	31,1	58,5
2	Франция	12,6	17,0	34,6	54,3
3	Бельгия	-	13,6	30,3	49,4
4	Италия	11,9	11,1	30,1	49,1
5.	Нидерланды	9,1	9,0	33,7	47,2
6	Германия	-	14,8	32,4	46,9
7	Норвегия	5,9	9,3	29,9	46,9
8	Великобритания	-	12,7	32,2	40,2
9	Япония	-	8,3	17,5	36,9
10	Австралия	18,3	16,5	21,2	32,9
11	США	7,3	7,5	27,0	32,8
12	Среднее по 11 странам	10,1*	11,8	29,1	45,0
13	Россия		11,5	74,0	11,1

*Примечани*е. *За 1870 г. – среднее по 7 странам.

Данные табл.3 весьма красноречивы. Во всех одиннадцати странах в XX в. наблюдается значительный рост роли государства в экономике. К концу века она составляет от 1/3 (США) до 1/2 или более (58,5% - Швеция, 54,3% - Франция, 49,4% - Бельгия, 49,1% - Италия, и т.д.). В то же время с 1870 г. по 1913 г. индикатор увеличился в среднем незначительно - на 1,7%, а по отдельным странам уменьшился.

Для России рассматриваемый индикатор вел себя совершенно иначе. В 1913 г. Россия занимала одно из средних мест среди рассмотренных. Затем индикатор значительно вырос и в послевоенные годы достиг 74%. В 1960 г. это было более чем в два раза больше, чем в среднем по 11 странам. К концу XX в. ряд стран (Швеция, Франция) приблизился к тому уровню контроля государства над экономикой, какой был в СССР. Зато в России произошел откат на уровень 1913 г. В настоящее время роль российского государства в национальной экономике в три раза меньше, чем американского, и в пять раз меньше, чем французского.

В терминах теории управления можно сказать так. В послевоенном СССР наблюдался излишне жесткий контроль государства за экономикой (было опережение других стран на полвека). С целью возвращения в «основное русло» было признано уменьшить роль государства в экономике. Было бы естественно перейти куда-нибудь между Францией и Германией, т.е. уменьшить долю государственных расходов с 74% ВВП до примерно 50% ВВП. Однако произошла весьма большая перерегулировка, и Россия очутилась по рассматриваемому индикатору далеко ниже всех рассматриваемых стран. Если раньше отклонение составляло +15,5% от ближайшей страны (Швеции), то теперь оно составляет (-21,8%) по сравнению с США, т.е. влияние государства на экономику в России меньше в 3 раза, чем аналогичное влияние в США.

Если считать, что развитие экономики в рассматриваемых одиннадцати странах идет «нормально», то для выхода из кризиса в нашей стране необходимо увеличить роль государства в экономике в 3-5 раз.

К чему стремиться? Достаточно хорошо проанализированы достоинства советского проекта (1917-1991) и недостатки его реализации [7-9]. Например, многие считают, что использование «валовых» показателей при оценке деятельности предприятия и планирование «от достигнутого» сдерживали темпы экономического развития СССР и внедрение достижений научно-технического прогресса [7].

Но главное – будущее. К чему стремиться? Проектируемое будущее мало обсуждается. А если нет четкой цели, то нет и средств ее достижения. За завесой общих слов неясны конструкции планируемого общества. Да и смысл слов не всегда ясен. Например, основная идея так называемого «рыночного социализма», как выясняется, состоит в предоставлении государственным предприятиям определенной самостоятельности в хозяйственной деятельности [10].. Против этого вряд ли кто-либо будет возражать.

Во-первых, как показано выше, участие государства в экономике должна усилиться в 3-5 раз. Первоначальные действия вполне ясны. Государство должно взять экономику в целом под контроль. Прежде всего государству следует взять под контроль и в управление предприятия, занимающиеся добычей нефти, газа и других природных ресурсов. Внешнеэкономическая деятельность – также дело государства, как и управление естественными монополиями (транспорт, связь, электроэнергетика). Крупные предприятия, прежде всего военно-промышленного комплекса, должны принадлежать государству. Возможно, целесообразно национализировать банки. Как показывает тщательный анализ [8], частной собственности на землю не место в России.

Планирование и контроль – сердцевина научного подхода к управлению организациями [11]. Хорошо известно, и теоретически, и практически, что централизованное плановое управление при четко сформулированных целях эффективнее любых форм «рынка». Недаром в ситуации войны любое государство переходит к такой системе управления.

Вторая проблема – обеспечение естественных основополагающих прав человека. Прав на пищу, жилье, работу, защиту от преступности, медицинскую помощь. На информацию, образование, пенсионное и социальное обеспечение и т.д. В частности, для обеспечения права на объективную информацию необходимо государственное присутствие в СМИ, а также система защиты от «субъективизма» СМИ.

Третья проблема – как организовать систему хозяйства. Основное – распределение полномочий между различными уровнями управленческой иерархии. Что относится к компетенции общегосударственных органов управления, что должно решаться на уровне отрасли или региона, что – на уровне предприятия, подразделения или отдельного работника? Какие решения вправе принять директор завода единолично, а какие – нет? Кто должен давать разрешение – трудовой коллектив или вышестоящая организация?

В СССР действовали две основные формы организаций – государственные и коллективные (колхозы, артели и др.). Промежуточной формой являются арендные предприятия, в которых принадлежащие государству основные фонды на определенных условиях предоставляются в пользование трудовому коллективу. Кроме того, достаточно большая доля национального дохода создавалась в результате индивидуальной деятельности, прежде всего на приусадебных участках.

Как построить хозяйство в будущей России? Каково должно быть соотношение государственных и «колхозных» предприятий? В частности, какова роль тех и других в торговле, в банковской деятельности? Как использовать конкуренцию между предприятиями для повышения качества работы и ускорения научно-технического прогресса и в то же время обеспечить социальную защиту «проигравшим» в конкурентной борьбе?

Как обеспечить возможность реализации инициатив работников и трудовых коллективов? Нужна соответствующая правовая база. Видимо, возможность создания своего малого предприятия должна быть обеспечена любому гражданину России.

Оптимальное построение организационно-экономического механизма управления в будущей России заслуживает подробного обсуждения, но уже не в рамках настоящего учебника.

Сколько богатых в России? Принятию обоснованных решений мешают распространенные мифы. Один из них проанализирован выше – миф о необходимости дальнейшего уменьшения роли государства в экономике России. Рассмотрим в качестве примера другой: «Политика, которую проводила и проводит государственная власть, сделала богатыми и очень богатыми 10-15% населения».

На самом деле доля богатых меньше по крайней мере в 100 раз. Их число измеряется долями процента от всего населения.

По официальным данным Министерства налогов и сборов представили налоговые декларации за 2000 г. на сумму не менее миллиона рублей всего лишь около 35 тысяч человек по всей России (это был последний год, когда все граждане со средними и большими доходами обязаны были представлять налоговые декларации). А что такое миллион рублей в год? Это по курсу Центрального Банка того времени около 33 тысяч долларов – чуть выше среднего заработка в США, годовой доход медсестры или учителя. Профессор американского университета или полицейский получают много больше.

Так что миллион рублей в год – это объективно не такой уже большой доход. Хотя, конечно, и не маленький. В московском метро развешаны объявления – заработок машиниста 10 тысяч рублей в месяц, т.е. 120 тысяч в год. Наверно, богатый – это тот, чей доход по крайней мере в 10 раз больше заработка квалифицированного рабочего. Итак, богатство начинается с годового дохода в один миллион рублей. Значит, в 2000 г. в России было 35 тысяч законопослушных богатых, т.е. примерно 0,05% от всех экономически активных граждан. (Правонарушителей, не представивших налоговые декларации, включать в их число нельзя. Иначе придется признать всю российскую экономику криминальной.)

Прибавим членов семей и тех, чей доход лишь несколько ниже миллиона. Получим, что прослойка «богатых и очень богатых» 150-200 тысяч человек. Это примерно 0,15% всего населения, а отнюдь не 10% (14 миллионов) или 15 процентов (21 миллион).

Полученная оценка подтверждается многими косвенными уликами. Например, в 2001 г. в Россию было ввезено около 500 легковых автомобилей марки «Мерседес». А ведь богатство ассоциируется с роскошной иномаркой…

Хотя в процентном отношении «богатых и очень богатых» весьма мало, но тем не менее их сотни тысяч, и этого достаточно для создания своей субкультуры, сети магазинов, казино и т.п. Перед Великой Октябрьской социалистической революцией помещиков было около 50 тысяч семей, и общая численность богачей была примерно такая же, как и сейчас. Средства массовой информации создают многократно преувеличенное представление о численности этого слоя. Потом специалисты по анализу предпочтений потребителей (маркетологи), проводя опросы, ищут и не находят «богатых и очень богатых»… Именно наша работа в маркетинговой фирме заставила разобраться в рассматриваемом вопросе.

Зачем был создан миф о значительном числе богачей? Во-первых, чтобы утвердить в массовом сознании представление об успехе «реформ». Во-вторых, чтобы внушить мысль о десятке-двух миллионов тех, кто стал «богатым и очень богатым» благодаря «реформам». Как следствие, возникает мысль о необходимости общественного договора между бедными и богатыми – нельзя полностью пренебречь интересами 10-15% населения. Рассматриваемый миф, конечно, способствует сохранению стабильности современного общества. Однако он мешает решать конкретные задачи принятия решений, экономического и государственного управления, маркетинга.

3.1.3. Декомпозиция задач принятия решения

Решать задачи по очереди. Естественным является желание разбить сложную задачу принятия решения на несколько, чтобы воспользоваться возможностью решать их по очереди.

Пример 1. Простейшим вариантом является дихотомическая схема для наглядного представления возможных решений [1]. Например, необходимо решить задачу: «Как встречать новый год?» На первом шаге надо выбрать одно из двух возможных решений:

1) остаться дома;

2) уехать.

В каждом из двух случаев возникает необходимость принять решения второго уровня. Так, в первом случае:

1.1) пригласить гостей:

1.2) не звать гостей.

Во втором случае:

2.1) уехать к родственникам или знакомым;

2.2) уехать в общедоступные места (отправиться в путешествие, пойти в клуб или ресторан и т.п.).

После двух шагов получили четыре возможных решения. Каждое из них, вообще говоря, предполагает дальнейшее деление. Так, например, вариант «пригласить гостей» приводит к дальнейшему обсуждению их списка. При этом могут сопоставляться различные варианты. Например, что предпочесть – гастрономические утехи за телевизором в хорошо знакомой компании или бурное обсуждение злободневных проблем или нравов далеких стран с интересными людьми, с которыми давно не встречались?

Вариант «остаться дома и не звать гостей» также имеет свои варианты. Можно проводить новогоднюю ночь в семейном кругу, и одна из решаемых задач – какую программу телевидения смотреть. А можно речь спать вскоре после полуночи, например, в случае болезни или после долгой тяжелой работы.

Вариант «уехать к родственникам или знакомым» также требует дальнейших решений. Поездка связана прежде всего с поддержанием родственных отношений или с желанием получить удовольствие? Какую пищу Вы предпочитаете – физическую или духовную (гастрономические утехи ли интересную беседу)?

Оставшийся четвертый вариант «уехать в общедоступные места» предполагает еще больше возможностей выбора. Можно остаться в своем городе, отправиться в другой город (например, из Москвы в Смоленск), выехать на природу (на горнолыжную базу, на курорт), пересечь границу. А тут возможностей масса – все страны, все континенты, можно покататься на слоне в Таиланде, искупаться в Атлантическом океане или побродить по Парижу.

Итак, рядовая задача принятия решения «Как встречать новый год?» при проработке превращается в выбор из невообразимого количества вариантов. При этом нет необходимости доходить до перечня конкретных вариантов (выехать 28 декабря таким-то поездом туда-то), поскольку решение, очевидно, принимается последовательно, и решение «остаться дома» делает ненужным рассмотрение всех туристических маршрутов.

Что дает нам декомпозиция решений? Пример 1 демонстрирует, как несколько принятых друг за другом решений позволяют справиться с многообразием вариантов. При принятии решений может использоваться весь арсенал теории принятия решений, такие понятия, как цели, критерии, ресурсы, риски и др. (см. главу 1.1), однако довольно часто решения принимаются на интуитивном уровне, без введения в обсуждение перечисленных понятий.

Дерево решений. Довольно часто удобно представить варианты графически. Обычно возможные решения представляют в виде одного из видов графов – дерева (рис.1). Строго говоря, это перевернутое дерево. Корнем является исходная задача – «Как встречать Новый год?» От него идут две ветви – к вариантам «Остаться дома» и

«Уехать». От этих вариантов, в свою очередь являющихся задачами принятия решений («Что делать, оставшись дома?» и «Куда уехать?»), ветки ведут к варрантам задач принятия решений следующего порядка.

Рис.1. Дерево решений – дихотомическая схема для наглядного представления возможных решений.

Пример 2. Приведем начало (корень) «Дерева решений проекта», использованного в практической работе.

Задача предприятия – производить качественные изделия из стекловолокна, т.к. растет потребность в утеплителях и расширяется рынок. Необходимо сделать выбор из двух вариантов:

1) работать на существующем оборудовании;

2) провести реконструкцию цеха.

При выборе первого варианта следует иметь в виду, что мощности оборудования не столь большие, чтобы обеспечить возросшую потребность (физический износ линии), а качество производимой продукции не соответствует международным требованиям (моральный износ линии). Поэтому следует ожидать, что даже в условиях ожидаемого повышенного спроса выпущенные на существующем оборудовании материалы не будут востребованы (реализация будет падать), соответственно мощность производства не будет расти.

При выборе второго варианта решения после реконструкции производительность увеличивается в 2 раза по сравнению с существующей технологической линией, качество выпускаемой предприятием продукции будет соответствовать международным требованиям, она сможет конкурировать с главными производителями стекловаты. Повысятся основные технико-экономические показатели. Однако существует определенный риск проекта, поскольку необходимы большие капитальные вложения (большая часть которых – из заемных источников).

Дальнейшее построение дерева решений здесь достаточно очевидно. От варианта «Работать на существующем оборудовании» пойдут линии к решениям, связанным с упрощением ассортимента выпускаемой продукции, поиском ниши рынка, готовой принимать продукцию более низкого качества, и т.д. Это – линия на выживание в условиях отставания от научно-технического прогресса, вплоть до ликвидации предприятия. В некоторых условиях ликвидация предприятия – это оптимальный выход.

От варианта «Провести реконструкцию цеха» пойдут линии двух типов – сначала «технологические», а затем «финансовые». Сначала надо выбрать конкретный вариант реконструкции и подготовить бизнес-план соответствующего инвестиционного проекта. Затем необходимо обеспечить финансовые поступления для выполнения этого инвестиционного проекта, обеспечив минимальный риск для предприятия. Здесь проблема – выбор кредиторов и заемщиков, заключение с ними договоров на приемлемых условиях.

Кроме последовательного принятия решений, декомпозиция задач принятия решений используется для «разделения проблем на части». При этом результатом декомпозиции является не выбор одного из большого числа вариантов, как при последовательном принятии решений, а представление решаемой задачи в виде совокупности более мелких задач, в пределе – таких задач, методы решения которых известны.

Пример 3. Рассмотрим проблему борьбы с транспортным шумом [1]. Целесообразно выделить следующие типы мероприятий:

1) мероприятия, связанные с источником шума;

2) мероприятия на месте проявления шума;

3) мероприятия на пути распространения шума;

4) мероприятия, относящиеся ко всей системе транспортных средств;

5) мероприятия, связанные с реконструкцией транспортной системы и разработкой способов ее технико-экономической оценки.

В отличие от примера 1, здесь не идет речь о том, чтобы выбрать один из вариантов решения. Наоборот, для эффективной борьбы с транспортным шумом необходимо использовать все ветви, все пять типов мероприятий.

Источник шума – это автомашина. Поэтому сразу выделяются три направления воздействия на ситуацию:

1.1) конструкция автомашины (включая регулировку ее узлов);

1.2) топливо;

1.3) дорога.

Непосредственная защита от шума может быть индивидуальная - шлемы, наушники, вставки в уши - беруши (от «берегите уши»). А может быть и коллективная (звуконепроницаемые оконные рамы, стены со звукоизоляцией). Поэтому мероприятия на месте проявления шума естественным образом делятся на два класса:

2.1) индивидуальная защита от шума;

2.2) подавление шума в зданиях.

Можно ослабить шум «по дороге». Хорошо известны различные способы для этого:

3.1) сооружение звукозащитных стен и экранов, отражающих звуковые волны в безопасных направлениях;

3.2) создание звукозащитных полос из деревьев и кустарников;

3.3.) противошумное расположение зданий на местности (как по расстоянию от источника шума, так и по ориентации зданий относительно него и друг друга.

Снижение шума возможно также с помощью различных мероприятий, относящихся ко всей системе транспортных средств. Речь идет о рациональной организации движения в рамках действующей транспортной системы. Эта рациональная организация осуществляется региональными властями административными и частично организационно-экономическими методами. Примерами подобных мероприятий являются:

4.1) направление транзитного транспорта в объезд крупных городов;

4.2) ограничение движения транспорта в определенные часы или по определенным улицам;

4.3) планирование движения транспорта – по времени, по скорости, по маршрутам.

Наконец, необходимо обсудить мероприятия, нацеленные на будущее. Они связаны с реконструкцией транспортных систем и разработкой способов ее технико-экономической оценки. Каков должен быть транспорт будущего? Ясно, что в нем должны быть предусмотрены меры, направленные на снижение шумовой нагрузки. Технико-экономическая оценка транспортных систем будущего должна определяться с учетом шумовой нагрузки. Выразим это как

5.1) шумоподавление в проектируемых и реконструируемых транспортных системах.

Таким образом, одна исходная задача породила 12 новых. Надо не выбирать одну из них, а решать все 12. Однако каждая из 12 является более конкретной, чем исходная. Ее легче решить (после дальнейшей декомпозиции), чем исходную.

Декомпозиция задач принятия решений «от ветвей к корню». До сих пор мы разбирали ситуации, когда задача принятия решения разбивалась на составляющие (с целю уточнения постановки и выбора одной из конкретных формулировок либо с целью разделить одну большую задачу на ряд более мелких). Рассмотрим теперь противоположный процесс, когда конкретные потребности бизнес-процессов организации порождают единый комплекс задач принятия решений.

Пример 4. Рассмотрим процесс декомпозиция задач принятия решений «от ветвей к корню» на примере формирования задач службы контроллинга организации. Для многих организаций актуальны следующие проблемы.

1) Отсутствие оперативной информации о производственных процессах требует внедрения на предприятии системы производственного учета.

2) Высокий уровень накладных расходов в общей сумме затрат заставляет заниматься выявлением мест возникновения «ненужных» затрат.

3) Излишне большая величина незавершенного производства влечет необходимость разработки системы управления заказами.

4) Отсутствует эффективный механизм контроля над деятельностью службы закупок. Имеется лишь эпизодический контроль со стороны руководства организации. Это обуславливает необходимость разработки организационно-экономического механизма, позволяющего контролировать уровень цен на закупаемые

материалы.

5) Накладные расходы планируются на предприятии по факту предыдущего периода. Это требует внедрения процесса бюджетирования.

6) Используемая система показателей недостаточна для управления предприятием. Следовательно, необходима разработка системы показателей финансово-хозяйственной, производственной и социальной деятельности предприятия.

7) У руководства предприятия отсутствует системное представление о деятельности предприятия. Для принятия обоснованных решений по управлению предприятием необходимо создание аналитической службы поддержки принятия таких решений.

Для решения семи перечисленных актуальных проблем принятия решений при управлении предприятием вытекает необходимость специальной интегрирующей службы – службы контроллинга. Вполне очевидно, что все «ветви» в рассматриваемой задаче декомпозиции направлены одному «корню», и этот «корень» описывает задачи принятия решений, поддерживаемые службой контроллинга [12,13].

До сих пор в процессе декомпозиции все задачи одного уровня считались равнозначными, весовые коэффициенты не вводились. Однако иногда оказывается полезным различные варианты рассматривать с теми или иными коэффициентами.

Пример 5. Необходимо разработать процедуру принятия решений, связанных с оценкой эффективности разрабатываемого медицинского прибора (магнитного сепаратора). Для вычисления обобщенного показателя качества и технического уровня подобных приборов естественно провести декомпозицию на три задачи принятия решений о трем группам показателей:

1) основные показатели назначения;

2) экономические условия потребления;

3) условия обслуживания.

Пусть X – оценка по первой группе показателей, Y – по второй, Z – по третьей. Первая оценка учитывается с весовым коэффициентом 0,6, вторая – 0,2, третья – также 0,2 (сумма трех весовых коэффициентов равна 1). Таким образом, обобщенный показатель качества и технического уровня медицинского прибора оценивается как

$$W = 0{,}6X + 0{,}2Y + 0{,}2Z.$$

На следующем шаге декомпозиции в каждой из трех групп выделяются единичные показатели качества и технического уровня. Так, для блока «основных показателей назначения» выделяют:

1.1) степень очистки $X(1)$,

1.2) время очистки $X(2)$,

1.3) масса субстрата $X(3)$,

1.4) вероятность повреждения здоровых клеток $X(4)$.

Им также приписывают весовые коэффициенты 0,44, 0,09, 0,18, 0,29 соответственно (сумма весовых коэффициентов равна 1). Поэтому оценка по основным показателям назначения вычисляется как

$$X = 0{,}44\, X(1) + 0{,}09\, X(2) + 0{,}18\, X(3) + 0{,}29\, X(4).$$

Для блока «экономические условия потребления» выделяют два единичных показателя:

2.1) методы сепарации $У(1)$

2.2) патентная чистота $У(2)$.

Им также приписывают весовые коэффициенты 0,74 и 0,26 соответственно (сумма весовых коэффициентов равна 1). Поэтому оценка по экономическим условиям потребления вычисляется как

$$У = 0{,}74У(1) + 0{,}26У(2).$$

Для блока «условия обслуживания» выделяют три единичных показателя:

3.1) режим работы $Z(1)$,

3.2.) эргономика $Z(2)$,

3.3) надежность $Z(3)$.

Им также приписывают весовые коэффициенты 0,55, 0,14 и 0,31 соответственно (сумма весовых коэффициентов равна 1). Поэтому оценка по блоку «условия обслуживания» вычисляется как

$$Z = 0{,}55Z(1) + 0{,}14Z(2) + 0{,}31Z(3).$$

Таким образом, описан алгоритм декомпозиции в задаче принятия решения относительно оценки эффективности медицинского прибора. Для вычисления обобщенного показателя качества и технического уровня необходимо получить оценки девяти единичных показателей. Обычно это делают с привлечением экспертов, сопоставляющих разрабатываемый прибор с отечественными и зарубежными аналогами. Применение подобных показателей продемонстрировано в подразделе 3.1.1 на примерах сумм баллов и взвешенных сумм баллов. Однако только здесь показано, как могут обоснованно строиться системы факторов на основе идеи декомпозиции.

Для нахождения весовых коэффициентов обычно используют оценки экспертов (см. главу 3.4). При этом для каждой группы показателей, а также при присвоении весов группам на верхнем уровне декомпозиции могут применяться свои экспертные процедуры и опрашиваться свои эксперты. Это важное преимущество рассматриваемой процедуры обеспечивается тем, что сумма весовых коэффициентов каждый раз равняется 1.

Дело в том, что из приведенных выше соотношений следует, что для вычисления обобщенного показателя качества и технического уровня можно использовать непосредственно оценки единичных показателей:

$$W = 0{,}6X + 0{,}2Y + 0{,}2Z = 0{,}6\,(0{,}44\,X(1) + 0{,}09\,X(2) + 0{,}18\,X(3) + 0{,}29\,X(4)) +$$

$$+ 0{,}2\,(0{,}74У(1) + 0{,}26У(2)) + 0{,}2\,(0{,}55Z(1) + 0{,}14Z(2) + 0{,}31Z(3)) =$$

$$= 0{,}264\,X(1) + 0{,}054X(2) + 0{,}108\,X(3) + 0{,}174X(4) +$$

$$+ 0{,}148У(1) + 0{,}052У(2) + 0{,}11Z(1) + 0{,}028Z(2) + 0{,}062(3).$$

Сумма итоговых девяти весовых коэффициентов, естественно, равна 1, поскольку так построена схема декомпозиции.

С первого взгляда может показаться рациональной оценка эти девять коэффициентов непосредственно (с помощью экспертов). В главе 3.4 критикуется такое предложение. Из сказанного выше также ясно, что пошаговый метод декомпозиции дает возможность более точно сопоставить весовые коэффициенты (отдельно внутри групп, отдельно группы между собой), чем это можно сделать при объединении всех единичных показателей вместе.

Рассмотренные выше способы усреднения значений единичных показателей – это фактически применение средних взвешенных арифметических для значений единичных показателей. Целесообразно обратить внимание на возможность применения иных видов средних величин. А также на подходы и результаты теории измерений, позволяющие выбирать наиболее адекватные виды средних величин в соответствии с используемыми шкалами измерения (см. главу 2.1).

В теории и практике принятия решений накоплено большое число различных методов подготовки и принятия решений, как относительно простых, так и основанных на изощренной математической технике. В дальнейших главах мы подробно рассмотрим методы принятия решений, основанных на оптимизационных, вероятностно-статистических и экспертных методах, а в следующей части познакомимся с методом моделирования и различными видами моделей, используемых в теории и практике принятия решений.

Литература

1. Науман Э. Принять решение – но как?: Пер. с нем. – М.: Мир, 1987. – 198 с.

2. Литвак Б.Г. Экспертные оценки и принятие решений. – М.: Патент,

1996. – 271 с.
3. Литвак Б.Г. Разработка управленческого решения. Учебник. – М.: Издательство «Дело», 2001. – 392 с.
4. Орлов А.И. Эконометрика. – М.: Экзамен, 2002. -576 с.
5. Эмсден А., Интрилигейтор М., Макинтайр Р., Тейлор Л. Стратегия эффективного перехода и шоковые методы реформирования российской экономики. – В сб.: Шансы российской экономики. – М.: Изд-во ТЕИС, 1997. – С.168-195.
6. Орлов А.И., Орлов А.А. Нобелевские лауреаты - за государственное регулирование экономики. – Журнал «Обозреватель - Observer», 1998, № 1 (96), с.44-46.
7. Валовой Д.В. Рыночная экономика. Возникновение, эволюция и сущность. – М.: ИНФРА-М, 1997. – 400 с.
8. Кара-Мурза С.Г. Советская цивилизация. Книга первая. От начала до Великой Победы. – М.: Алгоритм, 2001. -528 с.
9. Кара-Мурза С.Г. Советская цивилизация. Книга вторая. От Великой Победы до наших дней.. – М.: Алгоритм, 2001. -688 с.
10. Малиновский Л.Г. Какой видится экономика обновленного социализма? – Диалог. 2002. №6. С.28-32.
11. Менеджмент / Под ред. Ж.В.Прокофьевой. – М.: Знание, 2000. – 288 с.
12. Контроллинг в бизнесе. Методологические и практические основы построения контроллинга в организациях / А.М. Карминский, Н.И. Оленев, А.Г. Примак, С.Г.Фалько. - М.: Финансы и статистика, 1998. - 256 с.
13. Хан Д. Планирование и контроль: концепция контроллинга: Пер. с нем. - М.: Финансы и статистика, 1997. - 800 с.

Контрольные вопросы

1. Проведите первичную формализацию описания ситуации при гипотетическом переходе на новую работу.

2. Как бы Вы расставили баллы на месте Пети Иванова при принятии решения о выборе места работы?

3. Проведите оценку динамики развития отечественной промышленности за последние 15 лет.

4. Какие прогнозы и решения вытекают из динамики капиталовложений в основные фонды за последние годы?

5. Проведите декомпозицию задачи принятия решения при гипотетическом переходе на новую работу.

6. Почему метод декомпозиции является весьма полезным при решении многих задач принятия решений?

Темы докладов и рефератов

1. Роль матрицы портфеля Бостонской консалтинговой группы при принятии управленческих решений.

2. Введите веса факторов (исходя из своей индивидуальной экспертной оценки) и на основе данных табл.1 подраздела 3.1.1 решите задачу Пети Иванова об упорядочении по привлекательности возможных мест работы.

3. Возможные ошибочные управленческие решения на основе распространенных предрассудков.

4. Изменение роли государства в экономике за последние 200 лет и последствия этих изменений для принятия управленческих решений.

5. Классификация постановок задач декомпозиции в теории и практике принятия решений.

6. Использование весовых коэффициентов в задачах принятия решений.

7. Проблема агрегирования значений единичных показателей при принятии решений.

3.2. ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ ПРИ ПРИНЯТИИ РЕШЕНИЙ

3.2.1. Линейное программирование

Среди оптимизационных задач в теории принятия решений наиболее известны задачи линейного программирования, в которых максимизируемая функция $F(X)$ является линейной, а ограничения A задаются линейными неравенствами. Начнем с примера.

Производственная задача. Цех может производить стулья и столы. На производство стула идет 5 единиц материала, на производство стола - 20 единиц (футов красного дерева). Стул требует 10 человеко-часов, стол - 15. Имеется 400 единиц материала и 450 человеко-часов. Прибыль при производстве стула - 45 долларов США, при производстве стола - 80 долларов США. Сколько надо сделать стульев и столов, чтобы получить максимальную прибыль?

Обозначим: X_1 - число изготовленных стульев, X_2 - число сделанных столов. Задача оптимизации имеет вид:

$45\,X_1 + 80\,X_2 \to \max$,

$5\,X_1 + 20\,X_2 \le 400$,

$10\,X_1 + 15\,X_2 \le 450$,

$X_1 \ge 0$,

$X_2 \ge 0$.

В первой строке выписана целевая функция - прибыль при выпуске X_1 стульев и X_2 столов. Ее требуется максимизировать, выбирая оптимальные значения переменных X_1 и X_2 . При этом должны быть выполнены ограничения по материалу (вторая строчка) - истрачено не более 400 футов красного дерева. А также и ограничения по труду (третья строчка) - затрачено не более 450 часов. Кроме того, нельзя забывать, что число столов и число стульев неотрицательны. Если X_1 = 0, то это значит, что стулья не выпускаются. Если же хоть один стул сделан, то X_1 положительно. Но невозможно представить себе отрицательный выпуск - X_1 не может быть отрицательным с экономической точки зрения, хотя с математической точки зрения такого ограничения усмотреть нельзя. В четвертой и пятой строчках задачи и констатируется, что переменные неотрицательны.

Условия производственной задачи можно изобразить на координатной плоскости. Будем по горизонтальной оси абсцисс откладывать значения X_1 , а по вертикальной оси ординат - значения X_2 . Тогда ограничения по материалу и последние две строчки оптимизационной задачи выделяют возможные значения (X_1 , X_2) объемов выпуска в виде треугольника (рис.1).

Таким образом, ограничения по материалу изображаются в виде выпуклого многоугольника, конкретно, треугольника. Этот треугольник получается путем отсечения от первого квадранта примыкающей к началу координат зоны. Отсечение проводится прямой, соответствующей второй строке исходной задачи, с заменой неравенства на равенство. Прямая пересекает ось X_1, соответствующую стульям, в точке (80,0). Это означает, что если весь материал пустить на изготовление стульев, то будет изготовлено 80 стульев. Та же прямая пересекает ось X_2, соответствующую столам, в точке (0,20). Это означает, что если весь материал пустить на

0

(80,0)

изготовление столов, то будет изготовлено 20 столов. Для всех точек внутри треугольника выполнено неравенство, а не равенство - материал останется.

Аналогичным образом можно изобразить и ограничения по труду (рис.2).

Таким образом, ограничения по труду, как и ограничения по материалу, изображаются в виде треугольника. Этот треугольник также получается путем отсечения от первого квадранта примыкающей к началу координат зоны. Отсечение проводится прямой, соответствующей третьей строке исходной задачи, с заменой

$45\,?_1 + 80\,?_2 = 0$

$45\,?_1 + 80\,?_2 = 2200$

неравенства на равенство. Прямая пересекает ось X_1, соответствующую стульям, в точке (45,0). Это означает, что если все трудовые ресурсы пустить на изготовление стульев, то будет сделано 45 стульев. Та же прямая пересекает ось X_2, соответствующую столам, в точке (0,30). Это означает, что если всех рабочих поставить на изготовление столов, то будет сделано 30 столов. Для всех точек внутри треугольника выполнено неравенство, а не равенство - часть рабочих будет простаивать.

Мы видим, что очевидного решения нет - для изготовления 80 стульев есть материал, но не хватает рабочих рук, а для производства 30 столов есть рабочая сила, но нет материала, Значит, надо изготавливать и то, и другое. Но в каком соотношении?

Чтобы ответить на этот вопрос, надо "совместить" рис.1 и рис.2, получив область возможных решений, а затем проследить, какие значения принимает целевая функция на этом множестве (рис.3).

Таким образом, множество возможных значений объемов выпуска стульев и столов (X_1 , X_2), или, в других терминах, множество

A, задающее ограничения на параметр управления в общей оптимизационной задаче, представляет собой пересечение двух треугольников, т.е. выпуклый четырехугольник, показанный на рис.3. Три его вершины очевидны - это (0,0), (45,0) и (0,20). Четвертая - это пересечение двух прямых - границ треугольников на рис.1 и рис.2, т.е. решение системы уравнений

$$5\,X_1 + 20\,X_2 = 400\ ,$$

$$10\,X_1 + 15\,X_2 = 450\ .$$

Из первого уравнения: $5\,X_1 = 400 - 20\,X_2$, $X_1 = 80 - 4\,X_2$. Подставляем во второе уравнение:

$$10\,(80 - 4\,X_2) + 15\,X_2 = 800 - 40X_2 + 15\,X_2 = 800 - 25\,X_2 = 450,$$

следовательно, $25\,X_2 = 350$, $X_2 = 14$, откуда $X_1 = 80 - 4 \text{ x } 14 = 80 - 56 = 24$.

Итак, четвертая вершина четырехугольника - это (24, 14).

Надо найти максимум линейной функции на выпуклом многоугольнике. (В общем случае линейного программирования - максимум линейной функции на выпуклом многограннике, лежащем в конечномерном линейном пространстве.) Основная идея линейного программирования состоит в том, что максимум достигается в вершинах многоугольника. В общем случае - в одной вершине, и это - единственная точка максимума. В частном - в двух, и тогда отрезок, их соединяющий, тоже состоит из точек максимума.

Целевая функция $45\,X_1 + 80\,X_2$ принимает минимальное значение, равное 0, в вершине (0,0). При увеличении аргументов эта функция увеличивается. В вершине (24,14) она принимает значение 2200. При этом прямая $45\,X_1 + 80\,X_2 = 2200$ проходит между прямыми ограничений $5\,X_1 + 20\,X_2 = 400$ и $10\,X_1 + 15\,X_2 = 450$, пересекающимися в той же точке. Отсюда, как и из непосредственной проверки двух оставшихся вершин, вытекает, что максимум целевой функции, равный 2200, достигается в вершине (24,14).

Таким образом, оптимальный выпуск таков: 24 стула и 14 столов. При этом используется весь материал и все трудовые ресурсы, а прибыль равна 2200 долларам США.

Двойственная задача. Каждой задаче линейного программирования соответствует так называемая двойственная задача. В ней по сравнению с исходной задачей строки переходят в столбцы, неравенства меняют знак, вместо максимума ищется минимум (или наоборот, вместо минимума - максимум). Задача, двойственная к двойственной - эта сама исходная задача. Сравним исходную задачу (слева) и двойственную к ней (справа):

$45\,X_1 + 80\,X_2 \to \max$,	$400\,W_1 + 450\,W_2 \to \min$,
$5\,X_1 + 20\,X_2 \le 400$,	$5\,W_1 + 10\,W_2 \ge 45$,
$10\,X_1 + 15\,X_2 \le 450$,	$20\,W_1 + 15\,W_2 \ge 80$,
$X_1 \ge 0$,	$W_1 \ge 0$,
$X_2 \ge 0$.	$W_2 \ge 0$.

Почему двойственная задача столь важна? Можно доказать, что оптимальные значения целевых функций в исходной и двойственной задачах совпадают (т.е. максимум в исходной задаче совпадает с минимумом в двойственной). При этом оптимальные значения W_1 и W_2 показывают стоимость материала и труда соответственно, если их оценивать по вкладу в целевую функцию. Чтобы не путать с рыночными ценами этих факторов производства, W_1 и W_2 называют "объективно обусловленными оценками" сырья и рабочей силы.

Линейное программирование как научно-практическая дисциплина. Из всех задач оптимизации задачи линейного программирования выделяются тем, что в них ограничения - системы линейных неравенств или равенств. Ограничения задают выпуклые линейные многогранники в конечном линейном пространстве. Целевые функции также линейны.

Впервые такие задачи решались советским математиком Л.В. Канторовичем (1912-1986) в 1930-х годах как задачи производственного менеджмента с целью оптимизации организации производства и производственных процессов, например, процессов загрузки станков и раскройки листов материалов. После второй мировой войны аналогичными задачами занялись в США. В 1975 г. Т. Купманс (1910-1985, родился в Нидерландах, работал в основном в США) и академик АН СССР Л.В. Канторович были награждены Нобелевскими премиями по экономике.

Рассмотрим несколько типовых задач линейного программирования (см. также [1,2]).

Задача о диете (упрощенный вариант). Предположим для определенности, что необходимо составить самый дешевый рацион питания цыплят, содержащий необходимое количество определенных питательных веществ (для простоты, тиамина Т и ниацина Н).

Таблица 1.

Исходные данные в задаче об оптимизации смеси.

	Содержание в 1 унции *К*	Содержание в 1 унции *С*	Потребность
Вещество Т	0,10 мг	0,25 мг	1,00 мг
Вещество Н	1,00 мг	0,25 мг	5,00 мг
Калории	110,00	120,00	400,00
Стоимость 1 унции, в центах	3,8	4,2	

Пищевая ценность рациона (в калориях) должна быть не менее заданной. Пусть для простоты смесь для цыплят изготавливается из двух продуктов - *К* и *С*. Известно содержание тиамина и ниацина в этих продуктах, а. также питательная ценность *К* и *С* (в калориях). Сколько *К* и *С* надо взять для одной порции куриного корма, чтобы цыплята получили необходимую им дозу веществ Н и Т и калорий

(1)

(или больше), а стоимость порции была минимальна? Исходные данные для расчетов приведены в табл.1.

Задача линейного программирования имеет вид:

$3{,}8\,К + 4{,}2\,C \to \min$,

$0{,}10\,К + 0{,}25\,C \geq 1{,}00$,

$1{,}00\,К + 0{,}25\,C \geq 5{,}00$,

$110{,}00\,К + 120{,}00\,C \geq 400{,}00$,

$К \geq 0$,

$C \geq 0$.

Ее графическое решение представлено на рис.4.

C

Рис.4. Графическое решение задачи об оптимизации смеси.

На рис.4 ради облегчения восприятия четыре прямые обозначены номерами (1) - (4). Прямая (1) - это прямая $1{,}00\,К + 0{,}25\,C = 5{,}00$ (ограничение по веществу Н). Она проходит, как и показано на рисунке, через точки (5,0) на оси абсцисс и (0,20) на оси ординат. Обратите внимание, что допустимые значения параметров (К, *C*) лежат выше прямой (1) или на ней, в отличие от ранее рассмотренных случаев в предыдущей производственной задаче линейного программирования.

Прямая (2) - это прямая 110,00 K + 120,00 C = 400,00 (ограничение по калориям). Обратим внимание, что в области неотрицательных C она расположена всюду ниже прямой (1). Действительно, это верно при K=0, прямая (1) проходит через точку (0,20), а прямая (2) - через расположенную ниже точку (0, 400/120). Точка пересечения двух прямых находится при решении системы уравнений

$$1{,}00\ K + 0{,}25\ C = 5{,}00\ ,$$

$$110{,}00\ K + 120{,}00\ C = 400{,}00\ .$$

Из первого уравнения K = 5 - 0,25 C. Подставим во второе: 110 (5- 0,25 C) + 120 C = 400, откуда 550 - 27,5 C + 120 C = 400. Следовательно, 150 = - 92,5 C, т.е. решение достигается при отрицательном C. Это и означает, что при всех положительных C прямая (2) лежит ниже прямой (1). Значит, если выполнено ограничения по Н, то обязательно выполнено и ограничение по калориям. Мы столкнулись с новым явлением - некоторые ограничения с математической точки зрения могут оказаться лишними. С экономической точки зрения они необходимы, отражают существенные черты постановки задачи, но в данном случае внутренняя структура задачи оказалась такова, что ограничение по калориям не участвует в формировании допустимой области параметров и нахождении решения.

Прямая (4) - это прямая 0,1 K + 0,25 C = 1 (ограничение по веществу Т). Она проходит, как и показано на рисунке, через точки (10,0) на оси абсцисс и (0,4) на оси ординат. Обратите внимание, что допустимые значения параметров (K, C) лежат выше прямой (4) или на ней, как и для прямой (1).

Следовательно, область допустимых значений параметров (K, C) является неограниченной сверху. Из всей плоскости она выделяется осями координат (лежит в первом квадранте) и прямыми

(1) и (4) (лежит выше этих прямых, а также включает граничные отрезки). Область допустимых значений параметров, т.е. точек (K, C), можно назвать "неограниченным многоугольником". Минимум целевой функции 3,8 K + 4,2 C может достигаться только в вершинах этого "многоугольника". Вершин всего три. Это пересечения с осями абсцисс (10,0) и ординат (0,20) прямых (1) и (4) (в каждом случае из двух пересечений берется то, которое удовлетворяет обоим ограничениям). Третья вершина - это точка A пересечения прямых (1) и (4), координаты которой находятся при решении системы уравнений

$$0{,}10\,K + 0{,}25\,C = 1{,}00\ ,$$

$$1{,}00\,K + 0{,}25\,C = 5{,}00\ .$$

Из второго уравнения $K = 5 - 0{,}25\,C$, из первого $0{,}10\,(5 - 0{,}25\,C) + 0{,}25\,C = 0{,}5 - 0{,}025\,C + 0{,}25\,C = 0{,}5 + 0{,}225\,C = 1$, откуда $C = 0{,}5/0{,}225 = 20/9$ и $K = 5 - 5/9 = 40/9$. Итак, $A = (40/9;\ 20/9)$.

Прямая (3) на рис.4 - это прямая, соответствующая целевой функции 3,8 K + 4,2 C . Она проходит между прямыми (1) и (4), задающими ограничения, и минимум достигается в точке A, через которую и проходит прямая (3). Следовательно, минимум равен 3,8х40/9 + 4,2х20/9 = 236/9. Задача об оптимизации смеси полностью решена.

Двойственная задача, построенная по описанным выше правилам, имеет приведенный ниже вид (мы повторяем здесь и исходную задачу об оптимизации смеси, чтобы наглядно продемонстрировать технологию построения двойственной задачи):

$3{,}8\,K + 4{,}2\,C \to \min$,	$W_1 + 5\,W_2 + 400\,W_3 \to \max$,
$0{,}10\,K + 0{,}25\,C \geq 1{,}00$,	$0{,}1\,W_1 + 1{,}10\,W_2 + 110\,W_3 \leq 3{,}8$,
$1{,}00\,K + 0{,}25\,C \geq 5{,}00$,	$0{,}25W_1 + 0{,}25\,W_2 + 120\,W_3 \leq 4{,}2$,
$110{,}00\,K + 120{,}00\,C \geq 400{,}00$,	$W_1 \geq 0$,
$K \geq 0$,	$W_2 \geq 0$,

$C \geq 0$. $W_3 \geq 0$.

Минимальное значение в прямой задаче, как и должно быть, равно максимальному значению в двойственной задаче, т.е. оба числа равны 236/9. Интерпретация двойственных переменных: W_1 - "стоимость" единицы вещества Т, а W_2 - "стоимость" единицы вещества Н, измеренные "по их вкладу" в целевую функцию. При этом W_3 = 0, поскольку ограничение на число калорий никак не участвует в формировании оптимального решения. Итак, W_1 , W_2 , W_3 - это т.н. объективно обусловленные оценки (по Л.В. Канторовичу) ресурсов (веществ Т и Н, калорий).

Планирование номенклатуры и объемов выпуска. Вернемся к организации производства. Предприятие может выпускать автоматические кухни (вид кастрюль), кофеварки и самовары [2]. В табл.2 приведены данные о производственных мощностях, имеющихся на предприятии (в штуках изделий).

Таблица 2.

Производственные мощности (в шт.)

	Кухни	Кофеварки	Самовары
Штамповка	20000	30000	12000
Отделка	30000	10000	10000
Сборка	20000	12000	8000
Объем выпуска	X_1	X_2	X_3
Удельная прибыль (на одно изделие)	15	12	14

При этом штамповка и отделка проводятся на одном и том же оборудовании. Оно позволяет штамповать за заданное время или 20000 кухонь, либо 30000 кофеварок, либо и то, и другое, не в меньшем количестве. А вот сборка проводится на отдельных участках.

Задача линейного программирования имеет вид:

$X_1 \geq 0$, $X_2 \geq 0$, $X_3 \geq 0$, (0)

X_1 / 200 + X_2 / 300 + X_3 / 120 $\leq$ 100 , (1)

X_1 / 300 + X_2 / 100 + X_3 / 100 $\leq$ 100 , (2)

X_1 / 200 $\leq$ 100 , (3)

X_2 / 120 $\leq$ 100 , (4)

X_3 / 80 $\leq$ 100 , (5)

$F = 15\ X_1 + 12\ X_2 + 14\ X_3 \to \max$.

Здесь:

(0) - обычное в экономике условие неотрицательности переменных,

(1) - ограничение по возможностям штамповки (выраженное для облегчения восприятия в процентах),

(2) - ограничение по возможностям отделки,

(3) - ограничение по сборке для кухонь,

(4) - то же для кофемолок,

(5) - то же для самоваров (как уже говорилось, все три вида изделий собираются на отдельных линиях).

Наконец, целевая функция F - общая прибыль предприятия.

Заметим, что неравенство (3) вытекает из неравенства (1), а неравенство (4) - из (2). Поэтому неравенства (3) и (4) можно из формулировки задачи линейного программирования ислючить.

Отметим сразу любопытный факт. Как будет установлено, в оптимальном плане $X_3 = 0$, т.е. самовары выпускать невыгодно.

Методы решения задач линейного программирования. Методы решения задач линейного программирования относятся к вычислительной математике, а не к экономике. Однако экономисту полезно знать о свойствах интеллектуального инструмента, которым он пользуется.

С ростом мощности компьютеров необходимость применения изощренных математических методов снижается, поскольку во многих случаях время счета перестает быть лимитирующим фактором, оно весьма мало (доли секунд). Поэтому разберем лишь три метода.

Простой перебор. Возьмем некоторый многомерный параллелепипед, в котором лежит многогранник, задаваемый ограничениями. Как его построить? Например, если имеется ограничение типа $2X_1 + 5X_2 \leq 10$, то, очевидно, $0 \leq X_1 \leq 10/2 = 5$ и $0 \leq X_2 \leq 10/5 = 2$. Аналогичным образом от линейных ограничений общего вида можно перейти к ограничениям на отдельные переменные. Остается взять максимальные границы по каждой переменной. Если многогранник, задаваемый ограничениями, неограничен, как было в задаче о диете, можно похожим, но несколько более сложным образом выделить его "обращенную" к началу координат часть, содержащую решение, и заключить ее в многомерный параллелепипед.

Проведем перебор точек параллелепипеда с шагом $1/10^n$ последовательно при n=2,3,…, вычисляя значения целевой функции и проверяя выполнение ограничений. Из всех точек, удовлетворяющих ограничениям, возьмем ту, в которой целевая функция максимальна. Решение найдено! (Более строго выражаясь, найдено с точностью до $1/10^n$.)

Направленный перебор. Начнем с точки, удовлетворяющей ограничениям (ее можно найти простым перебором). Будем последовательно (или случайно – с помощью т.н. метода случайного поиска) менять ее координаты на определенную величину Δ, каждый раз в точку с более высоким значением целевой функции. Если выйдем на плоскость ограничения, будем двигаться по ней (находя одну из координат по уравнению ограничения). Затем движение по ребру (когда два ограничения-неравенства переходят в равенства)… Остановка - в вершине линейного многогранника. Решение найдено!

(Более строго выражаясь, найдено с точностью до Δ. Если необходимо, в окрестности найденного решения проводим направленный перебор с шагом Δ/2 , Δ/4 и т.д.)

Симплекс-метод. Этот один из первых специализированных методов оптимизации, нацеленный на решение задач линейного программирования, в то время как методы простого и направленного перебора могут быть применены для решения практически любой задачи оптимизации. Симплекс-метод был предложен американцем Г. Данцигом в 1951 г. Основная его идея состоит в продвижении по выпуклому многограннику ограничений от вершины к вершине, при котором на каждом шаге значение целевой функции улучшается до тех пор, пока не будет достигнут оптимум. Разберем пример на основе данных табл.2.

Рассмотрим задачу линейного программирования, сформулированную выше при рассмотрении оптимизации номенклатуры и объемов выпуска:

$$F = 15\,X_1 + 12\,X_2 + 14\,X_3 \rightarrow \max .$$

$$X_1 / 200 + X_2 / 300 + X_3 / 120 \leq 100 ,$$

$$X_1 / 300 + X_2 / 100 + X_3 / 100 \leq 100 ,$$

$$X_3 / 80 \leq 100 .$$

Неотрицательность переменных не будем специально указывать, поскольку в задачах линейного программирования это предположение всегда принимается.

В соответствии с симплекс-методом введем т.н. "свободные переменные" X_4, X_5, X_6, соответствующие недоиспользованным мощностям, т.е. от системы неравенств перейдем к системе уравнений:

$$X_1 / 200 + X_2 / 300 + X_3 / 120 + X_4 = 100 ,$$

$$X_1 / 300 + X_2 / 100 + X_3 / 100 + X_5 = 100 ,$$

$$X_3 / 80 + X_6 = 100 ,$$

$15\,X_1 + 12\,X_2 + 14\,X_3 = F$.

У этой системы имеется очевидное решение, соответствующее одной из вершин многогранника допустимых значений переменных:

$X_1 = X_2 = X_3 = 0,\ X_4 = X_5 = X_6 = 100,\ F = 0.$

В терминах исходной задачи это означает, что ничего не надо выпускать. Такое решение приемлемо только на период летних отпусков.

В соответствии с симплекс-методом выбираем переменную, которая входит в целевую функцию F с самым большим положительным коэффициентом. Это X_1 .

Сравниваем частные от деления свободных членов в первых трех уравнениях на коэффициенты при только что выбранной переменной X_1:

100 / (1/200) = 20000, 100 / (1/300) =30000, 100/0 = + ∞ .

Выбираем строку из системы уравнений, которой соответствует минимальное из всех положительных отношений. В рассматриваемом примере - это первая строка, которой соответствует отношение 20000.

Умножим первую строку на 200, чтобы получить X_1 с единичным коэффициентом:

$X_1 + 2/3\,X_2 + 2/1{,}2\,X_3 + 200\,X_4 = 20000$.

Затем умножим вновь полученную строку на (-1/300) и сложим со второй строкой, чтобы исключить член с X_1, получим

$7/900\,X_2 + 4/900\,X_3 - 2/3\ X_4 + X_5 = 100/3.$

Ту же преобразованную первую строку умножим на (-15) и сложим со строкой, в правой части которой стоит F, получим:

$2\,X_2 - 11\,X_3 - 3000\,X_4 = F - 300000.$

В результате система уравнений преобразуется к виду, в котором переменная X_1 входит только в первое уравнение:

X_1 + 2/3 X_2 + 2/1,2 X_3 + 200 X_4 = 20000 ,

7/900 X_2 + 4/900 X_3 - 2/3 X_4 + X_5 = 100/3,

X_3 / 80 + X_6 = 100 ,

2 X_2 - 11 X_3 - 3000 X_4 = F - 300000.

Очевидно, у новой системы имеется улучшенное по сравнению с исходным решение, соответствующее другой вершине выпуклого многогранника в шестимерном пространстве:

X_1 = 20000, X_2 = X_3 = X_4 = 0, X_5 = 100/3, X_6 = 100, F = 300000.

В терминах исходной задачи это решение означает, что надо выпускать только кухни. Такое решение приемлемо, если допустимо выпускать только один вид продукции.

Повторим описанную выше операцию. В строке с F имеется еще один положительный коэффициент - при X_2 (если бы положительных коэффициентов было несколько - мы взяли бы максимальный из них). На основе коэффициентов при X_2 (а не при X_1, как в первый раз) образуем частные от деления соответствующих свободных членов на эти коэффициенты:

20000 / (2/3) = 30000, (100/3) / (7/900) = 30000/7, 100/0 = + ∞.

Таким образом, нужно выбрать вторую строку, для которой имеем наименьшее положительное отношение 30000/7. Вторую строку умножим на 900/7 (чтобы коэффициент при X_2 равнялся 1). Затем добавим обновленную строку ко всем строкам, содержащим X_2, предварительно умножив их на подходящие числа, т.е. такие, чтобы все коэффициенты при X_2 стали бы после сложения равны 0, за исключением коэффициента второй строки, который уже стал равняться 1. Получим систему уравнений:

X_1 + 9/7 X_3 + 1800/7 X_4 - 600/7 X_5 = 120000/7 ,

X_2 + 4/7 X_3 - 600/7 X_4 + 900/7 X_5 = 30000/7,

$$X_3 / 80 \qquad\qquad\qquad\qquad + \quad X_6 = 100\ ,$$

$$- 85/7\, X_3 - 19800/7\, X_4 - 1800/7\, X_5 \quad = F - 308571.$$

Поскольку все переменные неотрицательны, то из последнего уравнения следует, что прибыль F достигает своего максимального значения, равного 308571, при $X_3 = X_4 = X_5 = 0$. Из остальных уравнений следует, что при этом X_1 = 120000/7 = 17143, X_2 = 30000/7 = 4286, X_6 = 100. Поскольку в строке с F не осталось ни одного положительного коэффициента при переменных, то алгоритм симплекс-метода закончил свою работу, оптимальное решение найдено.

Практические рекомендации таковы: надо выпустить 17143 кухни, вчетверо меньше, т.е. 4286, кофемолок, самоваров не выпускать вообще. При этом прибыль будет максимальной и равной 308571. Все производственное оборудование будет полностью загружено, за исключением линии по сборке самоваров.

Транспортная задача. Различные технико-экономические и экономические задачи производственного менеджмента, от оптимальной загрузки станка и раскройки стального листа или полотна ткани до анализа межотраслевого баланса и оценки темпов роста экономики страны в целом, приводят к необходимости решения тех или иных задач линейного программирования. В книге [1] приведен обширный перечень публикаций, посвященный многочисленным применениям линейного программирования в металлургии, угольной, химической, нефтяной, бумажной и прочих отраслях промышленности, в проблемах транспорта и связи, планирования производства, конструирования и хранения продукции, сельском хозяйстве, в научных исследованиях, в том числе экономических, и даже при регулировании уличного движения.

В качестве очередного примера рассмотрим т.н. транспортную задачу. Имеются склады, запасы на которых известны. Известны потребители и объемы их потребностей. Необходимо доставить товар со складов потребителям. Можно по-разному организовать "прикрепление" потребителей к складам, т.е. установить, с какого склада какому потребителю и сколько вести. Кроме того, известна стоимость доставки единицы товара с определенного склада определенному потребителю. Требуется минимизировать издержки по перевозке.

Например, может идти речь о перевозке песка - сырья для производства кирпичей. В Москву песок обычно доставляется самым дешевым транспортом - водным. Поэтому в качестве складов можно рассматривать порты, а в качестве запасов - их суточную пропускную способность. Потребителями являются кирпичные заводы, а их потребности определяются суточным производством (в соответствии с имеющимися заказами). Для доставки необходимо загрузить автотранспорт, проехать по определенному маршруту и разгрузить его. Стоимость этих операций рассчитывается по известным правилам, на которых не имеет смысла останавливаться. Поэтому затраты на доставку товара с определенного склада тому или иному потребителю можно считать известными.

Рассмотрим пример транспортной задачи, исходные данные к которой представлены в табл. 3.

В табл.3, кроме объемов потребностей и величин запасов, приведены стоимости доставки единицы товара со склада i, i = 1,2,3, потребителю j, j = 1,2,3,4. Например, самая дешевая доставка - со склада 2 потребителям 1 и 3, а также со склада 3 потребителю 2. Однако на складе 2 имеется 80 единиц товара, а потребителям 1 и 3 требуется 50+70 =120 единиц, поэтому к ним придется вести товар и с других складов. Обратите внимание, что в табл.3 запасы на складах равны суммарным потребностям. Для примера с доставкой песка кирпичным заводам это вполне естественное ограничение - при невыполнении такого ограничения либо порты будут засыпаны горами песка, либо кирпичные заводы не выполнят заказы.

Таблица 3.

Исходные данные к транспортной задаче.

	Потребитель 1	Потребитель 2	Потребитель 3	Потребитель 4	Запасы на складах
Склад 1	2	5	5	5	60
Склад 2	1	2	1	4	80
Склад 3	3	1	5	2	60
Потребности	50	40	70	40	200

Надо спланировать перевозки, т.е. выбрать объемы X_{ij} поставок товара со склада i потребителю j, где $i = 1,2,3$; $j = 1,2,3,4$. Таким образом, всего в задаче имеется 12 переменных. Они удовлетворяют двум группам ограничений. Во-первых, заданы запасы на складах:

$$X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} = 60,$$

$$X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} = 80,$$

$$X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} = 60.$$

Во-вторых, известны потребности клиентов:

$$X_{11} + X_{21} + X_{31} = 50,$$

$$X_{12} + X_{22} + X_{32} = 40,$$

$$X_{13} + X_{23} + X_{33} = 70,$$

$$X_{14} + X_{24} + X_{34} = 40.$$

Итак, всего 7 ограничений типа равенств. Кроме того, все переменные неотрицательны - еще 12 ограничений.

Целевая функция - издержки по перевозке, которые необходимо минимизировать:

$$F = 2X_{11} + 5X_{12} + 4X_{13} + 5X_{14} + X_{21} + 2X_{22} + X_{23} + 4X_{24} +$$

$$+ \ +3X_{31} + X_{32} + 5X_{33} + 2X_{34} \rightarrow \min.$$

Кроме обсуждаемой, рассматриваются также различные иные варианты транспортной задачи. Например, если доставка производится вагонами, то объемы поставок должны быть кратны вместимости вагона.

Количество переменных и ограничений в транспортной задаче таково, что для ее решения не обойтись без компьютера и соответствующего программного продукта.

3.2.2. Целочисленное программирование

Задачи оптимизации, в которых переменные принимают целочисленные значения, относятся к целочисленному программированию. Рассмотрим несколько таких задач.

Задача о выборе оборудования. На приобретение оборудования для нового участка цеха выделено 20000 долларов США. При этом можно занять площадь не более 38 м^2. Имеется возможность приобрести станки типа А и станки типа Б. При этом станки типа А стоят 5000 долларов США, занимают площадь 8 м^2 (включая необходимые технологические проходы) и имеют производительность 7 тыс. единиц продукции за смену. Станки типа Б стоят 2000 долларов США, занимают площадь 4 м^2 и имеют производительность 3 тыс. единиц продукции за смену. Необходимо рассчитать оптимальный вариант приобретения оборудования, обеспечивающий при заданных ограничениях максимум общей производительности участка.

Пусть Х - количество станков типа А, а У - количество станков типа Б, входящих в комплект оборудования. Требуется выбрать комплект оборудования так, чтобы максимизировать производительность C участка (в тыс. единиц за смену):

$$C = 7\,X + 3\,У \rightarrow \max .$$

При этом должны быть выполнены следующие ограничения:

по стоимости (в тыс. долларов США)

$$5X + 2У \leq 20,$$

по занимаемой площади (в м^2)

$$8X + 4У \leq 38,$$

а также вновь появляющиеся специфические ограничения по целочисленности, а именно,

$$X \geq 0,\ У \geq 0,\ X \text{ и } У \text{ - целые числа.}$$

Сформулированная математическая задача отличается от задачи линейного программирования только последним условием целочисленности. Однако наличие этого условия позволяет (в данном конкретном случае) легко решить задачу перебором. Действительно, как ограничение по стоимости, так и ограничение по площади дают, что $X \leq 4$. Значит, X может принимать лишь одно из 5 значений: 0, 1, 2, 3, 4.

Если $X = 4$, то из ограничения по стоимости следует, что $У = 0$, а потому $C = 7X = 28$.

Если $X= 3$, то из первого ограничения вытекает, что $У \leq 2$, из второго $У \leq 3$. Значит, максимальное C при условии выполнения ограничений достигается при $У =2$, а именно $C = 21 + 6 = 27$.

Если $X= 2$, то из первого ограничения следует, что $У \leq 5$, из второго также $У \leq 5$. Значит, максимальное C при условии выполнения ограничений достигается при $У =5$, а именно $C = 14 + 15 = 29$.

Если $X= 1$, то из первого ограничения имеем $У \leq 7$, из второго также $У \leq 7$. Значит, максимальное C при условии выполнения ограничений достигается при $У = 7$, а именно $C = 7 + 21 = 28$.

Если $X= 0$, то из первого ограничения вытекает $У \leq 10$, из второго $У \leq 9$. Значит, максимальное C при условии выполнения ограничений достигается при $У = 9$, а именно, $C = 27$.

Все возможные случаи рассмотрены. Максимальная производительность $C = 29$ (тысяч единиц продукции за смену) достигается при Х = 2, $У$ = 5. Следовательно, надо покупать 2 станка типа А и 5 станков типа Б.

Задача о ранце. Общий вес ранца заранее ограничен. Какие предметы положить в ранец, чтобы общая полезность отобранных предметов была максимальна? Вес каждого предмета известен.

Есть много эквивалентных формулировок. Например, можно вместо ранца рассматривать космический аппарат – спутник Земли, а в качестве предметов - научные приборы. Тогда задача интерпретируется как отбор приборов для запуска на орбиту. Правда, при этом предполагается решенной предварительная задача - оценка сравнительной ценности исследований, для которых нужны те или иные приборы.

С точки зрения экономики предприятия и организации производства более актуальна другая интерпретация задачи о ранце, в которой в качестве «предметов» рассматриваются заказы (или варианты выпуска партий тех или иных товаров), в качестве полезности – прибыль от выполнения того или иного заказа, а в качестве веса – себестоимость заказа.

Перейдем к математической постановке. Предполагается, что имеется n предметов, и для каждого из них необходимо решить, класть его в ранец или не класть. Для описания решения вводятся булевы переменные X_k , $k = 1,2,\ldots, n$ (т.е. переменные, принимающие два значения, а именно, 0 и 1). При этом $X_k = 1$, если предмет размещают в ранце, и $X_k = 0$, если нет, $k = 1,2,\ldots, n$. Для каждого предмета известны две константы: A_k - вес k-го предмета, и C_k - полезность k-го предмета, $k = 1,2,\ldots, n$. Максимально возможную вместимость ранца обозначим B. Оптимизационная задача имеет вид

$$C_1X_1 + C_2X_2 + C_3X_3 + \ldots + C_nX_n \to \max ,$$

$$A_1X_1 + A_2X_2 + A_3X_3 + \ldots + A_nX_n \le B.$$

В отличие от предыдущих задач, управляющие параметры X_k ,

k = 1,2,…, n , принимают значения из множества, содержащего два элемента - 0 и 1.

К целочисленному программированию относятся задачи размещения (производственных объектов), теории расписаний, календарного и оперативного планирования, назначения персонала и т.д. (см., например, монографию [2]).

Укажем два распространенных метода решения задач целочисленного программирования

Метод приближения непрерывными задачами. В соответствии с ним сначала решается задача линейного программирования без учета целочисленности, а затем в окрестности оптимального решения ищутся целочисленные точки.

Методы направленного перебора. Из них наиболее известен метод ветвей и границ. Суть метода такова. Каждому подмножеству X множества возможных решений X_0 ставится в соответствие число - "граница" $A(X)$. При решении задачи минимизации необходимо, чтобы $A(X_1) \geq A(X_2)$, если X_1 входит в X_2 или совпадает с X_2.

Каждый шаг метода ветвей и границ состоит в делении выбранного на предыдущем шаге множества X_C на два - X_{1C} и X_{2C}. При этом пересечение X_{1C} и X_{2C} пусто, а их объединение совпадает с X_C. Затем вычисляют границы $A(X_{1C})$ и $A(X_{2C})$ и выделяют "ветвь" X_{C+1} - то из множеств X_{1C} и X_{2C}, для которого граница меньше. Алгоритм прекращает работу, когда диаметр вновь выделенной ветви оказывается меньше заранее заданного малого числа

Для каждой конкретной задачи целочисленного программирования (другими словами, дискретной оптимизации) метод ветвей и границ реализуется по-своему. Есть много модификаций этого метода.

3.2.3. Теория графов и оптимизация

???.5. ??????? ??????.

Один из разделов дискретной математики, часто используемый при принятии решений - теория графов (см., например, учебные пособия [3,4]). Граф - это совокупность точек, называемых вершинами графа, некоторые из которых соединены дугами (дуги назыыают также ребрами). Примеры графов приведены на рис.5.

На только что введенное понятие графа "навешиваются" новые свойства. Исходному объекту приписывают новые качества. Например, вводится и используется понятие ориентированного графа. В таком графе дуги имеют стрелки, направленные от одной вершины к другой. Примеры ориентированных графов даны на рис.6.

Рис.6. Примеры ориентированных графов.

Ориентированный граф был бы полезен, например, для иллюстрации организации перевозок в транспортной задаче. В экономике дугам ориентированного или обычного графа часто приписывают числа, например, стоимость проезда или перевозки груза из пункта А (начальная вершина дуги) в пункт Б (конечная вершина дуги).

Рассмотрим несколько типичных задач принятия решений, связанных с оптимизацией на графах.

Задача коммивояжера. Требуется посетить все вершины графа и вернуться в исходную вершину, минимизировав затраты на проезд (или минимизировав время).

Исходные данные здесь - это граф, дугам которого приписаны положительные числа - затраты на проезд или время, необходимое для продвижения из одной вершины в другую. В общем случае граф является ориентированным, и каждые две вершины соединяют две дуги - туда и обратно. Действительно, если пункт А расположен на горе, а пункт Б - в низине, то время на проезд из А в Б, очевидно, меньше времени на обратный проезд из Б в А.

Многие постановки экономического содержания сводятся к задаче коммивояжера. Например:

- составить наиболее выгодный маршрут обхода наладчика в цехе (контролера, охранника, милиционера), отвечающего за должное функционирование заданного множества объектов (каждый из этих объектов моделируется вершиной графа);

- составить наиболее выгодный маршрут доставки деталей рабочим или хлеба с хлебозавода по заданному числу булочных и других торговых точек (парковка у хлебозавода).

Задача о кратчайшем пути. Как кратчайшим путем попасть из одной вершины графа в другую? В терминах производственного менеджмента: как кратчайшим путем (и, следовательно, с наименьшим расходом топлива и времени, наиболее дешево) попасть из пункта А в пункт Б? Для решения этой задачи каждой дуге ориентированного графа должно быть сопоставлено число - время

4

движения по этой дуге от начальной вершины до конечной. Рассмотрим пример (рис.7).

5 1

2 3

1

Рис.7. Исходные данные к задаче о кратчайшем пути.

Ситуацию можно описать не только ориентированным графом с весами, приписанными дугам, но и таблицей (табл.7). В этой таблице двум вершинам – началу пути и концу пути – ставится в соответствие время в пути. В табл.7 рассматриваются пути без промежуточных остановок. Более сложные маршруты составляются из элементарных отрезков, перечисленных в табл.4.

Таблица 4.

Исходные данные к задаче о кратчайшем пути.

Начало дуги	Конец дуги	Время в пути
1	2	7
1	3	1
2	4	4
2	6	1
3	2	5
3	5	2
3	6	3
5	2	2
5	4	5
6	5	3

Спрашивается в задаче: как кратчайшим путем попасть из вершины 1 в вершину 4?

Решение. Введем обозначение: $C(T)$ - длина кратчайшего пути из вершины 1 в вершину T. (Поскольку любой путь, который надо рассмотреть, состоит из дуг, а дуг конечное число, и каждая входит не более одного раза, то претендентов на кратчайший путь конечное число, и минимум из конечного числа элементов всегда достигается.) Рассматриваемая задача состоит в вычислении $C(4)$ и указании пути, на котором этот минимум достигается.

Для исходных данных, представленных на рис.7 и в табл.4, в вершину 3 входит только одна стрелка, как раз из вершины 1, и около этой стрелки стоит ее длина, равная 1, поэтому $C(3) = 1$. Кроме того, очевидно, что $C(1) = 0$.

В вершину 4 можно попасть либо из вершины 2, пройдя путь, равный 4, либо из вершины 5, пройдя путь, равный 5. Поэтому справедливо соотношение

$C(4) = \min \{C(2) + 4; C(5) + 5\}$.

Таким образом, проведена реструктуризация (упрощение) задачи - нахождение C(4) сведено к нахождению C(2) и $C(5)$.

В вершину 5 можно попасть либо из вершины 3, пройдя путь, равный 2, либо из вершины 6, пройдя путь, равный 3. Поэтому справедливо соотношение

$C(5) = \min \{C(3) + 2; C(6) + 3\}$.

Мы знаем, что $C(3) = 1$. Поэтому

$C(5) = \min \{3; C(6) + 3\}$.

Поскольку очевидно, что C(6) - положительное число, то из последнего соотношения вытекает, что $C(5) = 3$.

В вершину 2 можно попасть либо из вершины 1, пройдя путь, равный 7, либо из вершины 3, пройдя путь, равный 5, либо из вершины 5, пройдя путь, равный 2. Поэтому справедливо соотношение

$C(2) = \min \{C(1) + 7; C(3) + 5; C(5) + 2\}$.

Нам известно, что C(1) = 0, $C(3) = 1$, $C(5) = 3$. Поэтому

$C(2) = \min \{0 + 7; 1 + 5; 3 + 2\} = 5.$

Теперь мы можем найти $C(4)$:

$C(4) = \min \{C(2) + 4; C(5) + 5\} = \min \{5 + 4; 3 + 5\} = 8.$

Таким образом, длина кратчайшего пути равна 8. Из последнего соотношения ясно, что в вершину 4 надо идти через вершину 5. Возвращаясь к вычислению $C(5)$, видим, что в вершину 5 надо идти через вершину 3. А в вершину 3 можно попасть только из вершины 1. Итак, кратчайший путь таков:

$1 \to 3 \to 5 \to 4$.

Задача о кратчайшем пути для конкретных исходных данных (рис.7 и табл.4) полностью решена.

Оптимизационные задачи на графах, возникающие при подготовке управленческих решений в производственном менеджменте, весьма многообразны. Рассмотрим в качестве примера еще одну задачу, связанную с перевозками.

Задача о максимальном потоке. Как (т.е. по каким маршрутам) послать максимально возможное количество грузов из начального пункта в конечный пункт, если пропускная способность путей между пунктами ограничена?

Для решения этой задачи каждой дуге ориентированного графа, соответствующего транспортной системе, должно быть сопоставлено число - пропускная способность этой дуги. Рассмотрим пример (рис.8).

Рис.8. Исходные данные к задаче о максимальном потоке

Исходные данные о транспортной системе, например, внутризаводской, приведенные на рис.8, можно также задать таблицей (табл.5).

Решение задачи о максимальном потоке может быть получено из следующих соображений.

Очевидно, максимальная пропускная способность транспортной системы не превышает 6, поскольку не более 6 единиц грузов можно направить из начального пункта 0, а именно, 2 единицы в пункт 1, 3 единицы в пункт 2 и 1 единицу в пункт 3.

Таблица 5.

Исходные данные к задаче о максимальном потоке

Пункт отправления	Пункт назначения	Пропускная способность
0	1	2
0	2	3
0	3	1
1	2	4
1	3	1
1	4	3
2	3	1
2	4	2
3	4	2

Далее надо добиться, чтобы все 6 вышедших из пункта 0 единиц груза достигли конечного пункта 4. Очевидно, 2 единицы груза, пришедшие в пункт 1, можно непосредственно направить в пункт 4. Пришедшие в пункт 2 грузы придется разделить: 2 единицы сразу направить в пункт 4, а 1 единицу - в промежуточный пункт 3 (из-за ограниченной пропускной способности участка между пунктами 2 и 4). В пункт 3 доставлены такие грузы: 1 единица из пункта 0 и 1 единица из пункта 2. Их направляем в пункт 4.

Итак, максимальная пропускная способность рассматриваемой транспортной системы - 6 единиц груза. При этом не используются внутренние участки (ветки) между пунктами 1 и 2, а также между пунктами 1 и 3. Не догружена ветка между пунктами 1 и 4 - по ней направлены 2 единицы груза при пропускной способности в 3 единицы.

Решение можно представить в виде таблицы (табл.6).

Таблица 6.

Решение задачи о максимальном потоке

Пункт отправления	Пункт назначения	План перевозок	Пропускная способность
0	1	2	2
0	2	3	3
0	3	1	1
1	2	0	4
1	3	0	1
1	4	2	3
2	3	1	1
2	4	2	2
3	4	2	2

Задача линейного программирования при максимизации потока. Дадим формулировку задачи о максимальном потоке в терминах линейного программирования. Пусть X_{KM} - объем перевозок из пункта K в пункт M. Согласно рис.8 K = 0,1,2,3, M = 1,2,3,4, причем перевозки возможны лишь в пункт с большим номером. Значит, всего имеется 9 переменных X_{KM}, а именно, X_{01}, X_{02}, X_{03}, X_{12}, X_{13}, X_{14}, X_{23}, X_{24}, X_{34} . Задача линейного программирования, нацеленная на максимизацию потока, имеет вид:

$$F \rightarrow \max ,$$

$$X_{01} + X_{02} + X_{03} = F \qquad (0)$$

$$-X_{01}+X_{12}+X_{13}+X_{14}=0 \qquad (1)$$

$$-X_{02}-X_{12}+X_{23}+X_{24}=0(2)$$

$$-X_{03}-X_{13}-X_{23}+X_{34}=0\ (3)$$

$$-X_{14}-X_{24}-X_{34}=-F \qquad (4)$$

$$X_{01}\le 2$$

$$X_{02}\le 3$$

$$X_{03}\le 1$$

$$X_{12}\le 4$$

$$X_{13}\le 1$$

$$X_{14}\le 3$$

$$X_{23}\le 1$$

$$X_{24}\le 2$$

$$X_{34}\le 2$$

$$X_{KM}\ge 0\ ,\ K,\ M=0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4$$

$$F\ge 0\ .$$

Здесь F - целевая функция, условие (0) описывает вхождение грузов в транспортную систему. Условия (1) - (3) задают балансовые соотношения для узлов 1- 3 системы. Другими словами, для каждого из внутренних узлов входящий поток грузов равен выходящему потоку, грузы не скапливаются внутри и системы и не "рождаются" в ней. Условие (4) - это условие "выхода" грузов из системы. Вместе с условием (0) оно составляет балансовое соотношение для системы в целом ("вход" равен "выходу"). Следующие девять неравенств задают ограничения на пропускную способность отдельных "веток" транспортной системы. Затем в системе ограничений задачи линейного программирования указана неотрицательность объемов перевозок и целевой функции. Ясно, что последнее неравенство вытекает из вида целевой функции (соотношения (0) или (4)) и неотрицательности объемов перевозок. Однако последнее неравенство несет некоторую общую информацию - через систему может быть пропущен либо положительный объем грузов, либо нулевой (например, если внутри системы происходит движение по кругу), но не отрицательный (он не имеет экономического смысла, но формальная математическая модель об этом "не знает").

О многообразии оптимизационных задач. В различных проблемах принятия решений возникают самые разнообразные задачи оптимизации. Для их решения применяются те или иные методы, точные или приближенные. Задачи оптимизации часто используются в теоретико-экономических исследованиях. Достаточно вспомнить оптимизацию экономического роста страны с помощью матрицы межотраслевого баланса Василия Леонтьева или микроэкономические задачи определения оптимального объема выпуска по функции издержек при фиксированной цене (или в условиях монополии) или минимизации издержек при заданном объеме выпуска путем выбора оптимального соотношения факторов производства (с учетом платы за них).

Кроме затронутых выше методов решения задач оптимизации, напомним о том, что гладкие функции оптимизируют, приравнивая 0 производную (для функций нескольких переменных - частные производные). При наличии ограничений используют множители Лагранжа. Эти методы обычно излагаются в курсах высшей математики и потому опущены здесь.

Представляют интерес задачи оптимизации с нечеткими переменными [5], а также задачи оптимизации, возникающие в эконометрике [6]. Они рассматриваются в соответствующей литературе.

Литература

1. Гасс С. Путешествие в страну линейного программирования / Пер. с

англ. - М.: Мир, 1973. - 176 с.
2. Кофман А., Фор Р. Займемся исследованием операций / Пер. с франц.. - М,: Мир, 1966. -280 с.
3. Белов В.В., Воробьев Е.М., Шаталов В.Е. Теория графов. - М.: Высшая школа, 1976. - 392 с.
4. Бурков В.Н., Заложнев А.Ю., Новиков Д.А. Теория графов в управлении организационными системами. – М.: Синтег, 2001. – 124 с.
5. Орлов А.И. Задачи оптимизации и нечеткие переменные. – М.: Знание, 1980. – 64 с.
6. Орлов А.И. Эконометрика. – М.: Изд-во «Экзамен», 2002. – 576 с.

Задачи по методам принятия решений

1. Изобразите на плоскости ограничения задачи линейного программирования и решите (графически) эту задачу:

$$400\ W_1 + 450\ W_2 \to \min,$$

$$5\ W_1 + 10\ W_2 \geq 45,$$

$$20\ W_1 + 15\ W_2 \geq 80,$$

$$W_1 \geq 0, \qquad W_2 \geq 0.$$

2. Решите задачу линейного программирования:

$$W_1 + 5\ \mathrm{W}_2 \to \max,$$

$$0{,}1\ W_1 + W_2 \leq 3{,}8,$$

$$0{,}25\ W_1 + 0{,}25\ W_2 \leq 4{,}2,$$

$$W_1 \geq 0, \qquad \mathrm{W}_2 \geq 0.$$

3. Решите задачу целочисленного программирования:

$$10\ X + 5\ У \to \max.$$

$$8\ X + 3\ У \leq 40,$$

$$3\ X + 10\ У \leq 30,$$

$X \geq 0$, $У \geq 0$, X и У - целые числа.

8

4

4. Решите задачу о ранце:

$$X_1 + X_2 + 2X_3 + 2X_4 + X_5 + X_6 \to \max,$$

$$0{,}5X_1 + X_2 + 1{,}5X_3 + 2X_4 + 2{,}5X_5 + 3X_6 \le 3.$$

Управляющие параметры X_k, $k = 1,2,\ldots, 6$, принимают значения из множества, содержащего два элемента - 0 и 1.

5. Транспортная сеть (с указанием расстояний) приведена на рис.9. Найдите кратчайший путь из пункта 1 в пункт 4.

4

Рис.9. Исходные данные к задаче о кратчайшем пути.

7. Решите задачу коммивояжера для четырех городов (маршрут должен быть замкнутым и не содержать повторных посещений). Затраты на проезд приведены в табл.7.

Таблица 7.

Исходные данные к задаче коммивояжера

Город отправления	Город назначения	Затраты на проезд
А	Б	2
А	В	1
А	Д	5
Б	А	3
Б	В	2
Б	Д	1
В	А	4
В	Б	1
В	Д	2
Д	А	5
Д	Б	3

Д	В	3

8. Как послать максимальное количество грузов из начального пункта 1 в конечный пункт 8, если пропускная способность путей между пунктами транспортной сети (рис.10) ограничена (табл.8)?

Рис.9. Транспортная сеть к задаче о максимальном потоке.

Таблица 8.

Исходные данные к задаче о максимальном потоке

Пункт отправления	Пункт назначения	Пропускная способность
1	2	1
1	3	2
1	4	3
2	5	2
3	2	2
3	4	2
3	6	1
4	7	4
5	8	3
6	5	2
6	7	1
6	8	1
7	8	3

Темы докладов и рефератов

1. Классификация оптимизационных задач принятия решений.

2. Решения, оптимальные по Парето.
3. Многокритериальные задачи принятия решений: различные методы свертки критериев.
4. Задачи оптимизации и нечеткие переменные (на основе работы [5]).
5. Моделирование и экспертные оценки при принятии решений.
6. Интерактивные системы принятия решений.
7. Методы учета неопределенностей принятия решений: вероятностные модели, теория нечеткости, интервальная математика.
8. Эконометрические методы принятия решений (на основе монографии [6]).
9. Имитационное моделировании и метод статистических испытаний (Монте-Карло) при принятии решений.
10. Декомпозиция задач принятия решений.
11. Методы теории игр (теория конфликтов), роль информации и равновесие по Нэшу в теории принятия решений.
12. Проблемы комбинированного применения различных методов в конкретных прикладных работах.
13. Информационные технологии поддержки принятия решений.

3.3. Вероятностно-статистические методы принятия решений

3.3.1.Эконометрические методы принятия решений в контроллинге

Эконометрика в контроллинге. О принятии решений в контроллинге уже не раз говорилось. Поэтому обсуждение проблем использования вероятностно-статистических методов в теории принятия решений естественно начать с проблематики контроллинга.

Контроллеру нужна разнообразная информация, нужны удобные инструменты ее анализа. Следовательно, информационная поддержка контроллинга необходима для успешной работы контроллера. Без современных компьютерных инструментов анализа и управления, основанных на продвинутых эконометрических и экономико-математических методах и моделях, невозможно эффективно принимать управленческие решения. Недаром специалисты по контроллингу большое внимание уделяют проблемам создания, развития и применения компьютерных систем поддержки принятия решений.

Высокие статистические технологии и эконометрика - неотъемлемая часть любой современной системы поддержки принятия решений. Используемые термины требуют пояснений. Высокие статистические технологии - это процедуры анализа статистических данных, основанные на последних достижениях прикладной математической статистики. О них – несколько позже.

Что такое эконометрика? Согласно Большому Энциклопедическому словарю (М.: Изд-во «Большая Российская Энциклопедия», 1997), эконометрика – наука, изучающая конкретные количественные и качественные взаимосвязи экономических объектов и процессов с помощью математических и статистических методов и моделей. Эконометрические методы - это прежде всего методы статистического анализа конкретных экономических данных, естественно, с помощью компьютеров [1]. В нашей стране они пока сравнительно мало известны, хотя именно в России уже полтора столетия активно работает наиболее мощная (в мире) научная школа в области основы эконометрики – теории вероятностей.

Статистические (эконометрические) методы используются в зарубежных и отечественных экономических и технико-экономических исследованиях, работах по управлению (менеджменту). Применение прикладной статистики и других эконометрических методов дает заметный экономический эффект. Например, в США - не менее 20 миллиардов долларов ежегодно только в области статистического контроля качества. В 1988 г. затраты на статистический анализ данных в нашей стране оценивались в 2 миллиарда рублей ежегодно. Согласно расчетам сравнительной стоимости валют на основе потребительских паритетов, эту величину можно сопоставить с 2 миллиардами долларов США. Следовательно, объем отечественного "рынка статистических и эконометрических услуг" был на порядок меньше, чем в США, что совпадает с оценками и по другим показателям, например, по числу специалистов.

В мировой науке эконометрика занимает достойное место. Об этом свидетельствует, например, присуждение Нобелевских премий по экономике. Их получили эконометрики Ян Тильберген, Рагнар Фриш, Лоуренс Клейн, Трюгве Хаавельмо. В 2000 г. к ним добавились еще двое - Джеймс Хекман и Дэниель Мак-Фадден. Выпускается ряд научных журналов, полностью посвященных эконометрике, в том числе: Journal of Econometrics (Швеция), Econometric Reviews (США), Econometrica (США), Sankhya (Indian Journal of Statistics. Ser.D. Quantitative Economics. Индия), Publications Econometriques (Франция), электронный еженедельник "Эконометрика" (Россия).

Публикуются также масса книг и статей в иных изданиях. Действуют национальные и международные эконометрические общества, объединяющие десятки тысяч специалистов.

А что у нас? База для успешного развития и применения эконометрики есть. Так, только в секции “Математические методы исследования” журнала “Заводская лаборатория” за последние 35 лет напечатано более 1000 статей по высоким статистическим технологиям и их применениям. Однако в нашей стране по ряду причин эконометрика не была сформирована как самостоятельное направление научной и практической деятельности, в отличие, например, от Польши, не говоря уже об англосаксонских странах. Польша стараниями известного экономиста Оскара Ланге и его коллег покрыта сетью эконометрических "институтов" (в российской терминологии - кафедр вузов). В результате - специалистов по эконометрике у нас на порядок меньше, чем в США и Великобритании (Американская статистическая ассоциация включает более 20000 членов).

В настоящее время в России начинают развертываться теоретические и практические эконометрические исследования, а также положено начало распространению обучения этой дисциплине. Преподавание эконометрики ведется в Московском государственном университете экономики, статистики и информатики (МЭСИ), на экономическом факультете МГУ им. М.В. Ломоносова и еще в нескольких экономических учебных заведениях. Среди технических вузов МГТУ им. Н.Э.Баумана имеет в настоящее время приоритет в развитии и преподавании эконометрики.

Высокие статистические технологии в эконометрике. Особый интерес представляют эконометрические применения высоких статистических технологий. Речь идет об их применении для анализа конкретных экономических данных, прежде всего в контроллинге).

Может возникнуть естественный вопрос: зачем нужны высокие статистические технологии, разве недостаточно обычных статистических методов? Исследователи в области эконометрики считают (и доказывают своими теоретическими и прикладными работами), что совершенно недостаточно. Так, многие данные в реальной социально-экономической деятельности, а потому и в информационных системах поддержки принятия решений имеют нечисловой характер, например, являются словами или принимают значения из конечных множеств (выбор происходит из конечного числа градаций). Нечисловой характер имеют и упорядочения, которые дают эксперты или менеджеры, например, выбирая главную цель предприятия, следующую по важности и т.д., сравнивая образцы продукции с целью выбора наиболее подходящего для запуска в серию и др. Значит, для контроллинга нужна статистика нечисловых данных. Далее, многие величины известны не абсолютно точно, а с некоторой погрешностью - лежат в пределах от одной границы до другой. Другими словами, исходные данные - не числа, а интервалы. Это -следствие общеинженерного утверждения: любое измерение проводится с погрешностями. Следовательно, контроллеру нужна статистика интервальных данных. Ниже мы показываем, что мнения людей естественно описывать в терминах теории нечеткости. Значит, контроллеру нужна статистика нечетких данных. Ни статистики нечисловых данных, ни статистики интервальных данных, ни статистики нечетких данных нет и не могло быть в классической статистике. Все это - высокие статистические технологии. Разработанные за последние 10-30 лет, они основаны на последних достижениях прикладной математической статистики. А обычные курсы по общей теории статистики и по классической математической статистике разбирают научные результаты, полученные в первой половине XX века.

Важная часть эконометрики - применение высоких статистических технологий к анализу конкретных экономических данных. Такие исследования зачастую требуют дополнительной теоретической работы по "доводке" статистических технологий применительно к конкретной ситуации. Большое значение для контроллинга имеют не только общие методы, но и конкретные эконометрические модели, например, вероятностно-статистические модели тех или иных процедур экспертных оценок или экономики качества, имитационные модели деятельности организации. И конечно, такие конкретные применения, как расчет и прогнозирование индекса инфляции. Сейчас уже многим специалистам ясно, что годовой бухгалтерский баланс предприятия может быть использован для оценки его финансово-хозяйственной деятельности только с привлечением данных об инфляции. Различные области экономической теории и практики еще далеко не согласованы. При оценке и сравнении инвестиционных проектов принято использовать такие характеристики, как чистый приведенный доход, внутренняя норма доходности, основанные на учете изменения стоимости денежной единицы во времени (учет осуществляется с помощью дисконтирования). А при анализе финансово-хозяйственной деятельности организации на основе данных бухгалтерской отчетности про необходимость дисконтирования "забывают". Эта ошибочная практика объясняется тем, что основы бухгалтерской науки и практики были заложены во времена отсутствия инфляции.

Бесспорно, что экономисты, менеджеры и инженеры, прежде всего специалисты по контроллингу, должны быть вооружены современными средствами информационной поддержки, в том числе высокими статистическими технологиями и эконометрикой. Очевидно, преподавание должно идти впереди практического применения. Ведь как применять то, чего не знаешь?

Один раз - в 1990-1992 гг. отечественные специалисты по эконометрике уже обожглись на недооценке необходимости предварительной подготовки тех, для кого предназначены современные компьютерные средства. Всесоюзной статистической ассоциацией и Всесоюзным центром статистических методов и информатики Центрального правления Всесоюзного экономического общества была разработана система диалоговых программных систем обеспечения качества продукции. Их созданием руководили ведущие специалисты страны. Но распространение шло на 1-2 порядка медленнее, чем ожидалось (единицы и десятки продаж вместо сотен и тысяч). Причина стала ясна не сразу. Как оказалось, работники предприятий просто не понимали возможностей разработанных систем, не знали, какие задачи можно решать с их помощью, какой экономический эффект они дадут. А не понимали и не знали потому, что в вузах и после вузов никто их не учил статистическим методам управления качеством. Без такого систематического обучения нельзя обойтись - сложные концепции "на пальцах" за пять минут не объяснишь.

Есть и противоположный пример - положительный. В середине 1980-х годов в советской средней школе ввели новый предмет "Информатика". И сейчас молодое поколение превосходно владеет компьютерами, мгновенно осваивая быстро появляющиеся новинки, и этим заметно отличается от тех, кому за 30-40 лет. Если бы удалось ввести в средней школе курс вероятности и статистики - а такой курс есть в Японии и США, Швейцарии, Кении и Ботсване, почти во всех странах мира (см. подготовленный ЮНЕСКО сборник докладов [2]) - то ситуация могла бы быть резко улучшена. Надо, конечно, добиться, чтобы такой курс был построен на высоких эконометрических (статистических) технологиях, а не на низких. Другими словами, он должен отражать современные достижения, а не концепции пятидесятилетней или столетней давности.

Вполне закономерно, что в деятельности российского объединения профессионалов в области контроллинга - "Общества контроллеров" - выделено направление, посвященное применению высоких статистических технологий и эконометрики в контроллинге, а также обучению основам этого направления при подготовке и переподготовке контроллеров.

Статистические технологии применяют для анализа данных двух принципиально различных типов. Один из них - это результаты измерений различных видов, например, результаты управленческого или бухгалтерского учета, данные Госкомстата и др. Короче, речь идет об объективной информации. Другой - это оценки экспертов, на основе своего опыта и интуиции делающих заключения относительно экономических явлений и процессов. Очевидно, это - субъективная информация. Стабильная экономическая ситуация позволяет рассматривать длинные временные ряды тех или иных экономических величин, полученных в сопоставимых условиях. В подобных условиях данные первого типа вполне адекватны. В быстро меняющихся условиях приходятся опираться на экспертные оценки. Такая новейшая часть эконометрики, как статистика нечисловых данных, была создана как ответ на запросы теории и практики экспертных оценок [3].

Для решения каких экономических задач может быть полезна эконометрика? Практически для всех, использующих конкретную информацию о реальном мире. Только чисто абстрактные, отвлеченные от реальности исследования могут обойтись без нее. В частности, эконометрика необходима для прогнозирования, в том числе поведения потребителей, а потому и для планирования. Выборочные исследования, в том числе выборочный контроль, основаны на эконометрике. Но планирование и контроль - основа контроллинга [4, 5]. Поэтому эконометрика - важная составляющая инструментария контроллера, воплощенного в компьютерной системе поддержки принятия решений. Прежде всего оптимальных решений, которые предполагают опору на адекватные эконометрические модели. В производственном менеджменте это может означать, например, использование оптимизационных эконометрических моделей типа тех, что применяются при экстремальном планировании эксперимента (они позволяют повысить выход полезного продукта на 30-300%).

Высокие статистические технологии в эконометрике предполагают адаптацию применяемых методов к меняющейся ситуации. Например, параметры прогностического индекса меняются вслед за изменением характеристик используемых для прогнозирования величин. Таков метод экспоненциального сглаживания. В соответствующем алгоритме расчетов значения временного ряда используются с весами. Веса уменьшаются по мере удаления в прошлое. Многие методы дискриминантного анализа основаны на применении обучающих выборок. Например, для построения рейтинга надежности банков можно с помощью экспертов составить две обучающие выборки - надежных и ненадежных банков. А затем с их помощью решать для вновь рассматриваемого банка, каков он - надежный или ненадежный, а также оценивать его надежность численно, т.е. вычислять значение рейтинга.

Один из способов построения адаптивных эконометрических моделей - нейронные сети [6]. При этом упор делается не на формулировку адаптивных алгоритмов анализа данных, а - в большинстве случаев - на построение виртуальной адаптивной структуры. Термин "виртуальная" означает, что "нейронная сеть" - это специализированная компьютерная программа, "нейроны" используются лишь при общении человека с компьютером. Методология нейронных сетей идет от идей кибернетики 1940-х годов. В компьютере создается модель мозга человека (весьма примитивная с точки зрения физиолога). Основа модели - весьма простые базовые элементы, называемые нейронами. Они соединены между собой, так что нейронные сети можно сравнить с хорошо знакомыми экономистам и инженерам блок-схемами. Каждый нейрон находится в одном из заданного множества состояний. Он получает импульсы от соседей по сети, изменяет свое состояние и сам рассылает импульсы. В результате состояние множества нейтронов изменяется, что соответствует проведению эконометрических вычислений.

Нейроны обычно объединяются в слои (как правило, два-три). Среди них выделяются входной и выходной слои. Перед началом решения той или иной задачи производится настройка. Во-первых, устанавливаются связи между нейронами, соответствующие решаемой задаче. Во-вторых, проводится обучение, т.е. через нейронную сеть пропускаются обучающие выборки, для элементов которых требуемые результаты расчетов известны. Затем параметры сети модифицируются так, чтобы получить максимальное соответствие выходных значений заданным величинам.

С точки зрения точности расчетов (и оптимальности в том или ином эконометрическом смысле) нейронные сети не имеют преимуществ перед другими адаптивными эконометрическими системами. Однако они более просты для восприятия. Надо отметить, что в эконометрике используются и модели, промежуточные между нейронными сетями и "обычными" системами регрессионных уравнений (одновременных и с лагами). Они тоже используют блок-схемы, как, например, универсальный метод моделирования связей экономических факторов ЖОК [1].

Заметное место в математико-компьютерном обеспечении принятия решений в контроллинге занимают методы теории нечеткости (по-английски - fuzzy theory, причем термин fuzzy переводят на русский язык по-разному: нечеткий, размытый, расплывчатый, туманный, пушистый и др.). Начало современной теории нечеткости положено работой Л.А.Заде 1965г., хотя истоки прослеживаются со времен Древней Греции [3,7] Это направление прикладной математики получило бурное развитие. К настоящему времени по теории нечеткости опубликованы тысячи книг и статей, издается несколько международных журналов (больше половины - в Китае и Японии), постоянно проводятся международные конференции. В области теории нечеткости выполнено достаточно много как теоретических, так и прикладных научных работ, практические приложения дали ощутимый технико-экономический эффект.

Основоположник рассматриваемого научного направления Лотфи А. Заде рассматривал теорию нечетких множеств как аппарат анализа и моделирования гуманистических систем, т.е. систем, в которых участвует человек. Его подход опирается на предпосылку о том, что элементами мышления человека являются не числа, а элементы некоторых нечетких множеств или классов объектов, для которых переход от "принадлежности" к "непринадлежности" не скачкообразен, а непрерывен. В настоящее время методы теории нечеткости используются почти во всех прикладных областях, в том числе при управлении качеством продукции и технологическими процессами.

Нечеткая математика и логика - мощный элегантный инструмент современной науки, который на Западе и на Востоке (в Японии, Китае) можно встретить в программном обеспечении десятков видов изделий - от бытовых видеокамер до систем управления вооружениями. В России он был известен с начала 1970-х годов. Однако первая монография российского автора по теории нечеткости [7] была опубликована лишь в 1980 г. В дальнейшем раз в год всесоюзные конференции собирали около 100 участников - по мировым меркам немного.

При изложении теории нечетких множеств обычно не подчеркивается связь с вероятностными моделями. В нашей стране в середине 1970-х годов установлено [3,7], что теория нечеткости в определенном смысле сводится к теории случайных множеств, хотя эта связь и имеет, возможно, лишь теоретическое значение. В США подобные работы появились лет на пять позже.

Профессионалу в области контроллинга полезны многочисленные интеллектуальные инструменты анализа данных, относящиеся к высоким статистическим технологиям и эконометрике.

Эконометрические методы в контроллинге. Обсудим подробнее, что может дать эконометрика контроллеру, какие инструменты анализа данных она может предложить для решения типовых задач, стоящих перед контроллером.

Проблемы такого рода - а именно, что может дать эконометрика той или иной области, какие средства решения типовых задач она может предложить – рассматриваются постоянно. Проводились дискуссии на весьма актуальную и широкую тему: "Что дает прикладная статистика народному хозяйству?" [8]. Подробно обсуждался набор эконометрических и экономико-математических инструментов, поддерживающих менеджмент и маркетинг малого бизнеса [9]. Средством поддержки проведения экспертных исследований, в частности, в задачах обеспечения химической безопасности биосферы и экологического страхования, служило автоматизированное рабочее место "Математика в экспертизе" (сокращенно АРМ МАТЭК) [10]. С целью эконометрической поддержки задач сертификации и обеспечения качества промышленной продукции была разработана упомянутая выше обширная система программных продуктов. В нее входили диалоговые системы по статистическому приемочному контролю, планированию эксперимента, контрольным картам, надежности и испытаниям, прикладной статистике и другим вопросам [11]. Обобщая, можно сказать, что любая достаточно важная и развитая прикладная сфера деятельности требует создания адекватного эконометрического сопровождения. Это сопровождение дает рассматриваемой сфере деятельности инструменты (методы) анализа данных для решения стоящих перед нею задач.

Эконометрика - дисциплина методическая, посвящена методам, которые могут применяться в различных предметных областях. Напротив, контроллинг - предметная дисциплина, для решения задач своей предметной области привлекает те методы, которые оказываются полезными.

Прежде всего надо обсудить вопрос: полезны ли для решения задач контроллинга эконометрические методы?

Для ответа на этот вопрос проанализируем "Глоссарий по контроллингу", включенный в материалы симпозиума "Теория и практика контроллинга в России". Симпозиум состоялся 4-5 октября 2001 г. в МГТУ им. Н.Э.Баумана. В глоссарии, в частности, содержатся термины:

Абсолютные отклонения, Вербальные переменные, Индексы,

Интервальные данные, Исследование операций, Кривая опыта,

Кумулятивные отклонения, Метод сценариев,

Относительные отклонения, Принятие решений,

Размытые множества, Риски (угрозы), Ряды,

Системный анализ, Средние величины,

Управление по отклонениям, Фактические величины,

Шансы, Эконометрика, Эмпирико-индуктивные показатели.

Все эти многочисленные термины относятся к эконометрике. Термины относятся к различным ее разделам - от классических (средние величины) до самых современных. Оказались необходимыми, в частности, методы статистики объектов нечисловой природы (включая эконометрику вербальных и размытых переменных) и статистики интервальных данных.

Ответ на поставленный вопрос давно уже не вызывает сомнений у специалистов - эконометрические методы представляют собой важную часть научного инструментария контроллера, а их компьютерная реализация - важную часть информационной поддержки контроллинга. Обсуждать целесообразно содержание этого инструментария.

Классификация эконометрических инструментов может быть проведена по различным основаниям: по методам, по виду данных, по решаемым задачам и т.п. В частности, при классификации по методам целесообразно выделять следующие блоки:

1.1. Описание данных и их графическое представление.

1.2. Углубленный вероятностно-статистический анализ.

1.3. Поддержка экспертных исследований.

1.4. Методы сценариев и анализа рисков.

При классификации на основе вида данных эконометрические алгоритмы естественно делить по тому, каков вид данных "на входе":

2.1. Числа.

2.2. Конечномерные вектора.

2.3. Функции (временные ряды).

2.4. Объекты нечисловой природы, в том числе упорядочения (и другие бинарные отношения), вербальные (качественные) переменные, нечеткие (размытые, расплывчатые) переменные, интервальные данные, и др.

Наиболее интересна классификация по тем задачам контроллинга, для решения которых используются эконометрические методы. При таком подходе могут быть выделены блоки:

3.1. Поддержка прогнозирования и планирования.

3.2. Слежение за контролируемыми параметрами и обнаружение отклонений.

3.3. Поддержка принятия решений, и др.

От каких факторов зависит частота использования тех или иных эконометрических инструментов контроллинга? Как и при иных применениях эконометрики, основных групп факторов два - это решаемые задачи и квалификация специалистов.

Искусственное упрощение перечня решаемых задач, естественно, приводит, к искусственному сокращению списка применяемых методов. Например, Госкомстат РФ так ограничил область своей деятельности, что для решения поставленных им перед собой задач вполне достаточно обычных статистических таблиц и диаграмм - инструментов XIX в. (Для подтверждения этой мысли достаточно обратиться к публикациям Госкомстата РФ.) Подчеркнем, что для решения этих задач ему не нужны разработки наиболее известных в эконометрике специалистов, получивших за свои исследования нобелевские премии по экономике. Как не нужны и вообще все работы по эконометрике XX в. Однако весь арсенал современной эконометрики может быть с успехом использован, если мы откажемся от искусственного ограничения перечня решаемых задач. В частности, если от простого описания существующего положения перейдем к прогнозированию на основе вероятностно-статистических моделей.

Как влияет квалификация специалистов? Она ограничивает круг решаемых задач и методов их решения. Зачастую то, что люди не знают - для них не существует. Однако конкурентная борьба требует поиска преимуществ по сравнению с другими фирмами. Знание эконометрических методов дает такие преимущества.

Часто задают вопрос: "Что же такое эконометрика? Расскажите о ней". Достаточно подробное представление об эконометрике могут дать лишь монографии, содержащие описания основных подходов, идей, алгоритмов, Примером является учебное пособие [1]. Здесь же эконометрика рассматривается "с птичьего полета". Такой подход дает возможность познакомиться с общей ситуацией, но не с конкретными алгоритмами анализа данных.

При практическом применении эконометрических методов в работе контроллера необходимо применять соответствующие программные системы. Могут быть полезны и общие статистические системы типа SPSS, Statgraphics, Statistica, ADDA, и более специализированные Statcon, SPC, NADIS, REST (по статистике интервальных данных), Matrixer и многие другие. Массовое внедрение удобных в работе программных продуктов, включающих современные эконометрические инструменты анализа конкретных экономических данных, можно рассматривать как один из эффективных способов ускорения научно-технического прогресса, распространение современных эконометрических знаний [12].

Почему старые методы эконометрики не подходят для новых условий? При взгляде на эконометрику со стороны часто возникает мысль о том, что за долгие десятилетия развития этой научно-практической дисциплины все ее основные проблемы решены, остается только применять разработанные методы к тем конкретным экономическим данным, которые представляют интерес для исследователя. Эта мысль неверна в принципе, причем по двум основным причинам. Во-первых, прикладные исследования приводят к необходимости анализировать данные новой природы, например, являющиеся перечисленными выше видами объектов нечисловой природы. Во-вторых, выясняется необходимость более глубокого анализа классических методов.

Хорошим примером для обсуждения являются методы проверки однородности двух выборок. Есть две совокупности, и надо решить, различаются они или совпадают. Для этого из каждой из них берут по выборке и применяют тот или иной эконометрический метод проверки однородности. Около 100 лет назад был предложен метод Стьюдента, широко применяемый и сейчас. Однако он имеет целый букет недостатков. Во-первых, согласно Стьюденту распределения элементов выборок должны быть нормальными (гауссовыми). Как правило, это не так. Во вторых, он нацелен на проверку не однородности в целом (т.н. абсолютной однородности, т.е. совпадения функций распределения, соответствующих двум совокупностям), а только на проверку равенства математических ожиданий. Но, в-третьих, при этом обязательно предполагается, что дисперсии для элементов двух выборок совпадают. Самое интересное, что проверять равенство дисперсий, а тем более нормальность, гораздо труднее, чем равенство математических ожиданий. Поэтому критерий Стьюдента обычно применяют, не делая таких проверок. А тогда и выводы по критерию Стьюдента повисают в воздухе.

Более продвинутые в теории специалисты обращаются к другим критериям, например, к критерию Вилкоксона. Он является непараметрическим, т.е. не опирается на предположение нормальности. Но и он, как выяснилось, не лишен недостатков. С его помощью нельзя проверить абсолютную однородность (совпадение функций распределения, соответствующих двум совокупностям). Это можно сделать только с помощью т.н. состоятельных критериев, в частности, критериев Смирнова и типа омега-квадрат (Лемана-Розенблатта).

С практической точки зрения критерий Смирнова обладает необычным недостатком - его статистика принимает лишь небольшое число значений, ее распределение сосредоточено в небольшом числе точек, и не удается пользоваться традиционными уровнями значимости 0,05 и 0,01. Поэтому в настоящее время остается рекомендовать критерий типа омега-квадрат (Лемана-Розенблатта). Но - для него нет достаточно подробных таблиц, он не включен в популярные пакеты эконометрических программ.

Отметим фиаско специалистов по математической статистике. Они не в состоянии ответить на естественный вопрос: "Каким методом проверять однородность двух выборок?" Дело в том, что для каждого метода она могут указать т.н. альтернативную гипотезу, при котором этот метод является наилучшим (в том смысле, который они рассматривают; этих смыслов несколько - оптимальность по Ходжесу-Леману, по Бахадуру и др.). Однако в практических задачах обычно совершенно непонятно, откуда брать "альтернативную гипотезу". Таким образом, в данной области математическая статистика выродилась в схоластику.

Проблему выбора наилучшего эконометрического метода проверки однородности двух выборок (независимых или связанных) нельзя считать окончательно решенной [1].

Рассмотрим другой важный пример. Многие данные в информационных системах имеют нечисловой характер, например, являются словами или принимают значения из конечных множеств. Нечисловой характер имеют и упорядочения, которые дают эксперты или менеджеры, например, выбирая главную цель, следующую по важности и т.д. Значит, нужна статистика нечисловых данных. Далее, многие величины известны не абсолютно точно, а с некоторой погрешностью - от и до. Другими словами, исходные данные - не числа, а интервалы. Нужна статистика интервальных данных. Интервальные данные являются частным случаем нечетких данных. Ни статистики нечисловых данных, ни статистики интервальных данных, ни статистики нечетких данных не было и не могло быть в классической статистике. Они разработаны за последние десятилетия.

Важная часть эконометрики - применение высоких эконометрических технологий (см. ниже) к анализу конкретных экономических данных, что зачастую требует дополнительной теоретической работы по доработке технологий применительно к конкретной ситуации. Большое значение имеют конкретные эконометрические модели, например, модели экспертных оценок или экономики качества. И конечно, такие конкретные применения, как расчет и прогнозирование индекса инфляции. Сейчас уже многим ясно, что годовой бухгалтерский баланс предприятия может быть использован для оценки его финансово-хозяйственной деятельности только с привлечением данных об инфляции.

Высокие эконометрические технологии и их возможности

для решения задач управления и контроллинга. Перейдем к подробному обсуждению уже не раз упомянутых выше «высоких эконометрических (статистических) технологий». Термин "высокие технологии" популярен в современной научно-технической литературе. Он используется для обозначения наиболее передовых технологий, опирающихся на последние достижения научно-технического прогресса. Есть такие технологии и среди эконометрических технологий анализа конкретных экономических данных для решения задач управления и контроллинга - как в любой интенсивно развивающейся научно-практической области.

Примеры высоких эконометрических технологий и входящих в них алгоритмов анализа данных, подробный анализ современного состояния и перспектив развития даны в работе [13], написанной по результатам дискуссий в Российской академии статистических методов. В частности, в качестве "высоких эконометрических технологий" были выделены технологии непараметрического анализа данных; устойчивые (робастные) технологии; технологии, основанные на размножении выборок, на использовании достижений статистики нечисловых данных и статистики интервальных данных.

Термин "высокие эконометрические (в более общей ситуации - статистические) технологии". Обсудим пока не вполне привычный термин "высокие статистические технологии". Каждое из трех слов несет свою смысловую нагрузку.

"Высокие", как и в других областях, означает, что технология опирается на современные достижения теории и практики, в частности, теории вероятностей и прикладной математической статистики. При этом "опирается на современные научные достижения" означает, во-первых, что математическая основа технологии в рамках соответствующей научной дисциплины получена сравнительно недавно, во-вторых, что алгоритмы расчетов разработаны и обоснованы в соответствии в нею (а не являются т.н.

"эвристическими"). Со временем, если новые подходы и результаты не заставляют пересмотреть оценку применимости и возможностей технологии, заменить ее на более современную, "высокие эконометрические (статистические) технологии" переходят в "классические эконометрические (статистические) технологии", такие, как метод наименьших квадратов. Итак, высокие статистические технологии - плоды недавних серьезных научных исследований. Здесь два ключевых понятия - "молодость" технологии (во всяком случае, не старше 50 лет, а лучше - не старше 10 или 30 лет) и опора на "высокую науку".

Термин "статистические" привычен, но разъяснить его нелегко. Во всяком случае, к деятельности Государственного комитета РФ по статистике высокие эконометрические (статистические) технологии отношения не имеют. Как известно, сотрудники проф. В.В. Налимова собрали более 200 определений термина "статистика" (см. об этом в работе [13]). Полемика вокруг терминологии иногда принимает весьма острые формы (см., например, редакционные замечания к статье [8], написанные в стиле известных высказываний о генетике и кибернетике конца 1940-х годов). В частности, с точки зрения эконометрики статистические данные – это результаты измерений, наблюдений, испытаний, анализов, опытов, а "эконометрические (статистические) технологии" - это технологии анализа эконометрических (статистических) данных.

Наконец, редко используемый применительно к статистике термин "технологии". Эконометрический (статистический) анализ данных, как правило, включает в себя целый ряд процедур и алгоритмов, выполняемых последовательно, параллельно или по более сложной схеме. В частности, можно выделить следующие этапы:

- планирование статистического исследования;
- организация сбора необходимых статистических данных по

оптимальной или хотя бы рациональной программе (планирование выборки, создание организационной структуры и подбор команды специалистов (эконометриков или статистиков), подготовка кадров, которые будут заниматься сбором данных, а также контролеров данных и т.п.);

- непосредственный сбор данных и их фиксация на тех или иных носителях (с контролем качества сбора и отбраковкой ошибочных данных по соображениям предметной области);

- первичное описание данных (расчет различных выборочных характеристик, функций распределения, непараметрических оценок плотности, построение гистограмм, корреляционных полей, различных таблиц и диаграмм и т.д.),

- оценивание тех или иных числовых или нечисловых характеристик и параметров распределений (например, непараметрическое интервальное оценивание коэффициента вариации или восстановление зависимости между откликом и факторами, т.е. оценивание функции),

- проверка статистических гипотез (иногда их цепочек - после проверки предыдущей гипотезы принимается решение о проверке той или иной последующей гипотезы),

- более углубленное изучение, т.е. применение различных алгоритмов многомерного статистического анализа, алгоритмов диагностики и построения классификации, статистики нечисловых и интервальных данных, анализа временных рядов и др.;

- проверка устойчивости полученных оценок и выводов относительно допустимых отклонений исходных данных и предпосылок используемых вероятностно-статистических моделей, допустимых преобразований шкал измерения, в частности, изучение свойств оценок методом размножения выборок;

- применение полученных статистических результатов в прикладных целях (например, для диагностики конкретных материалов, построения прогнозов, выбора инвестиционного проекта из предложенных вариантов, нахождения оптимальных режима осуществления технологического процесса, подведения итогов испытаний образцов технических устройств и др.),

- составление итоговых отчетов, в частности, предназначенных для тех, кто не является специалистами в эконометрических и статистических методах анализа данных, в том числе для руководства - "лиц, принимающих решения".

Возможны и иные структуризации эконометрических (статистических) технологий. Важно подчеркнуть, что квалифицированное и результативное применение эконометрических (статистических) методов - это отнюдь не проверка одной отдельно взятой статистической гипотезы или оценка параметров одного заданного распределения из фиксированного семейства. Подобного рода операции - только отдельные кирпичики, из которых складывается здание статистической технологии. Между тем учебники и монографии по статистике и эконометрике обычно рассказывают об отдельных кирпичиках, но не обсуждают проблемы их организации в технологию, предназначенную для прикладного использования.

Итак, процедура эконометрического или статистического анализа данных – это информационный технологический процесс, другими словами, та или иная информационная технология. Эконометрическая (статистическая) информация подвергается разнообразным операциям (последовательно, параллельно или по более сложным схемам). В настоящее время об автоматизации всего процесса эконометрического (статистического) анализа данных говорить было бы несерьезно, поскольку имеется слишком много нерешенных проблем, вызывающих дискуссии среди специалистов. "Экспертные системы" в области статистического анализа данных пока не стали рабочим инструментом статистиков. Ясно, что и не могли стать. Можно сказать и жестче - это пока научная фантастика или даже вредная утопия.

В литературе эконометрические (статистические) технологии пока рассматриваются явно недостаточно. В частности, обычно все внимание сосредотачивается на том или ином элементе технологической цепочки, а переход от одного элемента к другому остается в тени. Между тем проблема "стыковки" статистических алгоритмов, как известно, требует специального рассмотрения, поскольку в результате использования предыдущего алгоритма зачастую нарушаются условия применимости последующего. В частности, результаты наблюдений могут перестать быть независимыми, может измениться их распределение и т.п.

Например, при проверке статистических гипотез большое значение имеют такие хорошо известные характеристики статистических критериев, как уровень значимости и мощность. Методы их расчета и использования при проверке одной гипотезы обычно хорошо известны. Если же сначала проверяется одна гипотеза, а потом с учетом результатов ее проверки - вторая, то итоговая процедура, которую также можно рассматривать как проверку некоторой (более сложной) статистической гипотезы, имеет характеристики (уровень значимости и мощность), которые, как правило, нельзя просто выразить через характеристики двух составляющих гипотез, а потому они обычно неизвестны. В результате итоговую процедуру нельзя рассматривать как научно обоснованную, она относится к эвристическим алгоритмам. Конечно, после соответствующего изучения, например, методом Монте-Карло, она может войти в число научно обоснованных процедур прикладной статистики.

Почему живучи "низкие эконометрические (статистические) технологии"? "Высоким статистическим технологиям" противостоят, естественно, "низкие статистические технологии". Это те технологии, которые не соответствуют современному уровню науки и техники. Обычно они одновременно и устарели, и не адекватны сути решаемых эконометрических и статистических задач.

Примером является использование критерия Стьюдента для проверки однородности двух выборок, когда условия его применимости не выполнены (см. выше). Можно также вспомнить дурную традицию использования классических процентных точек критериев Колмогорова и омега-квадрат в ситуациях, когда параметры оцениваются по выборке, а затем эти оценки подставляются в "теоретическую" функцию распределения. Приходилось констатировать широкое распространение таких порочных технологий и конкретных алгоритмов, в том числе в государственных и международных стандартах (перечень ошибочных стандартов дан в статье [11]), учебниках и распространенных пособиях. Тиражирование ошибок происходит обычно в процессе обучения в вузах или путем самообразования при использовании недоброкачественной литературы.

На первый взгляд вызывает удивление устойчивость "низких статистических технологий", их постоянное возрождение во все новых статьях, диссертациях, монографиях, учебниках. Поэтому, как ни странно, наиболее "долгоживущими" оказываются не работы, посвященные новым научным результатам, а публикации, разоблачающие ошибки.

Целесообразно рассмотреть здесь по крайней мере три обстоятельства, которые определяют эту устойчивость ошибок.

Во-первых, прочно закрепившаяся традиция. Новое поколение, обучившись ошибочным алгоритмам, их использует, а с течением времени и достижением должностей, ученых званий и степеней – пишет новые учебники со старыми ошибками.

Во-вторых, трудно дать обоснованную экономическую оценку эффективности применения эконометрических (статистических) методов вообще и оценку вреда от применения ошибочных методов в частности. (А без такой оценки как докажешь, что "высокие статистические технологии" лучше "низких"?) Некоторые соображения по первому из этих вопросов приведены в статье [7], содержащей оценки экономической эффективности ряда работ по применению статистических методов. При оценке вреда от применения ошибочных методов приходится учитывать, что общий успех в конкретной инженерной, экономической или научной работе вполне мог быть достигнут вопреки их применению, за счет "запаса прочности" других составляющих общей работы.

В-третьих, велики трудности, связанные со знакомством с высокими эконометрическими (статистическими) технологиями и тем более с достаточно полным овладением ими. Отметим естественную задержку во времени между созданием "новых эконометрических (статистических) технологий" и написанием полноценной и объемной учебной и методической литературы. Эти издания должны решать многие задачи - позволять знакомиться с новой методологией, новыми методами, теоремами, алгоритмами, технологиями, причем не по кратким оригинальным статьям, а при обычном обучении в высшей школе.

Как показано выше, весь арсенал используемых в настоящее время эконометрических и статистических методов можно распределить по трем потокам:

- высокие эконометрические (статистические) технологии;
- классические эконометрические (статистические) технологии,
- низкие эконометрические (статистические) технологии.

Основная современная проблема эконометрики состоит в обеспечении того, чтобы в конкретных эконометрических и статистических исследованиях использовались только технологии первых двух типов. При этом под классическими эконометрическими (статистическими) технологиями понимаем технологии почтенного возраста, сохранившие свое значение для современной статистической практики. Таковы метод наименьших квадратов, статистики Колмогорова, Смирнова, омега-квадрат, непараметрические коэффициенты корреляции Спирмена и Кендалла и многие другие эконометрические (статистические) процедуры.

Как ускорить внедрение "высоких эконометрических (статистических) технологий"? Каковы возможные пути решения основной современной проблемы в области эконометрики?

В нашей стране по ряду исторических причин эконометрика не была сформирована как самостоятельное направление научной, практической и образовательной деятельности, в отличие, например, от Польши, не говоря уже об англосаксонских странах. В результате специалистов - эконометриков у нас на порядок меньше, чем в США и Великобритании (как уже упоминалось, Американская статистическая ассоциация включает более 20000 членов). Бороться с конкретными невеждами - дело почти безнадежное. Единственный путь – обучение новых специалистов. Какие бы новые научные результаты ни были получены, если они остаются неизвестными студентам, то новое поколение исследователей и инженеров вынуждено осваивать их, действуя по одиночке, а то и переоткрывать. Несколько огрубляя, можно сказать так: те подходы, идеи, результаты, факты, алгоритмы, которые попали в учебные курсы и соответствующие учебные пособия – сохраняются и используются потомками, те, которые не попали – пропадают в пыли библиотек.

В России начинают развертываться эконометрические исследования и преподавание эконометрики. Среди технических вузов факультет "Инженерный бизнес и менеджмент" МГТУ им. Н.Э.Баумана имеет в настоящее время приоритет в преподавания эконометрики.

О сущности высоких эконометрических методов. На основе опыта работы секции "Математические методы исследования" журнала "Заводская лаборатория", более 40 лет публикующей работы по высоким статистическим методам, рассмотрим основные черты таких методов.

Основные направления работы секции - прикладная статистика и планирование эксперимента. В первом из них принимается, что экспериментатор не может выбирать точки (значения факторов), в которых проводятся измерения, во втором, напротив, выбор возможен, и основная задача - оптимальный подбор таких точек. Большое внимание уделяется вопросам оптимального управления технологическими процессами, в частности, статистическим методам управления качеством продукции. Рассматриваются также теория и практика экспертных оценок, применение нечетких множеств и др.

Публиковались статьи по статистике случайных величин, по многомерному статистическому анализу, в частности по алгоритмам выделения информативных подмножеств факторов в задачах регрессионного и дискриминантного анализа. Как известно, во многих задачах требуется найти обратную матрицу, а определитель исходной матрицы может быть близок к 0. Для действий в подобных ситуациях разработан ряд методов. Другая проблема связана с тем, что классические методы хорошо работают, если число неизвестных параметров много меньше объема выборки. Между тем в реальных ситуациях часто число неизвестных параметров сравнимо с объемом выборки. Как быть? Новым методам, разработанным для этой неклассической ситуации, посвящен ряд публикаций.

В традициях отечественной вероятностно-статистической школы выдержана сводка основные терминов, определений и обозначений по теории вероятностей и прикладной статистике. Ее цель - обеспечить высокий научный уровень публикаций и помочь читателям овладеть современной научной терминологией по тематике секции. Эта сводка включена в пособие [1].

Постоянно уделялось внимание теории измерений. Пропагандировалась концепция шкал измерения. Рассматривались основные шкалы - наименований, порядковая, интервалов, отношений, разностей, абсолютная. Установлено, какими алгоритмами анализа данных можно пользоваться в той или иной шкале, в частности, для усреднения результатов наблюдений. Так, для данных, измеренных в порядковой шкале, некорректно вычислять среднее арифметическое. В качестве средних для таких данных можно использовать порядковые статистики, в частности, медиану (см. также монографии [3,7]).

Рассматривались новые подходы и программное обеспечение в области эконометрических методов обеспечения качества. Предложен принципиально новый подход к выбору технико-экономической политики обеспечения качества. Разработан метод проверки независимости результатов статистического контроля по двум альтернативным признакам. Сопоставлены между собой различные диалоговые программные системы по статистическому приемочному контролю. Проанализировано применение статистических методов на различных стадиях жизненного цикла продукции согласно международному стандарту ИСО 9004. Рассмотрены результаты анализа научной общественностью государственных стандартов по статистическим методам управления качеством продукции (см. статью [11]).

Эконометрические методы исследования часто опираются на использование современных информационных технологий. В частности, распределение конкретной статистики (функции от результатов измерений) можно находить методами асимптотической математической статистики, а можно и путем статистического моделирования (метод Монте-Карло, он же - метод статистических испытаний). Вычислительная статистика широко представлена в публикациях секции.

Новые идеи последних лет: точки роста. В работе [13] выделено пять актуальных направлений, в которых развивается современная прикладная статистика, т.е. пять "точек роста": непараметрика, робастность, бутстреп, интервальная статистика, статистика объектов нечисловой природы. Кратко обсудим эти актуальные направления,

Непараметрика, или непараметрическая статистика, позволяет делать статистические выводы, оценивать характеристики распределения, проверять статистические гипотезы без слабо обоснованных предположений о том, что функция распределения элементов выборки входит в то или иное параметрическое семейство. Например, широко распространена вера в то, что статистические данные часто подчиняются нормальному распределению. Математики думают, что это - экспериментальный факт, установленный в прикладных исследованиях. Прикладники уверены, что математики доказали нормальность результатов наблюдений. Между тем анализ конкретных результатов наблюдений, в частности, погрешностей измерений, приводит всегда к одному и тому же выводу - в подавляющем большинстве случаев реальные распределения существенно отличаются от нормальных. Некритическое использование гипотезы нормальности часто приводит к значительным ошибкам, например, при отбраковке резко выделяющихся результатов наблюдений (выбросов), при статистическом контроле качества и в других случаях. Поэтому целесообразно использовать непараметрические методы, в которых на функции распределения результатов наблюдений наложены лишь весьма слабые требования. Обычно предполагается лишь их непрерывность. К настоящему времени с помощью непараметрических методов можно решать практически тот же круг задач, что ранее решался параметрическими методами.

Основная идея работ по робастности, или устойчивости, состоит в том, что выводы, полученные на основе математических методов исследования, должны мало меняться при небольших изменениях исходных данных и отклонениях от предпосылок модели. Здесь есть два круга задач. Один - это изучение устойчивости распространенных алгоритмов анализа данных. Второй - поиск робастных алгоритмов для решения тех или иных задач. Отметим, что сам по себе термин "робастность" не имеет точно определенного смысла. Всегда необходимо указывать конкретную вероятностно-статистическую модель. При этом модель "засорения" Тьюки-Хубера-Хампеля обычно не является практически полезной. Дело в том, что она ориентирована на "утяжеление хвостов", а в реальных ситуациях "хвосты" обрезаются априорными ограничениями на результаты наблюдений, связанными, например, с используемыми средствами измерения.

Бутстреп - направление непараметрической статистики, опирающееся на интенсивное использование информационных технологий. Основная идея состоит в "размножении выборок", т.е. в получении набора из многих выборок, напоминающих полученную в эксперименте. По такому набору можно оценить свойства различных статистических процедур, не прибегая к излишне обременительным параметрическим вероятностно-статистическим моделям. Простейший способ "размножения выборки" состоит в исключении из нее одного результата наблюдения. Исключаем первое наблюдение, получаем выборку, похожую на исходную, но с объемом, уменьшенным на 1. Затем возвращаем исключенный результат первого наблюдения, но исключаем второе наблюдение. Получаем вторую выборку, похожую на исходную. Затем возвращаем результат второго наблюдения, и т.д. Есть и иные способы "размножения выборок". Например, можно по исходной выборке построить ту или иную оценку функции распределения, а затем методом статистических испытаний смоделировать ряд выборок из элементов, функция распределения которых совпадает с этой оценкой.

Интервальная статистика - это анализ интервальных статистических данных. Вполне очевидно, что все средства измерения имеют погрешности. Однако до недавнего времени это очевидное обстоятельство никак не учитывалось в статистических процедурах. В результате возникла абсурдная концепция состоятельности как необходимого свойства статистических оценок параметров и характеристик. Только недавно начала развиваться теория интервальной статистики, избавленная от указанной абсурдной концепции. В ней предполагается, что исходные данные - это не числа, а интервалы. Интервальную статистику можно рассматривать как часть интервальной математики. Выводы в ней часто принципиально отличны от классических.

Статистика объектов нечисловой природы. Перейдем к статистике объектов нечисловой природы (она же - статистика нечисловых данных, или нечисловая статистика). Сначала напомним, что исходный объект в прикладной статистике - это выборка, т.е. совокупность независимых одинаково распределенных случайных элементов. Какова природа этих элементов? В классической математической статистике элементы выборки - это числа. В многомерном статистическом анализе - вектора. А в нечисловой статистике элементы выборки - это объекты нечисловой природы, которые нельзя складывать и умножать на числа. Другими словами, объекты нечисловой природы лежат в пространствах, не имеющих векторной структуры.

Примерами объектов нечисловой природы являются:

- значения качественных признаков, т.е. результаты кодировки объектов с помощью заданного перечня категорий (градаций);

- упорядочения (ранжировки) экспертами образцов продукции (при оценке её технического уровня и конкурентоспособности)) или заявок на проведение научных работ (при проведении конкурсов на выделение грантов);

- классификации, т.е. разбиения объектов на группы (кластеры) сходных между собой;

- толерантности, т.е. бинарные отношения, описывающие сходство объектов между собой, например, сходства тематики научных работ, оцениваемого экспертами с целью рационального формирования экспертных советов внутри определенной области науки;

- результаты парных сравнений или контроля качества продукции по альтернативному признаку ("годен" - "брак"), т.е. последовательности из 0 и 1;

- множества (обычные или нечеткие), например, зоны, пораженные коррозией, или перечни возможных причин аварии, составленные экспертами независимо друг от друга;

- слова, предложения, тексты;

- вектора, координаты которых - совокупность значений разнотипных признаков, например, результат составления статистического отчета о научно-технической деятельности организации (т.н. форма № 1-наука) или анкета эксперта, в которой ответы на часть вопросов носят качественный характер, а на часть - количественный;

- ответы на вопросы экспертной, маркетинговой или социологической анкеты, часть из которых носит количественный характер (возможно, интервальный), часть сводится к выбору одной из нескольких подсказок, а часть представляет собой тексты; и т.д.

Интервальные данные тоже можно рассматривать как пример объектов нечисловой природы, а именно, как частный случай нечетких множеств. А именно, если характеристическая функция нечеткого множества равна 1 на некотором интервале и равна 0 вне этого интервала, то задание нечеткого множества эквивалентно заданию интервала. Напомним, что *теория нечетких множеств в определенном смысле сводится к теории случайных множеств*. Цикл соответствующих теорем приведен в монографиях [3,7].

С 1970-х годов в основном на основе запросов теории экспертных оценок (а также технических исследований, экономики, социологии и медицины) развивались конкретные направления статистики объектов нечисловой природы. Были установлены основные связи между конкретными видами таких объектов, разработаны для них базовые вероятностные модели.

Следующий этап (1980-е годы) - выделение статистики объектов нечисловой природы в качестве самостоятельной дисциплины в рамках математических методов исследования, ядром которого являются методы статистического анализа данных произвольной природы. Для работ этого периода характерна сосредоточенность на внутренних проблемах нечисловой статистики.

К 1990-м годам статистика объектов нечисловой природы с теоретической точки зрения была достаточно хорошо развита, основные идеи, подходы и методы были разработаны и изучены математически, в частности, доказано достаточно много теорем. Однако она оставалась недостаточно апробированной на практике. И в 1990-е годы наступило время перейти от математико-статистических исследований к применению полученных результатов на практике. К этому периоду относится публикация большой серии статей в рамках секции "Математические методы исследования", посвященных теории и практике нечисловой статистики.

Следует отметить, что в статистике объектов нечисловой природы одна и та же математическая схема может с успехом применяться во многих областях, а потому ее лучше всего формулировать и изучать в наиболее общем виде, для объектов произвольной природы.

Основные идеи статистики объектов нечисловой природы. В чем принципиальная новизна нечисловой статистики? Для классической математической статистики характерна операция сложения. При расчете выборочных характеристик распределения (выборочное среднее арифметическое, выборочная дисперсия и др.), в регрессионном анализе и других областях этой научной дисциплины постоянно используются суммы. Математический аппарат - законы больших чисел, Центральная предельная теорема и другие теоремы - нацелены на изучение сумм. В нечисловой же статистике нельзя использовать операцию сложения, поскольку элементы выборки лежат в пространствах, где нет операции сложения. Методы обработки нечисловых данных основаны на принципиально ином математическом аппарате - на применении различных расстояний в пространствах объектов нечисловой природы.

Кратко рассмотрим несколько идей, развиваемых в статистике объектов нечисловой природы для данных, лежащих в пространствах произвольного вида. Они нацелены на решение классических задач описания данных, оценивания, проверки гипотез - но для неклассических данных, а потому неклассическими методами.

Первой обсудим проблему определения средних величин. В рамках теории измерений удается указать вид средних величин, соответствующих тем или иным шкалам измерения. В классической математической статистике средние величины вводят с помощью операций сложения (выборочное среднее арифметическое, математическое ожидание) или упорядочения (выборочная и теоретическая медианы). В пространствах произвольной природы средние значения нельзя определить с помощью операций сложения или упорядочения. Теоретические и эмпирические средние приходится вводить как решения экстремальных задач. Теоретическое среднее определяется как решение задачи минимизации математического ожидания (в классическом смысле) расстояния от случайного элемента со значениями в рассматриваемом пространстве до фиксированной точки этого пространства (минимизируется указанная функция от этой точки). Для эмпирического среднего математическое ожидание берется по эмпирическому распределению, т.е. берется сумма расстояний от некоторой точки до элементов выборки и затем минимизируется по этой точке. При этом как эмпирическое, так и теоретическое средние как решения экстремальных задач могут быть не единственными элементами рассматриваемого пространства, а являться некоторыми множествами таких элементов, которые могут оказаться и пустыми. Тем не менее удалось сформулировать и доказать законы больших чисел для средних величин, определенных указанным образом, т.е. установить сходимость (в специально определенном смысле) эмпирических средних к теоретическим средним (математическим ожиданиям).

Оказалось, что методы доказательства законов больших чисел допускают существенно более широкую область применения, чем та, для которой они были разработаны. А именно, удалось изучить асимптотику решений экстремальных статистических задач, к которым, как известно, сводится большинство постановок прикладной статистики. В частности, кроме законов больших чисел установлена и состоятельность оценок минимального контраста, в том числе оценок максимального правдоподобия и робастных оценок. К настоящему времени подобные оценки изучены также и в интервальной статистике.

В статистике в пространствах произвольной природы большую роль играют непараметрические оценки плотности, используемые, в частности, в различных алгоритмах регрессионного, дискриминантного, кластерного анализов. В нечисловой статистике предложен и изучен ряд типов непараметрических оценок плотности в пространствах произвольной природы, в том числе в дискретных пространствах. В частности, доказана их состоятельность, изучена скорость сходимости и установлен примечательный факт совпадения наилучшей скорости сходимости в произвольном пространстве с той, которая имеет быть в классической теории для числовых случайных величин.

Дискриминантный, кластерный, регрессионный анализы в пространствах произвольной природы основаны либо на параметрической теории - и тогда применяется подход, связанный с асимптотикой решения экстремальных статистических задач - либо на непараметрической теории - и тогда используются алгоритмы на основе непараметрических оценок плотности.

Для проверки гипотез могут быть использованы статистики интегрального типа, в частности, типа омега-квадрат. Любопытно, что предельная теория таких статистик, построенная первоначально в классической постановке, приобрела естественный (завершенный, изящный) вид именно для пространств произвольного вида, поскольку при этом удалось провести рассуждения, опираясь на базовые математические соотношения, а не на те частные (с общей точки зрения), что были связаны с конечномерным пространством.

Представляют практический интерес результаты, связанные с конкретными областями статистики объектов нечисловой природы, в частности, со статистикой нечетких множеств и со статистикой случайных множеств (напомним, что теория нечетких множеств в определенном смысле сводится к теории случайных множеств), с непараметрической теорией парных сравнений и бернуллиевских векторов (люсианов), с аксиоматическим введением метрик в конкретных пространствах объектов нечисловой природы, и с рядом других конкретных постановок.

Для анализа нечисловых, в частности, экспертных данных весьма важны методы классификации. С другой стороны, наиболее естественно ставить и решать задачи классификации, основанные на использовании расстояний или показателей различия, в рамках статистики объектов нечисловой природы. Это касается как распознавания образов с учителем (другими словами, дискриминантного анализа), так и распознавания образов без учителя (т.е. кластерного анализа).

Экспертные оценки - часть современной эконометрики.

Кроме вероятностно-статистических эконометрических методов, для контроллинга большое значение имеет такая важная область эконометрики, как экспертные оценки (обзор современных проблем экспертных оценок дан в статье [14]). Нестабильность современной социально-экономической ситуации повысила интерес к применению экспертных оценок (и понизила практическое значение статистики временных рядов). Разнообразные процедуры экспертных оценок широко используются не только в контроллинге, но и в технико-экономическом анализе, в маркетинге, при оценке инвестиционных проектов и во многих иных областях. Повысился и интерес к теории экспертных оценок, в том числе в связи с преподаванием.

Среди взглядов на теорию экспертных оценок есть и экстремистские, согласно которым эту теорию надо еще создавать. По мнению Российской академии статистических методов теория экспертных оценок была в основном создана в течение 1970-1980 гг. В теории экспертных оценок выделяются вопросы организации экспертиз и математические модели поведения экспертов. Методы обработки экспертных данных всегда основаны на тех или иных моделях поведения экспертов. Так, при использовании многих методов предполагается, что ответы поведение экспертов можно моделировать как совокупность независимых одинаково распределенных случайных элементов. Эти элементы часто принадлежат тому или иному пространству объектов нечисловой природы, т.е. их нельзя складывать и умножать на число.

Статистика объектов нечисловой природы была разработана в ответ на запросы теории экспертных оценок и представляет собой математико-статистическую основу этой теории. Предварительные итоги были подведены в 1981 г. в обзоре [15] и монографии [3], а также в ряде монографий и сборников тех времен. На наш взгляд, с выходом обзора [15] заканчивается начальный период развития экспертных оценок в нашей стране - от первоначальных публикаций до создания теории. Следующий этап, продолжающийся уже 20 лет - развитие теории. Предварительные итоги подведены в обзоре [14].

Третий этап, на котором созданная теория широко применяется, еще не наступил. Пока используются в основном наиболее простые (и примитивные) процедуры экспертных оценок, описанные еще в первоначальных публикациях 1960-х и начала 1970-х годов. Показателем перехода к третьему этапу будет массовое преподавание современной теории экспертных оценок.

Как отмечалось выше, статистика объектов нечисловой природы является одной из четырех основных областей современной эконометрики (и прикладной математической статистики), наряду с одномерной статистикой, многомерным статистическим анализом, статистикой временных рядов и случайных процессов [1,13]. Ее отличительной чертой является широкое использование операций оптимизации - нахождения решений оптимизационных задач (типа медианы Кемени), а не операций суммирования, как в остальных трех областях. Из конкретных видов объектов нечисловой природы обратим внимание на люсианы (конечные последовательности независимых испытаний Бернулли с, вообще говоря, различными вероятностями успеха). В частности, на их основе строится непараметрическая теория парных сравнений, для ответов экспертов проверяются гипотезы согласованности, однородности и независимости [1].

Теория экспертных оценок продолжает развиваться. Один из новых подходов к выделению общей части во мнениях экспертов, выраженных в виде кластеризованных ранжировок, а именно, метод согласования таких ранжировок, развит в статье [16].

За последние 30 лет в теории экспертных оценок получено много полезных для практики результатов (в том числе подходов к сбору и анализу данных, методик проведения экспертных исследований, алгоритмов расчетов). Все ценное должно быть использовано для эконометрической поддержки контроллинга.

3.3.2. Принятие решений в условиях риска

Последствия решений менеджера, экономиста, инженера проявятся в будущем. А будущее неизвестно. Мы обречены принимать решения в условиях неопределенности. Мы всегда рискуем, поскольку нельзя исключить возможность нежелательных событий. Но можно сократить вероятность их появления. Для этого необходимо спрогнозировать дальнейшее развитие событий, в частности, последствия принимаемых решений.

Методы социально-экономического прогнозирования. Кратко рассмотрим различные методы прогнозирования (предсказания, экстраполяции), используемые в социально-экономической области. По вопросам прогнозирования имеется большое число публикаций (см., например, книги [18-26]). Как часть теории принятия решений существует научная дисциплина "Математические методы прогнозирования". Ее целью является разработка, изучение и применение современных математических методов эконометрического (в частности, статистического, экспертного, комбинированного) прогнозирования социально-экономических явлений и процессов, причем методы должны быть проработаны до уровня, позволяющего их использовать в практической деятельности экономиста, инженера и менеджера. К основным задачам этой дисциплины относятся:

- разработка, изучение и применение современных математико-статистических методов прогнозирования (в том числе непараметрических методов, включая методы наименьших квадратов с оцениванием точности прогноза, адаптивных методов, методов авторегрессии и др.),

- развитие теории и практики экспертных методов прогнозирования, в том числе методов анализа экспертных оценок на основе статистики нечисловых данных,

-методов прогнозирования в условиях риска,

- комбинированных методов прогнозирования с использованием совместно экономико-математических и эконометрических (как статистических, так и экспертных) моделей.

Теоретической основой методов прогнозирования являются математические дисциплины (прежде всего, теория вероятностей и математическая статистика, дискретная математика, исследование операций), а также экономическая теория, экономическая статистика, менеджмент, социология, политология и другие социально-экономические науки.

Как общепринято со времен основоположника научного менеджмента Анри Файоля, прогнозирование и планирование - основа работы менеджера. Сущность эконометрического прогнозирования состоит в описании и анализе будущего развития, в отличие от планирования, при котором директивным образом задается будущее движение. Например, вывод прогнозиста может состоять в том, что за час мы сможем отойти пешком от точки А не более чем на 5 км, а указание плановика - в том, что через час необходимо быть в точке Б. Ясно, что если расстояние между А и Б не более 5 км, то план реален (осуществим), а если более 10 км - не может быть осуществлен в заданных условиях. Необходимо либо отказаться от нереального плана, либо перейти на иные условия его реализации, например, двигаться не пешком, а на автомашине. Рассмотренный пример демонстрирует возможности и ограниченность методов прогнозирования. А именно, эти методы могут быть успешно применены при условии некоторой стабильности развития ситуации и отказывают при резких изменениях.

Часто оказывается полезным промежуточный путь между прогнозированием и планированием – так называемое нормативное прогнозирование. При его применении задается цель, а затем разрабатывается система мероприятий, обеспечивающая достижение этой цели, и изучаются характеристики этой системы (объем необходимых ресурсов, в том числе материальных, кадровых, финансовых, временных, возникающие риски и т.п.).

Один из вариантов применения методов прогнозирования - выявление необходимости изменений путем "приведения к абсурду". Например, если население Земли каждые 50 лет будет увеличиваться вдвое, то нетрудно подсчитать, через сколько лет на каждый квадратный метр поверхности Земли будет приходиться по 10000 человек. Из такого прогноза следует, что закономерности роста численности населения должны измениться.

Учет нежелательных тенденций, выявленных при прогнозировании, позволяет принять необходимые меры для их предупреждения, а тем самым помешать осуществлению прогноза.

Есть и самоосуществляющиеся прогнозы. Например, если в вечерней телевизионной передаче будет сделан прогноз о скором банкротстве определенного банка, то наутро многие вкладчики этого банка пожелают получить свои деньги, у входа в банк соберется толпа, а банковские операции придется остановить. Такую ситуацию журналисты описывают словами: "Банк лопнул". Обычно для этого достаточно, чтобы в один "прекрасный" (для банка) момент вкладчики пожелали изъять заметную долю (скажем, 30%) денежных средств с депозитных счетов.

Прогнозирование - частный вид моделирования как основы познания и управления.

Роль прогнозирования в управлении страной, отраслью, регионом, предприятием очевидна. Необходимы учет СТЭЭП-факторов (т.е. социальных, технологических, экономических, экологических, политических), факторов конкурентного окружения и научно-технического прогресса. А также прогнозирование расходов и доходов предприятий и общества в целом (в соответствии с двумя вариантами жизненным циклом продукции - во времени и по 11-и стадиям международного стандарта ИСО 9004). Проблемы внедрения и практического использования математических методов эконометрического прогнозирования при принятии решений связаны прежде всего с отсутствием в нашей стране достаточно обширного опыта подобных исследований, поскольку в течение десятилетий планированию отдавался приоритет перед прогнозированием.

Статистические методы прогнозирования. Простейшие методы восстановления используемых для прогнозирования зависимостей исходят из заданного временного ряда, т.е. функции, определенной в конечном числе точек на оси времени. Временной ряд при этом часто рассматривается в рамках вероятностной модели, вводятся иные факторы (независимые переменные), помимо времени, например, объем денежной массы (агрегат М2). Временной ряд может быть многомерным, т.е. число откликов (зависимых переменных) может быть больше одного. Основные решаемые задачи - интерполяция и экстраполяция. Они рассматриваются давно. Метод наименьших квадратов в простейшем случае (линейная функция от одного фактора) был разработан К.Гауссом более двух столетий назад, в 1794-1795 гг.

Опыт прогнозирования индекса инфляции и стоимости потребительской корзины накоплен в Институте высоких статистических технологий и эконометрики. При этом оказалось полезным преобразование (логарифмирование) переменной - текущего индекса инфляции. Характерно, что при стабильности условий точность прогнозирования оказывалась достаточно удовлетворительной - 10-15 %. Однако спрогнозированное на осень 1996 г. значительное повышение уровня цен не осуществилось. Дело в том, что руководство страны перешло к стратегии сдерживания роста потребительских цен путем массовой невыплаты зарплаты и пенсий.

Условия изменились - и статистический прогноз оказался непригодным. Влияние решений руководства Москвы проявилось также в том, что в ноябре 1995 г. (перед парламентскими выборами) цены в Москве упали в среднем на 9,5%, хотя обычно для ноября характерен более быстрый рост цен, чем в другие месяцы года, кроме декабря и января.

Наиболее часто используется метод наименьших квадратов при нескольких факторах (2-5). Метод наименьших модулей и другие методы экстраполяции применяются реже, хотя их статистические свойства зачастую лучше. Большую роль играет традиция и общий невысокий уровень знаний об эконометрических методах прогнозирования.

Оценивание точности прогноза - необходимая часть процедуры квалифицированного прогнозирования. При этом обычно используют вероятностно-статистические модели восстановления зависимости, например, строят наилучший прогноз по методу максимального правдоподобия (при использовании параметрических моделей). Разработаны параметрические (обычно на основе модели нормальных ошибок) и непараметрические оценки точности прогноза и доверительные границы для него (на основе Центральной Предельной Теоремы теории вероятностей). Так, в Институте высоких статистических технологий и эконометрики предложены и изучены методы доверительного оценивания точки наложения (встречи) двух временных рядов и их применения для оценки динамики технического уровня собственной продукции и продукции конкурентов, представленной на мировом рынке.

Применяются также эвристические приемы, не основанные на какой-либо теории: метод скользящих средних, метод экспоненциального сглаживания.

Адаптивные методы прогнозирования позволяют оперативно корректировать прогнозы при появлении новых точек. Речь идет об адаптивных методах оценивания параметров моделей и об адаптивных методах непараметрического оценивания. Отметим, что с развитием вычислительных мощностей компьютеров проблема сокращения объемов вычисления теряет свое значение.

Многомерная регрессия, в том числе с использованием непараметрических оценок плотности распределения - основной на настоящий момент эконометрический аппарат прогнозирования. Подчеркнем, что нереалистическое предположение о нормальности погрешностей измерений и отклонений от линии (поверхности) регрессии использовать не обязательно. Однако для отказа от предположения нормальности необходимо опереться на иной математический аппарат, основанный на многомерной центральной предельной теореме теории вероятностей и эконометрической технологии линеаризации. Он позволяет проводить точечное и интервальное оценивание параметров, проверять значимость их отличия от 0 в непараметрической постановке, строить доверительные границы для прогноза.

Весьма важна проблема проверки адекватности модели, а также проблема отбора факторов. Дело в том, что априорный список факторов, оказывающих влияние на отклик, обычно весьма обширен, желательно его сократить, и крупное направление современных эконометрических исследований посвящено методам отбора "информативного множества признаков". Однако эта проблема пока еще окончательно не решена. Проявляются необычные эффекты. Так, установлено [1], что обычно используемые статистические оценки степени полинома при росте объемы выборки имеют геометрическое распределение.

Перспективны непараметрические методы оценивания плотности вероятности и их применения для восстановления регрессионной зависимости произвольного вида. Наиболее общие постановки в этой области получены с помощью подходов статистики нечисловых данных [1].

К современным статистическим методам прогнозирования относятся также модели авторегрессии, модель Бокса-Дженкинса, системы эконометрических уравнений, основанные как на параметрических, так и на непараметрических подходах.

Для установления возможности применения асимптотических результатов при конечных (т.н. "малых") объемах выборок полезны компьютерные статистические технологии. Они позволяют также строить различные имитационные модели. Отметим полезность методов размножения данных (бутстреп-методов). Системы прогнозирования с интенсивным использованием компьютеров объединяют различные методы прогнозирования в рамках единого автоматизированного рабочего места прогнозиста.

Прогнозирование на основе данных, имеющих нечисловую природу, в частности, прогнозирование качественных признаков основано на результатах статистики нечисловых данных. Весьма перспективными для прогнозирования представляются регрессионный анализ на основе интервальных данных, включающий, в частности, определение и расчет нотны и рационального объема выборки (см. часть 2 выше), а также регрессионный анализ нечетких данных, разработанный в монографии [7]. Общая постановка регрессионного анализа в рамках статистики нечисловых данных и ее частные случаи - дисперсионный анализ и дискриминантный анализ (распознавание образов с учителем), давая единый подход к формально различным методам, полезна при программной реализации современных статистических методов прогнозирования.

Экспертные методы прогнозирования. Необходимость и общее представление о применении экспертных методов прогнозирования при принятии решений на различных уровнях управления - на уровне страны, отрасли, региона, предприятия - вытекают из рассмотрений следующей главы. Отметим большое практическое значение экспертиз при сравнении и выборе инвестиционных и инновационных проектов, при управлении проектами, экологических экспертиз. Роли лиц, принимающих решения (ЛПР), и специалистов (экспертов) в процедурах принятия решений, критерии принятия решений и место экспертных оценок в процедурах принятие решений рассмотрены ниже. В качестве примеров конкретных экспертных процедур, широко используемых при прогнозировании, укажем метод Дельфи и метод сценариев. На их основе формируются конкретные процедуры подготовки и принятия решений с использованием методов экспертных оценок, например, процедуры распределения финансирования научно-исследовательских работ (на основе балльных оценок или парных сравнений), технико-экономического анализа, кабинетных маркетинговых исследований (противопоставляемых "полевым" выборочным исследованиям), оценки, сравнения и выбора инвестиционных проектов.

В соотнесении с задачами прогнозирования напомним о некоторых аспектах планирования и организации экспертного исследования. Должны быть сформированы Рабочая группа и экспертная комиссия. Основные этапы проведения экспертного исследования рассмотрены ниже. Весьма ответственными этапами являются формирование целей экспертного исследования (сбор информации для ЛПР и/или подготовка проекта решения для ЛПР и др.) и формирование состава экспертной комиссии (методы списков (реестров), "снежного кома", самооценки, взаимооценки) с предварительным решением проблемы априорных предпочтений экспертов. Различные варианты организации экспертного исследования, различающиеся по числу туров (один, несколько, не фиксировано), порядку вовлечения экспертов (одновременно, последовательно), способу учета мнений (с весами, без весов), организации общения экспертов (без общения, заочное, очное с ограничениями ("мозговой штурм") или без ограничений) позволяют учесть специфику конкретного экспертного исследования. Компьютерное обеспечение деятельности экспертов и Рабочей группы, экономические вопросы проведения экспертного исследования важны для успешного проведения экспертного исследования.

Напомним, что экспертные оценки могут быть получены в различных математических формах. Наиболее часто используются количественные или качественные (порядковые, номинальные) признаки, бинарные отношения (ранжировки, разбиения, толерантности), интервалы, нечеткие множества, результаты парных сравнений, тексты и др. Основные понятия (репрезентативной) теории измерений: основные типы шкал, допустимые преобразования, адекватные выводы и др. - важны применительно к экспертному оцениванию. Необходимо использовать средние величины, соответствующие основным шкалам измерения. Применительно к различным видам рейтингов репрезентативная теория измерений позволяет выяснить степень их адекватности прогностической ситуации, предложить наиболее полезные для целей прогнозирования (см. главу 2.1).

Например, анализ рейтингов политиков по степени их влиятельности, публиковавшийся одной из известных центральных газет, показал, что из-за неадекватности используемого математического аппарата лишь первые 10 мест, возможно, имеют некоторое отношение к реальности (они не меняются при переходе к другому способу анализа данных, т.е. не зависят от субъективизма членов Рабочей группы), остальные - "информационный шум", попытки опираться на них при прогностическом анализе могут привести лишь к ошибкам. Что же касается начального участка рейтинга этой газеты, то он также может быть подвергнут сомнению, но по более глубоким причинам, например, связанным с составом экспертной комиссии.

Основными процедурами обработки прогностических экспертных оценок являются проверка согласованности, кластер-анализ и нахождение группового мнения.

Проверка согласованности мнений экспертов, выраженных ранжировками, проводится с помощью коэффициентов ранговой корреляции Кендалла и Спирмена, коэффициента ранговой конкордации Кендалла и Бэбингтона Смита. Используются параметрические модели парных сравнений - Терстоуна, Бредли-Терри-Льюса - и непараметрические модели теории люсианов. В следующей главе рассмотрена процедура согласования ранжировок и классификаций; построения согласующих бинарных отношений.

При отсутствии согласованности разбиение мнений экспертов на группы сходных между собой проводят методом ближайшего соседа или другими методами кластерного анализа (автоматического построения классификаций, распознавания образов без учителя). Классификация люсианов осуществляется на основе вероятностно-статистической модели.

Используют различные методы построения итогового мнения комиссии экспертов. Своей простотой выделяется метод средних рангов. Компьютерное моделирование (см. работу [27]) позволило установить ряд свойств медианы Кемени, часто рекомендуемой для использования в качестве итогового (обобщенного, среднего) мнения комиссии экспертов. Интерпретация закона больших чисел для нечисловых данных в терминах теории экспертного опроса такова: итоговое мнение устойчиво, т.е. мало меняется при изменении состава экспертной комиссии, и при росте числа экспертов приближается к "истине". При этом в соответствии с принятым в монографии [3] подходом предполагается, что ответы экспертов можно рассматривать как результаты измерений с ошибками, все они - независимые одинаково распределенные случайные элементы, вероятность принятия определенного значения убывает по мере удаления от некоторого центра - "истины", а общее число экспертов достаточно велико.

Проблемы применения методов прогнозирования в условиях риска. Многочисленны примеры ситуаций, связанных с социальными, технологическими, экономическими, политическими, экологическими и другими рисками. Именно в таких ситуациях обычно и необходимо прогнозирование. Известны различные виды критериев, используемых в теории принятия решений в условиях неопределенности (риска). Из-за противоречивости решений, получаемых по различным критериям, очевидна необходимость применения оценок экспертов.

В конкретных задачах прогнозирования необходимо провести классификацию рисков, поставить задачу оценивания конкретного риска, провести структуризацию риска, в частности, построить деревья причин (в другой терминологии, деревья отказов) и деревья последствий (деревья событий). Центральной задачей является построение групповых и обобщенных показателей, например, показателей конкурентоспособности и качества. Риски необходимо учитывать при прогнозировании экономических последствий принимаемых решений, поведения потребителей и конкурентного окружения, внешнеэкономических условий и макроэкономического развития России, экологического состояния окружающей среды, безопасности технологий, экологической опасности промышленных и иных объектов. Метод сценариев незаменим применительно к анализу технических, экономических и социальных последствий аварий.

Имеется некоторая специфика применения методов прогнозирования в ситуациях, связанных с риском. Велика роль функции потерь и методов ее оценивания, в том числе в экономических терминах. В конкретных областях используют вероятностный анализ безопасности (для атомной энергетики) и другие специальные методы. Проблемам анализа, оценки и управления рисками при принятии решений посвящен ряд дальнейших разделов настоящей главы.

Принятие решений и современные компьютерные технологии прогнозирования. Перспективны интерактивные (человеко-машинные) методы прогнозирования с использованием баз эконометрических данных, имитационных (в том числе на основе применения метода Монте-Карло, т.е. метода статистических испытаний) и экономико-математических динамических моделей, сочетающих экспертные, статистические и моделирующие блоки. Обратим внимание на сходство и различие методов экспертных оценок и экспертных систем. Можно сказать, что экспертная система моделирует поведение эксперта путем формализации его знаний по специальной технологии. Но интуицию "живого эксперта" нельзя заложить в ЭВМ, а при формализации мнений эксперта (фактически - при его допросе) наряду с уточнением одних его представлений происходит и огрубление других. Другими словами, при использовании экспертных оценок непосредственно обращаются к опыту и интуиции высококвалифицированных специалистов, а при применении экспертных систем имеют дело с компьютерными алгоритмами расчетов и выводов, при создании которых когда-то давно привлекались эксперты как источник данных и типовых заключений.

Обратим внимание на возможность использования в прогнозировании производственных функций, статистически описывающих связь выпуска с факторами производства, на различные способы учета научно-технического прогресса, в частности, на основе анализа трендов и с помощью экспертного выявления точек роста. Примеры экономических прогнозов всех видов имеются в литературе. К настоящему времени разработаны компьютерные системы и программные средства комбинированных методов прогнозирования. Одна из первых таких систем была создана в 70-е годы в ИМЭМО АН

СССР под руководством С.А.Петровского.

Основные идеи технологии сценарных экспертных прогнозов. Как уже отмечалось, социально-экономическое прогнозирование, как и любое прогнозирование вообще, может быть успешным лишь при некоторой стабильности условий. Однако решения органов власти, отдельных лиц, иные события меняют условия, и события развиваются по-иному, чем ранее предполагалось. Объективно имеются точки выбора (фуркации), после которых рассматриваемое прогнозистами развитие может пойти по одному из нескольких возможных путей (эти пути и называют обычно сценариями). Выбор может делаться на разных уровнях - конкретной личностью (перейти на другую работу или остаться), менеджером (выпускать ту или иную марку продукции), конкурентами (сотрудничество или борьба), властными структурами (выбор той или иной системы налогообложения), населением страны (выбор президента), "международным сообществом" (вводить или нет санкции против России).

Рассмотрим пример. Вполне очевидно, что после первого тура президентских выборов 1996 г. о дальнейшем развитии социально-экономических событий можно было говорить лишь в терминах сценариев: если победит Б.Н. Ельцин, то будет то-то и то-то, если победит Г.А. Зюганов, то события пойдут так-то и так-то.

Например, работа [28] имела целью прогноз динамики валового внутреннего продукта (ВВП) на 9 лет (1999-2007). При ее проведении было ясно, что за это время произойдут различные политические события, в частности, по крайней мере два цикла парламентских и президентских выборов (при условии сохранения нынешней политической структуры), результаты которых нельзя предсказать однозначно. Поэтому прогноз динамики ВВП мог быть сделан лишь по отдельности для каждого сценария из некоторой гаммы, охватывающей возможные пути социально-экономической динамики

России.

Метод сценариев необходим не только в социально-экономической области. Например, при разработке методологического, программного и информационного обеспечения анализа риска химико-технологических проектов необходимо составить детальный каталог сценариев аварий, связанных с утечками токсических химических веществ. Каждый из таких сценариев описывает аварию своего типа, со своим индивидуальным происхождением, развитием, техническими, экономическими и социальными последствиями, возможностями предупреждения.

Таким образом, метод сценариев - это метод декомпозиции (разделения на части) задачи прогнозирования, предусматривающий выделение набора отдельных вариантов развития событий (сценариев), в совокупности охватывающих все возможные варианты развития. При этом каждый отдельный сценарий должен допускать возможность достаточно точного прогнозирования, а общее число сценариев должно быть обозримо.

Возможность подобной декомпозиции не очевидна. При применении метода сценариев необходимо осуществить два этапа исследования:

- построение исчерпывающего, но обозримого набора сценариев;

- прогнозирование в рамках каждого конкретного сценария с целью получения ответов на интересующие исследователя вопросы.

Каждый из этих этапов лишь частично формализуем. Существенная часть рассуждений проводится на качественном уровне, как это принято в общественно-экономических и гуманитарных науках. Одна из причин заключается в том, что стремление к излишней формализации и математизации приводит к искусственному внесению определенности там, где ее нет по существу, либо к использованию громоздкого математического аппарата. Так, рассуждения на словесном уровне считаются доказательными в большинстве ситуаций принятия решений, в то время как попытка уточнить смысл используемых слов с помощью, например, теории нечетких множеств приводит к весьма громоздким математическим моделям и расчетам.

Для построения исчерпывающего, но обозримого набора сценариев необходимо предварительно проанализировать динамику социально-экономического развития рассматриваемого экономического агента и его окружения. Корни будущего - в настоящем и прошлом, причем зачастую - в весьма далеком прошлом. Кроме макроэкономических и микроэкономических характеристик, известных лишь с погрешностями, которые нельзя считать случайными или малыми, необходимо учитывать состояние и динамику отечественного массового сознания, политических, в то числе внешнеполитических реалий, поскольку на обычно рассматриваемом интервале времени (до 10 лет) экономика зачастую следует за политикой, а не наоборот.

Так, например, к началу 1985 г. экономика СССР находилась в достаточно стабильном состоянии с ежегодным ростом в среднем 3-5%. Если бы руководство страны находилось в руках иных людей, то развитие продолжалось бы в прежних условиях и к концу тысячелетия ВВП СССР увеличился бы на 50% и составил бы примерно 150 % от уровня 1985 г. Реально же из-за политических причин ВВП России за эти 15 лет упал примерно в 2 раза, т.е. составил около 50 % по сравнению с 1985 г., или в 3 раза меньше, чем можно было бы ожидать из чисто экономических причин при сохранении стабильных условий 1985 г.

Набор сценариев должен быть обозрим. Приходится исключать различные маловероятные события - прилет инопланетян, падение астероида, массовые эпидемии ранее неизвестных болезней, и т.д.

Само по себе создание набора сценариев - предмет экспертного исследования, проводимого в соответствии с описанной выше методологией. Кроме того, эксперты могут оценить вероятности реализации того или иного сценария. Ясно, что эти оценки не являются надежными.

Часто используют упрощенный подход к прогнозированию методом сценариев. А именно, формулируют три сценария - оптимистический, вероятный и пессимистический. При этом для каждого из сценариев достаточно произвольно выбирают значения параметров, описывающих производственно-экономическую ситуацию (по-английски - case). Цель такого подхода - рассчитать интервалы разброса для характеристик и "коридоры" для временных рядов, интересующих исследователя (и заказчика исследования). Например, прогнозируют финансовый поток (по-английски - cash flow) и чистую текущую стоимость (по-английски - net present value или NPV) инвестиционного проекта.

Ясно, что такой упрощенный подход не может дать максимального или минимального значения характеристики, он дает лишь представление о порядке количественной меры разброса. Однако его развитие приводит к байесовской постановке в теории принятия решений. Например, если сценарий описывается элементом конечномерного евклидова пространства, то любое вероятностное распределение на множестве исходных параметров преобразуется в распределение интересующих исследователя характеристик. Расчеты могут быть проведены с помощью современных информационных технологий метода статистических испытаний. Надо в соответствии с заданным распределением на множестве параметров выбирать с помощью датчика псевдослучайных чисел конкретный вектор параметров и рассчитывать для него итоговые характеристики. В результате получится эмпирическое распределение на множестве итоговых характеристик, которое можно разными способами анализировать, находить оценку математического ожидания, разброса и др. Остается только неясным, как задавать распределение на множестве параметров. Естественно, для этого можно использовать экспертов.

Прогнозирование в рамках каждого конкретного сценария с целью получения ответов на интересующие исследователя вопросы также осуществляется в соответствии с описанной выше методологией прогнозирования. При стабильных условиях могут быть применены статистические методы прогнозирования временных рядов. Однако этому обычно предшествует анализ с помощью экспертов, причем зачастую прогнозирование на словесном уровне является достаточным (для получения интересующих исследователя и ЛПР выводов) и не требующим количественного уточнения.

Вопрос об использовании результатов прогнозирования относится не к эконометрике, а к смежной науке - теории принятия решений. Как известно, при принятии решений на основе анализа ситуации, в том числе результатов прогнозных исследований, можно исходить из различных критериев. Так, можно ориентироваться на то, что ситуация сложится наихудшим, или наилучшим, или средним (в каком-либо смысле) образом. Можно попытаться наметить мероприятия, обеспечивающие минимально допустимые полезные результаты при любом варианте развития ситуации, и т.д.

Итак, рассмотрена концепция современной методики экспертного оценивания методом сценариев. Она использовалась, например, для прогнозирования социально-экономического развития России (см. работу [28]).

Различные виды рисков. Будущее нам неизвестно. А потому неизвестны и будущие доходы и расходы, мы можем лишь прогнозировать их с той или иной степенью уверенности. Как описывать неопределенность будущего? Чем мы рискуем и что вообще понимать под "риском"? Как отражается неопределенность будущего на финансовых потоках (потоках платежей и поступлений), их характеристиках и выводах об эффективности управляющих воздействий на те или иные экономические процессы и других решениях? Как уменьшить возможные потери и защититься от рисков?

Чтобы управлять рисками, надо сначала знать риски. Поскольку на деятельность любой организации непосредственно либо потенциально влияют риски различной природы, необходима классификация рисков. Возможно, для различных целей понадобятся различные классификации, основанные на различных методологических принципах.

Для построения такой классификации необходимо какой-либо упорядочивающий принцип. Возьмем за основу движение от частного к общему. Тогда естественно выделить:

- производственные риски (внутренние риски), связанные непосредственно с деятельностью предприятия;

- коммерческие риски, вызванные неполной предсказуемостью динамики рынка, т.е. действий потребителей и конкурентов;

- финансовые риски, определяемые макроэкономической ситуацией;

- риски, возникающие на уровне государства и Земли в целом.

Затем необходимо изучить степень их влияния на показатели эффективности деятельности организации с целью выделения наиболее значимых.

После этого целесообразно провести изучение различных способов оценки финансовых и иных рисков в случаях, когда они моделируются с помощью тех или иных математических структур. В частности, распространено моделирование рисков с помощью вероятностей и случайных величин. При этом используются такие характеристики случайной величины, как математическое ожидание, дисперсия, квантили, коэффициент вариации, линейные комбинации математического ожидания и среднего квадратического отклонения и др. Подчеркнем, что эти характеристики следует рассматривать в непараметрической постановке, поскольку нет никаких оснований предполагать, что распределение характеристики риска входит в то или иное из известных параметрических семейств.

Перспективной представляется разработка методов описания рисков с помощью теории нечетких множеств, лингвистических переменных, качественных признаков, интервальных математических и эконометрических моделей и др.

Существенно, что описание может быть многомерным. Например, каждая координата может соответствовать своему виду воздействия (нарушения, происшествия) и описываться количественным либо качественным признаком. Тогда дополнительно возникает задача агрегирования (сведения вместе) показателей риска. Для агрегирования могут быть использованы различные методы, разработанные в теории оценки технического уровня и в теории экспертных оценок.

Следующий этап - разработка методологии применения различных методов управления рисками с использованием экспертных оценок, современных методов прогнозирования, эконометрических и экономико-математических моделей с целью повышения эффективности деятельности организации в условиях риска. При этом необходимо научиться практически решать проблему многокритериальности (согласования оценок рисков, полученных по различным основаниям, с целью эффективного управления риском).

К настоящему времени накоплена огромная литература по вопросам риска, как общая, например, теория статистического риска, так и по отдельным вопросам – по экологическим рискам, статистическим методам обеспечения качества, финансовым рискам и др.

Производственные риски. К ним следует прежде всего отнести риски, связанные с выпуском дефектной продукции. Хорошо известно, что при массовом производстве невозможно обеспечить выпуск продукции без дефектов. Поэтому действуют отделы технического контроля (ОТК), службы (бюро) качества и другие подразделения, осуществляющие контроль качества продукции. Известно, что в машиностроении стоимость контрольных операций составляет в среднем около 10% от стоимости продукции. Часть риска компенсируется службами технического обслуживания продукции, уже находящейся у потребителя. Постоянно используемыми терминами в этой области являются «риск поставщика» и «риск потребителя». Вопросам управления качеством посвящена обширная литература. Одна из важных групп показателей качества – надежность.

Другой вид рисков связан с осуществлением действующих технологических процессов. Речь идет об авариях различной степени тяжести, от незначительных нарушений технологических процессов до катастроф с человеческими жертвами. Здесь целесообразно обратить внимание на экологические риски, в частности, связанные с аварийными сбросами в реки технологических жидкостей, выбросами в атмосферу газов и взвешенных частиц и др. За подобные действия предприятия обычно обязаны платить штрафы согласно предписаниям экологических органов.

Отметим риски, относящиеся к проектируемым продукции или технологическим процессам. Они могут быть связаны с ошибками разработчиков или физической невозможностью осуществления того или иного процесса. Так, в течение всей второй половины XX века физики постоянно говорили о появлении в ближайшее время неиссякаемого источника энергии на основе преобразования тяжелой воды с помощью управляемого термоядерного синтеза. Эта пропаганда, несомненно, сдерживала финансирование и развитие ресурсосберегающих технологий. Еще в начале XX в. Д.И. Менделеев говорил, что сжигать нефть – это то же самое, что топить печь ассигнациями. Тем не менее и сейчас нефть используют как топливо, разведанных запасов остается все меньше. Излишний оптимизм физиков нам всем еще дорого обойдется.

Среди производственных рисков есть и социальные, связанные с теми или иными конфликтами. Здесь надо выделить конфликты между службами (отделами, цехами), с которыми можно бороться, оптимизируя организационную структуру предприятия. Далее - различного происхождения конфликты между менеджерами высшего звена; конфликты между профсоюзами и администрацией по поводу заработной платы или условий труда, и др. Современные методы управления персоналом позволяют заранее спрогнозировать многие из таких конфликтов и предложить пути их разрешения.

Коммерческие риски. Речь идет о рисках, связанных с неопределенностью будущей рыночной ситуации в стране. В частности, о будущих действий поставщиков в связи с меняющимися предпочтениями потребителей. Напомним, например, о быстрых изменениях на рынке вычислительной техники в связи с появлением персональных компьютеров. Мода в той или иной степени отражается на поведении потребителей во многих областях.

Весьма существенны риски, связанные с деятельностью партнеров организации - участников экономической жизни (в том числе их законопослушностью как налогоплательщиков), в частности, с их деловой активностью, финансовым положением, отношением к соблюдению обязательств. Особенно надо отметить роль конкурентного окружения, от действий которого зависит многое в судьбе конкретного предприятия. В частности, важны информационные риски, связанные с промышленным шпионажем и возможностями проникновения конкурентов в коммерческие тайны и иного воздействия на внутренние дела организации, в частности, через компьютерные сети типа Интернет.

К этому же типу можно отнести риски, связанные с социальными и административными факторами в конкретных регионах, с взаимоотношениями рассматриваемой организации с органами местной и региональной власти, как официальными, так и криминальными.

Финансовые риски. Отметим прежде всего риски, связанные с колебаниями цен на товары и услуги (динамикой инфляции), ставки рефинансирования Центрального банка, норм банковских процентов по кредитам и депозитам, валютных курсов и других макроэкономических показателей, в том числе котировок государственных и частных (корпоративных) ценных бумаг. Часть этих рисков носит объективный, а часть – число спекулятивный характер. К этому же разделу можно отнести риски, связанные с нестабильностью законодательства и текущей экономической политики (т.е. с деятельностью руководства страны, министерств и ведомств). Дополнительные проблемы создает множественность нормативно-правовых актов, регулирующих хозяйственно-экономическую деятельность организации (порядка 10^4 , если считать не только федеральные нормативно-правовые акты, но и нормативно-правовые акты субъектов федерации, например, г. Москвы), зачастую противоречащих друг другу, что вызывает необходимость в участии в работе организации юристов, в том числе в судебных процессах.

Риски, возникающие на уровне государства и Земли в целом. К этому типу отнесем риски, связанные с политической ситуацией в целом, действиями партий, профсоюзов, экологических и других организаций в масштабе страны. Типичным примером являются риски, связанные с заметным изменением курса страны в результате тех или иных выборов. Другой пример – российский кризис, начавшийся в августе 1998 г. и непосредственно вызванный решением трех чиновников. Большое значения имеют риски, связанные с социальной борьбой («рельсовая война», забастовки, массовые столкновения, терроризм, и др.)…

Внешнеэкономические риски, например, связанные с динамикой цены на нефть, крупномасштабными зарубежными финансовыми (в Юго-Восточной Азии) или военными (Югославия, Ирак) кризисами и т.д., могут оказать существенное воздействие на рассматриваемую организацию (предприятие).

Большое число рисков связано с природными явлениями. Их можно объединить под именем «экологические». К ним относятся, в частности, риски, связанные с неопределенностью ряда природных явлений. Типичным примером является погода, от которой зависят урожайность (а потому и цены на сельскохозяйственные товары), расходы на отопление и уборку улиц, доходы от туризма и др. Обратим внимание на риски, связанные с недостаточными знаниями о природе (например, нам неизвестен точный объем полезных ископаемых в том или ином месторождении, а потому мы не можем точно предсказать развитие добывающей промышленности и объем налоговых поступлений от ее предприятий). Нельзя забывать о рисках экологических бедствий и катастроф, типа ураганов, смерчей, землетрясений, цунами, селей и др.

Каждый из перечисленных видов рисков может быть структурирован далее. Так, имеются крупные развернутые разработки по анализу рисков технологических аварий, в частности, на химических производствах и на атомных электростанциях (соответствующая теория именуется ВАБ – вероятностный анализ безопасности). Ясно, что аварии типа Чернобыльской существенно влияют на значения СТЭЭП-факторов (принятое сокращение для комплекса социальных, технологических, экономических, экологических и политических факторов, действующих на организацию) и тем самым на поступления и выплаты из бюджета как на местном, так и на федеральном уровне (что существенно, если «организация» – это муниципальный или государственный орган власти или его подразделение типа налоговой инспекции).

Подходы к учету неопределенности при описании рисков. В теории принятия решений в настоящее время при компьютерном и математическом моделировании для описания неопределенностей чаще всего используют такие математические средства, как:

- вероятностно-статистические методы,

- методы статистики нечисловых данных, в том числе интервальной статистики и интервальной математики, а также методы теории нечеткости,

- методы теории конфликтов (теории игр).

Они применяются в имитационных, эконометрических, экономико-математических моделях, реализованных обычно в виде программных продуктов.

Некоторые виды неопределенностей связаны с безразличными к организации силами - природными (погодные условия) или общественными (смена правительства). Если явление достаточно часто повторяется, то его естественно описывать в вероятностных терминах. Так, прогноз урожайности зерновых вполне естественно вести в вероятностных терминах. Если событие единично, то вероятностное описание вызывает внутренний протест, поскольку частотная интерпретация вероятности невозможна. Так, для описания неопределенности, связанной с исходами выборов или со сменой правительства, лучше использовать методы теории нечеткости, в частности, интервальной математики (интервал – удобный частный случай описания нечеткого множества). Наконец, если неопределенность связана с активными действиями соперников или партнеров, целесообразно применять методы анализа конфликтных ситуаций, т.е. методы теории игр, прежде всего антагонистических игр, но иногда полезны и более новые методы кооперативных игр, нацеленных на получение устойчивого компромисса.

Подходы к оцениванию рисков. Понятие "риск", как уже отмечалось, многогранно. Например, при использовании статистических методов управления качеством продукции риски - это вероятности некоторых событий (в статистическом приемочном контроле риск поставщика - это вероятность забракования партии продукции хорошего качества, а риск потребителя - приемки "плохой" партии; при статистическом регулировании процессов рассматривают риск незамеченной разладки и риск излишней наладки). Тогда оценка риска – это оценка вероятности, точечная или интервальная, по статистическим данным или экспертная. В таком случае для управления риском задают ограничения на вероятности нежелательных событий. Иногда под уменьшением риска понимают уменьшение дисперсии случайной величины, поскольку при этом уменьшается неопределенность. В теории принятия решений риск - это плата за принятие решения, отличного от оптимального, он обычно выражается как математическое ожидание. В экономике плата измеряется обычно в денежных единицах, т.е. в виде финансового потока (потока платежей и поступлений) в условиях неопределенности.

Методы математического моделирования позволяют предложить и изучить разнообразные методы оценки риска. Широко применяются два вида методов - статистические, основанные на использовании эмпирических данных, и экспертные, опирающиеся на мнения и интуицию специалистов.

Чтобы продемонстрировать сложность проблемы оценивания риска и различные существующие подходы, рассмотрим простейший случай. Пусть неопределенность носит вероятностный характер, а потери описываются одномерной случайной величиной (а не случайным вектором и не случайным процессом). Другими словами, ущерб адекватно описывается одним числом, а величина этого числа зависит от случая.

Итак, пусть величина порожденного риском ущерба моделируется случайной величиной X (в смысле теории вероятностей). Как известно, случайная величина описывается функцией распределения

$$F(x) = P\ (X < x),$$

где x – действительное число (т.е., как говорят и пишут математики, любой элемент действительной прямой, традиционно обозначаемой R^1). Поскольку X обычно интерпретируется как величина ущерба, то X - неотрицательная случайная величина.

В зависимости от предположений о свойствах функции распределения $F(x)$ вероятностные модели риска делятся на *параметрические* и *непараметрические*. В первом случае предполагается, что функция распределения входит в одно из известных семейств распределений – нормальных (т.е. гауссовских), экспоненциальных или иных. Однако обычно подобное предположение является мало обоснованным - реальные данные не хотят "втискиваться" в заранее заданное семейство. Тогда необходимо применять *непараметрические* статистические методы, не предполагающие, что распределение ущерба взято из того или иного популярного среди математиков семейства. При использовании *непараметрических* статистических методов обычно принимают лишь, что функция распределения $F(x)$ является непрерывной функцией числового аргумента x.

Обсудим два распространенных заблуждения. Во-первых, часто говорят, что поскольку величина ущерба зависит от многих причин, то она должна иметь т.н. *нормальное* распределение. Это неверно. Все зависит от способа взаимодействия причин. Если причины действуют аддитивно, то, действительно, в силу Центральной Предельной Теоремы теории вероятностей есть основания использовать *нормальное (гауссово) распределение*. Если же причины действуют мультипликативно, то в силу той же Центральной Предельной Теоремы теории вероятностей следует приближать распределение величины ущерба X с помощью *логарифмически нормального* *распределения*. Если же основное влияние оказывает *"слабое звено"* (где тонко, там и рвется), то согласно теоремам, доказанным академиком Б.В.Гнеденко, следует приближать распределение величины ущерба X с помощью распределения из семейства Вейбулла-Гнеденко. К сожалению, в конкретных практических случаях различить эти варианта обычно не удается.

Во-вторых, неверно традиционное представление о том, что *погрешности измерения нормально распределены*. Проведенный многими специалистами тщательный анализ погрешностей реальных наблюдений показал, что их распределение в подавляющем большинстве случаев *отличается* от гауссова. Сводка этих исследований приведена в работе [1]. Среди специалистов распространено такое шуточное утверждение: «*Прикладники обычно думают, что математики доказали, что погрешности распределены нормально, а математики считают, что прикладники установили это экспериментально*». И те, и другие ошибаются. К сожалению, в настоящее время в экологической и экономической литературе имеется масса ошибочных утверждений. Существенная часть ошибок относится к использованию математических методов. Особенно это касается *статистики* и *эконометрики*. Причины появления ошибок разнообразны. Некоторые из них подробно обсуждаются в учебном пособии [1] и статье [29].

Итак, рассмотрим ситуацию, когда возможная величина ущерба, связанного с риском, описывается функцией распределения $F(x)=P(X<x)$. Обычно стараются перейти от функции, описываемой (с точки зрения математики) бесконечно большим числом параметров, к небольшому числу числовых параметров, лучше всего к одному. Для положительной случайной величины (величины ущерба) часто рассматривают такие ее характеристики, как

- математическое ожидание;
- медиана и, более общо, квантили, т.е. значения $x = x(a)$, при

которых функция распределения достигает определенного значения *a*; другими словами, значение квантили $x = x(a)$ находится из уравнения $F(x) = a$;

- дисперсия (часто обозначаемая как "сигма-квадрат");
- среднее квадратическое отклонение (квадратный корень из дисперсии, т.е. "сигма");
- коэффициент вариации (среднее квадратическое отклонение, деленное на математическое ожидание);
- линейная комбинация математического ожидания и среднего квадратического отклонения (например, типично желание считать, что возможные значения ущерба расположены в таком интервале: *математическое ожидание плюс-минус три сигма*);
- математическое ожидание функции потерь, и т.д.

Этот перечень, очевидно, может быть продолжен.

Тогда задача оценки ущерба может пониматься как задача оценки той или иной из перечисленных характеристик. Чаще всего оценку проводят *по эмпирическим данным* (по выборке величин ущербов, соответствующим происшедшим ранее аналогичным случаям). При отсутствии эмпирического материала остается опираться на *экспертные оценки,* которым посвящена значительная часть следующей главы. Наиболее обоснованным является *модельно-расчетный метод,* опирающийся на модели управленческой, экономической, социально-психологической, эколого-экономической ситуации, позволяющие рассчитать характеристик ущерба.

Подчеркнем здесь, что характеристик случайного ущерба имеется много. Выше перечислено 7 видов, причем некоторые из них - второй, шестой и седьмой - содержат бесконечно много конкретных характеристик. Нельзя ограничиваться только средним ущербом, под которым обычно понимают математическое ожидание, хотя медиана ущерба не меньше соответствует этому термину. Весьма важны верхние границы для ущерба, т.е. квантили порядка *a*, где *a* близко к

1, например, a = 0,999999. При этом с вероятностью, не превосходящей 0,000001, реальный ущерб будет меньше $x(0,999999)$. Сложные проблемы состоят в обоснованном вычислении границы $x(0,999999)$, их мы не будем здесь касаться.

Тогда минимизация риска может, например, состоять:

1) в минимизации математического ожидания (ожидаемых потерь),

2) в минимизации квантиля распределения (например, медианы функции распределения потерь или квантиля порядка 0,99, выше которого располагаются большие потери, встречающиеся крайне редко - в 1 случае из 100),

3) в минимизации дисперсии (т.е. показателя разброса возможных значений потерь),

4) в минимизации суммы математического ожидания и утроенного среднего квадратического отклонения (на основе известного "правила трех сигм"), или иной линейной комбинации математического ожидания и среднего квадратического отклонения (используют в случае близости распределения потерь к нормальному как комбинацию подходов, нацеленных на минимизацию средних потерь и разброса возможных значений потерь),

5) в максимизации математического ожидания функции полезности (в случае, когда полезность денежной единицы меняется в зависимости от общей располагаемой суммы, как предполагается в учебном пособии по микроэкономике [30], в частности, когда необходимо исключить возможность разорения экономического агента), и т.д.

Перечень может быть продолжен. Например, не использована такая характеристика случайного ущерба, как коэффициент вариации. Однако целью настоящего рассмотрения не является построение всеобъемлющей системы постановок задач минимизации риска, поэтому ограничимся сказанным.

Обсудим пять перечисленных постановок. Первая из них – минимизация средних потерь – представляется вполне естественной, если все возможные потери малы по сравнению с ресурсами предприятия. В противном случае первый подход неразумен. Рассмотрим условный пример. У человека имеется 10000 рублей. Ему предлагается подбросить монету. Если выпадает «орел», то он получает 50000 рублей. Если же выпадает «цифра», он должен уплатить 20000 рублей. Стоит ли данному человеку участвовать в описанном пари? Если подсчитать математическое ожидание дохода, то, поскольку каждая сторона монеты имеет одну и ту же вероятность выпасть, равную 0,5, оно равно 50000 х 0,5 + (-20000) х 0,5 = 15000. Казалось бы, пари весьма выгодно. Однако большинство людей на него не пойдет, поскольку с вероятностью 0,5 они лишатся всего своего достояния и останутся должны 10000 рублей, другими словами, разорятся. Здесь проявляется психологическая оценка ценности рубля, зависящая от общей имеющейся суммы – 10000 рублей для человека с обычным доходом значит гораздо больше, чем те же 10000 руб. для миллиардера.

Второй подход нацелен как раз на минимизацию больших потерь, на защиту от разорения. Другое его применение – исключение катастрофических аварий, например, типа Чернобыльской. При втором подходе средние потери могут увеличиться (по сравнению с первым), зато максимальные будут контролироваться.

Третий подход нацелен на минимизацию разброса окончательных результатов. Средние потери при этом могут быть выше, чем при первом, но того, кто принимает решение, это не волнует – ему нужна максимальная определенность будущего, пусть даже ценой повышения потерь.

Четвертый подход сочетает в себе первый и третий, хотя и довольно примитивным образом. Проблема ведь в том, что задача управления риском в рассматриваемом случае – это по крайней мере двухкритериальная задача – желательно средние потери снизить (другими словами, математическое ожидание доходов повысить), и одновременно уменьшить показатель неопределенности – дисперсию. Хорошо известны проблемы, возникающие при многокритериальной оптимизации.

Наиболее продвинутый подход – пятый. Но для его применения необходимо построить функцию полезности. Это – большая самостоятельная задача. Обычно ее решают с помощью специально организованного эконометрического исследования.

Если неопределенность носит интервальный характер, т.е. описывается интервалами, то естественно применить методы статистики интервальных данных (как части интервальной математики), рассчитать минимальный и максимальный возможный доходы и потери, и т.д.

Разработаны различные способы уменьшения экономических рисков, связанные с выбором стратегий поведения, в частности, диверсификацией, страхованием и др. Причем эти подходы относятся не только к отдельным организациям. Так, применительно к системам налогообложения диверсификация означает использование не одного, а системы налогов, чтобы нейтрализовать действия налогоплательщиков, нацеленные на уменьшение своих налоговых платежей. Однако динамика реальных экономических систем такова, что любые формальные модели дают в лучшем случае только качественную картину. Например, не существует математических моделей, позволяющих достаточно точно спрогнозировать инфляцию вообще и даже реакцию экономики на одноразовое решение типа либерализации цен.

Необходимость применения экспертных оценок при оценке и управлении рисками. Из сказанного выше вытекает, что разнообразные формальные методы оценки рисков и управления ими во многих случаях (реально во всех нетривиальных ситуациях) не могут дать однозначных рекомендаций. В конце процесса принятия решения - всегда человек, менеджер, на котором лежит ответственность за принятое решение.

Поэтому процедуры экспертного оценивания естественно применять не только на конечном, но и на всех остальных этапах анализа рассматриваемого организацией проекта, используя при этом весь арсенал теории и практики экспертных оценок.

При этом нецелесообразно полностью отказываться от использования формально-экономических методов, например, основанных на вычислении чистых текущих (приведенных, дисконтированных) потерь и других характеристик. Использование соответствующих программных продуктов полезно для принятия обоснованных решений. Однако нельзя абсолютизировать формально-экономические методы. На основные вопросы типа: достаточно ли высоки доходы, чтобы оправдать риск, или: что лучше - быстро, но мало, или долго, но много - ответить могут только менеджеры с помощью экспертов.

Поэтому система поддержки принятия решений в организации должна сочетать формально-экономические и экспертные процедуры.

Разработка системы поддержки принятия решений в организации, нацеленной на оценивание рисков и управление ими – не простое дело. Укажем несколько проблем, связанных с подобной работой. Совершенно ясно, что система должна быть насыщена конкретными численными данными об экономическом состоянии региона, страны, возможно и мира в целом. Добыть такие данные нелегко, в частности, потому, что сводки Российского статистического агентства (ранее – Госкомстата РФ) искажены (подробнее о состоянии теории и практики статистики в России см. главу 1 в учебном пособии [1] и статью [29]).

В частности, Институт высоких статистических технологий и эконометрики занялся изучением инфляции именно потому, что наши данные по этому показателю превышали данные Госкомстата РФ примерно в 2 раза (см. главу 7 в [1]). Зарубежные источники также содержат неточности.. Так, при составлении балансовых соотношений для макроэкономических показателей по данным [31] выяснилось, что государство должно иметь дополнительный источник доходов в несколько сотен миллиардов долларов, а доходы бизнеса имеют излишек в 30 миллиардов долларов. Другими словами, популярное учебное пособие [31] содержит данные, не согласующиеся друг с другом. Ошибка ли это авторов или сознательная фальсификация с целью скрыть от читателей характеристики американской экономики – не известно.

Подходы к управлению рисками. При оценке, анализе и управлении рисками могут оказаться полезными известные публикации по методам учета финансового риска [32-36]. При использовании широкого арсенала статистических методов необходимо учитывать особенности их развития в России и СССР, наложившие свой отпечаток на современное состояние в области кадров и литературных источников.

Страхование и диверсификация – распространенные методы уменьшения неопределенности, присущей рискам, за счет повышения среднего уровня затрат.

Чтобы управлять, надо знать цель управления и иметь возможность влиять на те характеристики риска, которые определяют степень достижения цели.

Обычно можно выделить множество допустимых управляющих воздействий, описываемое с помощью соответствующего множества параметров управления. Тогда указанная выше возможность влиять на те характеристики риска, которые определяют степень достижения цели, формализуется как выбор значения управляющего параметра. При этом управляющий параметр может быть числом, вектором, быть элементом конечного множества или иметь более сложную математическую природу.

Основная проблема – корректная формулировка цели управления рисками. Поскольку существует целый спектр различных характеристик риска (например, если потери от риска моделируются случайной величиной), то оптимизация управления риском сводится к решению задачи многокритериальной оптимизации. Например, естественной является задача одновременной минимизации среднего ущерба (математического ожидания ущерба) и разброса ущерба (дисперсии ущерба).

Как известно, для любой многокритериальной задачи целесообразно рассмотреть множество решений (т.е. значений параметра управления), оптимальных по Парето. Эти решения оптимальны в том смысле, что не существует возможных решений, которые бы превосходили бы Парето-оптимальные решения одновременно по всем критериям. Точнее, превосходили бы хотя бы по одному критерию, а по остальным были бы столь же хорошими. Теория Парето - оптимальных решений хорошо развита (см., например, монографию [37]).

Ясно, что для практической реализации надо выбирать одно из Парето - оптимальных решений. Как выбирать? Разработан целый спектр подходов, из которых выбор может быть сделан только субъективным образом. Таким образом, снова возникает необходимость применения методов экспертных оценок.

Эксперты могут выбирать непосредственно из множества Парето - оптимальных решений, если оно состоит лишь из нескольких элементов. Или же они могут выбирать ту или иную процедуру сведения многокритериальной задачи к однокритериальной.

Как пытаются решать многокритериальные задачи? Один из подходов – выбрать т.н. «главный критерий», по которому проводить оптимизацию, превратив остальные критерии в ограничения. Например, минимизировать средний ущерб, потребовав, чтобы дисперсия ущерба не превосходила заданной величины.

Иногда задача многокритериальной оптимизации допускает декомпозицию. Найдя оптимальное значение для главного критерия, можно рассмотреть область возможных значений для остальных критериев, выбрать из них второй по важности и оптимизировать по нему, и т.д.

Что же делают эксперты? Они выбирают главный критерий (или упорядочивают критерии по степени важности), задают численные значения ограничений, иногда точность или время вычислений.

Второй основной подход – это свертка многих критериев в один интегральный и переход к оптимизации по одному критерию. Например, рассматривают линейную комбинацию критериев. Строго говоря, метод «главного критерия» – один из вариантов свертки, в котором вес главного критерия равен 1, а веса остальных – 0. Построение свертки, в частности, задание весов, целесообразно осуществлять экспертными методами.

Используют также методы, основанные на соображениях устойчивости (наиболее общий подход к изучению устойчивости рассмотрен в монографии [3]). При этом рассматривают область значений управляющих параметров, в которых значение оптимизируемого одномерного критерия (главного параметра или свертки) отличается от оптимального не более чем на некоторую заданную малую величину. Такая область может быть достаточно обширной. Например, если в линейном программировании одна из граней многогранника, выделенного ограничениями, почти параллельна плоскости равных значений оптимизируемого критерия, то вся эта грань войдет в рассматриваемую область. В выделенной области можно провести оптимизацию другого параметра, и т.д. При таком подходе эксперты выбирают допустимое отклонение для основного критерия, выделяют второй критерий, задают ограничения и т.д.

Отметим, что рассмотренные выше вероятностно-статистические подходы к оцениванию рисков предполагают использование в качестве критериев таких характеристик случайной величины, как математическое ожидание, медиана, квантили, дисперсия и др. Эти характеристики определяются функцией распределения случайного ущерба, соответствующего рассматриваемому риску. При практическом использовании этого подхода перечисленные характеристики оцениваются по статистическим данным. Они оцениваются по выборке, состоящей из наблюденных величин ущерба. При этом необходимо вычислять доверительные интервалы, содержащие оцениваемые теоретические характеристики с заданной доверительной вероятностью. Таким образом, критерий, на использовании которого основана оптимизация, всегда определен лишь с некоторой точностью, а именно, лишь с точностью до полудлины доверительного интервала. Таким образом, мы приходим к постановке, рассмотренной в предыдущем абзаце.

Необходимо обратить внимание на существенное изменение ситуации в области вычислительной оптимизации за последние 40 лет. Если в 1960-е годы из-за маломощности тогдашних компьютеров большое значение имела разработка быстрых методов счета, то в настоящее время внимание переносится на постановки задач и интерпретацию результатов. По нашим наблюдениям, это объясняется не только наличием различных программных продуктов по оптимизации, но и тем, что почти любую практическую задачу оптимизации можно решить простейшими методами типа переборных (перебирая возможные значения управляющих параметров с маленьким шагом), либо методом случайного поиска, поскольку быстродействие современных компьютеров позволяет это сделать.

В риск-менеджменте компании целесообразно выделить оперативное управление риском и стратегическое управление риском. Первый вид деятельности – постоянно проводящаяся работа, связанная с обеспечением качества продукции, плановым снижением экологических рисков [38, 39], работой с покупателями, поставщиками, персоналом, связанная с повышением лояльности, и т.д.

Стратегический риск-менеджмент – составная часть стратегического менеджмента и тем самым стратегического планирования [40]. Надо оценивать риски высокого уровня, например, прогнозировать наличие в продаже и цену тех или иных товаров через 10-20 лет, например, нефти и «больших» компьютеров. Большое значение на этом уровне имеет теория прогнозирования и экспертные оценки.

3.3.3. Об одном подходе к оценке рисков для малых предприятий (на примере выполнения инновационных проектов в вузах)

В качестве примера разработки и применения вероятностно-статистических (с использованием экспертов) методов оценки риска в конкретной прикладной задаче рассмотрим разработанный Институтом высоких статистических технологий и эконометрики подход к оценке рисков для малых предприятий. Опишем его на примере выполнения инновационных проектов в вузах.

Научно-исследовательский коллектив, выполняющий инновационный проект – это по сути своей малое предприятие. Однако такому предприятию целесообразно передать часть своих вспомогательных функций, включая оформление финансовых взаимоотношений, предприятию-носителю, в рассматриваемой в настоящем подразделе схеме – вузу. Известна роль технопарков в развитии малого венчурного бизнеса. Аналогично сказанному о вузах в технопарках часть функций входящих в него малых предприятий выполняется службами, общими для всего технопарка. Примером подобного малого предприятия является Институт высоких статистических технологий и эконометрики, базирующийся на факультете ИБМ МГТУ им. Н.Э.Баумана.

Во время переходного периода, нестабильности экономической системы, по мере разрушения производственной базы страны все чаще и чаще ставится вопрос о необходимости развития малых форм предпринимательской деятельности как катализатора дальнейшего процесса становления и восстановления российской экономики. Устойчивое, а, следовательно, успешное функционирование предприятий невозможно без учета изменяющейся окружающей среды. Усиливающаяся конкурентная борьба, как на отечественном, так и на международном рынке диктует особые условия выживания малых предприятий, вызывает необходимость разработки, отслеживания и внедрения новых прогрессивных процессов и технологий, то есть инноваций.

Основные понятия инновационного менеджмента. В термин "инновация" различные авторы зачастую вкладывают разный смысл. Так, в [41] под инновацией (нововведением) понимают итоговый результат создания и освоения (внедрения) принципиально нового или модифицированного средства (новшества). Оно должно удовлетворять конкретные общественные потребности и давать те или иные положительные эффекты (экономические, научно-технические, социальные, экологические и др.). М. Хучек [42] отмечает, что в "словаре польского языка" инновация означает внедрение чего-либо нового, какой-либо новой вещи, новинку, реформу. А. И. Пригожин [43] считает, что нововведение сводится к развитию технологии, техники, управления на стадиях их зарождения, освоения, распространения на других объектах. Ю. П. Морозов [44] под инновациями в широком смысле понимает прибыльное использование новаций в виде новых технологий, видов продукции, организационнотехнических и социально-экономических решений производственного, финансового, коммерческого или иного характера. В соответствии с Руководством Фраскати (документ принят ОЭСР в 1993 году в итальянском городе Фраскати) инновация определяется как конечный результат инновационной деятельности, получивший воплощение в виде нового или усовершенствованного продукта, внедренного на рынке, нового или усовершенствованного технологического процесса, используемого в практической деятельности, либо в новом подходе к социальным услугам. Авторы справочного пособия [45] считают, что инновация — использование в той или иной сфере общества результатов интеллектуальной (научно-технической) деятельности, направленных на совершенствование процесса деятельности или его результатов.

По нашему мнению, инновация – это любое нововведение [40]. Насколько нововведение хорошо (в том или ином смысле), определяется при анализе или со временем, но эта оценка не должна входить в определение изучаемого явления.

Инновационный процесс - более широкое понятие и может быть рассмотрен с различных позиций и с различной степенью детализации.

Во-первых, он представляет собой осуществление научно-исследовательской, научно-технической, собственно инновационной, производственной деятельности и маркетинга. Во-вторых, под ним можно понимать временные этапы жизненного цикла нововведения от возникновения идеи до ее разработки и распространения. В-третьих, с финансовой точки зрения его можно рассматривать как процесс финансирования и инвестирования разработки и распространения нового вида продукта или услуги. В этом случае он выступает в качестве инновационного проекта, рассматриваемого как частный случай инвестиционного проекта.

В общем виде инновационный процесс состоит в получении и коммерциализации изобретения, новых технологий, видов продукции и услуг, решений производственного, финансового, административного или иного характера и других результатов интеллектуальной деятельности. Опишем типовые этапы инновационного процесса.

Как правило, на первом этапе инновационного процесса проводятся фундаментальные исследования. Они обычно осуществляются в академических институтах, высших учебных заведениях и отраслевых специализированных институтах, лабораториях. На данном этапе имеется наибольшая вероятность отрицательного результата, поэтому повсюду в мире финансирование фундаментальных исследований осуществляется в основном из государственного бюджета на безвозвратной основе.

На втором этапе проводятся исследования прикладного характера. Они осуществляются в научных учреждениях всех видов и финансируются как за счет бюджета (в рамках государственных научных программ или на конкурсной основе), так и за счет негосударственных заказчиков. Только на данном этапе в качестве инвесторов могут появляться частные фирмы. Поскольку результат прикладных исследований далеко не всегда предсказуем, сопряжен с большой долей неопределенности, на этом этапе также велика вероятность получения отрицательного результата.

На третьем этапе осуществляются опытно-конструкторские и экспериментальные разработки. Они проводятся как в специализированных лабораториях, КБ, опытных производствах, НИИ, так и в научно-производственных подразделениях крупных промышленных предприятий. Источники финансирования те же, что и на втором этапе, а также собственные средства организаций.

На четвертом этапе осуществляется процесс коммерциализации нового продукта, который заключается в запуске его в производство и выхода на рынок и движении далее по основным этапам жизненного цикла продукта. На рубеже третьего этапа и выхода на рынок, как правило, требуются большие инвестиции в производство для создания (расширения) производственных мощностей, подготовки технологических процессов и персонала, рекламной деятельности и др.

В России до 1990-х годов инновационная деятельность велась в основном в крупных государственных учреждениях, управляемых посредством бюджетного финансирования и планирования. В условиях кризиса отечественной экономики особое значение приобретает развитие малого предпринимательства в сфере инновационной деятельности, так как именно малые предприятия являются наиболее мобильными и адаптирующимися предпринимательскими структурами, так как из-за ограниченности ресурсов малые предприятия ориентированы на ускоренную разработку и способны быстрее, чем крупные предприятия, перестраивать производство и внедрять инновации.

Освоению нововведений препятствует множество факторов: отсутствие необходимых навыков и знаний, недостаток кадровых, финансовых и материально-технических ресурсов и т.д. Учитывая слабую роль государства в развитии и стимулировании инноваций, предприниматели должны изыскивать возможности развития инноваций в малом бизнесе.

Одной из таких возможностей является сотрудничество с вузами на предмет разработки и реализации инновационных проектов. Оно может способствовать решению такой проблемы, как нехватка квалифицированных кадров или отсутствие у персонала предприятия специализированных знаний и навыков, требующихся для разработки (внедрения) инновационного проекта. Такое сотрудничество может осуществляться путем финансирования научно-технической разработки инновационного проекта в вузе. При этом партнером со стороны вуза выступает творческий коллектив, который надо рассматривать как малое предприятие, осуществляющее часть своих вспомогательных функций через структуры вуза.

Осуществляя подобное сотрудничество, надо всегда помнить, что инновации часто связаны с большим риском. Чем больше оригинального содержится в результатах инновационного процесса, тем значительнее ожидаемая прибыль и тем выше степень риска при внедрении нового товара или процесса. Главными факторами, на которых сосредотачиваются мероприятия по снижению уровня инновационных рисков, выступают объем и надежность информации об источниках риска, а также степень контроля над ними. Одним из инструментов подобного контроля является создание и использование методики расчета вероятностей успешной реализации инновационных проектов в вузах и соответствующих рисков. Целью данного подраздела учебника как раз и является составление примерной схемы расчета рисков инновационных проектов в вузах.

Инновационные проекты в вузах. Можно сказать, что большая часть научного потенциала страны сейчас сосредоточена в российских вузах. Здесь квалификация работников была и остается очень высокой. Однако, хотя и не в таких масштабах, как в науке и на промышленных предприятиях, наблюдается отток кадров, но тем не менее он присутствует. Причем в первую очередь речь идет о так называемой «внутренней утечке умов», т.е. прежде всего переходе квалифицированных специалистов из вузов в сферу бизнеса. Открывшиеся здесь широкие возможности позволили многим бывшим преподавателям и ученым относительно легко найти высокооплачиваемую, «перспективную» работу. Как следствие, многие руководители банков, инвестиционных и промышленных компаний, совместных предприятий и других крупных, средних и малых коммерческих структур имеют ученые степени, хотя и не владеют экономическими знаниями в должной степени. Подобного рода перераспределение квалифицированных кадров, возможно, способствовало подъему новых для России отраслей «рыночной экономики», но, очевидно, явилось и серьезным ударом по отечественной науке.

Произошло не только сокращение численности персонала научно-исследовательских подразделений вузов, но и падение занятости профессорско-преподавательского состава исследованиями и разработками (по совместительству). Исследовательская работа в условиях недостатка финансовых средств в высших учебных заведениях оплачивается значительно ниже, чем, например, преподавание в частных вузах, платных группах и на разного рода курсах, что снижает ее привлекательность в глазах преподавателей. Тем не менее, вузы являются одной из основных баз, где широкомасштабно, пусть не той же степени, как 10 лет назад, но ведутся научные исследования как фундаментального, так и прикладного характера, в том числе в рамках малых венчурных фирм.

Специфика инновационных проектов в вузах связана с небольшими объемами финансирования и краткими сроками, а больше всего – с рисками, относящимися непосредственно к научно-техническому развитию. Рассмотрим (в первом приближении) проблему оценивания рисков реализации инновационных проектов в вузах на основе вероятностных экономико-математических моделей.

Обычно под инновационным проектом в вузе понимают проект, который опирается на ранее проведенные научно-технические разработки, приведшие к перспективным для коммерческого использования результатам. Поскольку вузы, как правило, не занимаются сами коммерческой деятельностью, то предполагается, что коммерческая реализация будет осуществляться внешним партнером (или партнерами). При этом вуз получит доход от реализации инновационного проекта - либо в виде процента от прибыли партнера, либо в виде единовременной выплаты (например, при покупке лицензии партнером).

Таким образом, в инновационном проекте участвуют как минимум две организации - вуз (в лице его представителя – малого предприятия) и внешний партнер. Работа внутри вуза часто разбивается на два этапа - 1) собственно научно-исследовательскую работу прикладного характера и 2) разработку технологии выпуска продукции. В деятельности внешнего партнера также можно выделить этапы, например, такие:

1) освоение выпуска продукции,
1) переход к массовому выпуску (что предполагает предварительную рекламную кампанию и иную маркетинговую деятельность),
2) продажу первых партий продукции,
3) первое получение оплаты от покупателей,
4) первое поступление средств на расчетный счет вуза (субсчет малого предприятия), и т.д.

Таким образом, для успешного завершения инновационного проекта, как правило, необходим внешний партнер, с деятельностью которого связана своя группа рисков. Разумеется, возможны исключения. Если инновационный проект связан с доведением до коммерческого распространения программного продукта, то вуз (в лице своего представителя - малого предприятия) может взять на себя маркетинг и рекламную кампанию, а также и продажу. Если инновационный проект посвящен развитию внутривузовской сети ЭВМ, то может быть запланировано покрытие расходов за счет источников финансирования тех структур вуза, которые будут пользоваться этой сетью.

Схема. Возможные риски реализации инновационных проектов.

Структура и выраженность рисков реализации инновационных проектов в вузах несколько отличаются от таковых для инновационных проектов вообще и тем более от рисков разнообразных инвестиционных проектов.

На первое место выходят риски невыполнения работы в соответствии с техническим заданием и невозврата (полного или частичного) средств. Риски могут быть, в частности, связаны с различными трудностями (см. приведенную выше схему).

Возможные итоги выполнения инновационной работы можно описать следующим образом:

а) работа и финансовые обязательства всех партнеров выполнены в полном объеме;

б) научно-исследовательская часть работы выполнена полностью, но по каким-либо причинам внешний партнер свои обязательства, в том числе финансовые, выполнил не в полном объеме;

в) научно-исследовательская часть работы выполнена полностью, но коммерческая часть проекта сорвана (внешним партнером), финансовые обязательства не выполнены;

г) научно-исследовательская часть работы не выполнена полностью, но получены существенные научные результаты; для окончания работы требуется некоторое время;

д) научно-исследовательская часть работы не выполнена, но получены некоторые интересные научные результаты; однако планируемый вначале научный результат не будет достигнут в обозримое время;

е) выполнение в вузе инновационной работы сорвано полностью.

Также при любом из вышеперечисленных исходов существует вероятность осуществления макроэкономического риска, которое может еще более ухудшить результат выполнения инновационного процесса.

Таким образом, только в двух случаях из шести оценка однозначна: итог а) - это полный успех, а итог е) - это полный провал. В остальных случаях - итоги б), в), г), д) - получены некоторые научные результаты, а в случае итога б) - также и некоторые коммерческие результаты. При этом в случае итогов а), б), в) научно-исследовательский коллектив выполнил все, что от него требовалось, хотя "полный успех" имеет место только в одном из этих трех случаев - в зависимости от результатов работы внешнего партнера.

Рассмотрим примерную схему расчета рисков реализации инновационных проектов в вузах.

Модель инновационного проекта. Начнем с выделения основных факторов, определяющих риски реализации инновационных проектов в вузах.

Будем исходить из двухступенчатой схемы: сначала работает научно-исследовательский коллектив, затем он передает свои разработки внешнему партнеру, и тот начинает коммерческий этап. Считаем, что научно-исследовательский коллектив и внешний партнер работают независимо друг от друга (в теоретико-вероятностном смысле).

Вероятность того, что научно-исследовательский коллектив полностью выполнит свою работу, зависит от двух групп факторов, определяемых ситуациями соответственно внутри коллектива исполнителей и внутри вуза. Будем считать, что эти группы факторов также независимы между собой. Четвертый фактор риска - макроэкономический, т.е. ситуация в народном хозяйстве (степень выраженности неплатежей, инфляции, нерациональной налоговой политики и т.д.).

Таким образом, выделяются четыре основные группы факторов риска:

- связанные с коллективом исполнителей,
- связанные с вузом,
- связанные с внешним партнером,
- связанные с общей экономической обстановкой.

Принимаем, что все четыре фактора независимы между собой (в теоретико-вероятностном смысле).

В соответствии со сказанным выше основная формула математической модели расчета рисков реализации инновационных моделей в вузах имеет вид:

$$P = P_1 * P_2 * P_3 * P_4,$$

где P - вероятность "полного успеха", т.е. итога а) согласно приведенной выше классификации, при этом риск того, что инновационный проект не будет осуществлен полностью, оценивается вероятностью "отсутствия полного успеха", т.е. величиной (1 - P),

P_1 - вероятность того, что ситуация внутри коллектива исполнителей не помешает выполнению инновационного проекта (следовательно, риск коллектива оценивается величиной 1-P_1),

P_2 - вероятность того, что ситуация внутри вуза не помешает выполнению инновационного проекта (1- P_2 - риск вуза),

P_3 - вероятность того, что внешний партнер полностью выполнит свою работу, после того, как научно-исследовательский коллектив полностью выполнит свою часть работы (1- P_3 - риск партнера)

P_4 - вероятность того, что ситуация в народном хозяйстве не помешает выполнению инновационного проекта (1- P_4 – макроэкономический риск, т.е. риск ситуации в стране).

Следующий шаг - оценивание четырех перечисленных вероятностей. Будем их приближать с помощью линейных функций, т.е. представлять в виде:

$$P_n = 1 - A_{1n}X_{1n} - A_{2n}X_{2n} - \dots - A_{Kn}X_{Kn},$$

где

- индекс n принимает одно из значений 1, 2, 3, 4,

- X_{1n}, X_{2n},..., X_{Kn} - факторы (переменные), используемые при вычислении оценки риска типа n,

- A_{1n}, A_{2n},..., A_{Kn} - коэффициенты весомости (важности) этих факторов.

Приведенный ниже первоначальный перечень факторов при практическом использовании может быть дополнен в соответствии со спецификой вуза или проекта.

Значения факторов X_{1n}, X_{2n},..., X_{Kn} оценивают эксперты для каждого конкретного инновационного проекта, в то время как значения коэффициентов весомости A_{1n}, A_{2n},..., A_{Kn} задаются одними и теми же для всех проектов - по результатам специально организованного экспертного опроса.

На основе практического опыта работ, проведенных Институтом высоких статистических технологий и эконометрики, можно дать следующие рекомендации по организации работы вузовской экспертной комиссии, оценивающей инновационные проекты.

Члены экспертной комиссии в вузе оценивают факторы X_{mn} по качественной шкале:

0 - практически невозможное событие (с вероятностью менее 0,01),

1 - крайне маловероятное событие (с вероятностью от 0,02 до 0,05),

2 - маловероятное событие (вероятность от 0,06 до 0,10),

3 - событие с вероятностью, которой нельзя пренебречь (от 0,11 до 0,20),

4 - достаточно вероятное событие (вероятность от 0,21 до 0,30),

5 - событие с заметной вероятностью (более 0,30).

Согласно теории измерений [3] итоговая оценка дается как медиана индивидуальных оценок (при четном числе членов экспертной комиссии - как правая медиана).

Поскольку максимально возможный балл - это 5, то сумма всех весовых коэффициентов выбиралась равной 1/5 = 0,2. Таким образом, если по всем факторам (переменным) экспертами выставлены максимальные баллы, то соответствующая вероятность оценивается как 0, т.е. выполнение инновационного проекта признается невозможным.

Для упрощения описания переменные X_{m1} будем ниже обозначать X_m, переменные X_{m2} - как Y_m, вместо X_{m3} будем писать Z_m, а вместо X_{m4} - $W_{m.}$ При описании числовых значений коэффициентов A_{mn} будем опускать индекс *n*, равный соответственно 1,2,3,4.

Структуризации вероятностей P_1 – P_4 посвящены соответствующие разделы ниже. После них приведена итоговая формула для оценивания вероятности *P* (и тем самым риска (1-*P*) реализации инновационного проекта в вузе).

Риск коллектива. Начнем с оценивания P_1 - вероятности того, что ситуация внутри коллектива исполнителей не помешает выполнению инновационного проекта. Введем следующие переменные:

X_1 - на выполнении инновационного проекта скажется недооценка сложности научно-технической задачи (включая возможный выбор принципиально неверного направления работ),

X_2 - на выполнении работы скажется нехватка времени (из-за неправильного планирования процесса выполнения инновационного проекта, в то время как основное направление работ выбрано правильно),

X_3 - на выполнении работы скажутся возникшие в ходе ее выполнения проблемы, связанные с научным руководителем темы, в частности, с его длительным отсутствием или сменой (из-за длительной командировки, болезни, смерти, ухода на пенсию, перехода на другую работу и т.д.),

X_4 - на выполнении работы скажутся возникшие в ходе ее выполнения проблемы, связанные с иными непосредственными участниками работы (кроме руководителя).

Заметим, что в двух последних позициях (факторы X_3 и X_4) причинами невыполнения работы могут быть и недостаточная квалификация руководителя работы либо иных членов научно-исследовательского коллектива.

Экспертный опрос дал следующие значения коэффициентов:

$A_1 = 0{,}02$, $A_2 = 0{,}08$, $A_3 = 0{,}07$, $A_4 = 0{,}03$.

Пример 1. Если итоговая оценка экспертов такова: X_1=3; X_2=2; X_3=4; X_4=1, то $P_1 = 1 - A_1*X_1 - A_2*X_2 - A_3*X_3 - A_4*X_4 =$ 1 - 0,02*3 - 0,08*2 - 0,07*4 - 0,03*1 = 1 - 0,06 - 0,16 - 0,28 - 0,03 = 1 - 0,53 = 0,47.

Таким образом, в данном конкретном случае эксперты достаточно скептически относятся к возможности выполнения работы в срок, причем основная причина скепсиса - в возможном отъезде научного руководителя (риск оценивается как 0,28), вторая заметная причина - возможный недостаток времени (риск оценивается как 0,16).

Риск вуза. Для оценивания P_2 введем следующие переменные:

Y_1 - на возможности выполнения инновационного проекта скажутся организационные изменения в вузе, предпринятые руководством вуза,

Y_2 - на возможности выполнения инновационного проекта скажутся внутривузовские экономические проблемы (например, работы будут на какое-то время приостановлены из-за решения руководства вуза (несостоятельном с правовой точки зрения) о направлении средств, выделенных на финансирование инновационного проекта, на оплату труда преподавателей),

Y_3 - на возможности выполнения инновационного проекта скажется отсутствие в вузе соответствующей материальной базы (оборудования, материалов, вычислительной техники, площадей и т.д.).

Предварительный экспертный опрос дал следующие значения коэффициентов:

$A_1 = 0{,}10$; $A_2 = 0{,}08$; $A_3 = 0{,}02$.

*Пример 2***.** Если итоговые (групповые) оценки экспертов таковы: $Y_1 = 1$; $Y_2 = 4$; $Y_3 = 0$, то $P_2 = 1 - A_1 * Y_1 - A_2 * Y_2 - A_3 * Y_3 = 1 - 0{,}10*1 - 0{,}08*4 - 0{,}02*0 = 1 - 0{,}01 - 0{,}32 - 0 = 0{,}67$.

По мнению экспертов, для данного проекта и вуза наибольшее отрицательное влияние могут оказать внутривузовские экономические проблемы (вклад в общий риск оценен как 0,32).

Риск партнера. Для оценивания риска P_3, связанного с деятельностью внешнего партнера, введем следующие переменные:

Z_1 - на возможности выполнения инновационного проекта скажутся финансовые проблемы внешнего партнера, связанные с недостатками в работе его сотрудников,

Z_2 - на выполнение проекта повлияют финансовые проблемы внешнего партнера, связанные с деятельностью конкретных государственных органов и частных фирм (например, неплатежи, административные решения),

Z_3 - работу над проектом сорвет изменение поведения возможных потребителей, например, из-за изменения моды или из-за решений соответствующих вышестоящих органов (министерств (ведомств) или регионального руководства), связанных, в частности, с выдачей лицензий, закрытием информации или с таким выбором технической политики, который делает ненужным (для большинства возможных потребителей) результатов инновационного проекта,

Z_4 - на возможности выполнения инновационного проекта отрицательно скажутся организационные преобразования у внешнего партнера, в частности, смена руководства.

Пилотный экспертный опрос дал следующие значения коэффициентов:

$A_1 = 0{,}03$, $A_2 = 0{,}06$, $A_3 = 0{,}06$, $A_4 = 0{,}05$.

Пример 3. Если итоговые (групповые) оценки экспертов таковы: $Z_1 = 3$; $Z_2 = 5$; $Z_3 = 1$; $Z_4 = 4$, то $P_3 = 1 - A_1{*}Z_1 - A_2{*}Z_2 - A_3{*}Z_3 - A_4{*}Z_4 = 1 - 0{,}03{*}3 - 0{,}06{*}5 - 0{,}06{*}1 - 0{,}05{*}4 = 1 - 0{,}09 - 0{,}30 - 0{,}06 - 0{,}20 = 1 - 0{,}65 = 0{,}35$.

Таким образом, эксперты достаточно скептически относятся к возможности успешного выполнения внешним партнером своих обязательств по договору, связанному с коммерческой реализацией разработок, выполненных по инновационному проекту. Основные "подводные камни", по их мнению, это действия конкретных государственных органов (вклад в общий риск оценен как 0,30), и нежелательные организационные преобразования (кадровые изменения) у внешнего партнера (вклад в риск равен 0,20).

Макроэкономический риск. Под макроэкономическим риском понимаем риск, определяемый внешними по отношению к системе «вуз - внешний партнер» факторами, прежде всего теми, которые являются общими для всего народного хозяйства. Для оценивания P_4

введем переменные:

W_1 - на возможности выполнения инновационного проекта скажется отсутствие или сокращение номинального финансирования (неплатежи со стороны бюджета),

W_2 - на возможности выполнения инновационного проекта скажется резкое сокращение реального финансирования (в сопоставимых ценах) из-за инфляции,

W_3 - на возможности выполнения инновационного проекта скажется изменение статуса и/или задач вуза или его внешнего партнера (в частности, из-за ликвидации или реорганизации вуза) по решению вышестоящих органов (министерства (ведомства) или регионального руководства),

W_4 - на возможности выполнения инновационного проекта скажутся относящиеся к инновационному проекту решения соответствующих вышестоящих органов (министерств (ведомств) или регионального руководства), связанные, например, с закрытием информации или с таким выбором технической политики, который делает ненужным или нецелесообразным выполнение инновационного проекта.

Пилотный экспертный опрос дал следующие значения коэффициентов:

$A_1 = 0{,}10$, $A_2 = 0{,}05$, $A_3 = 0{,}03$, $A_4 = 0{,}02$.

Пример 4. Если итоговые (групповые) оценки экспертов таковы: $W_1=3$; $W_2=4$; $W_3= 1$; $W_4 = 2$, то $P_4 = 1 - A_1 * W_1 - A_2 * W_2 - A_3 * W_3 - A_4 * W_4 = 1 - 0{,}10*3 - 0{,}05*4 - 0{,}03*1 - 0{,}02*2 = 1 - 0{,}30 - 0{,}20 - 0{,}03 - 0{,}04 = 1 - 0{,}57 = 0{,}43$.

Таким образом, эксперты считают, что общая экономическая ситуация в стране может негативно сказаться на возможности выполнения рассмотренного ими инновационного проекта. Причем наиболее опасаются неплатежей со стороны государства (отсутствия или сокращения перечисления средств для выполнения проекта) и в несколько меньшей мере - уменьшения реального финансирования из-за инфляции (что, возможно, отвлечет членов научно-исследовательского коллектива на побочные заработки).

Итоговые оценки. Сведем вместе полученные результаты. Вероятность успешного выполнения инновационного проекта оценивается по формуле:

$$P = P_1 * P_2 * P_3 * P_4,$$

где

$P_1 = 1 - 0{,}02*X_1 - 0{,}08*X_2 - 0{,}07*X_3 - 0{,}03*X_4$,

$P_2 = 1 - 0{,}10*Y_1 - 0{,}08*\mathrm{Y}_2 - 0{,}02*\mathrm{Y}_3$,

$P_3 = 1 - 0{,}03*Z_1 - 0{,}06*Z_2 - 0{,}06*Z_3 - 0{,}05*Z_4$,

$P_4 = 1 - 0{,}10*W_1 - 0{,}05*W_2 - 0{,}03*W_3 - 0{,}02*W_4$.

Для данных, приведенных в примерах 1-4, вероятность того, что научно-исследовательский коллектив в вузе полностью выполнит свою работу, равна: $P_1 * P_2 = 0{,}47*0{,}67 = 0{,}3149$, а вероятность его успешного осуществления $P = P_1 * P_2 * P_3 * P_4 = 0{,}47*0{,}67*0{,}35*0{,}43 = 0{,}0473924$. Таким образом, имеется лишь примерно 1 шанс из 20, что рассматриваемый инновационный проект будет успешно завершен (в намеченные сроки и с запланированным экономическим эффектом).

В табл.1 (см. ниже) приведены результаты расчета вероятностей, связанных с реализацией четырех типовых инновационных проектов. Видно, какое влияние оказывает изменение того или иного фактора на общую величину вероятности выполнения проекта. Выполнение первого проекта практически в одинаковой степени зависит от всех четырех факторов. Низкая вероятность выполнения второго проекта связана с относительно высокими показателями всех четырех видов риска. Вероятность выполнения третьего проекта – наименьшая, что связано с высоким риском внутри коллектива исполнителей и внутри вуза. У четвертого проекта наибольший риск связанный с политической и экономической обстановкой в стране. Вероятность выполнения пятого проекта относительно невысокая, но она выше, чем у второго, третьего и четвертого проектов.

Таблица 1.

Варианты расчета вероятности реализации инновационного проекта в вузе.

	Проект 1	Проект 2	Проект 3	Проект 4	Проект 5
1. Риск для коллектива исполнителей					
An	*Xn*1	*Xn*2	*Xn*3	*Xn*4	*Xn*5
0,02	0	2	4	2	1
0,08	0	3	5	2	2
0,07	1	2	4	2	2
0,03	1	2	2	3	0
P_1 =	0,9	0,52	0,18	0,57	0,68
2. Риск внутри вуза					
An	*Yn*1	*Yn*2	*Yn*3	*Yn*4	*Yn*5
0,1	0	3	4	1	1
0,08	1	2	5	1	2
0,02	1	3	4	0	2
P_2=	0,92	0,48	0,12	0,82	0,70
3. Риск партнера					
An	*Zn*1	*Zn*2	*Zn*3	*Zn*4	*Zn*5
0,03	0	2	3	1	2
0,06	1	2	2	1	0
0,06	1	3	2	1	1
0,05	0	1	1	1	1
P_3=	0,880	0,590	0,620	0,800	0,830
4. Макроэкономический риск					
An	*Wn*1	*Wn*2	*Wn*3	*Wn*4	*Wn*5
0,1	0	3	2	5	2
0,05	1	2	2	4	2
0,03	1	1	1	5	1
0,02	0	2	0	5	1
P_4=	0,92	0,53	0,67	0,05	0,65
Вероятность выполнения данного проекта					
P=	0,670	0,078	0,009	0,019	0,26
Вероятность выполнения работ без учета риска партнера					
$P_1* P_2* P_4$	0.76	0,13	0,01	0,02	0.3

Вероятность выполнения работ без учета риска страны					
P_1* P_2* P_3	0,73	0,15	0,01	0,37	0,4
Вероятность выполнения работ без учета риска вуза					
P_1* P_3* P_4	0,73	0,16	0,07	0,02	0,37
Вероятность выполнения работ в вузе					
P_1* P_2	0,83	0,16	0,07	0,02	0,37

Выбор инновационных проектов для финансирования целесообразно проводить с учетом описанной выше процедуры вероятностно-статистической (с учетом мнений экспертов) оценки их рисков реализации. Структура этой процедуры и численные значения коэффициентов при факторах получены в результате пробного (пилотного) экспертного опроса при выполнении Институтом высоких статистических технологий и эконометрики научно-исследовательской работы «Разработка методологии оценки рисков реализации инновационных проектов высшей школы» [46]. Работа проводилась по заданию Отделения инновационных проектов и программ РИНКЦЭ Миннауки (1996г.). Основные результаты опубликованы в статье [47]. Они могут быть модифицированы в соответствии со спецификой конкретного вуза.

Таким образом, можно констатировать, что предприятия, в том числе малые, не обязательно должны самостоятельно вести научные исследования и разработки. Они могут заниматься непосредственно внедрением в производство уже выполненных проектов, а предварительную разработку инновационных проектов с соответствующим финансированием предоставить высококвалифицированным творческим коллективам – малым предприятиям на базе вузов. Итак, малые предприятия являются не только важным источником инноваций, но и необходимым звеном в процессе воспроизводства инноваций, основная роль которого - обеспечение доведение уже готовых разработок до «товарного» вида и непосредственно до внедрения их в производство и доведения до потребителей.

В данном подразделе разработаны основы методологии оценки риска реализации инновационных проектов в высших учебных заведениях. Выше продемонстрировано, что эта работа опирается на результаты отечественной научной школы в области анализа риска, экспертных оценок и статистики нечисловых данных.

Мировой опыт показывает - академическая наука окружена бизнес-сферой, которая, стремясь к прибыли, перекачивает законченные разработки из лабораторий в производство. Формирование инновационной сферы означает погружение академической науки в «пояс взаимодействия», который одновременно защитит науку от коммерциализации и будет стимулировать ее развитие [48].

3.3.4. Принятие решений в условиях рисков инфляции

Под инфляцией понимаем рост (изменение) цен [1]. При анализе экономических процессов, протяженных во времени, необходимо переходить к сопоставимым ценам. Это невозможно сделать без расчета индекса роста цен, т.е. индекса инфляции. Проблема состоит в том, что цены на разные товары растут с различной скоростью, и необходимо эти скорости усреднять. На примере разработанной в Институте высоких статистических технологий и эконометрики минимальной потребительской корзины продовольственных товаров, составленной на основе физиологических норм потребления, продемонстрируем свойства и алгоритмы расчета и применения индекса инфляции при принятии решений.

Рассмотрим конкретного покупателя товаров и услуг, т.е. конкретного экономического субъекта: физическое лицо, домохозяйство или фирму. Он покупает не один товар, а много.

Обозначим через n количество типов товаров или услуг (далее кратко - товаров), которые он хочет и может купить. Обозначим через

$$Q_i = Q_i(t),\ i=1,2,...,n,$$

объемы покупок этих товаров по соответствующим ценам:

$$r_i = r_i(t),\ i=1,2,...,n$$

(имеется в виду цена за единицу измерения соответствующего товара - штуку или килограмм...).

Подход к измерению роста цен основан на выборе и фиксации потребительской корзины $(Q_1(t),\ Q_2(t),\ ...,\ Q_n(t))$, не меняющейся со временем, т.е. $(Q_1(t),\ Q_2(t),\ ...,\ Q_n(t)) \equiv (Q_1,\ Q_2,\ ...,\ Q_n)$. Затем необходимо сравнить стоимости потребительской корзины $(Q_1, Q_2, ..., Q_n)$ в старых $r_i(t_1),\ i=1,2,...,n,$ и новых $r_i(t_2),\ i=1,2,...,n,$ ценах.

Определение 1. *Индексом инфляции называется*

$$I(t_1, t_2) = \frac{\sum\limits_{1 \le i \le n} r_i(t_2) Q_i}{\sum\limits_{1 \le i \le n} r_i(t_1) Q_i}.$$

Таким образом, каждой потребительской корзине соответствует свой индекс инфляции. Однако поскольку согласно теореме сложения для индекса инфляции [1] он является средним взвешенным арифметическим роста цен на отдельные товары, то практически индексы инфляции, рассчитанные по разным достаточно обширным и представительным потребительским корзинам, достаточно близки между собой (см. конкретные данные в [1]).

Потребительская корзина Института высоких статистических технологий и эконометрики. Рассмотрим минимальную потребительскую корзину физиологически необходимых продовольственных товаров, разработанную Институтом высоких статистических технологий и эконометрики (ИВСТЭ) на основе исходных данных Института питания Российской академии медицинских наук (РАМН). Эту минимальную потребительскую корзину обозначим сокращенно "корзина ИВСТЭ". В ней содержание белков, жиров и углеводам соответствует (минимальным) медицинским нормам. В корзине ИВСТЭ продукты питания разделены на 11 групп:

1. Хлеб и хлебопродукты ;
2. Картофель ;
3. Овощи ;
4. Фрукты и ягоды ;
5. Сахар ;
6. Мясопродукты ;
7. Рыба и рыбопродукты ;
8. Молоко и молочные продукты ;
9. Яйца ;
10. Масло растительное и маргарин ;
11. Прочие.

Общая стоимость "прочих" видов продуктов - до 6 % от стоимости первых 10 групп продуктов данной потребительской корзины.

На основе физиологических норм потребления Института питания РАМН в ИВСТЭ составлена минимальная потребительская корзина, т.е. указан годовой объем потребления по основным продовольственным товарам, необходимый для поддержания нормальной жизнедеятельности человеческого организма.

Расчет стоимости минимальной потребительской корзины продовольственных товаров. Проведем типовой расчет. Найдем стоимость минимальной потребительской корзины продовольственных товаров, исходя из объемов потребления, заданных в "корзина ИВСТЭ"., и цен по состоянию на март 1991 г. (т.е. до первого значительного повышения цен в апреле 1991 г. и их "либерализации" в январе 1992 г.) и - в качестве примера - на март 1994 г. (очевидно, расчеты могут быть проведены и на любой иной момент времени) с целью установить динамику цен за полные три года.

Исходные данные для расчета приведены в табл.1. Мы видим, что темпы роста цен на различные продукты питания существенно отличаются друг от друга. Минимальный рост цен - в 633 раза (яблоки сушеные), максимальный - в 5946 раз (минтай).

Таблица 1.

Номенклатура, годовые нормы потребления и цены для потребительской корзины ИВСТЭ на основе данных Института питания РАМН

Наименование продукта питания	Годовая норма, кг	Цена на 14.03.91	Цена на 14.03.94	Рост цен, раз
1. Хлеб и хлебопродукты				
1.1 Мука пшеничная	18,5	0-46	646	1404
1.2 Рис	3,5	0-88	620	705
1.3 Другие крупы	4,9	0-62	750	1210
1.4 Хлеб пшеничный	59,8	0-50	720	1440
1.5 Хлеб ржаной	65,3	0-20	390	1950
1.6 Макаронные изделия	4,9	0-70	1200	1714
2. Картофель	124,22.	0-10	490	4900
3. Овощи				
3.1 Капуста	30,4	0-20	500	2500
3.2 Огурцы и помидоры	2,8	0-85	2500	2941
3.3 Столовые корнеплоды	40,6	0-20	450	2250
3.4 Прочие (лук и др.)	27,9	0-50	900	1800
4. Фрукты и ягоды				
4.1 Яблоки свежие	15,1	1-50	960	640
4.2 Яблоки сушены	1,0	3-00	1900	633
5. Сахар и кондитерские изделия				
5.1 Сахар	19,0	0-90	650	722
5.2 Конфеты	0,8	4-50	3500	778
5.3 Печенье и торты	1,2	1-40	14700	3357
6. Мясо и мясопродукты				
6.1 Говядина	4,4	2-00	42700	1350
6.2 Баранина	0,8	1-80	1940	1078
6.3 Свинина	1,4	2-00	2300	1150
6.4 Субпродукты (печень)	0,5	1-40	3500	2500
6.5 Птица	16,1	2-40	2600	1083
6.6 Сало	0,7	2-40	3300	1375

6.7 Копчености	0,7	3-70	15000	4054
7. Рыба и рыбопродукты				
7.1 Свежая рыба (минтай)	10,9	0-37	2200	5946
7.2 Сельди	0,8	1-40	2500	1786
8. Молоко и молочные продукты				
8.1 Молоко, кефир	110,0	0-32	520	1625
8.2 Сметана, сливки	1,6	1-70	2500	1471
8.3 Масло животное	2,5	3-60	4000	1111
8.4 Творог	9,8	1-00	2000	2000
8.5 Сыр и брынза	2,3	3-60	6000	1667
9. Яйца, шт.	152,0	10-09	100	1111
10. Масло растительное, маргарин				
10.1 Масло растительное	3,8	1-80	2000	1111
10.2 Маргарин	6,3	1-20	2000	1667

Примечание. Пункт 1.3 - геркулес (в этой таблице и далее).

Для нахождения расходов на определенные продукты питания (в расчете на год) достаточно умножить цену на объем потребления. Сложив после этого данные по столбцам, получаем стоимости потребительской корзины на интересующие нас даты - 14.03.91 и 14.03.94. Поделим вторую на первую, находим индекс инфляции за три года. Как вытекает из данных табл.1, индекс инфляции (роста цен) по продуктам питания, исходя из минимальной потребительской корзины ИВСТЭ, составленной по физиологическим нормам потребления продуктов питания для города Москвы (согласно разработкам Института питания РАМН и Министерства труда РФ), за три года (14.03.91 - 14.03.94) составил

(520116-00) / (325-30)= 1598,88 или 159788 %

Замечание. Есть два основных способа записи индекса инфляции - в "разах" и в "процентах". В "разах" - это именно тот способ, что использовался до настоящего момента. Однако часто мы слышим или читаем: инфляция за месяц составила 5%. Что это значит? Имеется в виду, что индекс инфляции за месяц составил 1,05. Следовательно, связь между двумя "ликами" индекса инфляции задается соотношениями

$$a\% = 100(I - 1)\%, \quad I = 1 + \frac{a\%}{100}.$$

Итак, чтобы перейти к выражению индекса инфляции в процентах, надо значение "в разах" уменьшить на 1 и результат умножить на 100, как это и сделано выше.

Среднемесячная инфляция, как и средний темп роста для любого временного ряда, рассчитывается в предположении, что ежемесячный рост цен не меняется от месяца к месяцу. За три года она равна

$$(1598{,}88)^{1/36} = 1{,}227424776 \text{ или } 22{,}74\ \%.$$

Другими словами, цены каждый месяц увеличивались в среднем на 22,74% .

Данные о динамике индекса инфляции приведены в табл.2.

Табл.2. Индекс инфляции и стоимость потребительской корзины

Института высоких статистических технологий и эконометрики

№ п/п	Дата снятия цен	Стоимость потребительской корзины *S(t)* (руб.)	Индекс инфляции *I(31.3.91;t)*
1	31.3.91	26.60	1.00
2	14.8.93	17,691.00	665.08
3	15.11.93	28,050.00	1054.51
4	14.3.94	40,883.00	1536.95
5	14.4.94	44,441.00	1670.71
6	28.4.94	47,778.00	1796.17
7	26.5.94	52,600.00	1977.44
8	8.9.94	58,614.00	2203.53
9	6.10.94	55,358.00	2081.13
10	10.11.94	72,867.00	2739.36
11	1.12.94	78,955.00	2968.23
12	29.12.94	97,897.00	3680.34
13	2.2.95	129,165.00	4855.83
14	2.3.95	151,375.00	5690.79

15	30.3.95	160,817.00	6045.75
16	27.4.95	159,780.00	6006.77
17	1.6.95	167,590.00	6300.38
18	29.6.95	170,721.00	6418.08
19	27.7.95	175,499.00	6597.71
20	31.8.95	173,676.00	6529.17
22	28.9.95	217,542.00	8178.27
23	26.10.95	243,479.00	9153.35
24	30.11.95	222,417.00	8361.54
25	28.12.95	265,716.00	9989.32
26	1.2.96	287,472.55	10,807.24
27	5.3.96	297,958.00	11,201.43
28	5.4.96	304,033.44	11,429.83
29	8.5.96	305,809.55	11,496.60
30	5.6.96	302,381.69	11,367.73
31	3.7.96	306,065.21	11,506.21
32	3.8.96	308,963.42	11,615.17
33	7.9.96	288,835.07	10,858.46
34	1.10.96	278,235.35	10,459.98
35	5.11.96	287,094.77	10,793.04
36	4.12.96	298,024.76	11,203.94
37	3.1.97	314,287.16	11,815.31
38	4.2.97	334,738.24	12,584.14
39	4.1.98	345.72	12.997
40	3.1.99	622.30	23.395
41	5.1.00	851.32	32.004
42	3.1.01	949.21	35.684
43	2.7.01	1072,61	40,323
44	3.1.02	11447,47	43,035
45	2.7.02	1247,77	46,908
46	3.1.03	1350,80	50,781

Примечание 1. В таблице целая часть отделяется от дробной десятичной точкой, а запятая используется для деления числа по разрядам (на западный манер). Учитывается проведенная деноминация рубля. Если ее не учитывать, то за 12 лет (1991-2003) цены (в Москве) выросли примерно в 50 тысяч раз. Поскольку экономические связи между регионами ослабли, то темпы роста цен в регионах различаются, но, видимо, не более чем в 2 раза.

Использования индекса инфляции в экономических расчетах при принятии решений. Хорошо известно, что стоимость денежных единиц со временем меняется. Например, на один доллар США полвека назад можно было купить примерно в восемь раз больше материальных ценностей (например, продовольствия), чем сейчас (см. таблицу пересчета в учебнике [31]), а если сравнивать с временами Тома Сойера - в 100 раз больше. Причем стоимость денежных единиц с течением времени, как правило, падает. Этому есть две основные причины - банковский процент и инфляция. В экономике есть инструменты для учета изменения стоимости денежных единиц с течением времени. Один из наиболее известных - расчет NPV (Net Present Value) - чистой текущей стоимости. Однако бухгалтерский учет и построенный на данных баланса предприятия экономический анализ финансово-хозяйственной деятельности предприятия пока что, как правило, игнорируют сам факт наличия инфляции. Обсудим некоторые возможности использования индекса инфляции в экономических расчетах в процессе подготовки и принятия решений..

Переход к сопоставимым ценам. Индекс инфляции даст возможность перехода к сопоставимым ценам, расходам, доходам и другим экономическим величинам. Например, по данным тал.2 индекс инфляции за 4 года - с 14.03.91 г. по 16.03.95 г. - составил 5936. Это означает, что покупательной способности 1 рубля марта 1991 г. соответствует примерно 6000 (а точнее 5936) рублей марта 1995 г.

Рассмотрим приведение доходов к неизменным ценам. Пусть Иван Иванович Иванов получал в 1990 г. 300 руб. в месяц, а в мае 1995 г. - 1 миллион руб. в месяц. Увеличились его доходы или уменьшились?

Номинальная заработная плата выросла в 1000000/300 = 3333 раза. Однако индекс инфляции на 18 мая 1995 г. составлял 7080, т.е. 1 руб. 1990 г. соответствовал по покупательной способности 7080 руб. в ценах на 18.05.95 г. Следовательно, в ценах 1990 г. доход И.И. Иванова составлял 1000000/7080 = 142 руб. 24 коп., т.е. 47,4% от дохода в 1990 г.

Можно поступить наоборот, привести доход 1990 г. к ценам на 18 мая 1995 г. Для этого достаточно умножить его на индекс инфляции: доход 1990 г. соответствует 300 х 7080 = 2 миллиона 124 тыс. руб. в ценах мая 1995 г.

Средняя зарплата. По данным Госкомстата РФ средняя заработная плата составляла в 1990 г. 297 руб., в октябре 1993 г. - 93 тыс. руб., в январе 1995 г. - 303 тыс. руб. Поскольку зарплата тратится в основном в следующем месяце после получки, то рассмотрим индексы инфляции на 15.11.93 г. и 2.02.95 г., равные 1045 и 4811 соответственно. В ценах 1990 г. средняя зарплата составила 89 руб. и 62 руб.98 коп. соответственно, т.е. 30% и 21,2% от зарплаты 1990 г.

Средняя зарплата рассчитывается путем деления фонда оплаты труда на число работников. При этом объединяются доходы и низкооплачиваемых и сравнительно высокооплачиваемых. Известно, что распределение доходов резко асимметрично, большому числу низкооплачиваемых работников соответствует малое число лиц с высокими доходами. За 1991-1995-е годы дифференциация доходов резко увеличилась. Это означает, что доходы основной массы трудящихся сдвинулись влево относительно средней зарплаты. По нашей оценке 50% получают не более 70% от средней зарплаты, т.е. не более 212100 руб. по состоянию на январь 1995 г., а наиболее массовой является оплата в 50% от средней, т.е. около 150 тыс. руб. в месяц.

Доходы отдельных слоев трудящихся снизились еще существеннее. Зарплата профессора Московского государственного института электроники и математики (технического университета) составляла в марте 1994 г. - 42 руб.92 коп. (в ценах 1990 г.), в июле 1995 г. - 43 руб. 01 коп., т.е. с 1990 г. (400 руб.) снизилась в 9,3 раза, дошла до уровня прежней студенческой стипендии. А студенческие стипендии снизились примерно в той же пропорции и составляли 4-5 руб. в ценах 1990 г.

Кроме того, необходимо учесть, что Госкомстат учитывает начисленную зарплату, а не выплаченную. В отдельные периоды отечественной истории выплата заработной платы откладывалась надолго.

Минимальная зарплата и прожиточный минимум. Минимальная зарплата в сентябре 1994 г. (22500 руб.) и в мае 1995 г. (43700 руб.) составляла 38% и 23,4% соответственно от стоимости минимальной физиологически необходимой продовольственной корзины. После подъема до 55 тыс. руб. она в сентябре 1995 г. составляла около 26,34% от стоимости корзины, т.е. реально уменьшилась в 1,44 раза по сравнению с сентябрем 1994 г. В дальнейшем уменьшение стало еще более заметным.

Минимальная зарплата вместе с единой тарифной сеткой во многом определяла зарплату работников бюджетной сферы. Учитывая снижение коэффициентов тарифной сетки, проведенное весной 1995 г., снижение в 1,5 раза покупательной способности минимальной зарплаты, необходимо заключить, что в сентябре 1995 г. доход бюджетников в 2 раза меньше, чем год назад.

Оценим прожиточный минимум. Бюджетные обследования 1990 года показали, что для лиц с низкими доходами расходы на продовольствие составляют около 50% всех расходов, т.е. на промтовары и услуги идет около 50% доходов. Это соотношение подтвердило и проведенное ИВСТЭ бюджетное обследование конца 1995 г. Исходя из него, среднедушевой прожиточный минимум можно оценить, умножая на 2 стоимость минимальной продовольственной корзины ИВСТЭ. Например, на 1 сентября 1995 г. - 418220 руб. Т.е. прожиточный уровень для семьи из трех человек - муж, жена и ребенок - должен был на 1 сентября 1995 г. составлять 1,25 миллиона руб. (в месяц). Например, муж должен получать 800 тыс. руб., жена - 450 тыс. руб. в месяц. Очевидно, доходы большинства трудящихся меньше прожиточного уровня.

Численные значения стоимостей потребительских корзин и индексов инфляции рассчитаны ИВСТЭ в основном по ценам на продукты в Москве и Подмосковье. Однако для других регионов численные значения отличаются мало. Для Москвы индекс инфляции на 1.09.95 г. - 7759, а для Иванова на 1.08.95 г. - 7542. Поскольку потребительская корзина на 14.03.91 г. в Иванове была на 95 коп. дешевле, то и на 1.08.95 г. она несколько дешевле - 195337 руб., а прожиточный минимум равен 390673 руб. Приведенные выше численные значения для Москвы в качестве первого приближения можно использовать для различных регионов России.

Индексы инфляции с помощью описанной выше методики можно рассчитать для любого региона, профессиональной или социальной группы, отдельного предприятия или даже конкретной семьи. Эти значения могут быть эффективно использованы на трехсторонних переговорах между профсоюзами, работодателями и представителями государства.

Проценты по вкладам в банк, плата за кредит и инфляция. Рассмотрим банк, честно выполняющий свои обязательства. Пусть он дает 10% в месяц по депозитным вкладам. Тогда 1 руб., положенный в банк, через месяц превращается в 1,1 руб., а через 2 - по формуле сложных процентов - в$1{,}1^2 = 1{,}21$ руб., ..., через год - в $1{,}1^{12} = 3{,}14$ руб. Однако за год росли не только вклады, но и цены. Например, с 19.05.94 г. по 18.05.95 г. индекс инфляции составил 3,73. Значит, в ценах на момент оформления вкладов итог годового хранения равен 3,14 / 3,73 = 0,84 руб. Хранение оказалось невыгодным - реальная стоимость вклада уменьшилась на 16%, несмотря на, казалось бы, очень выгодные условия банка.

Пусть фирма получила кредит под 200% годовых. Значит, вместо 1 рубля, полученного в настоящий момент в кредит, через год ей надо отдать 3 рубля. Пусть она взяла кредит 19.05.94 г., а отдает 18.05.95 г. Тогда в ценах на момент взятия кредита она отдает 3/3,73 = 0,80 руб. за 1 руб. кредита. Таким образом, кредит превратился в подарок - возвращать надо на 20% меньше, чем получил, реальная ставка кредита отрицательна, она равна (- 20)%! Такова была типичная ситуация в России в течение ряда лет начиная с 1992 г., особенно в 1992-1994 гг. Но бесплатных подарков в бизнесе не бывает - за них надо платить по другим каналам, как правило, криминальным.

Сколько стоит доллар? В июле 1995 г. индекс инфляции около 7000, а курс доллара США - около 4500 руб. за доллар. Следовательно, доллар США стоит 4500 / 7000 = 0,64 руб. в ценах 1990 г., т.е. примерно соответствует официальному обменному курсу в 1980-х годах. В сентябре 1994 г. курс доллара был около 2000, а индекс инфляции - около 2200, т.е. доллар стоил около 0,9 руб. в ценах 1990 г. Реальная покупательная способность доллара упала за 10 месяцев в 1,42 раза.

Ошибочно думать, что на Московской межбанковской валютной бирже курс доллара определяется по законам свободного рынка. На самом деле участвующие в торгах коммерческие банки административно зависят от Центрального Банка РФ. Другой инструмент влияния Центрального Банка - долларовые или рублевые интервенции. Реально курс доллара определяется руководством страны, действующим через Центральный Банк РФ. Одно из следствий реального понижения доллара - легальное присвоение средств тех граждан, которые пытаются сохранить свои сбережения (например, на летний отдых), купив доллары США. Другой пример - спекулятивная инфляция, являющаяся следствием искусственного подъема курса доллара после "дефолта" августа 1998 г. Цель этой спекуляции очевидна - выжать рубли из населения с целью увеличения доходов государства (путем увеличения сбора налогов) и поддержки коммерческих банков, существенная часть активов которых "заморожена" в ГКО.

В начале 2003 г. курс доллара был несколько меньше 32 руб. (31 руб. 86 коп.), индекс инфляции составлял 50,78, следовательно, 1 доллар США по своей покупательной способности в России января 2003 г. соответствовал 63 копейкам начала 1991 г.

Инфляция, показатели работы предприятия и ВВП. Индексы инфляции используются для пересчета номинальных цен в неизменные (сопоставимые). Другими словами, для приведения доходов и расходов к ценам определенного момента времени. Потребительские корзины для промышленных предприятий, конечно, должны включать промышленные товары, а потому отличаться от потребительских корзин, ориентированных для изучения жизненного уровня.

Сколько стоит предприятие? Важно оценить основные фонды. Для этого нужно взять их стоимость в определенный момент времени и умножить на индекс инфляции (и учесть амортизационные отчисления). Интересно отметить, что официальный индекс инфляции Госкомстата более чем в 2 раза меньше, чем найденный в ИВСТЭ, если отсчитывать от 1990 г. Причем разрыв все более увеличивается! Есть много способов исказить экономические показатели, и "специалисты" ими умело пользуются. Занижение индекса инфляции выгодно тем, кто хочет обзавестись государственной (т.е. общенародной) собственностью за бесценок, в ущерб истинному владельцу - народу России.

Валовой внутренний продукт, валовой национальный продукт и другие характеристики экономического положения страны рассчитываются в текущих ценах. Для перехода к неизменным ценам, грубо говоря, надо поделить на индекс инфляции (т.е. умножить на дефлятор). В 2 раза занизишь индекс инфляции - в 2 раза завысишь валовой национальный продукт, валовой внутренний продукт, национальный доход и иные макроэкономические характеристики.

По данным Правительства РФ к концу 1994 г. валовой внутренний продукт составил 53% от уровня 1990 г. Падение больше, чем в Германии в результате разгрома фашизма. И это по официальным данным! Используя же коэффициент занижения со стороны Госкомстата, равный 2 (т.е. заниженный), получаем более реальную цифру - 25% от уровня 1990 г. Падение в 4 раза! Эта оценка близка к выводам ряда специалистов, независимых от правительства [49].

Проблема учета инфляции при экономическом анализе финансово-хозяйственной деятельности предприятия. Как известно, разработана и широко применяется развернутая система коэффициентов, используемых при экономическом анализе финансово-хозяйственной деятельности предприятия [50]. Она основана на данных бухгалтерского баланса. Естественно, опирается на два столбца баланса - данные на "начало периода" и данные на "конец периода". Записывают в эти столбцы номинальные значения. В настоящее время инфляцию полностью игнорируют. Это приводит к искажению реального положения предприятия. Денежные средства преувеличиваются, а реальная стоимость основных фондов занижается. По официальной отчетности предприятие может считаться получившим хорошую прибыль, а по существу - не иметь средств для продолжения деятельности.

Ясно, что учитывать инфляцию надо. Вопрос в другом - как именно. Потребительская корзина должна, видимо, состоять из тех товаров и услуг, которые предприятие покупает. Стоимость основных фондов может не убывать в соответствии с амортизацией, а возрастать согласно отраслевому темпу инфляции, и т.д. Здесь мы только ставим проблему, не пытаясь ее решить. Отметим, что рассматриваемая проблема может быть решена путем привлечения подходов контроллинга к принятию решений.

Литература

1. Орлов А.И. Эконометрика. – М.: Экзамен, 2002. -576 с.

2. The teaching of statistics / Studies in mathematics education. Vol.7. - Paris, UNESCO, 1989. - 258 pp.

3. Орлов А.И. Устойчивость в социально-экономических моделях. - М.: Наука, 1979. - 296 с.

4. Контроллинг в бизнесе. Методологические и практические основы построения контроллинга в организациях / А.М. Карминский, Н.И. Оленев, А.Г. Примак, С.Г.Фалько. - М.: Финансы и статистика, 1998. - 256 с.

5. Хан Д. Планирование и контроль: концепция контроллинга: Пер. с нем. - М.: Финансы и статистика, 1997. - 800 с.

6. Бэстенс Д.Э., Берт В.М. ван дер, Вуд Д. Нейронные сети и финансовые рынки: принятие решений в торговых операциях. - М.: ТВП, 1998.

7. Орлов А. И. Задачи оптимизации и нечеткие переменные. - М.: Знание, 1980.- 64 с.

8. Орлов А.И. Что дает прикладная статистика народному хозяйству? // Вестник статистики. 1986, No.8. С.52 – 56.

9. Иванова Н.Ю., Орлов А.И. Экономико-математическое моделирование малого бизнеса (обзор подходов). // Экономика и математические методы. 2001. Т.37. №2. С.128-136.

10. Экспертные оценки: современное состояние и перспективы использования в задачах экологического страхования / Горский В.Г., Орлов А.И., Жихарев В.Н., Цупин В.А., Степочкин А.Н., Васюкевич В.А. - В сб.: Труды Второй Всероссийской конференции "Теория и практика экологического страхования". - М.: Ин-т проблем рынка РАН, 1996, с.20-23.

11. Орлов А.И. Сертификация и статистические методы (обобщающая статья). // Заводская лаборатория. 1997. Т.63. No.3. С. 55-62.

12. Орлов А.И. Внедрение современных статистических методов с помощью персональных компьютеров. – В сб.: Качество и надежность изделий. No.5(21). - М.: Знание, 1992. - С.51-78.
13. Орлов А.И. Современная прикладная статистика // Заводская лаборатория. Т.64. 1998. №3. С. 52-60.
14. Орлов А.И. Экспертные оценки // Заводская лаборатория. Т.62. 1996. №.1. С.54-60.
15. Литвак Б.Г., Орлов А.И., Сатаров Г.А., Тюрин Ю.Н., Шмерлинг Д.С. Анализ нечисловой информации. - М.: Научный Совет АН СССР по комплексной проблеме «Кибернетика», 1981. - 80 с.
16. Горский В.Г., Гриценко А.А., Орлов А.И. Метод согласования кластеризованных ранжировок // Автоматика и телемеханика. 2000. №3. С.179-187.
17. Орлов А.И. Эконометрическая поддержка контроллинга // Контроллинг. 2002. №1. С.42-53.
18. Бестужев-Лада И.В. Окно в будущее: Современные проблемы социального прогнозирования. - М.: Мысль, 1970. - 269 с.
19. Гаврилец Ю.Н. Социально-экономическое планирование: Системы и модели. - М.: Экономика, 1974. - 174 с.
20. Загоруйко Н.Г. Эмпирическое предсказание. - Новосибирск: Наука, 1979. - 124 с.
21. Нейлор Т. Машинные имитационные эксперименты с моделями экономических систем. - М.: Мир, 1975.
22. Сидельников Ю.В. Теория и организация экспертного прогнозирования. - М.: ИМЭМО АН СССР, 1990. - 196 с.
23. Тейл Г. Эконометрические прогнозы и принятие решений. - М.: Статистика, 1971. - 488 с.
24. Френкель А.А. Математические методы анализа динамики и прогнозирования производительности труда. - М.: Экономика, 1972. - 190 с.
25. Четыркин Е.М. Статистические методы прогнозирования. - М.:

Статистика, 1977.
26. Янч Э. Прогнозирование научно-технического прогресса. - М.: Прогресс, 1990. - 568 с.
27. Жихарев В.Н., Орлов А.И. Законы больших чисел и состоятельность статистических оценок в пространствах произвольной природы. – В сб.: Статистические методы оценивания и проверки гипотез. Межвузовский сборник научных трудов. – Пермь: Изд-во Пермского государственного университета, 1998. С.65-84.
28. Орлов А.И. Сценарии социально-экономического развития России до 2007 г. // Обозреватель-Observer. 1999. No.10 (117). С.47-50.
29. Орлов А.И. О перестройке статистической науки и ее применений // Вестник статистики, 1990, № 1, с.65-71.
30. Пиндайк Р., Рубинфельд Д. Микроэкономика. - М.: "Экономика" - "Дело", 1992.
31. Макконнелл К.Р., Брю С.Л. Экономикс: Принципы, проблемы и политика. В 2 т.: Пер. с англ. 11-го изд. - М.: Республика, 1992.
32. Балабанов И.Т. Риск-менеджмент. – М.: Финансы и статистика, 1996. – 192 с.
33. Гвозденко А.А. Основы страхования. – М.: Финансы и статистика, 1998. – 304 с.
34. Первозванский А.А., Первозванская А.Н. Финансовый рынок: расчет и риск. – М.: Инфра-М, 1994
35. Чернов В.А. Анализ коммерческого риска. – М.: Финансы и статистика, 1998. – 128 с.
36. Четыркин Е.М. Методы экономических расчетов. - М.: Гамма, 1992.
37. Подиновский В.В., Ногин В.Д. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач. - М.: Наука, 1982.
38. Экология. Учебное пособие под редакцией С.А. Боголюбова. - М.: Знание, 1999. - 288 с.
39. Орлов А.И., Федосеев В.Н. Менеджмент в техносфере. – М.:

Академия, 2003. – 404 с.
40. Менеджмент. Учебное пособие под ред. Ж.В.Прокофьевой. - М.: Знание, 2000. – 288 с.
41. Соколов Д.В., Титов А.Б., Шабанова Н.М. Предпосылки анализа и формирования инновационной политики. – СПб.: ГУЭФ, 1997.
42. Хучек М. Инновации на предприятиях и внедрение. - М.: Луч, 1992.
43. Пригожин А.И. Нововведения: стимулы и препятствия (социальные проблемы инноватики). – М.: Политиздат, 1989.
44. Морозов Ю.П. Инновационный менеджмент: Учебное пособие. - Н.Новгород: Изд-во ННГУ, 1997.
45. Инновационный менеджмент. Справочное пособие / Под ред. П.Н. Завлина, А.К. Казанцева, Л.Э. Миндели. - СПб.: Наука, 1997.
46. Орлов А.И., Семенов П.М., Жихарев В.Н., В.А. Цупин В.А. Методология оценки рисков реализации инновационных проектов. - Управление большими системами. Материалы Международной научно-практической конференция (22-26 сентября 1997 г., Москва, Россия). - М.: СИНТЕГ, 1997.
47. Вологжанина С.А., Орлов А.И. Об одном подходе к оценке рисков для малых предприятий (на примере выполнения инновационных проектов в ВУЗах). - Подготовка специалистов в области малого бизнеса в высшей школе. Сборник научных статей. - М.: Изд-во ООО "ЭЛИКС +", 2001. С.40-53.
48. Аблажей А.М. Бизнес и наука: опыт взаимодействия // ЭКО. 1999. №6.
49. Настенко А. Экономические интересы и экономические отношения // Обозреватель-Observer. 1995. No.7. С.68-80.
50. Баканов М.И., Шеремет А.Д. Теория экономического анализа. – М.: Финансы и статистика, 2000. – 416 с.

Контрольные вопросы

1. Расскажите о развитии эконометрики в России и за рубежом.

2. Что такое «высокие статистические технологии»?

3. Почему необходима эконометрическая поддержка принятия решений в контроллинге?

4. Почему необходимо использование экспертных оценок в контроллинге?

5. Какова роль персональных компьютеров и их программного обеспечения во внедрении современных статистических методов?

6. Как соотносятся риск и неопределенность?

7. Рассмотрите различные виды рисков, которые следует учитывать при работе предприятия.

8. Чем объясняется многообразие характеристик риска?

9. Как обычно решают многокритериальные задачи управления риском?

10. От каких групп факторов зависит риск выполнения научно-исследовательской работы в срок?

11. Расскажите о динамике индекса инфляции в России.

Темы докладов и рефератов

1. Примеры практического использования эконометрических методов.

2. Создание и развитие статистики нечисловых данных в России.

3. Проблема "стыковки" статистических алгоритмов.

4. Технологии обработки экспертных эконометрических данных в контроллинге.

5. Проблема проверки однородности двух выборок и высокие статистические технологии.

6. Прогнозирование, планирование и теория риска.

7. Оптимальность по Парето и методы решения многокритериальных задач.

8. Использование в теории риска интервального описания неопределенности.
9. Использование в теории риска нечеткого описания неопределенности.
10. Сочетание аддитивных и мультипликативных моделей при оценке риска.
11. Теоремы умножения и сложения для индекса инфляции.
12. Экспериментальная работа: соберите данные о ценах и рассчитайте индекс инфляции для своего региона (данные о ценах на базовый момент времени даны в табл.1 подраздела 3.3.4).
13. Учет инфляции при проведении анализа финансово-хозяйственной деятельности предприятия.

3.4. ЭКСПЕРТНЫЕ МЕТОДЫ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ

Принимать решения можно либо на основе объективных данных (в том числе с помощью оптимизационных методов и вероятностно-статистических моделей), либо на основе мнений специалистов (экспертов). В задачах стратегического и оперативного управления, технико-экономического анализа, обеспечения экологической безопасности, управления природопользованием и охраны окружающей природной среды и т.п. постоянно используются разнообразные методы экспертных оценок. О них рассказывается в настоящей главе.

3.4.1. Основные идеи методов экспертных оценок

Примеры методов экспертных оценок. Как будет изменяться экономическая обстановка с течением времени? Что будет с окружающей природной средой через десять лет? Как изменится экологическая обстановка? Будет ли обеспечена экологическая безопасность промышленных производств или же вокруг станет простираться рукотворная пустыня? Достаточно вдуматься в эти постановки естественных вопросов, проанализировать, как десять или тем более двадцать лет назад мы представляли себе сегодняшний день, чтобы понять, что стопроцентно надежных прогнозов просто не может быть. Вместо утверждений с конкретными числами можно ожидать лишь качественных оценок. Тем не менее мы, менеджеры, экономисты, инженеры, должны принимать решения, например, об экологических и иных проектах и инвестициях, последствия которых скажутся через десять, двадцать и т.д. лет. Как быть? Остается обратиться к методам экспертных оценок. Что это за методы?

Бесспорно совершенно, что для принятия обоснованных решений необходимо опираться на опыт, знания и интуицию специалистов. После второй мировой войны в рамках кибернетики, теории управления, менеджмента и исследования операций стала развиваться самостоятельная дисциплина - теория и практика экспертных оценок.

Методы экспертных оценок - это методы организации работы со специалистами-экспертами и обработки мнений экспертов. Эти мнения обычно выражены частично в количественной, частично в качественной форме. Экспертные исследования проводят с целью подготовки информации для принятия решений ЛПР (напомним, ЛПР – лицо принимающее решение). Для проведения работы по методу экспертных оценок создают Рабочую группу (сокращенно РГ), которая и организует по поручению ЛПР деятельность экспертов, объединенных (формально или по существу) в экспертную комиссию (ЭК).

Экспертные оценки бывают *индивидуальные* и *коллективные*. *Индивидуальные оценки* - это оценки одного специалиста. Например, преподаватель единолично ставит отметку студенту, а врач - диагноз больному. Но в сложных случаях заболевания или угрозе отчисления студента за плохую учебу обращаются к *коллективному* мнению -

симпозиуму врачей или комиссии преподавателей. Аналогичная ситуация - в армии. Обычно командующий принимает решение единолично. Но в сложных и ответственных ситуациях проводят военный совет. Один из наиболее известных примеров такого рода - военный совет 1812 г. в Филях, на котором под председательством М.И. Кутузова решался вопрос: "Давать или не давать французам сражение под Москвой?"

Другой простейший пример экспертных оценок - оценка номеров в КВН. Каждый из членов жюри поднимают фанерку со своей оценкой, а технический работник вычисляет среднюю арифметическую оценку, которая и объявляется как коллективное мнение жюри (ниже увидим, что такой подход некорректен с точки зрения теории измерений).

В фигурном катании процедура усложняется - перед усреднением *отбрасываются самая большая и самая маленькая оценки.* Это делается для того, чтобы не было соблазна завысить оценку одной спортсменке (например, соотечественнице) или занизить другой. Такие резко выделяющиеся из общего ряда оценки будут сразу отброшены.

Экспертные оценки часто используются при выборе, например:

- одного варианта технического устройства для запуска в серию из нескольких образцов,

- группы космонавтов из многих претендентов,

- набора проектов научно-исследовательских работ для финансирования из массы заявок,

- получателей экологических кредитов из многих желающих,

- при выборе инвестиционных проектов для реализации среди представленных, и т.д.

Существует масса методов получения экспертных оценок. В одних с каждым экспертом работают отдельно, он даже не знает, кто еще является экспертом, а потому высказывает свое мнение независимо от авторитетов. В других экспертов собирают вместе для подготовки материалов для ЛПР, при этом эксперты обсуждают проблему друг с другом, учатся друг у друга, и неверные мнения отбрасываются. В одних методах число экспертов фиксировано и таково, чтобы статистические методы проверки согласованности мнений и затем их усреднения позволяли принимать обоснованные решения. В других - число экспертов растет в процессе проведения экспертизы, например, при использовании метода "снежного кома" (о нем - дальше).

Не меньше существует и методов обработки ответов экспертов, в том числе весьма насыщенных математикой и компьютеризированных. Многие из них основаны на достижениях статистики объектов нечисловой природы и других современных методах прикладной статистики.

Один из наиболее известных методов экспертных оценок - это *метод "Дельфи"*. Название дано по ассоциации с древним обычаем для получения поддержки при принятии решений обращаться в Дельфийский храм. Он был расположен у выхода ядовитых вулканических газов. Жрицы храма, надышавшись отравы, начинали пророчествовать, произнося непонятные слова. Специальные "переводчики" - жрецы храма толковали эти слова и отмечали на вопросы пришедших со своими проблемами паломников. По традиции говорят, что Дельфийский храм находился в Греции. Но там нет вулканов. Видимо, он был в Италии - у Везувия или Этны, а сами описанные предсказания происходили в XII-XIV вв. Это вытекает из высшего достижения современной исторической науки - новой статистической хронологии.

В США в 1960-х годах методом Дельфи назвали экспертную процедуру прогнозирования научно-технического развития. В первом туре эксперты называли вероятные даты тех или иных будущих свершений. Во втором туре каждый эксперт знакомился с прогнозами всех остальных. Если его прогноз сильно отличался от прогнозов основной массы, его просили пояснить свою позицию, и часто он изменял свои оценки, приближаясь к средним значениям. Эти средние значения и выдавались заказчику как групповое мнение. Надо сказать, что реальные результаты исследования оказались довольно скромными - хотя дата высадки американцев на Луну была предсказана с точностью до месяца, все остальные прогнозы провалились - холодного термоядерного синтеза и средства от рака в XX в. человечество не дождалось.

Однако сама методика оказалась популярной - за последующие годы она использовалась не менее 40 тыс. раз. Средняя стоимость экспертного исследования по методу Дельфи - 5 тыс. долларов США, но в ряде случаев приходилось расходовать и более крупные суммы - до 130 тыс. долларов.

Несколько в стороне от основного русла экспертных оценок лежит *метод сценариев*, применяемый прежде всего для экспертного прогнозирования. Рассмотрим основные идеи технологии сценарных экспертных прогнозов. Экологическое или социально-экономическое прогнозирование, как и любое прогнозирование вообще, может быть успешным лишь при некоторой стабильности условий. Однако решения органов власти, отдельных лиц, иные события меняют условия, и события развиваются по-иному, чем ранее предполагалось. Вполне очевидно, что после первого тура президентских выборов 1996 г. о дальнейшем развитии событий можно было говорить лишь в терминах сценариев: если во втором туре победит Б.Н. Ельцин, то будет то-то и то-то, если же победит Г.А. Зюганов, то события пойдут так-то и так-то.

Метод сценариев необходим не только в социально-экономической или экологической области. Например, при разработке методологического, программного и информационного обеспечения *анализа риска* химико-технологических проектов необходимо составить детальный каталог сценариев аварий, связанных с утечками токсических химических веществ. Каждый из таких сценариев описывает аварию своего типа, со своим индивидуальным происхождением, развитием, последствиями, возможностями предупреждения.

Таким образом, метод сценариев - это метод декомпозиции задачи прогнозирования, предусматривающий выделение набора отдельных вариантов развития событий (сценариев), в совокупности охватывающих все возможные варианты развития. При этом каждый отдельный сценарий должен допускать возможность достаточно точного прогнозирования, а общее число сценариев должно быть обозримо.

Возможность подобной декомпозиции не очевидна. При применении метода сценариев необходимо осуществить два этапа исследования:

- построение исчерпывающего, но обозримого набора сценариев;

- прогнозирование в рамках каждого конкретного сценария с целью получения ответов на интересующие исследователя вопросы.

Каждый из этих этапов лишь частично формализуем. Существенная часть рассуждений проводится на качественном уровне, как это принято в общественно-экономических и гуманитарных науках. Одна из причин заключается в том, что стремление к излишней формализации и математизации приводит к *искусственному* внесению определенности там, где ее нет по существу, либо к использованию громоздкого математического аппарата. Так, рассуждения на словесном уровне считаются доказательными в большинстве ситуаций, в то время как попытка уточнить смысл используемых слов с помощью, например, теории нечетких множеств приводит к весьма громоздким математическим моделям.

Набор сценариев должен быть обозрим. Приходится исключать различные маловероятные события - прилет инопланетян, падение астероида, массовые эпидемии ранее неизвестных болезней, и т.д. Само по себе создание набора сценариев - предмет экспертного исследования. Кроме того, эксперты могут оценить вероятности реализации того или иного сценария.

Прогнозирование в рамках каждого конкретного сценария с целью получения ответов на интересующие исследователя вопросы также осуществляется в соответствии с описанной выше методологией прогнозирования. При стабильных условиях могут быть применены статистические методы прогнозирования временных рядов. Однако этому предшествует анализ с помощью экспертов, причем зачастую прогнозирование на словесном уровне является достаточным (для получения интересующих исследователя и ЛПР выводов) и не требующим количественного уточнения.

Как известно, при принятии решений на основе *анализа ситуации* (как говорят, при *ситуационном анализе*), в том числе анализе результатов прогнозных исследований, можно исходить из различных критериев. Так, можно ориентироваться на то, что ситуация сложится наихудшим, или наилучшим, или средним (в каком-либо смысле) образом. Можно попытаться наметить мероприятия, обеспечивающие минимально допустимые полезные результаты при любом варианте развития ситуации, и т.д.

Еще один вариант экспертного оценивания - *мозговой штурм*. Организуется он как собрание экспертов, на выступления которых наложено одно, но очень существенное ограничение - нельзя критиковать предложения других. Можно их развивать, можно высказывать свои идеи, но нельзя критиковать! В ходе заседания эксперты, "заражаясь" друг от друга, высказывают все более экстравагантные соображения. Часа через два записанное на магнитофон или видеокамеру заседание заканчивается, и начинается второй этап мозгового штурма - анализ высказанных идей. Обычно из 100 идей 30 заслуживают дальнейшей проработки, из 5-6 дают возможность сформулировать прикладные проекта, а 2-3 оказываются в итоге приносящими полезный эффект - прибыль, повышение экологической безопасности, оздоровление окружающей природной среды и т.п. При этом интерпретация идей - творческий процесс. Например, при обсуждении возможностей защиты кораблей от торпедной атаки была высказана идея: "Выстроить матросов вдоль борта и дуть на торпеду, чтобы изменить ее курс". После проработки эта идея привела к созданию специальных устройств, создающих волны, сбивающиеся торпеду с курса.

Основные стадии экспертного опроса. Более подробно рассмотрим отдельные этапы экспертного исследования. Как показывает опыт, с точки зрения менеджера - организатора такого исследования целесообразно выделять следующие стадии проведения экспертного опроса.

1) *Принятие решения о необходимости проведения экспертного опроса и формулировка Лицом, Принимающим Решения (ЛПР) его цели.* Таким образом, инициатива должна исходить от руководства, что в дальнейшем обеспечит успешное решение организационных и финансовых проблем. Очевидно, что исходный толчок может быть дан докладной запиской одного из сотрудников или дискуссией на совещании, но реальное начало работы - решение ЛПР.

2) *Подбор и назначение ЛПР основного состава Рабочей группы,* сокращенно РГ (обычно - научного руководителя и секретаря). При этом научный руководитель отвечает за организацию и проведение экспертного исследования в целом, а также за анализ собранных материалов и формулировку заключения экспертной комиссии. Он участвует в формировании коллектива экспертов и выдаче задания каждому эксперту (вместе с ЛПР или его представителем). Он сам - высококвалифицированный эксперт и

признаваемый другими экспертами формальный и неформальный руководитель экспертной комиссии. Дело секретаря - ведение документации экспертного опроса, решение организационных задач.

3) *Разработка РГ* (точнее, ее основным составом, прежде всего научным руководителем и секретарем) *и утверждение у ЛПР технического задания на проведение экспертного опроса*. На этой стадии решение о проведении экспертного опроса приобретает четкость во времени, финансовом, кадровом, материальном и организационном обеспечении. В частности, формируется Рабочая Группа, в РГ выделяются различные группы специалистов - аналитическая, эконометрическая (специалисты по методам), компьютерная, по работе с экспертами (например, интервьюеров), организационная. Очень важно для успеха, чтобы все эти позиции были утверждены ЛПР.

4) *Разработка аналитической группой РГ подробного сценария (т.е. регламента) проведения сбора и анализа экспертных мнений (оценок).* Сценарий включает в себя прежде всего конкретный вид информации, которая будет получена от экспертов (например, слова, условные градации, числа, ранжировки, разбиения или иные виды объектов нечисловой природы). Например, довольно часто экспертов просят высказаться в свободной форме, ответив при этом на некоторые количество заранее сформулированных вопросов. Кроме того, их просят заполнить формальную карту, в каждом пункте выбрав одну из нескольких градаций. Сценарий должен содержать и конкретные методы анализа собранной информации. Например, вычисление медианы Кемени, статистический анализ люсианов, применение иных методов статистики объектов нечисловой природы и других разделов прикладной статистики (о некоторых из названных методов речь пойдет ниже). Эта работа ложится на эконометрическую и компьютерную группу РГ. Традиционная ошибка - сначала собрать информацию, а потом думать, что с ней делать. В результате, как

показывает печальный опыт, информация используется не более чем на 1-2%.

5) *Подбор экспертов* в соответствии с их компетентностью. На этой стадии РГ составляет список возможных экспертов и оценивает степень их пригодности для планируемого исследования..

6) *Формирование экспертной комиссии*. На этой стадии РГ проводит переговоры с экспертами, получает их согласие на работу в экспертной комиссии (сокращенно ЭК). Возможно, часть намеченных РГ экспертов не может войти в экспертную комиссию (болезнь, отпуск, командировка и др.) или отказывается по тем или иным причинам (занятость, условия контракта и др.). ЛПР утверждает состав экспертной комиссии, возможно, вычеркнув или добавив часть экспертов к предложениям РГ. Проводится заключение договоров с экспертами об условиях их работы и ее оплаты.

7) *Проведение сбора экспертной информации.* Часто перед этим проводится набор и обучение интервьюеров - одной из групп, входящих в РГ.

8) Компьютерный *анализ экспертной информации* с помощью включенных в сценарий методов. Ему обычно предшествует введение информации в компьютеры.

9) При применении согласно сценарию экспертной процедуры из нескольких туров - *повторение* двух предыдущих этапов.

10) *Итоговый анализ экспертных мнений, интерпретация полученных результатов* аналитической группой РГ и *подготовка заключительного документа* ЭК для ЛПР.

11) Официальное *окончание* деятельности РГ, в том числе *утверждение ЛПР заключительного документа ЭК*, подготовка и утверждение научного и финансового отчетов РГ о проведении экспертного исследования, оплата труда экспертов и сотрудников РГ, официальное прекращение деятельности (роспуск) ЭК и РГ.

Разберем подробнее отдельные стадии экспертного исследования. Начнем с подбора экспертов: кадры решают все! Каковы эксперты - таково и качество заключения экспертной комиссии.

Подбор экспертов. Проблема подбора экспертов является одной из наиболее сложных в теории и практике экспертных исследований. Очевидно, в качестве экспертов необходимо использовать тех людей, чьи суждения наиболее помогут принятию адекватного решения. Но как выделить, найти, подобрать таких людей? Надо прямо сказать, что *нет методов подбора экспертов, наверняка обеспечивающих успех экспертизы.* Сейчас мы не будем обсуждать проблему существования различных "партий" среди экспертов и обратим внимание на различные иные стороны процедур подбора экспертов.

В проблеме подбора экспертов можно выделить две составляющие - *составление списка возможных экспертов и выбор из них экспертной комиссии в соответствии с компетентностью кандидатов.*

Составление списка возможных экспертов облегчается тогда, когда рассматриваемый вид экспертизы проводится многократно. В таких ситуациях обычно ведется *реестр* возможных экспертов, например, в области государственной экологической экспертизы или судейства фигурного катания, из которого можно выбирать по различным критериям или с помощью датчика (или таблицы) псевдослучайных чисел.

Как быть, если экспертиза проводится впервые, устоявшиеся списки возможных экспертов отсутствуют? Однако и в этом случае у каждого конкретного специалиста есть некоторое представление о том, что требуется от эксперта в подобной ситуации. Для формирования списка есть полезный метод *"снежного кома",* при котором от каждого специалиста, привлекаемого в качестве эксперта, получают определенное количество (обычно 5 - 10) фамилий тех, кто может быть экспертом по рассматриваемой тематике. Очевидно, некоторые из этих фамилий встречались ранее в деятельности РГ, а некоторые - новые. Каждого вновь появившегося опрашивают по той же схеме. Процесс расширения списка останавливается, когда новые фамилии практически перестают встречаться. В результате получается достаточно обширный список возможных экспертов. Метод *"снежного кома"* имеет и недостатки. Число туров до остановки процесса наращивания кома нельзя заранее предсказать. Кроме того, ясно, что если на первом этапе все эксперты были из одного "клана", придерживались в чем-то близких взглядов или занимались сходной деятельностью, то и метод "снежного кома" даст, скорее всего, лиц из этого же "клана". Мнения и аргументы других "кланов" будут упущены. (Здесь речь идет о том, что сообщество специалистов реально разбито на группы, названные выше "кланами", и общение идет в основном внутри "кланов". Неформальная структура науки, к которой относятся "кланы", достаточно сложна для изучения. Отметим здесь, что "кланы" обычно образуются на основе крупных формальных центров (вузов, научных институтов), научных школ.)

Вопрос об оценке компетентности экспертов не менее сложен. Ясно, что успешность участия в предыдущих экспертизах - хороший критерий для деятельности дегустатора, врача, судьи в спортивных соревнованиях, т.е. таких экспертов, которые участвуют в длинных сериях однотипных экспертиз. Однако, увы, наиболее интересны и важны уникальные экспертизы больших проектов, не имеющих аналогов. Использование формальных показателей экспертов (должность, ученые степень и звание, стаж, число публикаций...), очевидно, в современных быстро меняющихся условиях может носить лишь вспомогательный характер, хотя подобные показатели проще всего применять.

Часто предлагают использовать методы самооценки и взаимооценки компетентности экспертов. Обсудим их, начав с метода самооценки, при котором эксперт сам дает информацию о том, в каких областях он компетентен, а в каких - нет. С одной стороны, кто лучше может знать возможности эксперта, чем он сам? С другой стороны, при самооценке компетентности скорее оценивается степень самоуверенности эксперта, чем его реальная компетентность. Тем более, что само понятие *"компетентность"* строго не определено. Можно его уточнять, выделяя составляющие, но при этом усложняется предварительная часть деятельности экспертной комиссии. Достаточно часто эксперт преувеличивает свою реальную компетентность. Например, большинство людей считают, что они хорошо разбираются в политике, экономике, проблемах образования и воспитания, семьи и медицины. На самом деле экспертов (и даже знающих людей) в этих областях весьма мало. Бывают уклонения и в другую сторону, излишне критичное отношение к своим возможностям.

При использовании метода взаимооценки, помимо возможности проявления личностных и групповых симпатий и антипатий, играет роль малая осведомленность экспертов о возможностях друг друга. В современных условиях достаточно хорошее знакомство с работами и возможностями друг друга может быть лишь у специалистов, много лет (не менее 3-4) работающих совместно, в одной комнате, над одной темой. Именно про такие пары можно сказать, что они "*вместе пуд соли съели*". Однако привлечение таких пар специалистов не очень-то целесообразно, поскольку их взгляды из-за схожести жизненного пути слишком похожи друг на друга.

Если процедура экспертного опроса предполагает непосредственное общение экспертов, необходимо учитывать еще ряд обстоятельств. Большое значение имеют их личностные (социально-психологические) качества. Так, один-единственный "*говорун*" может парализовать деятельность всей комиссии на совместном заседании. К срыву могут привести и неприязненные отношения членов комиссии, и сильно различающийся научный и должностной статус членов комиссии. В подобных случаях важно соблюдение регламента работы, разработанного РГ.

Необходимо подчеркнуть, что подбор экспертов – одна из основных функций Рабочей группы, и никакие методики подбора не снимают с нее ответственности. Другими словами, именно на Рабочей группе лежит ответственность за компетентность экспертов, за их принципиальную способность решить поставленную задачу. Важным является требование к ЛПР об утверждении списка экспертов. При этом ЛПР может как добавить в комиссию отдельных экспертов, так и вычеркнуть некоторых из них - по собственным соображениям, с которыми членам РГ и ЭК знакомиться нет необходимости.

Существует ряд нормативных документов, регулирующих деятельность экспертных комиссий в тех или иных областях. Примером является Закон Российской Федерации "Об экологической экспертизе" от 23 ноября 1995 г., в котором регламентируется процедура экспертизы "намечаемой хозяйственной или иной деятельности" с целью выявления возможного вреда, который может нанести рассматриваемая деятельность окружающей природной среде.

О разработке регламента проведения сбора и анализа экспертных мнений. Существует масса методов получения экспертных оценок. В одних с каждым экспертом работают отдельно, он даже не знает, кто еще является экспертом, а потому высказывает свое мнение независимо от авторитетов, "кланов" и отдельных коллег. В других экспертов собирают вместе для подготовки материалов для ЛПР, при этом эксперты обсуждают проблему друг с другом, принимают или отвергают аргументы друг друга, учатся друг у друга, и неверные или недостаточно обоснованные мнения отбрасываются. В одних методах число экспертов фиксировано и таково, чтобы статистические методы проверки согласованности мнений и затем (в случае достаточно хорошей согласованности мнений) их усреднения позволяли принимать обоснованные решения с точки зрения эконометрики. В других - число экспертов растет в процессе проведения экспертизы, например, при использовании метода "снежного кома" для формирования команды экспертов.

В настоящее время *не существует* общепринятой научно обоснованной классификации методов экспертных оценок и тем более - однозначных рекомендаций по их применению. *Попытка силой утвердить одну из возможных точек зрения на классификацию методов экспертных оценок может принести лишь вред.*

Однако для рассказа о многообразии экспертных оценок необходима какая-либо рабочая классификация методов. Одну из таких возможных классификаций мы даем ниже, перечисляя основания, по которым мы делим экспертные оценки.

Один из основных вопросов - что именно должна представить экспертная комиссия в результате своей работы - информацию для принятия решения ЛПР или проект самого решения? От ответа на этот методологический вопрос зависит организация работы экспертной комиссии, и он служит первым основанием для разбиения методов.

ЦЕЛЬ - СБОР ИНФОРМАЦИИ ДЛЯ ЛПР. Тогда Рабочая группа должна собрать возможно больше относящейся к делу информации, аргументов "за" и "против" определенных вариантов решений. Полезен следующий метод постепенного увеличения числа экспертов. Сначала первый эксперт приводит свои соображения по рассматриваемому вопросу. Составленный им материал передается второму эксперту, который добавляет свои аргументы. Накопленный материал поступает к следующему - третьему - эксперту... Процедура заканчивается, когда иссякает поток новых соображений.

Отметим, что эксперты в рассматриваемом методе только поставляют информацию, аргументы "за" и "против", но не вырабатывают согласованного проекта решения. Нет никакой необходимости стремиться к тому, чтобы экспертные мнения были согласованы между собой. Более того, наибольшую пользу приносят эксперты с мышлением, отклоняющимся от массового. Именно от них следует ожидать наиболее оригинальных аргументов.

ЦЕЛЬ - ПОДГОТОВКА ПРОЕКТА РЕШЕНИЯ ДЛЯ ЛПР. Математические методы в экспертных оценках применяются обычно именно для решения задач, связанных с подготовкой проекта решения. При этом зачастую некритически принимают догмы согласованности и одномерности. Эти догмы "кочуют" из одной публикации в другую, поэтому целесообразно их обсудить.

ДОГМА СОГЛАСОВАННОСТИ. Часто без всяких оснований считается, что решение может быть принято лишь на основе согласованных мнений экспертов. Поэтому исключают из экспертной группы тех, чье мнение отличается от мнения большинства. При этом отсеиваются как неквалифицированные лица, попавшие в состав экспертной комиссии по недоразумению или по соображениям, не имеющим отношения к их профессиональному уровню, так и наиболее оригинальные мыслители, глубже проникшие в проблему, чем большинство. Следовало бы выяснить их аргументы, предоставить им возможность для обоснования их точек зрения. Вместо этого их мнением пренебрегают.

Бывает и так, что эксперты делятся на две или более групп, имеющих единые *групповые* точки зрения. Так, известен пример деления специалистов при оценке результатов научно-исследовательских работ на две группы: "теоретиков", явно предпочитающих НИР, в которых получены теоретические результаты, и "практиков", выбирающих те НИР, которые позволяют получать непосредственные прикладные результаты (речь идет о конкурсе НИР в академическом Институте проблем управления (автоматики и телемеханики)).

Иногда заявляют, что в случае обнаружения двух или нескольких групп экспертов (вместо одной согласованной во мнениях) опрос не достиг цели. Это не так! *Цель достигнута - установлено, что единого мнения нет.* Это весьма важно. И ЛПР при принятии решений должен это учитывать. Стремление обеспечить согласованность мнений экспертов любой целой может приводить к сознательному одностороннему подбору экспертов, игнорированию всех точек зрения, кроме одной, наиболее полюбившейся Рабочей группе (или даже "подсказанной" ЛПР).

Часто не учитывают еще одного чисто эконометрического обстоятельства. Поскольку число экспертов обычно не превышает 20-30, то формальная статистическая согласованность мнений экспертов (установленная с помощью тех или иных критериев проверки статистических гипотез) может сочетаться с реально имеющимся разделением экспертов на группы, что делает дальнейшие расчеты не имеющими отношения к действительности. Для примера обратимся к конкретным методам расчетов с помощью коэффициентов конкордации (т.е. - в переводе - согласия) на основе коэффициентов ранговой корреляции Кендалла или Спирмена. Необходимо напомнить, что согласно эконометрической теории положительный результат проверки согласованности таким способом означает ни больше, ни меньше, как отклонение гипотезы о независимости и равномерной распределенности мнений экспертов на множестве всех ранжировок. Таким образом, проверяется нулевая гипотеза, согласно которой ранжировки, описывающие мнения экспертов, являются независимыми случайными бинарными отношениями, равномерно распределенными на множестве всех ранжировок. Отклонение этой нулевой гипотезы по дурной традиции толкуется как согласованность ответов экспертов. Другими словами, мы падаем жертвой заблуждений, вытекающих из своеобразного толкования слов: проверка согласованности в указанном математико-статистическом смысле вовсе не является проверкой согласованности в смысле практики экспертных оценок. (Именно ущербность рассматриваемых математико-статистических методов анализа ранжировок привела группу специалистов к разработке нового эконометрического аппарата для проверки согласованности - непараметрических методов, основанных на т.н. *люсианах* и входящих в современный раздел эконометрики - *статистику нечисловых данных*). Группы экспертов с близкими методами можно выделить эконометрическими методами кластер-анализа.

МНЕНИЯ ДИССИДЕНТОВ. С целью искусственно добиться согласованности стараются уменьшить влияние мнений экспертов-*диссидентов*, т.е. инакомыслящих по сравнению с большинством. *Жесткий* способ борьбы с диссидентами состоит в игнорировании их мнений, т.е. фактически в их исключении из состава экспертной комиссии. Отбраковка экспертов, как и отбраковка резко выделяющихся результатов наблюдений (выбросов), приводит к процедурам, имеющим плохие или неизвестные статистические свойства. Так, известна *крайняя неустойчивость* классических методов отбраковки выбросов по отношению к отклонениям от предпосылок модели (см., например, учебное пособие [1]).

Мягкий способ борьбы с диссидентами состоит в применении *робастных (устойчивых) статистических процедур*. Простейший пример: если ответ эксперта - действительное число, то резко выделяющееся мнение диссидента сильно влияет на среднее арифметическое ответов экспертов и не влияет на их медиану. Поэтому разумно в качестве согласованного мнения рассматривать медиану. Однако при этом игнорируются (не достигают ЛПР) аргументы диссидентов.

В любом из двух способов борьбы с диссидентами ЛПР лишается информации, идущей от диссидентов, а потому может принять необоснованное решение, которое впоследствии приведет к отрицательным последствиям. С другой стороны, представление ЛПР всего набора мнений снимает часть ответственности и труда по подготовке окончательного решения с комиссии экспертов и рабочей группы по проведению экспертного опроса и перекладывает эти ответственность и труд на плечи ЛПР.

ДОГМА ОДНОМЕРНОСТИ. В устаревшей, а иногда и в современной научно-технической литературе распространен довольно спорный подход так называемой "квалиметрии", согласно которому объект экспертизы всегда можно оценить *одним числом*. Странная идея! *Оценивать человека одним числом приходило в голову лишь на невольничьих рынках*. Вряд ли даже самые рьяные квалиметристы рассматривают книгу или картину как эквивалент числа - ее "рыночной стоимости". Практически все реальные объекты достаточно сложны, а потому сколько-нибудь точно описать их можно лишь с помощью многих и многих чисел, а также математических объектов нечисловой природы.

Вместе с тем нельзя полностью отрицать саму идею поиска обобщенных показателей качества, технического уровня и аналогичных. Так, каждый объект можно оценивать по многим показателям качества. Например, легковой автомобиль можно оценивать по таким показателям:

расход бензина на 100 км пути (в среднем);

надежность (в том числе средняя стоимость ремонта за год);

экологическая безопасность, оцениваемая по содержанию вредных веществ в выхлопных газах;

маневренность (в том числе радиус поворота);

быстрота набора скорости 100 км/час после начала движения;

максимальная достигаемая скорость;

длительность сохранения в салоне положительной температуры при низкой наружной температуре (например, минус пятьдесят градусов по Цельсию) и выключенном двигателе;

дизайн (привлекательность и "модность" внешнего вида и отделки салона);

вес, и т.д.

Можно ли свести оценки по этим показателям вместе? Ясно, что определяющей является конкретная ситуация, для которой выбирается автомашина. Максимально достигаемая скорость важна для гонщика, но, как нам представляется, не имеет большого практического значения для водителя рядовой частной машины, особенно в городе с суровым ограничением на максимальную скорость. Для такого водителя важнее расход бензина, маневренность и надежность. Для машин различных служб государственного управления, видимо, надежность важнее, чем для частника, а расход бензина - наоборот. Для районов Крайнего Севера важна теплоизоляция салона, а для южных районов - нет. И т.д.

Таким образом, важна конкретная (узкая) постановка задачи перед экспертами. Но такой постановки зачастую нет. А тогда "игры" по разработке обобщенного показателя качества - например, в виде линейной функции от перечисленных переменных - не могут дать объективных выводов. Альтернативой единственному обобщенному показателю является математический аппарат типа *многокритериальной оптимизации* - множества Парето и т.д.

В некоторых случаях все-таки можно глобально сравнить объекты - например, с помощью тех же экспертов получить упорядочение рассматриваемых объектов - изделий или проектов. Тогда можно ПОДОБРАТЬ коэффициенты при отдельных показателях так, чтобы *упорядочение с помощью линейной функции возможно точнее соответствовало глобальному упорядочению* (например, найти эти коэффициенты методом наименьших квадратов). Наоборот, в подобных случаях НЕ СЛЕДУЕТ оценивать указанные коэффициенты с помощью экспертов. Эта простая идея до сих пор не стала очевидной для отдельных составителей методик по проведению экспертных опросов и анализу их результатов. Они упорно стараются заставить экспертов делать то, что они выполнить *не в состоянии* - указывать веса, с которыми отдельные показатели качества должны входить в итоговый обобщенный показатель.

Эксперты обычно могут сравнить объекты или проекты в целом, но не могут вычленить вклад отдельных факторов. *Раз организаторы опроса спрашивают, эксперты отвечают,* но эти ответы не несут в себе надежной информации о реальности...

ВТОРОЕ ОСНОВАНИЕ КЛАССИФИКАЦИИ ЭКСПЕРТНЫХ ПРОЦЕДУР - ЧИСЛО ТУРОВ. Экспертизы могут включать один тур, некоторое фиксированное число туров (два, три,…) или неопределенное число туров. Чем больше туров, тем более тщательным является анализ ситуации, поскольку эксперты при этом обычно много раз возвращаются к рассмотрению предмета экспертизы. Но одновременно увеличивается общее время на экспертизу и возрастает ее стоимость. Можно уменьшить расходы, вводя в экспертизу не всех экспертов сразу, а постепенно. Так, например, если цель состоит в сборе аргументов "за" и "против", то первоначальный перечень аргументов может быть составлен одним экспертом. Второй добавит к нему свои аргументы. Суммарный материал поступит к первому и третьему, которые внесут свои аргументы и контраргументы. И так далее - добавляется по одному эксперту на каждый новый тур.

Наибольшие сложности вызывают процедуры с заранее неопределенным числом туров, например, "снежный ком". Часто задают максимально возможное число туров, и тогда неопределенность сводится к тому, придется ли проводить это максимальное число туров или удастся ограничиться меньшим числом.

ТРЕТЬЕ ОСНОВАНИЕ КЛАССИФИКАЦИИ ЭКСПЕРТНЫХ ПРОЦЕДУР - ОРГАНИЗАЦИЯ ОБЩЕНИЯ ЭКСПЕРТОВ. Рассмотрим достоинства и недостатки каждого из элементов шкалы:

отсутствие общения - заочное анонимное общение - заочное общение без анонимности - очное общение с ограничениями - очное общение без ограничений. *При отсутствии общения* эксперт высказывает свое мнение, ничего не зная о других экспертах и об их мнениях. Он полностью независим, что и хорошо, и плохо. Обычно такая ситуация соответствует однотуровой экспертизе. *Заочное анонимное общение*, например, как в методе Дельфи, означает, что эксперт знакомится с мнениями и аргументами других экспертов, но не знает, кто именно высказал то или иное положение. Следовательно, в экспертизе должно быть предусмотрено хотя бы два тура. *Заочное общение без анонимности* соответствует, например, общению по Интернету. Все варианты заочной экспертизы хороши тем, что нет необходимости собирать экспертов вместе, следовательно, находить для этого удобное время и место.

При очных экспертизах эксперты говорят, а не пишут, как при заочных, и потому успевают за то же время сказать существенно больше. *Очная экспертиза с ограничениями* весьма распространена. Это - собрание, идущее по фиксированному регламенту. Примером является военный совет в императорской русской армии, когда эксперты (офицеры и генералы) высказывались в порядке от младшего (по чину и должности) к старшему. Наконец, *очная экспертиза без ограничений* - это свободная дискуссия. Все очные экспертизы имеют недостатки, связанные с возможностями отрицательного влияния на их проведение социально-психологических свойств и клановых (партийных) пристрастий участников, а также неравенства их профессионального, должностного, научного статусов. Представьте себе, что соберутся вместе 5 лейтенантов и 3 генерала. Независимо от того, какая информация имеется у того или иного участника встречи, ход ее предсказать нетрудно: генералы будут беседовать, а лейтенанты - помалкивать. При этом вполне очевидно, что лейтенанты получили образование позже генералов, а потому обладают полезной информацией, которой нет у генералов.

КОМБИНАЦИЯ РАЗЛИЧНЫХ ВИДОВ ЭКСПЕРТИЗЫ. Реальные экспертизы часто представляют собой комбинации различных описанных выше типов экспертиз. В качестве примера рассмотрим защиту студентом дипломного проекта. Сначала идет многотуровая очная экспертиза, проводимая научным руководителем и консультантами, в результате студент подготавливает проект к защите. Затем два эксперта работают заочно - это автор отзыва сторонней организации и заведующий кафедрой, допускающий работу к защите. Обратите внимание на различие задач этих экспертов и объемов выполняемой ими работы - один пишет подробный отзыв, второй росписью на титульном листе проекта разрешает его защиту. Наконец - очная экспертиза без ограничений (для членов ГАК - государственной аттестационной комиссии). Дипломный проект оценивается коллегиально, по большинству голосов, при этом один из экспертов (научный руководитель) знает работу подробно, а остальные - в основном лишь по докладу. Отметим, что мнения экспертов учитываются с весами, а именно, мнения членов ГАК - с весом 1, мнения всех остальных - с весом 0 (совещательный голос). Таким образом, имеем сочетание многотуровой и однотуровой, заочных и очных экспертиз. Подобные сочетания характерны для многих реально проводящихся экспертиз.

3.4.2. Математические методы анализа экспертных оценок

Современная теория измерений и экспертные оценки. Как проводить анализ собранных рабочей группой ответов экспертов? Для более углубленного рассмотрения проблем экспертных оценок понадобятся некоторые понятия так называемой *репрезентативной теории измерений* (глава 2.1), служащей основой теории экспертных оценок, прежде всего той ее части, которая связана с анализом заключений экспертов, выраженных в качественном (а не в количественном) виде.

Репрезентативная (т.е. связанная с *представлением* отношений между реальными объектами в виде отношений между числами) теория измерений (в дальнейшем сокращенно РТИ) является одной из составных частей эконометрики [1]. А именно, она входит в состав *статистики объектов нечисловой природы*. Нас РТИ интересует прежде всего в связи с развитием теории и практики экспертного оценивания, в частности, в связи с агрегированием мнений экспертов, построением обобщенных показателей (их называют также рейтингами).

Получаемые от экспертов мнения часто выражены в *порядковой шкале*, т.е. эксперт может сказать (и обосновать), что один тип продукции будет более привлекателен для потребителей. Чем другой, одинпоказатель качества продукции более важен, чем другой, первый технологический объект более опасен, чем второй, и т.д. Но он не в состоянии сказать, *во сколько раз* или *на сколько* более важен, соответственно, более опасен. Поэтому экспертов часто просят дать ранжировку (упорядочение) объектов экспертизы, т.е. расположить их в порядке возрастания (или, точнее, неубывания) интенсивности интересующей организаторов экспертизы характеристики.

Ранг - это номер (объекта экспертизы) в упорядоченном ряду. Формально ранги выражаются числами 1, 2, 3, ..., но весьма важно то, что с этими числами нельзя делать привычные арифметические операции. Например, хотя 2 + 3 = 5, но нельзя утверждать, что для объекта, стоящем на третьем месте в упорядочении (в другой терминологии - ранжировке), интенсивность изучаемой характеристики равна сумме интенсивностей объектов с рангами 1 и 2. Так, один из видов экспертного оценивания - оценки учащихся. Вряд ли кто-либо будет всерьез утверждать, что знания отличника равны сумме знаний двоечника и троечника (хотя 5 = 2 + 3), хорошист соответствует двум двоечникам (2 + 2 = 4), а между отличником и троечником такая же разница, как между хорошистом и двоечником (5 - 3 = 4 - 2). Поэтому очевидно, что для анализа подобного рода качественных данных необходима не обычная арифметика, а другая теория, дающая базу для разработки, изучения и применения конкретных методов расчета. Эта другая теория и есть РТИ. Основы РТИ рассмотрены в главе 2.1.

Рассмотрим в качестве примера применения результатов теории измерений, связанных со средними величинами в порядковой шкале, один сюжет, связанный с ранжировками и рейтингами.

Методы средних баллов. В настоящее время распространены экспертные, маркетинговые, квалиметрические, социологические и иные опросы, в которых опрашиваемых просят выставить баллы объектам, изделиям, технологическим процессам, предприятиям, проектам, заявкам на выполнение научно-исследовательских работ, идеям, проблемам, программам, политикам и т.п. Затем рассчитывают средние баллы и рассматривают их *как интегральные (т.е. обобщенные, итоговые) оценки,* выставленные коллективом опрошенных экспертов. Какими формулами пользоваться для вычисления средних величин? Ведь средних величин существует, как мы знаем, очень много разных видов.

Обычно применяют *среднее арифметическое*. Специалисты по теории измерений уже около 30 лет знают, что *такой способ некорректен*, поскольку баллы обычно измерены в *порядковой* шкале (см. выше). Обоснованным является использование медиан в качестве средних баллов. Однако полностью *игнорировать средние арифметические нецелесообразно из-за их привычности и распространенности*. Поэтому **представляется рациональным использовать одновременно оба метода - и метод средних арифметических рангов (баллов), и методов медианных рангов.**

Такая рекомендация находится в согласии с общенаучной *концепцией устойчивости* [2], рекомендующей применять различные методы для обработки одних и тех же данных с целью выделить выводы, получаемые одновременно при всех методах. Такие выводы, видимо, соответствуют реальной действительности, в то время как заключения, меняющиеся от метода к методу, зависят от субъективизма исследователя, выбирающего метод обработки исходных экспертных оценок.

Пример сравнения восьми проектов. Рассмотрим конкретный пример применения только что сформулированного подхода.

По заданию руководства фирмы анализировались восемь проектов, предлагаемых для включения в план стратегического развития фирмы. Они обозначены следующим образом: Д, Л, М-К, Б, Г-Б, Сол, Стеф, К (по фамилиям менеджеров, предложивших их для рассмотрения). Все проекты были направлены 12 экспертам, включенным в экспертную комиссию, организованную по решению Правления фирмы. В приведенной ниже табл.1 приведены ранги восьми проектов, присвоенные им каждым из 12 экспертов в соответствии с представлением экспертов о целесообразности включения проекта в стратегический план фирмы. При этом эксперт присваивает ранг 1 самому лучшему проекту, который обязательно надо реализовать. Ранг 2 получает от эксперта второй по привлекательности проект, ... , наконец, ранг 8 - наиболее сомнительный проект, который реализовывать стоит лишь в последнюю очередь.

Таблица 1.

Ранги 8 проектов по степени привлекательности
для включения в план стратегического развития фирмы

№ эксперта	Д	Л	М-К	Б	Г-Б	Сол	Стеф	К
1	5	3	1	2	8	4	6	7

2	5	4	3	1	8	2	6	7
3	1	7	5	4	8	2	3	6
4	6	4	2,5	2,5	8	1	7	5
5	8	2	4	6	3	5	1	7
6	5	6	4	3	2	1	7	8
7	6	1	2	3	5	4	8	7
8	5	1	3	2	7	4	6	8
9	6	1	3	2	5	4	7	8
10	5	3	2	1	8	4	6	7
11	7	1	3	2	6	4	5	8
12	1	6	5	3	8	4	2	7

Примечание. Эксперт № 4 считает, что проекты М-К и Б равноценны, но уступают лишь одному проекту - проекту Сол. Поэтому проекты М-К и Б должны были бы стоять на втором и третьем местах и получить баллы 2 и 3. Поскольку они равноценны, то получают средний балл (2+3)/ 2 = 5/ 2 = 2,5.

Анализируя результаты работы экспертов (т.е. упомянутую таблицу), члены аналитической подразделения Рабочей группы, анализировавшие ответы экспертов по заданию Правления фирмы, были вынуждены констатировать, что полного согласия между экспертами нет, а потому данные, приведенные в таблице, следует подвергнуть более тщательному математическому анализу.

Метод средних арифметических рангов. Сначала для получения группового мнения экспертов был применен метод средних арифметических рангов. Для этого прежде всего была подсчитана сумма рангов, присвоенных проектам (см. табл. 1). Затем эта сумма была разделена на число экспертов, в результате рассчитан средний арифметический ранг (именно эта операция дала название методу). По средним рангам строится итоговая ранжировка (в другой терминологии - упорядочение), исходя из принципа - чем меньше средний ранг, чем лучше проект. Наименьший средний ранг, равный 2,625, у проекта Б, - следовательно, в итоговой ранжировке он получает ранг 1. Следующая по величине сумма, равная 3,125, у проекта М-К, - и он получает итоговый ранг 2. Проекты Л и Сол имеют одинаковые суммы (равные 3,25), значит, с точки зрения экспертов они равноценны (при рассматриваемом способе сведения вместе мнений экспертов), а потому они должны бы стоять на 3 и 4 местах и получают средний балл (3+4) /2 = 3,5. Дальнейшие результаты приведены в табл. 2 ниже.

Итак, ранжировка по суммам рангов (или, что то же самое, по средним арифметическим рангам) имеет вид:

$$Б < М\text{-}К < \{Л, Сол\} < Д < Стеф < Г\text{-}Б < К . \qquad (1)$$

Здесь запись типа "А<Б" означает, что проект А предшествует проекту Б (т.е. проект А лучше проекта Б). Поскольку проекты Л и Сол получили одинаковую сумму баллов, то по рассматриваемому методу они эквивалентны, а потому объединены в группу (в фигурных скобках). В терминологии математической статистики ранжировка (1) имеет одну связь.

Метод медиан рангов. Значит, наука сказала свое слово, итог расчетов - ранжировка (1), и на ее основе предстоит принимать решение? Так был поставлен вопрос при обсуждении полученных результатов на заседании Правления фирмы. Но тут наиболее знакомый с современной эконометрикой член Правления вспомнил то, о чем шла речь выше. Он вспомнил, что ответы экспертов измерены в порядковой шкале, а потому для них неправомерно проводить усреднение методом средних арифметических. Надо использовать метод медиан.

Что это значит? Надо взять ответы экспертов, соответствующие одному из проектов, например, проекту Д. Это ранги 5, 5, 1, 6, 8, 5, 6, 5, 6, 5, 7, 1. Затем их надо расположить в порядке неубывания (проще было бы сказать – «в порядке возрастания», но поскольку некоторые ответы совпадают, то приходится использовать непривычный термин «неубывание»). Получим последовательность: 1, 1, 5, 5, 5, 5, 5, 6, 6, 6, 7, 8. На центральных местах - шестом и седьмом - стоят 5 и 5.

Следовательно, медиана равна 5.

Таблица 2.

Результаты расчетов по методу средних арифметических и методу медиан для данных, приведенных в таблице 1.

	Д	Л	М-К	Б	Г-Б	Сол	Стеф	К
Сумма рангов	60	39	37,5	31.5	76	39	64	85
Среднее арифметическое рангов	5	3,25	3,125	2,625	6,333	3,25	5,333	7,083
Итоговый ранг по среднему арифметическому	5	3,5	2	1	7	3,5	6	8
Медианы рангов	5	3	3	2,25	7,5	4	6	7
Итоговый ранг по медианам	5	2,5	2,5	1	8	4	6	7

Медианы совокупностей из 12 рангов, соответствующих определенным проектам, приведены в предпоследней строке табл.2. (При этом медианы вычислены по обычным правилам статистики - как среднее арифметическое центральных членов вариационного ряда.) Итоговое упорядочение комиссии экспертов по методу медиан приведено в последней строке таблицы. Ранжировка (т.е. упорядочение - итоговое мнение комиссии экспертов) по медианам имеет вид:

$$Б < \{М\text{-}К, Л\} < Сол < Д < Стеф < К < Г\text{-}Б \quad . \qquad (2)$$

Поскольку проекты Л и М-К имеют одинаковые медианы баллов, то по рассматриваемому методу ранжирования они эквивалентны, а потому объединены в группу (кластер), т.е. с точки зрения математической статистики ранжировка (4) имеет одну связь.

Сравнение ранжировок по методу средних арифметических и методу медиан. Сравнение ранжировок (1) и (2) показывает их близость (похожесть). Можно принять, что проекты М-К, Л, Сол упорядочены как М-К < Л < Сол, но из-за погрешностей экспертных оценок в одном методе признаны равноценными проекты Л и Сол (ранжировка (1)), а в другом - проекты М-К и Л (ранжировка (2)). Существенным является только расхождение, касающееся упорядочения проектов К и Г-Б: в ранжировке (3) Г-Б < К, а в ранжировке (4), наоборот, К < Г-Б. Однако эти проекты - наименее привлекательные из восьми рассматриваемых, и при выборе наиболее привлекательных проектов для дальнейшего обсуждения и использования на указанное расхождение можно не обращать внимания.

Рассмотренный пример демонстрирует сходство и различие ранжировок, полученных по методу средних арифметических рангов и по методу медиан, а также пользу от их совместного применения.

Метод согласования кластеризованных ранжировок. Проблема состоит в выделении общего нестрогого порядка из набора кластеризованных ранжировок (на статистическом языке - ранжировок со связями). Этот набор может отражать мнения нескольких экспертов или быть получен при обработке мнений экспертов различными методами. *Предлагается метод согласования кластеризованных ранжировок, позволяющий «загнать» противоречия внутрь специальным образом построенных кластеров (групп), в то время как упорядочение кластеров соответствует одновременно всем исходным упорядочениям.*

В различных прикладных областях возникает необходимость анализа нескольких кластеризованных ранжировок объектов. К таким областям относятся прежде всего экология, инженерный бизнес, менеджмент, экономика, социология, прогнозирование, научные и технические исследования и т.д., особенно те их разделы, что связаны с экспертными оценками (см., например, [1,3]). В качестве объектов могут выступать образцы продукции, технологии, математические модели, проекты, кандидаты на должность и др. Кластеризованные ранжировки могут быть получены как с помощью экспертов, так и объективным путем, например, при сопоставлении математических моделей с экспериментальными данными с помощью того или иного критерия качества. Описанный ниже метод был разработан в связи с проблемами химической безопасности биосферы и экологического страхования [3].

В настоящем пункте рассматривается **метод построения кластеризованной ранжировки, согласованной (в раскрытом ниже смысле) со всеми рассматриваемыми кластеризованными ранжировками. При этом противоречия между отдельными исходными ранжировками оказываются заключенными внутри кластеров согласованной ранжировки. В результате упорядоченность кластеров отражает общее мнение экспертов, точнее, то общее, что содержится в исходных ранжировках.**

В кластеры заключены объекты, по поводу которых некоторые из исходных ранжировок *противоречат* друг другу. Для их упорядочения необходимо провести новые исследования. Эти исследования могут быть как формально-математическими (например, вычисление медианы Кемени (о ней – ниже), упорядочения по средним рангам или по медианам и т.п.), так и требовать привлечения новой информации из соответствующей прикладной области, возможно, проведения дополнительных научных или прикладных работ.

Введем необходимые понятия, затем сформулируем алгоритм согласования кластеризованных ранжировок в общем виде и рассмотрим его свойства.

Пусть имеется конечное число объектов, которые мы для простоты изложения будем изображать натуральными числами $1,2,3,...,k$ и называть их совокупность «носителем». *Под кластеризованной ранжировкой, определенной на заданном носителе, понимаем следующую математическую конструкцию*. Пусть объекты разбиты на группы, которые будем называть кластерами. В кластере может быть и один элемент. Входящие в один кластер объекты будем заключать в фигурные скобки. Например, объекты 1,2,3,...,10 могут быть разбиты на 7 кластеров: {1}, {2,3}, {4}, {5,6,7}, {8}, {9}, {10}. В этом разбиении один кластер {5,6,7} содержит три элемента, другой - {2,3} - два, остальные пять - по одному элементу. Кластеры не имеют общих элементов, а объединение их (как множеств) есть все рассматриваемое множество объектов (весь носитель).

Вторая составляющая кластеризованной ранжировки - это строгий линейный порядок между кластерами. Задано, какой из них первый, какой второй, и т.д. Будем изображать упорядоченность с помощью знака < . При этом кластеры, состоящие из одного элемента, будем для простоты изображать без фигурных скобок. Тогда кластеризованную ранжировку на основе введенных выше кластеров можно изобразить так:

$$A = [\ 1 < \{2,3\} < 4 < \{5,6,7\} < 8 < 9 < 10\ ] .$$

Конкретные кластеризованные ранжировки будем заключать в квадратные скобки. Если для простоты речи термин "кластер" применять только к кластеру не менее чем из 2-х элементов, то можно сказать, что в кластеризованную ранжировку A входят два кластера {2,3} и {5,6,7} и 5 отдельных элементов.

Введенная описанным образом кластеризованная ранжировка является бинарным отношением на носителе - множестве {1,2,3,...,10}. Его структура такова. Задано отношение эквивалентности с 7-ю классами эквивалентности, а именно, {2,3}, {5,6,7}, а 5 классов остальные состоят из оставшихся 5 отдельных элементов. Затем введен строгий линейный порядок между классами эквивалентности.

Введенный математический объект известен в литературе как *"ранжировка со связями"* (М. Холлендер, Д.Вулф), *"упорядочение"* (Дж. Кемени, Дж. Снелл), *"квазисерия"* (Б.Г.Миркин), *"совершенный квазипорядок"* (Ю.А.Шрейдер [4, с.127, 130]). Учитывая разнобой в терминологии, было признано полезным ввести собственный термин *"кластеризованная ранжировка",* поскольку в нем явным образом названы основные элементы изучаемого математического объекта - кластеры, рассматриваемые на этапе согласования ранжировок как классы эквивалентности, и ранжировка - строгий совершенный порядок между ними (в терминологии Ю.А.Шрейдера [4, гл.IV]).

Следующее важное понятие - *противоречивость*. Оно определяется для четверки - две кластеризованные ранжировки на одном и том же носителе и два различных объекта - элементы того же носителя. При этом два элемента из одного кластера будем связывать символом равенства = , как эквивалентные.

Пусть A и B - две кластеризованные ранжировки. *Пару объектов (a,b) назовем «противоречивой» относительно кластеризованных ранжировок A и B, если эти два элемента по-разному упорядочены в A и B, т.е.* $a < b$ в A *и* $a > b$ *в* B *(первый вариант противоречивости) либо* $a > b$ *в* A *и* $a < b$ *в* B *(второй вариант противоречивости).* Отметим, что в соответствии с этим определением пара объектов (a,b), эквивалентная хотя бы в одной кластеризованной ранжировке, не может быть противоречивой: эквивалентность $a = b$ не образует "противоречия" ни с $a < b$, ни с $a > b$. Это свойство оказывается полезным при выделении противоречивых пар.

В качестве примера рассмотрим, кроме A, еще две кластеризованные ранжировки

$$B = [\{1,2\} < \{3,4,5\} < 6 < 7 < 9 < \{8, 10\}],$$

$$C = [3 < \{1, 4\} < 2 < 6 < \{5, 7, 8\} < \{9, 10\}].$$

Совокупность противоречивых пар объектов для двух кластеризованных ранжировок A и B назовем «ядром противоречий» и обозначим S(A,B). Для рассмотренных выше в качестве примеров трех кластеризованных ранжировок A, B и C, определенных на одном и том же носителе $\{1, 2, 3,..., 10\}$, имеем

$$S(A,B) = [(8, 9)],\ S(A,C) = [(1, 3), (2,4)],$$

$$S(B,C) = [(1, 3), (2, 3), (2, 4), (5, 6), (8,9)].$$

Как при ручном, так и при программном нахождении ядра можно в поисках противоречивых пар просматривать пары (1,2), (1,3), (1,4), ... , (1,k), затем (2,3), (2,4), ..., (2,k), потом (3,4), ..., (3, k), и т.д., вплоть до последней пары (k-1, k).

Пользуясь понятиями дискретной математики, «ядро противоречий» можно изобразить *графом* с вершинами в точках носителя. При этом *противоречивые пары задают ребра этого графа.* Граф для $S(A,B)$ имеет только одно ребро (одна связная компонента более чем из одной точки), для $S(A,C)$ - 2 ребра (две связные компоненты более чем из одной точки), для $S(B,C)$ - 5 ребер (три связные компоненты более чем из одной точки, а именно, {1, 2 , 3, 4}, {5, 6} и {8, 9}).

Каждую кластеризованную ранжировку, как и любое бинарное отношение, можно задать матрицей $\|x(a,b)\|$ из 0 и 1 порядка k х k. При этом $x(a,b) = 1$ тогда и только тогда, когда $a < b$ либо $a = b$. В первом случае $x(b,a) = 0$, а во втором $x(b,a) = 1$. При этом хотя бы одно из чисел $x(a,b)$ и $x(b,a)$ равно 1. Из определения противоречивости пары (a, b) вытекает, что для нахождения всех таких пар достаточно поэлементно перемножить две матрицы $\|x(a,b)\|$ и $\|y(a,b)\|$, соответствующие двум кластеризованным ранжировкам, и отобрать те и только те пары, для которых $x(a,b)y(a,b) = x(b,a)y(b,a)=0$.

Предлагаемый алгоритм согласования некоторого числа (двух или более) кластеризованных ранжировок состоят из трех этапов. На первом *выделяются противоречивые пары* объектов во всех парах кластеризованных ранжировок. На втором формируются кластеры итоговой кластеризованной ранжировки (т.е. классы эквивалентности - *связные компоненты графов*, соответствующих объединению попарных ядер противоречий). На третьем этапе эти *кластеры (классы эквивалентности) упорядочиваются*. Для установления порядка между кластерами произвольно выбирается один объект из первого кластера и второй - из второго, порядок между кластерами устанавливается такой же, какой имеет быть между выбранными объектами в любой из рассматриваемых кластеризованных ранжировок. (Если в одной из исходных кластеризованных ранжировок имеет быть равенство, а в другой – неравенство, то при построении итоговой кластеризованной ранжировки используется неравенство.)

Корректность подобного упорядочивания, т.е. его независимость от выбора той или иной пары объектов, вытекает из соответствующих теорем, доказанных в статье [3].

Два объекта из разных кластеров согласующей кластеризованной ранжировки могут оказаться эквивалентными в одной из исходных кластеризованных ранжировок (т.е. находиться в одном кластере). В таком случае надо рассмотреть упорядоченность этих объектов в какой-либо другой из исходных кластеризованных ранжировок. Если же во всех исходных кластеризованных ранжировках два рассматриваемых объекта находились в одном кластере, то естественно считать (и это является уточнением к этапу 3 алгоритма), что они находятся в одном кластере и в согласующей кластеризованной ранжировке.

Результат согласования кластеризованных ранжировок *A*, *B*, *C*,... обозначим f(*A, B, C*,...). Тогда

$$f(A, B) = [1<2<3<4<5<6<7<\{8, 9\}<10],$$

$$f(A, C) = [\{1,3\}<\{2, 4\}<6<\{5,7\}<8<9<10],$$

$$f(B, C) = [\{1,2,3,4\}<\{5,6\}<7<\{8,9\}<10],$$

$$f(A, B, C) = f(B, C) = [\{1,2,3,4\} <\{5,6\}<7<\{8, 9\}<10].$$

Итак, в случае *f*(*A, B*) дополнительного изучения с целью упорядочения требуют только объекты 8 и 9. В случае *f*(А, *C*) кластер {5,7} появился не потому, что относительно объектов 5 и 7 имеется противоречие, а потому, что в обеих исходных ранжировках эти объекты не различаются. В случае f(*B*, *C*) четыре объекта 1,2,3,4 объединились в один кластер, т.е. кластеризованные ранжировки оказались настолько противоречивыми, что процедура согласования не позволила провести достаточно полную декомпозицию задачи нахождения итогового мнения экспертов.

Рассмотрим некоторые свойства алгоритмов согласования.

1. Пусть $D = f(A, B, C,...)$. Если $a<b$ в согласующей кластеризованной ранжировке D, то $a<b$ или $a=b$ в каждой из исходных ранжировок A, B, C, ..., причем хотя бы в одной из них справедливо строгое неравенство.

2. Построение согласующих кластеризованных ранжировок может осуществляться поэтапно. В частности, $f(A,B,C) = f(f(A,B), f(A,C), f(B,C))$. Ясно, что *ядро противоречий для набора кластеризованных ранжировок является объединением таких ядер для всех пар рассматриваемых ранжировок*.

3. Построение согласующих кластеризованных ранжировок нацелено на выделение общего упорядочения в исходных кластеризованных ранжировках. Однако при этом некоторые общие свойства исходных кластеризованных ранжировок могут теряться. Так, при согласовании ранжировок В и C, рассмотренных выше, противоречия в упорядочении элементов 1 и 2 не было - в ранжировке В эти объекты входили в один кластер, т.е. 1 = 2, в то время как 1<2 в кластеризованной ранжировке C. Значит, при их отдельном рассмотрении можно принять упорядочение 1<2. Однако в $f(B,C)$ они попали в один кластер, т.е. возможность их упорядочения исчезла. Это связано с поведением объекта 3, который "перескочил" в C на первое место и "увлек с собой в противоречие" пару (1, 2), образовав противоречивые пары и с 1, и с 2. Другими словами, связная компонента графа, соответствующего ядру противоречий, сама по себе не всегда является полным графом. Недостающие ребра при этом соответствуют парам типа (1, 2), которые сами по себе не являются противоречивыми, но "увлекаются в противоречие" другими парами.

4. Необходимость согласования кластеризованных ранжировок возникает, в частности, при разработке методики применения экспертных оценок в задачах экологического страхования и химической безопасности биосферы. Как уже говорилось, популярным является метод упорядочения по средним рангам, в котором итоговая ранжировка строится на основе средних арифметических рангов, выставленных отдельными экспертами [1,5]. Однако из теории измерений известно (см. главу 2.1), что более обоснованным является использование не средних арифметических, а медиан. Вместе с тем метод средних рангов весьма известен и широко применяется, так что просто отбросить его нецелесообразно. Поэтому было принято решение об одновременном применении обеих методов. Реализация этого решения потребовала разработки методики согласования двух указанных кластеризованных ранжировок.

5. Область применения рассматриваемого метода не ограничивается экспертными оценками. Он может быть использован, например, для сравнения качества математических моделей процесса испарения жидкости. Имелись данные экспериментов и результаты расчетов по 8 математическим моделям. Сравнивать модели можно по различным критериям качества. Например, по сумме модулей относительных отклонений расчетных и экспериментальных значений. Можно действовать и по другому: в каждой экспериментальной точке упорядочить модели по качеству, а потом получать единые оценки методами средних рангов и медиан. Использовались и иные методы. Затем применялись методы согласования полученных различными способами кластеризованных ранжировок. В результате оказалось возможным упорядочить модели по качеству и использовать это упорядочение при разработке банка математических моделей, используемого в задачах химической безопасности биосферы.

6. Рассматриваемый метод согласования кластеризованных

ранжировок построен в соответствии с *методологией теории устойчивости* [2], согласно которой результат обработки данных, инвариантный относительно метода обработки, соответствует реальности, а результат расчетов, зависящий от метода обработки, отражает субъективизм исследователя, а не объективные соотношения.

Основные математические задачи анализа экспертных оценок. Ясно, что при анализе мнений экспертов можно применять самые разнообразные статистические методы, описывать их - значит описывать практически всю прикладную статистику. Тем не менее можно выделить основные широко используемые в настоящее время методы математической обработки экспертных оценок - это проверка согласованности мнений экспертов (или классификация экспертов, если нет согласованности) и усреднение мнений экспертов внутри согласованной группы.

Поскольку ответы экспертов во многих процедурах экспертного опроса - не числа, а такие объекты нечисловой природы, как градации качественных признаков, ранжировки, разбиения, результаты парных сравнений, нечеткие предпочтения и т.д., то для их анализа оказываются полезными методы статистики объектов нечисловой природы.

Почему ответы экспертов часто носят нечисловой характер? Наиболее общий ответ состоит в том, что люди не мыслят числами. В мышлении человека используются образы, слова, но не числа. Поэтому требовать от эксперта ответ в форме чисел - значит насиловать его разум. Даже в экономике предприниматели, принимая решения, лишь частично опираются на численные расчеты. Это видно из условного (т.е. определяемого произвольно принятыми соглашениями, обычно оформленными в виде инструкций) характера балансовой прибыли, амортизационных отчислений и других экономических показателей. Поэтому фраза типа «фирма стремится к максимизации прибыли» не может иметь строго определенного смысла. Достаточно спросить: «Максимизация прибыли - за какой период?» И сразу станет ясно, что степень оптимальности принимаемых решений зависит от горизонта планирования (на экономико-математическом уровне этот сюжет рассмотрен в монографии [2]).

Эксперт может сравнить два объекта, сказать, какой из двух лучше (метод парных сравнений), дать им оценки типа "хороший", "приемлемый", "плохой", упорядочить несколько объектов по привлекательности, но обычно не может ответить, во сколько раз или на сколько один объект лучше другого. Другими словами, ответы эксперта обычно измерены в порядковой шкале, или являются ранжировками, результатами парных сравнений и другими объектами нечисловой природы, но не числами. *Распространенное заблуждение состоит в том, что ответы экспертов стараются рассматривать как числа, занимаются "оцифровкой" их мнений, приписывая этим мнениям численные значения - баллы, которые потом обрабатывают с помощью методов прикладной статистики как результаты обычных физико-технических измерений.* В случае произвольности "оцифровки" выводы, полученные в результате обработки данных, могут не иметь отношения к реальности. В связи с "оцифровкой" уместно вспомнить классическую притчу о человеке, который ищет потерянные ключи под фонарем, хотя потерял их в кустах. На вопрос, почему он так делает, отвечает: "Под фонарем светлее". Это, конечно, верно. Но, к сожалению, весьма малы шансы найти потерянные ключи под фонарем. Так и с "оцифровкой" нечисловых данных. Она дает возможность имитации научной деятельности, но не возможность найти истину.

Проверка согласованности мнений экспертов и классификация экспертных мнений. Ясно, что мнения разных экспертов различаются. Важно понять, насколько велико это различие. Если мало - усреднение мнений экспертов позволит выделить то общее, что есть у всех экспертов, отбросив случайные отклонения в ту или иную сторону. Если велико - усреднение является чисто формальной процедурой. Так, если представить себе, что ответы экспертов равномерно покрывают поверхность бублика, то формальное усреднение укажет на центр дырки от бублика, а такого мнения не придерживается ни один эксперт. Из сказанного ясна важность проблемы проверки согласованности мнений экспертов.

Разработан ряд методов такой проверки. Статистические методы проверки согласованности зависят от математической природы ответов экспертов. Соответствующие статистические теории весьма трудны, если эти ответы - ранжировки или разбиения, и достаточно просты, если ответы - результаты независимых парных сравнений. Отсюда вытекает рекомендация по организации экспертного опроса: не старайтесь сразу получить от эксперта ранжировку или разбиение, ему трудно это сделать, да и имеющиеся математические методы не позволяют далеко продвинуться в анализе подобных данных. Например, рекомендуют проверять согласованность ранжировок с помощью коэффициента ранговой конкордации Кендалла-Смита. Но давайте вспомним, какая статистическая модель при этом используется. Проверяется нулевая гипотеза, согласно которой ранжировки независимы и равномерно распределены на множестве всех ранжировок. Если эта гипотеза принимается, то конечно, ни о какой согласованности мнений экспертов говорить нельзя. А если отклоняется? Тоже нельзя. Например, может быть два (или больше) центра, около которых группируются ответы экспертов. Нулевая гипотеза отклоняется. Но разве можно говорить о согласованности?

Эксперту гораздо легче на каждом шагу сравнивать только два объекта. Пусть он занимается парными сравнениями. *Непараметрическая теория парных сравнений (теория люсианов)*[1] *позволяет решать более сложные задачи, чем статистика ранжировок или разбиений.* В частности, вместо гипотезы равномерного распределения можно рассматривать гипотезу однородности, т.е. вместо совпадения всех распределений с одним фиксированным (равномерным) можно проверять лишь совпадение распределений мнений экспертов между собой, что естественно трактовать как согласованность их мнений. Таким образом, удается избавиться от неестественного предположения равномерности.

При отсутствии согласованности экспертов естественно разбить их на группы сходных по мнению. Это можно сделать различными методами статистики объектов нечисловой природы, относящимися к кластер-анализу, предварительно введя метрику в пространство мнений экспертов. Идея американского математика Джона Кемени об аксиоматическом введении метрик (см. ниже) нашла многочисленных продолжателей. Однако методы кластер-анализа обычно являются эвристическими. В частности, невозможно с позиций статистической теории обосновать "законность" объединения двух кластеров в один. Имеется важное исключение - *для независимых парных сравнений (люсианов) разработаны методы, позволяющие проверять возможность объединения кластеров как статистическую гипотезу*. Это - еще один аргумент за то, чтобы рассматривать теорию люсианов как ядро математических методов экспертных оценок [1].

Нахождение итогового мнения комиссии экспертов. Пусть мнения комиссии экспертов или какой-то ее части признаны согласованными. Каково же итоговое (среднее, общее) мнение комиссии? Согласно идее Джона Кемени следует найти среднее мнение как решение *оптимизационной задачи*. А именно, надо минимизировать суммарное расстояние от кандидата в средние до мнений экспертов. Найденное таким способом среднее мнение называют "медианой Кемени".

Математическая сложность состоит в том, что мнения экспертов лежат в некотором пространстве объектов нечисловой природы. Общая теория подобного усреднения построена в ряде работ, в частности, показано, что в силу обобщения закона больших чисел среднее мнение при увеличении числа экспертов (чьи мнения независимы и одинаково распределены) приближается к некоторому пределу, который естественно назвать *математическим ожиданием* (случайного элемента, имеющего то же распределение, что и ответы экспертов).

В конкретных пространствах нечисловых мнений экспертов вычисление медианы Кемени может быть достаточно сложным делом. Кроме свойств пространства, велика роль конкретных метрик. Так, в пространстве ранжировок при использовании метрики, связанной с коэффициентом ранговой корреляции Кендалла, необходимо проводить достаточно сложные расчеты, в то время как применение показателя различия на основе коэффициента ранговой корреляции Спирмена приводит к упорядочению по средним рангам.

Бинарные отношения и расстояние Кемени. Как известно, бинарное отношение A на конечном множестве $Q = \{q_1, q_2, ..., q_k\}$ - это подмножество *декартова квадрата* $Q^2 = \{(q_m, q_n), m,n = 1,2,...,k\}$. При этом пара (q_m, q_n) входит в A тогда и только тогда, когда между q_m и q_n имеется рассматриваемое отношение.

Напомним, что каждую кластеризованную ранжировку, как и любое бинарное отношение, можно задать квадратной матрицей $\|x(a,b)\|$ из 0 и 1 порядка k x k. При этом $x(a\ b) = 1$ тогда и только тогда, когда $a < b$ либо $a = b$. В первом случае $x(b\ a) = 0$, а во втором $x(b\ a) = 1$. При этом хотя бы одно из чисел $x(a\ b)$ и $x(b,a)$ равно 1.

В экспертных методах используют, в частности, такие бинарные отношения, как ранжировки (упорядочения, или разбиения на группы, между которыми имеется строгий порядок), отношения эквивалентности, толерантности (отношения сходства). Как следует из сказанного выше, каждое бинарное отношение A можно описать матрицей $\| a(i,j) \|$ из 0 и 1, причем $a(i,j) = 1$ тогда и только тогда, когда qi и qj находятся в отношении A, и $a(i,j) = 0$ в противном случае.

Определение. *Расстоянием Кемени между бинарными отношениями A и B, описываемыми матрицами $\|a(i,j)\|$ и $\|b(i,j)\|$ соответственно, называется число*

$$D(A, B) = \sum \left| a(i,j) - b(i,j) \right|,$$

где суммирование производится по всем i,j от 1 до k, т.е. расстояние Кемени между бинарными отношениями равно сумме модулей разностей элементов, стоящих на одних и тех же местах в соответствующих им матрицах.

Легко видеть, что расстояние Кемени - это число несовпадающих элементов в матрицах $\|a(i,j)\|$ и $\|b(i,j)\|$.

Расстояние Кемени основано на некоторой системе аксиом. Эта система аксиом и вывод из нее формулы для расстояния Кемени между упорядочениями содержится в книге [6], которая сыграла большую роль в развитии в нашей стране такого научного направления, как анализ нечисловой информации [1, 2]. В дальнейшем под влиянием Кемени были предложены различные системы аксиом для получения расстояний в тех или иных нужных для социально-экономических исследований пространствах, например, в пространствах множеств [2].

Медиана Кемени и законы больших чисел. С помощью расстояния Кемени находят итоговое мнение комиссии экспертов. Пусть $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_p$ - ответы p экспертов, представленные в виде бинарных отношений. Для их усреднения используют т.н. **медиану Кемени**

$$\text{Arg min} \sum D(A_i, A),$$

где Arg min - то или те значения A, при которых достигает минимума указанная сумма расстояний Кемени от ответов экспертов до текущей переменной A, по которой и проводится минимизация. Таким образом,

$$\sum D\,(A_i, A) = D\,(A_1, A) + D\,(A_2, A) + D\,(A_3, A) + \ldots + D\,(A_p, A)\ .$$

Кроме медианы Кемени, используют **среднее по Кемени,** в котором вместо $D\,(A_i, A)$ стоит $D^2\,(A_i, A)$.

Медиана Кемени - частный случай определения эмпирического среднего в пространствах нечисловой природы [1]. Для нее справедлив закон больших чисел, т.е. эмпирическое среднее приближается при росте числа составляющих (т.е. p - числа слагаемых в сумме), к теоретическому среднему:

$$\text{Arg min} \sum D\,(A_i, A) \rightarrow \text{Arg min M}\, D\,(A_1, A)\ .$$

Здесь M - символ математического ожидания. Предполагается, что ответы p экспертов $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_p$ есть основания рассматривать как независимые одинаково распределенные случайные элементы (т.е. как случайную выборку) в соответствующем пространстве произвольной природы, например, в пространстве упорядочений или отношений эквивалентности. Систематически эмпирические и теоретические средние и соответствующие различные варианты законов больших чисел изучены в ряде работ (см., например, [1, 2]).

Законы больших чисел показывают, во-первых, что медиана Кемени обладает *устойчивостью* по отношению к незначительному изменению состава экспертной комиссии; во-вторых, при увеличении числа экспертов она *приближается к некоторому пределу*. Его естественно рассматривать как *истинное мнение* экспертов, от которого каждый из них несколько отклонялся по случайным причинам.

Рассматриваемый здесь закон больших чисел является обобщением известного в статистике "классического" закона больших чисел. Он основан на иной математической базе - теории оптимизации, в то время как "классический" закон больших чисел использует суммирование. Упорядочения и другие бинарные отношения нельзя складывать, поэтому приходится применять иную математику.

Вычисление медианы Кемени - задача целочисленного программирования. В частности, для ее нахождения используется различные алгоритмы дискретной математики, в частности, основанные на методе ветвей и границ. Применяют также алгоритмы, основанные на идее случайного поиска, поскольку для каждого бинарного отношения нетрудно найти множество его соседей.

Рассмотрим пример вычисления медианы Кемени. Пусть дана квадратная матрица (порядка 9) попарных расстояний для множества бинарных отношений из 9 элементов A_1 , A_2 , A_3 ,..., A_9 (см. табл.3). Найти в этом множестве *медиану* для множества из 5 элементов $\{A_2$, A_4, A_5, A_8, $A_9\}$.

Таблица 3.

Матрица попарных расстояний

0	2	13	1	7	4	10	3	11
2	0	5	6	1	3	2	5	1
13	5	0	2	2	7	6	5	7
1	6	2	0	5	4	3	8	8
7	1	2	5	0	10	1	3	7
4	3	7	4	10	0	2	1	5
10	2	6	3	1	2	0	6	3
3	5	5	8	3	1	6	0	9
11	1	7	8	7	5	3	9	0

В соответствии с определением медианы Кемени следует ввести в рассмотрение функцию

$$C(A) = \sum D(A_i,A) = D(A_2,A)+D(A_4,A)+D(A_5,A)+D(A_8,A)+D(A_9,A),$$

рассчитать ее значения для всех A_1 , A_2 , A_3 ,..., A_9 и выбрать наименьшее. Проведем расчеты:

$$C(A_1) = D\ (A_2,A_1) + D\ (A_4,A_1) + D\ (A_5,A_1) +D\ (A_8,A_1) + D\ (A_9,A_1) =$$

$$= 2 + 1 +7 +3 +11 = 24,$$

$$C(A_2) = D(A_2,A_2) + D(A_4,A_2) + D(A_5,A_2) + D(A_8,A_2) + D(A_9,A_2) =$$
$$= 0 + 6 + 1 + 5 + 1 = 13,$$
$$C(A_3) = D(A_2,A_3) + D(A_4,A_3) + D(A_5,A_3) + D(A_8,A_3) + D(A_9,A_3) =$$
$$= 5 + 2 + 2 + 5 + 7 = 21,$$
$$C(A_4) = D(A_2,A_4) + D(A_4,A_4) + D(A_5,A_4) + D(A_8,A_4) + D(A_9,A_4) =$$
$$= 6 + 0 + 5 + 8 + 8 = 27,$$
$$C(A_5) = D(A_2,A_5) + D(A_4,A_5) + D(A_5,A_5) + D(A_8,A_5) + D(A_9,A_5) =$$
$$= 1 + 5 + 0 + 3 + 7 = 16,$$
$$C(A_6) = D(A_2,A_6) + D(A_4,A_6) + D(A_5,A_6) + D(A_8,A_6) + D(A_9,A_6) =$$
$$= 3 + 4 + 10 + 1 + 5 = 23,$$
$$C(A_7) = D(A_2,A_7) + D(A_4,A_7) + D(A_5,A_7) + D(A_8,A_7) + D(A_9,A_7) =$$
$$= 2 + 3 + 1 + 6 + 3 = 15,$$
$$C(A_8) = D(A_2,A_8) + D(A_4,A_8) + D(A_5,A_8) + D(A_8,A_8) + D(A_9,A_8) =$$
$$= 5 + 8 + 3 + 0 + 9 = 25,$$
$$C(A_9) = D(A_2,A_9) + D(A_4,A_9) + D(A_5,A_9) + D(A_8,A_9) + D(A_9,A_9) =$$
$$= 1 + 8 + 7 + 9 + 0 = 25.$$

Из всех вычисленных сумм наименьшая равна 13, и достигается она при $A=A_2$, следовательно, медиана Кемени - это множество $\{A_2\}$, состоящее из одного элемента A_2.

3.4.3. Экологические экспертизы

Технологии экспертных оценок достаточно сложны. Они, очевидно, не сводятся к математической обработке ответов экспертов. В качестве предметной области для рассмотрения практических проблем применения экспертных оценок рассмотрим использование в экологии методов экспертных оценок. Для таких экспертных процедур принят термин "экологические экспертизы".

Система экологических экспертиз. Хорошо известно, что в экологии активно используют методы экспертных оценок. Они позволяют решать многие проблемы управления охраной природы, обеспечивая при этом сочетание отраслевого и территориального принципов [7]. Экологической экспертизе должны подвергаться все проекты хозяйственной и иной деятельности, могущей оказывать вредное воздействие на состояние окружающей среды. Заключения экспертов опираются на материалы по оценке воздействия на окружающую природную среду (сокращенно - ОВОС). Эта оценка проводится заказчиком проекта и включает анализ, обобщение и распространение информации о таком воздействии, а также описание необходимых мер по охране окружающей природной среды. Оценка воздействия на окружающую природную среду производится с учетом экологического состояния окружающей среды в месте планируемого размещения объекта. Учитываются перспективы социально-экономического развития региона, мощности и видов воздействия рассматриваемого объекта на окружающую природную и антропогенную среду, а также требований действующего природоохранного законодательства.

Экологические экспертизы делятся на государственные и общественные [8]. Задачами *государственной экологической экспертизы* являются определение уровня экологической опасности намечаемой или осуществляемой хозяйственной, научной или иной деятельности, которая может в настоящем или будущем прямо или косвенно оказать воздействие на состояние окружающей среды и здоровье населения. Кроме того, проводится проверка соответствия проектируемой хозяйственной и иной деятельности требованиям природоохранительного законодательства, а также определяется достаточность и обоснованность предусматриваемых проектом мер по охране природы Государственная экологическая экспертиза организуется федеральным специально уполномоченным государственным органом в области экологической экспертизы или его территориальными отделениями. Название этого органа в нашей стране время от времени меняется. Это или специальный Государственный Комитет РФ по экологии - Госкомэкология, или Министерство охраны природы, или Министерство природных ресурсов… Государственная экологическая экспертиза проводится на основе принципов законности, научной обоснованности, комплексности, гласности и с участием позиции общественности. В ней не должны участвовать лица, заинтересованные каким-либо образом в ее исходе. Для анализа правовых вопросов процедуры государственной экологической экспертизы и проверки законности проектных решений полезно участие квалифицированных юристов.

Перечень объектов государственной экологической экспертизы постоянно расширяется государственными органами. Ей подвергаются не только инвестиционные проекты в промышленности. Это и проекты различных государственных планов, программ, концепций, основных направлений и схем размещения производительных сил страны и отраслей народного хозяйства, другая предплановая документация по развитию хозяйственной и иной деятельности, реализация которой может оказать воздействие на состояние окружающей среды. Это могут быть проекты инструктивно-методических и нормативно-технических документов, регламентирующих хозяйственную деятельность. Экспертизе подлежит документация по созданию новой техники, технологий, материалов и веществ, в том числе закупаемых за рубежом. Экспертизе подвергается ввозимая в Россию и вывозимая из России продукция. Целесообразно подвергать экспертизе экологическую ситуацию в регионе в целом, а не только действующие предприятия и другие объекты, оказывающие влияние на состояние окружающей среды.

Важность государственной экологической экспертизы определяется тем, что реализация проекта, подлежащего *экологической экспертизе, без положительного заключения государственной экологической экспертизы запрещается. Такой проект не подлежит финансированию.* Последнее очень существенно - иначе благие пожелания и призывы экологов могут повиснуть в воздухе. Так уже произошло со многими объектов, строительство которых началось до окончательного утверждения проекта и получения комплексного заключения экспертизы. Отказ в открытии финансирования без заключения экспертизы является надежным барьером на пути любителей ставить общество и власть перед фактом - перед начатыми и проведенными работами. Не исключена возможность постановки вопроса о взыскании (в судебном порядке) затраченных средств с виновных в незаконном строительстве в случае признания его экологически вредным и небезопасным.

Государственная экологическая экспертиза призвана также *согласовывать* интересы отраслей (фирм, предприятий) и территорий. Дело в том, что выносимый на экспертную оценку проект отражает, как правило, задачи природопользования - эксплуатацию природных ресурсов в интересах предпринимателя (хозяйствующего субъекта) , даже если в качестве такового выступает государственная организация или народное хозяйство в целом. Экспертная же комиссия, включающая в основном экологов, учитывающая мнение лиц, проживающих на данной территории, или по крайней мере находящаяся под их активным воздействием, по сути является представителем территории. Причем территории, стремящейся к экологическому благополучию. Здесь проявляются противоречия между интересами производства, неизбежно загрязняющего окружающую природную среду, и региона, а потому часто разгораются экологические страсти. Правовое решение описанного противоречия во многом зависит от объективности и научности подходов государственной экологической экспертизы.

Итак, система *экологических экспертиз* - независимая, вневедомственная, состоящая из компетентных, не заинтересованных в ведомственности, в местничестве специалистов, оснащенная современным оборудованием, создается в регионах при комитетах охраны природы. Она набирает опыт, приобретает достойный статус, уважаемый как государственными органами, так и общественностью и предпринимателями. Заключения государственных экологических экспертиз обычно рассматриваются на коллегиях комитетов по охране природы субъектов федерации (иногда их называют комитетами по экологии). В наиболее важных случаях, когда затрагиваются интересы нескольких субъектов федерации - на заседании коллегии федерального специально уполномоченного государственного органа в области экологической экспертизы.

Экологическую экспертизу должны проходить все без исключения проекты и программы, а по инициативе органов местного самоуправления - и ранее принятые программы. Отбор экспертов надо производить из компетентных специалистов, не связанных с заказчиками и исполнителями проектов. Следует обязательно включать в их состав экономистов, юристов, специалистов по системному анализу и теории принятия решений. При этом принципиальное значение имеют:

- права граждан и общественных объединений в области государственной экологической экспертизы;
- общественная экологическая экспертиза;
- процедурные моменты, которые необходимо знать всем участвующим в экспертизах сторонам;
- правовые гарантии при экологической экспертизе.

Роль общественности в экологических экспертизах. Участие общественности является настолько важным и актуальным принципом проведения экологической экспертизы, обеспечивающим ее успешность, что заслуживает более подробного рассмотрения.

В Законах Российской Федерации "Об охране окружающей среды" (от 10 января 2002 г.) и "Об экологической экспертизе" (от 23 ноября 1995 г.) указаны следующие весьма важные принципы проведения государственной экологической экспертизы, касающиеся общественности [8,9]. Это принципы гласности, участия в экспертизе общественных организаций (объединений), обязательного учета общественного мнения об объектах экспертизы и др. В частности, граждане и общественные организации (объединения) имеют право:

в соответствии с законодательством выдвигать предложения о проведении государственной и общественной экологической экспертизы хозяйственной и иной деятельности, реализация которой затрагивает экологические интересы населения, проживающего на данной территории;

направлять в письменной форме органам охраны окружающей среды и природных ресурсов РФ предложения по экологическим аспектам намечаемой хозяйственной и иной деятельности (для получения требуемого эффекта эти предложения должны быть *аргументированными*);

получать от органов, организующих проведение государственной экологической экспертизы конкретных объектов экологической экспертизы, информацию о результатах ее проведения;

обжаловать выводы экспертной комиссии в судебном порядке (через суд или арбитражный суд);

требовать назначения государственной экологической экспертизы, выступая с изложением экологической платформы в средствах массовой информации;

рекомендовать своих представителей для участия в заседаниях экспертной комиссии государственной экологической экспертизы (с совещательным голосом) по вопросам размещения и проектирования объектов.

К проведению государственной экологической экспертизы имеют отношение некоторые более общие экологические права граждан, записанные в Конституции РФ, а именно:

право требовать от соответствующих органов предоставления своевременной, полной и достоверной информации о состоянии окружающей среды и мерах по ее охране;

право ставить вопрос о привлечении к ответственности виновных должностных лиц;

право предъявлять в суде *иски о возмещении вреда здоровью и имуществу* граждан, причиненного экологическими правонарушениями;

право требовать в административном или судебном порядке отмены решений о размещении, строительстве или эксплуатации экологически вредных объектов, об ограничении, приостановлении, прекращении или перепрофилировании их деятельности.

Для организации работы общественных организаций и граждан в области экологической экспертизы весьма важно, что согласно Закону Российской Федерации о государственной тайне от 21 июля 1993 г. [10], к сведениям*, не подлежащим засекречиванию,* относятся сведения:

о чрезвычайных происшествиях и катастрофах, угрожающих безопасности и Здоровью граждан, и их последствиях, а также о стихийных бедствиях и их последствиях, а также об официальных прогнозах о их приближении;

о состоянии экологии, здравоохранения, санитарной обстановки;

о фактах нарушения прав и свобод человека и гражданина, в том числе экологических;

о фактах нарушения законодательства органами государственной власти и их должностными лицами.

Общественная экологическая экспертиза организуется и проводится по инициативе граждан и общественных организаций (объединений), а также *по инициативе органов местного самоуправления.* Она организуется общественными организациями (объединениями), которые зарегистрированы в установленном законодательством РФ порядке. Основным направлением их деятельности (в соответствии с их уставами) должна являться *охрана окружающей среды, в том числе организация и проведение экологических экспертиз*. Таким образом, **организатором общественной экологической экспертизы может быть не любая общественная организация (объединение), а только экологическая, причем зарегистрированная в соответствии с законодательством**. Общественная экологическая экспертиза может проводиться независимо от государственной экологической экспертизы тех же объектов.

Общественные организации (объединения), осуществляющие общественную экологическую экспертизу, имеют право:

получать от заказчика экспертизы предусмотренную законом документацию, подлежащую экологической экспертизе,

знакомиться с действующей нормативно-технической документацией, устанавливающей требования к проведению государственной экологической экспертизы;

направлять своих представителей в качестве наблюдателей на заседания экспертных комиссий государственной экологической экспертизы и участвовать в проводимом ими обсуждении заключений общественной экологической экспертизы.

(Это тем более важно, что, согласно Закону РФ "Об охране окружающей среды" (от 10 января 2002 г.) общественная экологическая экспертиза становится юридически обязательной после утверждения ее результатов соответствующими органами государственной экологической экспертизы.)

Статьями 23 и 24 Закона РФ "Об экологической экспертизе" (от 23 ноября 1995 г.) установлены следующие положения, устанавливающие правовые нормы проведения общественной экологической экспертизы:

государственная регистрация заявления общественных организаций (объединений) о проведении экологической экспертизы;

порядок и сроки этой регистрации органами местного самоуправления;

форма и содержание заявления о проведении экологической экспертизы;

обязанности общественных организаций (объединений), проводящих экологическую экспертизу, связанные с извещением населения о начале ее осуществления и заключении экспертной комиссии общественной экологической экспертизы;

исчерпывающий перечень оснований, по которым может быть отказано в государственной регистрации заявления о проведении общественной экологической экспертизы.

Заключение (итоговый документ) общественной экологической экспертизы направляется федеральному органу, отвечающему за государственные экологические экспертизы, и соответствующим территориальным органам, заказчику, органам, принимающим решение о реализации объектов экологической экспертизы, органам местного самоуправления, а также может передаваться другим заинтересованным лицам. Целесообразна публикация основных положений заключения в средствах массовой информации.

В случае придания *юридической силы* заключению общественной экологической экспертизы на руководителя и членов экспертной комиссии общественной экологической экспертизы распространяются требования *об ответственности* за правильность и обоснованность экспертного заключения в целом и отдельных его положений. Другими словами, руководитель и члены экспертной комиссии общественной экологической экспертизы приравниваются в этом отношении к руководителю и членам экспертной комиссии государственной экологической экспертизы. Ответственность наступает в соответствии с трудовым, гражданским, административным либо уголовным законодательствами. Законами Российской Федерации "Об охране окружающей среды" от 10 января

2002 г. и "Об экологической экспертизе" от 23 ноября 1995 г. предусматриваются конкретные правонарушения в области экологической экспертизы, влекущие соответствующий вид ответственности.

Значимость заключения общественной экологической экспертизы зависит от разброса мнений относительно объекта обсуждения и авторитета общественных экспертов, мотивированности доводов. Надо иметь в виду, что цели и основные приемы и принципы государственной и общественной экспертизы совпадают. Общественная экспертиза наряду с другими задачами имеет целью привлечь внимание государственных органов к конкретному объекту, широко распространить объективную, научно обоснованную информацию об исходящей от него потенциальной экологической опасности, внедрить мысль о необходимости принятия мер по предупреждению этой опасности.

Материальные основания для проведения общественной экологической экспертизы - озабоченность судьбой объекта. Процессуальными основаниями могут быть решения органов местного самоуправления, высших (съезд, конференция) или исполнительных органов общественной организации (объединения) в соответствии с компетенцией, определенной в уставе или ином основополагающем документе этой общественной организации (объединения). Начало процессу общественной экологической экспертизы могут положить решения общего собрания научного коллектива, или даже просто группы граждан, проживающих в одном поселке, квартале, на одной улице.

Учитывая зависимость силы заключения общественной экологической экспертизы от авторитета участников и мотивированности доводов, *очень важно обеспечить правильную процедуру экспертизы и адекватный подбор членов и председателя комиссии общественной экологической экспертизы*. В принципе требования и к тому и к другому совпадают с аналогичными при проведении государственной экологической экспертизы, однако скрупулезность и тщательность выполнения этих требований имеют повышенное значение в связи с отсутствием обязательности для исполнения заключения общественной экологической экспертизы. Необходимо максимальное обеспечение гласности и доступа общественности по всем указанным выше направлениям. Состав экспертов по их научной квалификации и компетентности должен быть по уровню не ниже экспертов государственной экспертизы - иначе их доводы, даже более мотивированные, не будут должным образом восприняты.

Немаловажное значение имеет тщательное выполнение всех требований, зафиксированных в нормативно-правовых и инструктивно-методических документах, регламентирующих проведение экологической экспертизы. В российских традициях - легкость отношения к их нарушениям, порой весьма многочисленным. Нередко эти требования воспринимаются как формализм, бюрократизм, а между тем они являются непременными и необходимыми - полное их соблюдение положительно влияет на качество экспертного заключения общественной экологической экспертизы.

Получение мотивированного, обоснованного экспертного заключения общественной экологической экспертизы важно, но это лишь часть дела. Главное - *довести это мотивированное заключение до сведения принимающих решение органов и должностных лиц,* сделать его хотя и альтернативным, но равноправным, наряду с заключением государственной экологической экспертизы, мнением официальных организаций.

Поэтому целесообразно довести содержание заключения общественной экологической экспертизы до сведения максимально широкого круга лиц, заинтересованных в этой проблеме. Как это можно сделать? Путем рассылки заключения, опубликования его в средствах массовой информации, организации лекций, собраний, конференций, круглых столов, дискуссий, обсуждений.

Общественная экологическая экспертиза не исключает оплату работы членов и сотрудников экспертных комиссий (за счет средств муниципальных образований, местных органов власти, экологических фондов, пожертвований, иных поступлений, не запрещенных законом). Допускается и самообложение граждан, предусмотренное российским законодательством. В зарубежных странах весьма распространена практика объединения граждан для решения конкретных проблем, таких, как общественная экологическая экспертиза, приглашение юриста для консультации или выступления в суде, сбор средств исключительно для этих локальных и ограниченных по времени нужд.

Общественности принадлежит весомая роль в обеспечении выполнения требований экологического законодательства. В частности, речь идет об обязательности проведения государственной экологической экспертизы в целях предотвращения загрязнения среды. Вследствие этого нередко возникают следующие вопросы.

Всегда ли при наличии достаточных оснований назначается и проводится государственная экологическая экспертиза? Все ли объекты, подлежащие экспертизе, ею охвачены? Имеются ли случаи осуществления или финансирования строительства или реконструкции предприятий без экологической экспертизы, а также осуществления других проектов, хозяйственных и иных решений? Всегда ли представители контролирующих экологических органов входят в состав комиссий по приему в эксплуатацию объектов и иных сооружений, могущих оказать вредное воздействие на природную среду? Привлекаются ли к персональной ответственности за нарушение порядка приемки объектов председатель и члены приемочных комиссий? Как государственные органы реагируют на случаи финансирования предприятий, сооружений и устройств, не удовлетворяющих требованиям экологической экспертизы? Привлекаются ли к ответственности председатели и члены экологических экспертных комиссий за дачу заведомо неправильных и необоснованных заключений, возмещается ли причиненный в результате этого вред? Привлекаются ли к ответственности руководители предприятий, учреждений, организаций, другие должностные лица за невыполнение требований экологической экспертизы? Имеются ли случаи прекращения финансирования или приостановка эксплуатации предприятий, цехов, работ по их реконструкции в случаях невыполнения требований экспертизы или отсутствия проведения государственной экологической экспертизы?

Задавая эти вопросы, пытаясь получить на них ответы, конструктивно участвуя в их решении, граждане и общественные организации (объединения) тем самым реализуют свои права на надлежащую окружающую среду, на экологическую гласность, на участие в оценке проектов, могущих повлиять на природное благополучие. Ответы на указанные вопросы могут даваться как через средства массовой информации, на митингах и собраниях, так и через государственные органы, депутатские запросы, наказы избирателей, правоохранительные и природоохранительные учреждения. Важно уяснить, что экологическая экспертиза - важнейшая на сегодня форма и стадия предупреждения и пресечения деградации природы, которую общественности надо держать под пристальным вниманием.

В современных условиях, при существующем уровне политической, правовой культуры большинства граждан подключение их к деятельности государственной экологической экспертизы является эффективной формой воздействия на принимаемые экологические решения. Это, по-видимому, объясняется недостаточной развитостью системы оценки воздействия на окружающую среду (ОВОС). Есть и иные причины. Плохо работает связка «заказчик - общественность». Слаб контроль организаторов государственных экспертиз за полным отражением общественных слушаний и общественного мнения в пояснительных записках и иных материалах технико-экономического обоснования (ТЭО) и проекта в целом. Весьма низки сложившийся уровень информации, гласности, навыки выражения и защиты собственного мнения - все это наращивается и формируется годами, а может быть, и десятилетиями. Характерно, что мало заключений государственных экологических экспертиз обжалуется в судебные органы - сказывается сложившееся веками отношение граждан к суду как к чему-то чужеродному, отчужденному, государственному, официальному, короче, к тому месту, которое следует избегать.

Поэтому *природоохранительные органы, местное самоуправление экологические объединения заинтересованы в использовании государственной экологической экспертизы* для привлечения граждан, выявления их мнения, анализа их предложений, учета позиций - как для предупреждения ошибок проекта и будущих конфликтов, так и для повышения приемлемости проекта для населения, устранения недоразумений, выбора более одобряемых гражданами вариантов решений.

На этапе проведения государственной экологической экспертизы общественность может, не доводя дело до принятия решения органами власти, до его обжалования в суд, отстаивать свои экологические интересы. Она может воздействовать через горизонтальные (находящиеся здесь же, на равноправных началах) или вертикальные (вышестоящие, базирующиеся в другом месте) органы на ход и организацию государственной экологической экспертизы, добиваться от них использования демократических форм совета с народом.

В ряде субъектов Российской Федерации разработаны и приняты нормативные акты по вопросам государственной экологической экспертизы, предусматривающие конкретные формы привлечения к ней общественности. Так, например, согласно Закону Республики Коми «Об экологической экспертизе» от 20 октября 1992 г., предусматривается по достаточно сложным проектам обязательное составление специального документа: «*Резюме, позволяющее неспециалисту в достаточной степени разобраться в сути излагаемых вопросов*». Орган государственной экологической экспертизы должен опубликовать в периодических изданиях декларации об экологических последствиях с указанием организации-заказчика, ответственной за ознакомление общественности с документами и материалами, сроков, места и времени ознакомления. Упомянутый Закон Республики Коми содержит специальную статью о порядке обсуждения намечаемой заказчиком деятельности с общественностью (подобные нормы имеются и в некоторых других субъектах Федерации). Согласно этой статье Закона Коми, представители общественности вправе бесплатно знакомиться с документами и представлять в государственное экспертное учреждение свои письменные замечания и предложения. Установлен и срок для этого - один месяц со дня опубликования декларации об экологических последствиях. Государственный комитет по охране природы направляет в течение недели копии этих замечании и предложений экспертам и заказчику намечаемой деятельности Лица, представившие свои замечания, по их желанию, могут действовать анонимно. Таким образом, научные рекомендации и пожелания обретают обязательную силу и становятся правовыми нормами, обеспечиваемыми государством, должностными лицами. Это весьма важно для общественности - из области пожеланий, опыта, предложения они превращаются в требования ко всем учреждениям, предприятиям, организациям, их должностным лицам.

Как отмечалось, выводы экологической экспертной комиссии могут быть обжалованы в суд или арбитражный суд. Так, например, государственная экологическая экспертиза Кемеровского областного комитета экологии выдала экспертное заключение о согласовании перекладки коксовой батареи №3 Кузнецкого металлургического комбината при выполнении некоторых условий, зафиксированных в протоколе соответствующего технического совещания [7]. Кемеровский областной центр государственного санитарно-эпидемиологического надзора также согласовал этот проект при соблюдении аналогичных условий. Между тем, происходящее на этом комбинате затрагивает интересы многих жителей Новокузнецка, так как при производстве кокса в окружающую среду поступает значительное количество химических соединении, вредных для здоровья населения, в частности, вызывающих онкологические и другие заболевания. В данном случае обжалование положительного заключения государственной экологической экспертизы осуществлялось с позиции закона. А именно, не выполнено требование Закона РФ "Об охране окружающей среды" о научной обоснованности и законности выводов экспертизы. Не обеспечены независимость и вневедомственность в организации и проведении экспертизы. Отсутствует широкая гласность и недостаточно участии общественности. Нарушено требование Закона о недопустимости согласования проектной документации при наличии каких-либо невьшолненных условий.

Законные требования были предъявлены в интересах государства и граждан в суд путем иска. В иске говорилось о признании незаконными выводов государственной экологической экспертизы Кемеровского областного комитета экологии по проекту перекладки коксовой батареи Кузнецкого металлургического комбината. Иск был удовлетворен.

О процедуре государственной экологической экспертизы. Целесообразно остановиться на процедурных правилах экологической экспертизы. Приведем некоторые правовые нормы, показывающие, кто за что должен отвечать

Правительство Российской Федерации осуществляет меры по обеспечению законов, а также прав граждан и юридических лиц в области экологической экспертизы. К ведению субъектов Российской Федерации относится делегирование экспертов для участия в качестве наблюдателей в заседаниях экспертных комиссии, информирование населения о намечаемых и проводимых экологических экспертизах и их результатах

Федеральный специально уполномоченный государственный орган в области экологической экспертизы (Госкомэкология, или Министерство охраны природы, или Министерство природных ресурсов…) и его территориальные отделения уполномочены получать бесплатно от государственных органов независимо от их принадлежности информацию, необходимую для выполнения задач в области экологической экспертизы. Они имеют доступ к находящимся в распоряжении государственных органов базам данных о состоянии окружающей среды и возможных последствиях негативного воздействия на нее хозяйственной и иной деятельности. Они имеют право и обязанность направлять в банковские организации представления о приостановлении (прекращении) финансирования, кредитования и других финансовых операций в отношении объектов экологической экспертизы, не получивших положительного заключения государственной экологической экспертизы. Их задача - предварительно информировать органы государственной власти и органы местного самоуправления о проведении заседаний экспертных комиссий государственной экологической экспертизы по объектам, реализуемым на территории соответствующих органов. Они должны организовывать информационное обеспечение государственной экологической экспертизы, в том числе формирование и ведение банков данных о намечаемой деятельности, реализации объектов экологической экспертизы и о негативном воздействии намечаемой деятельности на окружающую среду. Именно они предоставляют для ознакомления общественным объединениям, осуществляющим общественную экологическую экспертизу, нормативно-технические документы, которые устанавливают требования к проведению экологической экспертизы. Они направляют органам местного самоуправления, общественным объединениям и гражданам, представившим аргументированные предложения, материалы о рассмотрении этих предложений при проведении государственной экологической экспертизы, информацию о заключении государственной экологической экспертизы. Они же предоставляют средствам массовой информации по их запросам сведения о результатах проведения государственной экологической экспертизы.

Территориальные экологические органы обязаны своевременно информировать органы прокуратуры о нарушении законодательства РФ и законодательства субъектов РФ, готовить и направлять другим правоохранительным органам соответствующие материалы по вопросам привлечения к ответственности лиц, виновных в совершении нарушений законодательства РФ об экологической экспертизе.

Ближе всех к населению находятся органы местного самоуправления, которые могут делегировать своих экспертов в качестве наблюдателей на заседаниях экспертных комиссий государственной экологической экспертизы. Причем не только по объектам, расположенным на своей территории, но и в случаях возможного воздействия на окружающую среду хозяйственной и иной деятельности, намечаемой другой административно-территориальной единицей. Органы местного самоуправления организовывают общественные обсуждения, проводят опросы, референдумы среди населения о намечаемой хозяйственной и иной деятельности, которая подлежит экологической экспертизе. Они организовывают по требованию населения общественную экологическую экспертизу и финансируют ее проведение. Их обязанность - информировать органы прокуратуры, территориальные специально уполномоченные государственные органы в области охраны окружающей природной среды, органы государственной власти субъектов РФ о начале реализации объекта экологической экспертизы без положительного заключения государственной экологической экспертизы.

Для того чтобы быть в состоянии реализовать эти полномочия, органы местного самоуправления вправе получать от соответствующих государственных органов необходимую информацию об объектах экологической экспертизы, реализация которых может оказывать воздействие на окружающую среду в пределах территории соответствующего муниципального образования и о результатах проведения государственной экологической экспертизы и общественной экологической экспертизы.

В *обязанности заказчиков* документации, подлежащей экологической экспертизе, входит передача государственным органам экспертизы и общественным объединениям, организующим проведение экспертизы, необходимых материалов, сведений, расчетов, дополнительных разработок относительно объекта экспертизы. Кроме того, они должны оплатить проведение государственной экологической экспертизы и осуществлять намеченную деятельности исключительно в соответствии с документацией, получившей положительное заключение государственной экологической экспертизы.

В Законе РФ "Об экологической экспертизе" постоянно упоминаются специально уполномоченные государственные органы в области экологической экспертизы. Федеральный специально уполномоченный государственный орган в области экологической экспертизы и его территориальные органы имеют исключительное право на проведение государственной экологической экспертизы. Они осуществляют эту функцию через свои подразделения, специализированные в области организации и проведения государственной экологической экспертизы (ст. 13 Закона РФ "Об экологической экспертизе" от 23 ноября 1995 г.).

Не следует смешивать государственную и общественную экологическую экспертизы с иными смежными мероприятиями, не обладающими описанными правовыми статусами: экологическими исследованиями, научными оценками и т.п., имеющими нередко те же цели, но не обеспечиваемыми соответствующими нормами права.

Чем обеспечиваются гарантии качества проведения государственной экологической экспертизы? В представляемую на экспертизу *документацию*, подготовленную заказчиком и разработчиком проекта или документа, должны быть включены материалы оценки воздействия на окружающую среду хозяйственной и иной деятельности. Требуется также положительные заключения и документы согласовании органов федерального надзора и контроля и органов местного самоуправления. Кроме того, необходимы и материалы обсуждений объектов с гражданами и общественными организациями (объединениями), организованных органами местного самоуправления.

Повторное проведение государственной экологической экспертизы осуществляется на основании решения суда или арбитражного суда.

Эксперт государственной экологической экспертизы обязан участвовать в подготовке материалов, обосновывающих учет при проведении государственной экспертизы заключения общественной экспертизы, а также поступивших от органов местного самоуправления, общественных организаций (объединений) и граждан аргументированных предложений по экологическим аспектам рассматриваемой деятельности. Он имеет право заявлять о необходимости представления заказчиком на экспертизу дополнительных материалов для всесторонней и объективной оценки объектов, формулировать свое особое мнение по объекту экологической экспертизы.

Заключение государственной экологической экспертизы - это документ, содержащий обоснованные выводы о допустимости воздействия на окружающую среду хозяйственной или иной деятельности и о возможности реализации объекта экспертизы. Он должен быть одобрен квалифицированным большинством списочного состава экспертной комиссии (более двух третей экспертов от списочного состава). Утверждение заключения экспертной комиссии специально уполномоченным государственным органом в области экологической экспертизы означает подтверждение последним соответствия порядка проведения экспертизы требованиям законов Российской Федерации и законов ее субъектов. После этого утверждения заключение государственной экологической экспертизы обретает правовую силу, в частности, на его основе банкам может быть разрешено (при положительном заключении) или запрещено (при отрицательном заключении) финансирование реализации объекта экологической экспертизы.

Рассмотрим некоторые *правовые гарантии* обеспечения требований к экологической экспертизе, способствующие защите экологических прав граждан.

Законом Российской Федерации "Об охране окружающей среды" от 10 января 2002 г. предусматривается *обязанность государства* гарантировать экологическим и иным общественным организациям (объединениям), выполняющим экологические функции, а также отдельным гражданам возможность реализации предоставленных им прав в области охраны окружающей среды. Государственные органы и их должностные лица обязаны оказывать всемерное содействие общественным организациям (объединениям) и гражданам в реализации их экологических прав и обязанностей, принимать необходимые меры по выполнению их предложений, связанных с организацией правоохранительной деятельности.

Должностные лица и граждане, препятствующие выполнению общественными организациями (объединениями) и гражданами их экологических прав и обязанностей, вытекающих из Конституции Российской Федерации и законов РФ, относящихся к экологическому праву, привлекаются к ответственности. В частности, согласно Закону РФ "Об охране окружающей среды" от 10 января 2002 г. должностные лица и граждане, предприятия, учреждения, организации, виновные в невыполнении обязанностей по проведению государственной экологической экспертизы и требований, содержащихся в заключениях экологической экспертизы, подлежат наказанию. Ответственность наступает также при предоставлении заведомо неправильных и необоснованных экспертных заключений, несвоевременной или искаженной информации, при отказе от предоставления своевременной, полной, достоверной информации о состоянии природной среды и радиационной обстановки. Обычно физические и юридические лица подвергаются штрафу, налагаемому в административном порядке. Наказание гражданам - до десятикратного размера минимальной заработной платы, должностным лицам - до двадцатикратного.

Законом Российской Федерации "Об экологической экспертизе" от 23 ноября 1995 г. предусматривается большое количество норм, обеспечивающих организацию и проведение экологической экспертизы, защиту прав граждан. Значительное внимание уделяется ответственности за нарушение законодательства как одному из средств гарантий качества экологической экспертизы с целью обеспечения надлежащей окружающей среды.

Экологическое право постепенно развивается, виды экологических правонарушений конкретизируются, санкции к виновным ужесточаются. Так, правонарушениями со стороны заказчика и других заинтересованных лиц со дня опубликования

Закона РФ "Об экологической экспертизе" считаются фальсификация материалов, сведений и данных, представляемых на экологическую экспертизу, а также сведений о результатах ее проведения. Правонарушением является принуждение эксперта к подготовке заведомо ложного заключения; создание препятствий организации и проведению экологической экспертизы. Недопустимо уклонение от представления государственным органам экспертизы и общественным организациям (объединениям), организующим и проводящим экологическую экспертизу, необходимых материалов, введений и данных. Запрещается осуществление хозяйственной и иной деятельности, не соответствующей документации, которая получила положительное заключение государственной экологической экспертизы.

Нарушениями со стороны руководителей государственных органов экспертизы и экспертных комиссий признаются необоснованность материалов по учету выводов общественной экологической экспертизы и поступивших от органов местного самоуправления, общественных организаций (объединений), граждан аргументированных предложений по экологическим аспектам хозяйственной и иной экспортируемой деятельности. Недопустимо нарушение установленного порядка расходования перечисленных заказчиком средств на проведение государственной экологической экспертизы.

Руководители и члены экспертной комиссии несут ответственность за фальсификацию выводов заключения экологической экспертизы, *за сокрытие* от органов государственной экологической экспертизы или от общественного объединения, организующих проведение экологической экспертизы, сведений, отражающих заинтересованность в результатах экспертизы. Так, экспертом не может быть представитель заказчика или разработчика, гражданин, состоящий в трудовых или договорных отношениях с ними, представитель юридического лица, состоящего с заказчиком или разработчиком объекта экологической экспертизы в договорных отношениях.

Конкретные методы сбора и анализа экспертных оценок на рассматриваются в проанализированных законах. Эти методы содержатся в нормативно-технических и инструктивно-методических материалах органов, руководящих проведением экологических экспертиз. Общие методы организации и проведения экспертных исследований получили имеющую правовую силу конкретизацию в конкретной области – экологических экспертизах. В других крупных областях применения экспертных оценок – при оценке качества, при проведении врачебно-трудовой экспертизе и др. - действуют свои нормативные акты. Так, применение экспертных оценок в области менеджмента в техносфере, включая управление персоналом и чрезвычайные ситуации, рассмотрено в [11], а их применение в промышленной и экологической безопасности – в [12].

Литература

1. Орлов А.И. Эконометрика. - М.: Изд-во "Экзамен", 2002. – 576 с.
2. Орлов А.И. Устойчивость в социально-экономических моделях. - М.: Наука, 1979. - 296 с.
3. Горский В.Г., Гриценко А.А., Орлов А.И., Метод согласования кластеризованных ранжировок // Автоматика и телемеханика. 2000. №3. С.159-167.
4. Шрейдер Ю.А. Равенство, сходство, порядок. - М.: Наука, 1971. – 256 с.
5. Менеджмент. / Под ред. Ж.В. Прокофьевой. - М.: Знание, 2000. - 288 с.
6. Кемени Дж., Снелл Дж. Кибернетическое моделирование: Некоторые приложения. - М.: Советское радио, 1972. - 192 с.

7. Экология. / Под ред. С.А. Боголюбова. - М.: Знание, 1999. - 288 с.
8. Закон РФ «Об экологической экспертизе» (от 23.11.1995 N 174-ФЗ с изменениями на 15 апреля 1998 года) // Собрание законодательства Российской Федерации N 48, 27.11.95, ст.4556; Российская газета. - 1995. - 30 ноября.
9. Закон РФ «Об охране окружающей среды» (от 10.01.2002 N 7-ФЗ) // Российская газета, N 6, 12.01.2002, Парламентская газета, N 9, 12.01.2002, Собрание законодательства Российской Федерации, N 2, 14.01.2002.
10. Закон РФ «О государственной тайне» (от 21.07.1993 N 5485-1 с изменениями на 6 октября 1997 года) // Российская газета N 182, 21.09.93, Собрание законодательства Российской Федерации N 41, 13.10.97.
11. Орлов А.И., Федосеев В.Н. Менеджмент в техносфере. – М.: Академия, 2003. -404 с.
12. Федосеев В.Н., Орлов А.И., Ларионов В.Г., Козьяков А.Ф. Управление промышленной и экологической безопасностью: Учебное пособие. - М.: Изд-во УРАО, 2002. – 220 с.

Контрольные вопросы и задачи

1. Почему необходимо применение экспертных оценок при решении экологических проблем?
2. Какие стадии экспертного исследования выделяет менеджер - организатор такого исследования?
3. По каким основаниям классифицируют различные варианты организации экспертных исследований?
4. Какова роль диссидентов в различных видах экспертиз?
5. Какой вид могут иметь ответы экспертов?
6. Чем метод средних арифметических рангов отличает от метода медиан рангов?

7. Почему необходимо согласование кластеризованных ранжировок и как оно проводится?

8. В чем состоит проблема согласованности ответов экспертов?

9. Как бинарные отношения используются в экспертизах?

10. Как бинарные отношения описываются матрицами из 0 и 1?

11. Что такое расстояние Кемени и медиана Кемени?

12. Чем закон больших чисел для медианы Кемени отличается от "классического" закона больших чисел, известного в статистике?

13. В табл. 4 приведены упорядочения 7 инвестиционных проектов, представленные 7 экспертами.

Таблица 4.

Упорядочения проектов экспертами

Эксперты	Упорядочения
1	1 < {2,3} < 4 < 5 < {6,7}
2	{1,3} < 4 < 2< 5< 7 < 6
3	1 < 4 < 2 < 3 < 6 < 5 < 7
4	1 < {2, 4} < 3 < 5 < 7 <6
5	2 < 3 < 4 < 5 <1 <6 <7
6	1 < 3 < 2 < 5 < 6 < 7 < 4
7	1 < 5 < 3 < 4 < 2 < 6 < 7

Найдите:

а) итоговое упорядочение по средним арифметическим рангам;

б) итоговое упорядочение по медианам рангов;

в) кластеризованную ранжировку, согласующую эти два упорядочения.

14. Выпишите матрицу из 0 и 1, соответствующую бинарному отношению (кластеризованной ранжировке) 5 < {1, 3} < 4 < 2 < {6, 7}.

15. Найдите расстояние Кемени между бинарными отношениями - упорядочениями A = [3< 2 <1< {4,5}] и B = [1 < {2 ,3} < 4 < 5].

16. Дана квадратная матрица (порядка 9) попарных расстояний (мер различия) для множества бинарных отношений из 9 элементов A_1, A_2,

A_3 ,..., A_9 (табл.5). Найдите в этом множестве медиану для множества из 5 элементов $\{A_2, A_3, A_5, A_6, A_9\}$.

Таблица 5.

Попарные расстояния между бинарными отношениями

0	5	3	6	7	4	10	3	11
5	0	5	6	10	3	2	5	7
3	5	0	8	2	7	6	5	7
6	6	8	0	5	4	3	8	8
7	10	2	5	0	10	8	3	7
4	3	7	4	10	0	2	3	5
10	2	6	3	8	2	0	6	3
3	5	5	8	3	3	6	0	9
11	7	7	8	7	5	3	9	0

17. Каковы задачи и принципы экологической экспертизы[7]
18. Какова роль общественности в экологической экспертизе?
19. Чем гарантируются права граждан на участие в экологической экспертизе?
20. За что наступает ответственность в области экологической экспертизы?
21. Каковы обязанности участников экологической экспертизы?

Темы докладов и рефератов

1. Роль экспертных оценок в менеджменте.
2. Организация различных видов экспертных исследований.
3. Сравнение очных и заочных вариантов работы экспертов.
4. Методы средних баллов.
5. Согласование кластеризованных ранжировок.
6. Методы теории люсианов в экспертных оценках [1].
7. Классификация мнений экспертов и проверка согласованности.
8. Использование люсианов в теории и практике экспертных оценок.
9. Формирование итогового мнения комиссии экспертов.

10. Расстояние по Кемени и медиана Кемени в экспертных оценках.
11. Законы больших чисел в пространствах нечисловой природы.
12. Государственная экологическая экспертиза: назначение, цели, требования к проведения.
13. Организация и проведение экологической экспертизы.
14. Правовые основы экологической экспертизы.
15. Проблемы взаимодействия экологических органов и промышленных предприятий.

4. МОДЕЛИРОВАНИЕ В ТЕОРИИ ПРИНЯТИИ РЕШЕНИЙ

4.1. Основы моделирования

4.1.1. Основные понятия общей теории моделирования

Начнем с определения используемых понятий.

Модель в общем смысле (обобщенная модель) есть создаваемый с целью получения и (или) хранения информации специфический объект (в форме мысленного образа, описания знаковыми средствами либо материальной системы), отражающий свойства, характеристики и связи объекта-оригинала произвольной природы, существенные для задачи, решаемой субъектом [1, с.44]. Для теории принятия решений наиболее полезны модели, которые выражаются словами или формулами, алгоритмами и иными математическими средствами.

Пример словесной модели [2]. Обсудим необходимость учета эффекта лояльности при управлении организацией в современных условиях. Под лояльностью понимается честное, добросовестное отношение к чему-либо или к кому-либо.

На сегодняшний момент деловая жизнь представляется слишком конкурентной для проявления лояльности. Американские корпорации в среднем теряют половину своих покупателей каждые пять лет. Действительно ли мы обречены будем существовать в мире краткосрочных денежных спекуляций, постоянно меняющих работу карьеристов и непостоянных покупателей? Но смогут ли организации, выбравшие оппортунизм, успешно работать?

Ответ на это, к счастью, можно дать отрицательный. Если, конечно, компании ориентированы на долгосрочный рост и прибыли. Опыт показывает, что отсутствие лояльности в текущем периоде ограничивает успешность деятельности корпорации 25-50%, редко больше. Поэтому появление новой системы управления, за основу которой бралось бы что-то стабилизирующее агрессивную среду, является закономерным и своевременным, особенно для России.

Базу менеджмента, основанного на лояльности, заложил в 1908 году профессор Гарварда Джошуа Ройс. Он является автором книги "Философия лояльности", где впервые научно определено понятие "лояльность".

В рамках предлагаемой **модели** бизнес-лояльность рассматривается с точки зрения трех самостоятельных базисных аспектов: лояльность потребителей, лояльность сотрудников и лояльность инвесторов. Каждый раз за словом "лояльность" понимается что-то свое:

- приверженность (с точки зрения покупателей),
- добросовестность (с точки зрения сотрудников),
- взаимное доверие, уважение и поддержка (с точки зрения инвесторов).

Но несмотря на ярко выраженные компоненты, эта система должна рассматриваться только как единое целое, поскольку невозможно создать лояльных покупателей, не обращая внимания на лояльность сотрудников, или воспитать лояльность сотрудников без должного внимания к лояльности инвесторов. Ни одна из частей не может существовать отдельно от двух других, но все три вместе позволяют организации достигать невиданных высот в развитии.

Необходимо четко понимать, что менеджмент, основанный на лояльности, прежде всего обращен на людей. В первую очередь здесь рассматриваются именно люди и их роль в бизнесе. Это скорее модель мотивации и поведения, чем маркетингового, финансового или производственного развития. Лишь во вторую очередь менеджмент, основанный на лояльности, обобщает людей в более абстрактные категории и управляет техническими процессами.

Как показывает практика, люди всегда оказываются более готовыми работать на организацию, которая имеет цель служения, чем на организацию, которая существует только ради того, чтобы “делать деньги”. Поэтому люди охотно работают в церкви или в общественных организациях.

Менеджеры, использующие лояльность, предлагают людям не только работу как таковую, но и гордость, основанную в равной степени на материальном поощрении и на удовлетворении потребности в служении и милосердии. Эта гордость является мощным источником мотивации, и она удваивает экономические преимущества, получаемые в системе, основанной на лояльности.

Менеджеры, желающие успешно использовать модель управления, основанную на эффекте лояльности, не должны рассматривать прибыль как первоочередную цель, но как необходимый элемент благосостояния и выживания трех составляющих каждой бизнес системы: покупателей, сотрудников и инвесторов.

Приходится с сожалением констатировать, что большинство из них только приняли к сведению эту цель, и под давлением реальных обстоятельств лишь немногие будут продолжать настаивать на том, что миссия их организации состоит в создании целевого количества покупателей и сотрудников, чтобы инвесторы могли процветать. В то же время, они свято верят, что основная цель их компаний - максимизация прибыли или стоимости акций. Но еще в начале века Генри Форд говорил, что “организация не может работать без прибыли, ... иначе она умрет. Но и создавать организацию только ради прибыли ... значит привести ее к верной гибели, так как у нее не будет стимула к существованию.”

Основа рассматриваемой модели лояльности– не прибыль, а привлечение дополнительного количества покупателей, процесс, который осознанно или неосознанно лежит в основе большинства преуспевающий организаций. Создание целевого количества покупателей пронизывает все сферы бизнеса компании. Силы, управляющие взаимосвязями между покупателями, сотрудниками и инвесторами, называют силами лояльности. Критерий успешности – возвращаются ли покупатели, чтобы купить больше, или они идут куда-то еще, т.е. проявляют ли они лояльность.

Как причина лояльность инициирует несколько экономических эффектов, которые влияют на всю бизнес систему примерно следующим образом:

1. Прибыли и рыночная доля растут, когда наиболее перспективные покупатели охватывают весь спектр деятельности компании, создавая о ней хорошее общественное мнение и повторно приходя за покупками. За счет большого и качественного предложения компания может себе позволить быть более привередливой при выборе новых покупателей и концентрироваться на более прибыльных и потенциально лояльных проектах их привлечения, дальше стимулируя свой долгосрочный рост.

2. Долгосрочный рост позволяет фирме привлекать и сохранять лучших сотрудников. Постоянное поддержание целевого количества покупателей увеличивает лояльность сотрудников, давая им чувство гордости и удовлетворения своей работой. Далее, в процессе взаимодействия постоянные сотрудники узнают больше о своих постоянных покупателях, в частности, как лучше их обслуживать, чтобы объем покупок рос. Этот увеличивающийся объем продаж подстегивает и лояльность покупателей, и лояльность сотрудников.

3. Лояльные сотрудники в долгосрочном периоде учатся снижать издержки и повышать качество работы (эффект научения). Организация может использовать эту дополнительную продуктивность для расширения системы вознаграждения, для покупки лучшего оборудования и обучения. Все это, в свою очередь, подстегнет продуктивность сотрудников, рост вознаграждений и, следовательно, лояльность.

4. Такая спираль продуктивности дает такое преимущество в издержках, которое очень сложно скопировать для чисто конкурентных организаций. Долгосрочные преимущества в издержках, соединенные с устойчивым ростом количества лояльных покупателей, приносят прибыль, очень привлекательную для инвесторов. Это, в свою очередь, расширяет возможности компании по привлечению и сохранению “правильных” инвесторов.

5. Лояльные инвесторы ведут себя как партнеры. Они стабилизируют систему, снижают издержки по поиску капитала и дают гарантии, что полученные отвлеченные денежные потоки будут вложены обратно в бизнес как инвестиции. Это укрепляет организацию и увеличивает ее производственный потенциал.

Итак, прибыли не являются центральным звеном данной модели. Тем не менее, они очень важны, разумеется, не сами по себе, а потому, что дают возможность компании увеличить свою производительность и потому, что они побуждают покупателей, сотрудников и инвесторов становиться лояльными. Тем не менее, источником денежных потоков, включая прибыль, является спиральное развитие производственных фондов, стимулом которого является создание целевого количества покупателей.

Почему предложенная модель перспективна? Ответ прост. Рассмотрим, как типичная организация обычно борется со стагнацией или спадом? Она расширяет штат сотрудников по продажам, увеличивает комиссионные для стимулирования сотрудников на более интенсивную продажу, она может даже снизить цены для новых покупателей или выпустить новую продукцию. А в результате?! Она:

- собирает больше неопытных людей, тем самым уменьшая продуктивность работы и увеличивая издержки,
- привлекает больше “неправильных” покупателей, ориентированных только на цены или покупающих без заинтересованности в товаре, услуге или компании,

- покупает новую производственную линию, что приводит к резкому увеличению издержек, и т.д.

Положительных результатов при таком подходе ожидать не приходится.

А что происходит в организации, ориентированной на использование эффекта лояльности? С помощью регулярных методов управления (а не антикризисных мероприятий) закручивается спираль роста продуктивности.

Однако, чтобы заставить новую модель работать, организация должна будет осуществить фундаментальные изменения в своей ежедневной работе, начиная с ориентации на покупателя и пересмотра стратегий найма новых сотрудников до перехода к новой структуре собственности. Необходима также новая система показателей и мотивации (побуждений). Да, эти изменения обойдутся организации не дешево, но принесут большие финансовые и системные преимущества.

Во-первых, новая модель позволяет заинтересованным лицам понять причины успехов и неудач вокруг них и выяснить на практике, что может увеличить их благосостояние.

Во-вторых, игроки могут четко знать позиции друг друга и научиться доверять друг другу, что повлечет практически окончательную победу над неопределенностью в деловых отношениях.

Обсудим еще раз основные идеи модели лояльности. Всем известно, что покупатели - активы любой организации, и для достижения успеха ей необходимо управлять ими также эффективно, как и другими активами. Но для этого нужно быть в состоянии сегментировать покупателей, предсказывать их поведение, а также жизненный цикл их денежных потоков.

То, что лояльные покупатели полезны для фирмы, понятно любому бизнесмену. Однако подавляющее большинство организаций не знают настоящую цену лояльности покупателей, а некоторые не знают и того, что они не знают этого. Они смотрят на графики продаж или среднюю продолжительность сохранения покупателей и делают серию необоснованных выводов.

В основе большинства провалов лежит общепринятый бизнес-язык организации - бухгалтерский учет, который в настоящий момент ограничивает возможности формирования лояльности. Бухгалтеры не в состоянии провести черту между выручкой, полученной от вновь пришедших покупателей, и выручкой, полученной от постоянных, лояльных покупателей. Это происходит потому, что они не знают, а точнее, их не заботит тот факт, что обслуживание нового покупателя оказывается более дорогим, нежели обслуживание постоянного покупателя. Хуже того, в большинстве организаций бухгалтеры считают вложения в привлечение покупателей краткосрочными. И это вместо того, чтобы относить их на специальный счет покупателя и амортизировать в течение всего времени отношений с ним.

Итак, как же сформировать портфель лояльных покупателей? Существует два варианта действий. Первый - увеличение списка покупателей. Организация постоянно добавляет новых покупателей к началу списка, но ее старые покупатели также постоянно вымываются снизу из этого списка. Получается эффект дырявой корзины. Чем больше в ней дыра, тем тяжелее ее наполнить и сохранять наполненной. Второй - заключен в эффекте прибыли от каждого покупателя. В большинстве организаций прибыль, которую приносит каждый покупатель, растет, пока он остается ее клиентом. Другими словами, для организации невыгодно терять постоянных покупателей, даже заменяя их новыми. Получается ситуация, когда “за одного битого двух небитых дают”.

Последствия контроля за сохранением покупателей могут проявиться неожиданно и иногда непредсказуемо. Так изменение уровня текучести покупателей может привести к незначительному эффекту в прибыли текущего года. Однако даже небольшое изменение уровня текучести покупателей, пройдя через всю систему управления, даст огромные долгосрочные прибыли и эффект роста.

При подборе покупателей необходимо помнить, что существует три основных типа лояльных покупателей. Это помогает определить, сможет ли организация сделать покупателя лояльным:

1. Некоторые покупатели изначально предсказуемы и лояльны, вне зависимости от того, как организация с ними работает. Они просто лояльны по природе своей. Они предпочитают более стабильные и длительные отношения.

2. Некоторые покупатели более прибыльны, чем другие. Они тратят деньги в большем количестве, чем другие, оплачивают покупки безотлагательно и требуют меньше внимания обслуживающего персонала.

3. Некоторые покупатели находят продукты или услуги организации (в силу их особенностей) более привлекательными, чем у конкурентов. Нет такой организации, товары которой нравились бы всем без исключения. Сильные стороны ее товаров или услуг будут просто лучше подходить для определенных покупателей, более полно удовлетворяя их желаниям и возможностям.

Без сомнения, каждая организация уникальна, но все же в той или иной мере показатели ее прибылей будут укладываться в общую модель экономических эффектов, получаемых от постоянства или лояльности покупателей. Среди них стоит особо отметить следующие:

- издержки привлечения (реклама, направленная новым покупателям, комиссионные по продажам новым покупателям, накладные расходы продаж и т.д.),

- базовая прибыль (цена, которую платят вновь появившиеся покупатели, превышает затраты организации на создание товара),

- рост выручки (как правило, если покупатель доволен параметрами товара, он склонен увеличивать объемы покупок с течением времени),

- издержки сбережений (близкое знакомство с товарами организации уменьшает зависимость покупателей от ее сотрудников в вопросах информации и советов),

- отзывы (удовлетворенные уровнем обслуживания покупатели рекомендуют организацию своим друзьям и знакомым),

- дополнительная цена (постоянные покупатели, сотрудничающие с организацией достаточно долго, чтобы изучить все ее товары и услуги, получают несоизмеримо больше от продолжения отношений и не нуждаются в дополнительных скидках или рекламных акциях).

Чтобы оценить истинный долгосрочный потенциал лояльности покупателя или группы покупателей, необходимо знать их предрасположенность к проявлению постоянства. Так некоторые покупатели перебегут к конкуренту и за 2% скидку, а другие останутся и при 20% разнице в цене. То количество усилий, которое требуется для переманивания различных типов покупателей называется коэффициентом лояльности. В некоторых организациях для оценки коэффициентов лояльности используется история развития или поведение покупателей на отдельных сегментах. В других, особенно в тех, чье будущее слабо связано с прошлым, пытаются методами анализа данных нащупать, на сколько велика должна быть скидка, чтобы покупатели перешли к их организации. Но, несмотря на все трудности в измерении, использование коэффициента лояльности позволяет организациям идентифицировать сохранение покупателей и внедрять оправданную практику, проверенную на одном департаменте, во всю организацию.

Итак, из всего выше изложенного понятно, что создавать базу лояльных покупателей не просто необходимо организации, но и является для нее жизненно важным аспектом деятельности. Однако из этого совершенно не следует, что надо ударяться в крайности. Развитие систем измерения, анализа и управления денежными потоками, полученными от лояльности, может привести организацию к инвестициям, которые в дальнейшем обеспечат рост количества покупателей и организации в целом. Но иногда те же системы показывают, что предыдущие инвестиции в лучшее и более полное удовлетворение покупателей приводят к обратным результатам.

Итак, модель лояльности подробно обоснована на словесном уровне [2]. В этом обосновании упоминалось математическое и компьютерное обеспечение. Однако для принятия первоначальных решений их использование не требуется.

Математические модели при принятии решений. При более тщательном анализе словесных моделей, как правило, не достаточно. Необходимо применение достаточно сложных математических моделей. Так, при принятии решений в менеджменте производственных систем используются:

- модели технологических процессов (прежде всего модели контроля и управления);
- модели обеспечения качества продукции (в частности, модели оценки и контроля надежности);
- модели массового обслуживания;
- модели управления запасами (модели логистики);
- имитационные и эконометрические модели деятельности предприятия в целом, и др.

В процессе подготовки и принятия решений часто используют имитационные модели и системы. Имитационная модель позволяет отвечать на вопрос: "Что будет, если…" Имитационная система - это совокупность моделей, имитирующих протекание изучаемого процесса, объединенная со специальной системой вспомогательных программ и информационной базой, позволяющих достаточно просто и оперативно реализовать вариантные расчеты [3, с.213].

Основные термины математического моделирования.

Прежде чем начать рассматривать конкретные математические модели процессов принятия решений, необходимо определить основные термины, такие, как:

- компоненты системы - части системы, которые могут быть вычленены из нее и рассмотрены отдельно;

- независимые переменные – они могут изменяться, но это внешние величины, не зависящие от проходящих в системе процессов;

- зависимые переменные - значения этих переменных есть результат (функция) воздействия на систему независимых внешних переменных;

- управляемые (управляющие) переменные - те, значения которых могут изменяться исследователем;

- эндогенные переменные – их значения определяются в ходе деятельности компонент системы (т.е. «внутри» системы);

- экзогенные переменные - определяются либо исследователем, либо извне, т.е. в любом случае действуют на систему извне.

При построении любой модели процесса принятия решения желательно придерживаться следующего плана действий:

1) Сформулировать цели изучения системы;

2) Выбрать те факторы, компоненты и переменные, которые являются наиболее существенными для данной задачи;

3) Учесть тем или иным способом посторонние, не включенные в модель факторы;

4) Осуществить оценку результатов, проверку модели, оценку полноты модели.

Модели можно делить на следующие виды:

1) Функциональные модели - выражают прямые зависимости между эндогенными и экзогенными переменными.

2) Модели, выраженные с помощью систем уравнений относительно эндогенных величин. Выражают балансовые

соотношения между различными экономическими показателями (например, модель межотраслевого баланса).

3) Модели оптимизационного типа. Основная часть модели - система уравнений относительно эндогенных переменных. Но цель - найти оптимальное решение для некоторого экономического показателя (например, найти такие величины ставок налогов, чтобы обеспечить максимальный приток средств в бюджет за заданный промежуток времени).

4) Имитационные модели - весьма точное отображение экономического явления. Математические уравнения при этом могут содержать сложные, нелинейные, стохастические зависимости.

С другой стороны, модели можно делить на управляемые и прогнозные. Управляемые модели отвечают на вопрос: “Что будет, если ...?”; “Как достичь желаемого?”, и содержат три группы переменных: 1) переменные, характеризующие текущее состояние объекта; 2) управляющие воздействия - переменные, влияющие на изменение этого состояния и поддающиеся целенаправленному выбору; 3) исходные данные и внешние воздействия, т.е. параметры, задаваемые извне, и начальные параметры.

В прогнозных моделях управление не выделено явно. Они отвечают на вопросы: “Что будет, если все останется по-старому?”

Далее, модели можно делить по способу измерения времени на непрерывные и дискретные. В любом случае, если в модели присутствует время, то модель называется динамической. Чаще всего в моделях используется дискретное время, т.к. информация поступает дискретно: отчеты, балансы и иные документы приходят периодически. Но с формальной точки зрения непрерывная модель может оказаться более простой для изучения. Отметим, что в физической науке продолжается дискуссия о том, является ли реальное физическое время непрерывным или дискретным.

Обычно в достаточно крупные социально-экономические модели входят материальный, финансовый и социальный разделы. Материальный раздел - балансы продуктов, производственных мощностей, трудовых, природных ресурсов. Это раздел, описывающий основополагающие процессы, это уровень, обычно слабо подвластный управлению, особенно быстрому, поскольку весьма инерционен.

Финансовый раздел содержит балансы денежных потоков, правила формирования и использования фондов, правила ценообразования и.т.п. На этом уровне можно выделить много управляемых переменных. Они могут быть регуляторами.

Социальный раздел содержит сведения о поведении людей. Этот раздел вносит в модели принятия решений много неопределенностей, поскольку трудно точно правильно учесть такие факторы как трудоотдача, структура потребления, мотивация и.т.п.

При построении моделей, использующих дискретное время, часто применяют методы эконометрики. Среди них популярны регрессионные уравнения и их системы. Обычно используют уравнения не выше второго порядка, линейные по параметрам:

$$Y_i = \beta_0 + \sum_{j=1}^{k} \beta_j x_{ij} + \sum_{j=1}^{k} \sum_{f=1}^{k} \beta_{jf} x_{ij} x_{if} + e_i ,$$

где Y_i - переменная отклика;

x_{ij} - факторы, от которых зависит Y_i;

β_j - коэффициенты, которые характеризуют взаимодействие между Y_i и x_{ij};

β_{jf} - отражают взаимодействие между x_{ij} и x_{if};

e_i - ошибка модели,

i – номер наблюдения (измерения, опыта, анализа, испытания), $i = 1, 2, \ \ , n$

j – номер фактора (независимой переменной), j = 1,2,…, k.

Коэффициенты β_j, β_{jf} находят эконометрическими методами (см. [4]), например, методом наименьших квадратов. Различные системы регрессионных уравнений, построенные для решения практически важных задач, рассмотрены в [5]. Часто используют лаги (запаздывания в реакции). Для систем, нелинейных по параметрам, применение метода наименьших квадратов встречает трудности [4].

Четвертая часть учебника посвящена краткому обзору моделей, применяющихся наиболее часто. Большое количество конкретных эконометрических и математических моделей принятия решений рассмотрено в [5,6,7]. Обратим внимание, что популярные в настоящее время подходы к процессам бизнес-реинжиниринга основаны на активном использовании математических и информационных моделей [8].

4.1.2. Пример процесса подготовки решений на основе демографических моделей

Для подготовки и принятия решений в государственном и муниципальном управлении, в маркетинге, в стратегическом менеджменте и в других областях организационно-экономической деятельности необходимы прогнозы численности населения, его полового и возрастного состава.

Возможны два подхода к прогнозированию демографических характеристик. Можно взять временной ряд численности населения и прогнозировать его с помощью того или иного статистического или экспертного метода. При этом формирование модели формирования населения не предполагается. Несмотря на это, из-за большой инерционности демографических процессов такое «внешнее» прогнозирование оказывается полезным, особенно на небольших интервалах прогноза.

«Внешнее» прогнозирование не всегда позволяет разобраться в существе процесса. Рассмотрим, например, такой показатель, как смертность (число умерших на 1000 человек). Смертность зависит не только от здоровья населения, но и от его полового возрастного состава. Например, в «молодом» обществе, в котором много детей, а потому его численность растет, смертность будет маленькой, хотя старшее поколение может умирать сравнительно рано, в 40-50 лет. Наоборот, в стабилизировавшемся по численности или вырождающемся обществе, в котором много пожилых людей и мало молодежи, смертность будет велика.

Рост смертности может быть вызван двумя основными причинами – ухудшением социально-экономического положения населения и изменением половой и возрастной структуры населения. Однако если наблюдается резкий рост (или снижение) смертности, то это – результат действия первой причины, поскольку структура населения меняется медленно. Например, в СССР в результате антиалкогольной компании смертность заметно снизилась (относительно прогнозируемой по предыдущим годам зависимости), а в 1990-х годах резко повысилась, особенно в начале десятилетия, из-за снижения в разы жизненного уровня населения и тяжелой социально-экономической обстановки.

С рождаемостью ситуация сложнее, поскольку на нее влияют не только перечисленные причины, но и изменение стиля жизни. Если сто и более лет назад интересы большинства женщин были ориентированы на семью с большим числом детей (многие из которых умирали во младенчестве), то в течение XX в. значительная часть женской половины человечества стала заниматься прежде чисто мужскими профессиями. Перед ними возник выбор – рождение детей или профессиональное продвижение. В результате появилось понятие «планирование семьи», а рождаемость сократилась.

Правительства различных стран успешно занимались управлением рождаемостью. Для одних стран, таких, как Китай, Индия, целью было сокращение рождаемости. В странах с сильной государственной властью эффективными оказались административные методы. Например, в Китае в городах долгое время семье разрешалось иметь только одного ребенка. За рождением второго следовали санкции – штрафы, повышенная оплата за детские товары, медицинское обслуживание, обучение. Поскольку в европейских странах, таких, как Франция и Германия, падение рождаемости во второй половине XX в. угрожало депопуляцией, то для стимулирования рождаемости применялись такие экономические меры, как выплата значительных пособий на воспитание детей. Во Франции пособия на трех детей превышали среднюю заработную плату по стране. В результате снижение численности коренного населения удалось предотвратить.

Демографические модели. Для более точного демографического прогнозирования, количественного, а не только качественного, необходимо использовать модели динамики половозрастного состава населения. Такие модели основываются на прослеживании судьбы поколения, рожденного в определенный временной промежуток, например, в год t_0. Пусть всего в этот год родилось $N(t_0)$ человек. Далее каждый год их количество будет уменьшаться, пока не достигнет 0.

Через год численность поколения составит $N(t_0+1)$ человек. За год умерли $N(t_0+1)$ - $N(t_0)$ человек. Частота смерти за первый год составляет $q(1) = N(t_0+1)/N(t_0)$, а 1- $q(1)$ - частота того, что человек благополучно перейдет в следующую возрастную категорию. Ясно, что $N(t_0+1) = N(t_0)$ (1- $q(1)$).

Через два года численность поколения составит $N(t_0+2)$ человек. За второй год умерли $N(t_0+2)$ - $N(t_0+1)$ человек. Частота смерти за второй год составляет $q(2) = N(t_0+2)/N(t_0+1)$. При этом $(1- q(1))$ - частота того, что человек благополучно перейдет в следующую возрастную категорию. Ясно, что $N(t_0+2)= N(t_0)\ (1-q(1))(1- q(2))$.

И так далее. Через k лет, $k=1,2,3,\ldots,$ численность поколения составит $N(t_0+ k)$ человек. За k-ый год умерли $N(t_0+ k) - N(t_0+ (k-1))$ человек. Частота смерти за второй год составляет $q(k) = N(t_0+ k)/N(t_0+ (k-1))$. Очевидно, $1- q(k)$ - частота того, что человек благополучно перейдет в следующую возрастную категорию. Ясно, что $N(t_0+ k)= N(t_0)\ (1-q(1))(1- q(2))\ldots(1- q(k))$.

Возрастные коэффициенты смертности. Здесь $q(1),\ q(2),\ldots\ q(k),\ldots$- погодовые возрастные коэффициенты смертности. Это – частоты некоторых событий, т.е. оценки соответствующих вероятностей. Но поскольку наблюдений много, можно не делать различия между частотами и вероятностями. Возрастной коэффициент смертности $q(k)$ есть условная вероятность того, что человек, проживший $(k-1)$ лет, умрет в течение k-го года. Возрастные коэффициенты смертности рассчитывают не только для всего населения в целом, но отдельно для мужчин и женщин, для различных регионов, социальных групп (например, жителей крупных городов и сельских поселений). Часто используют более длинные промежутки времени, чем год, особенно при выделении поколений. Например, поколением считаются все, родившиеся с 1945 г. по 1954 г. Очевидно, возрастные коэффициенты смертности зависят от начала отсчета t_0 - от «даты рождения» поколения. Прослеживают судьбу поколения в течение 90-100 лет, поскольку в настоящее время лишь единицы живут дольше.

На возрастные коэффициенты смертности поколения никак не влияет половозрастная структура всего населения. А вот изменение социально-экономического положения и уровня медицинского обслуживания населения, как показывают статистические наблюдения, отражаются в изменении возрастных коэффициентов смертности. Например, в 1999 г. возрастные коэффициенты смертности российских мужчин женщин выросли (по сравнению с предыдущим годом) примерно на 10% для всех поколений от 20 до 60 лет [9, с.95]. Это наглядно говорит об ухудшении социально-экономической обстановки и условий жизни в 1999 г., что можно связать с двукратным падением уровня жизни среднего жителя России в результате экономического кризиса, последовавшего за дефолтом в августе 1998 г. [4, гл.8].

Погодовые возрастные коэффициенты смертности $q(1),\ q(2),\ldots$ $q(k),\ldots$ позволяют рассчитать различные демографические характеристики поколения. Например, вероятность $p(k)$ того, что продолжительность жизни представителя поколения составляет ровно k лет, равна вероятности того, что он переживет $(k\text{-}1)$ контрольных сроков и умрет до наступления k-го, т.е. равна

$$p(k) = (1 - q(1))(1 - q(2))\ldots(1 - q(k-1))q(k). \quad (1)$$

Таким образом, продолжительность жизни моделируется дискретной случайной величиной X с распределением

$$P(X = k) = p(k),\ \ k = 1,2,3,\ldots$$

Средняя продолжительность жизни в рассматриваемом поколении, т.е. математическое ожидание продолжительности жизни, есть

$$MX = \sum_{л=1}^{100} kp(k).$$

Строго говоря, все эти характеристики можно рассчитать только после того, как поколение закончит свой жизненный путь (по крайней мере через сто лет после начала отсчета t_0). Однако судьба ушедшего поколения волнует немногих. И возрастные коэффициенты смертности используются в демографии по-другому.

Базовая модель в демографии может быть описана так: возрастные коэффициенты смертности постоянны и равны значениям, рассчитанным за последний год. Это значит, что демографическая ситуация в год t описывается вероятностями $p_1(k)$, k = 1,2,…, причем $p_1(k) = p(k)$ для поколения, чей жизненный путь начался в году $t – k$. Таким образом, в 2003 г. вероятность $p_1(1)$ рассчитывается для рожденных в 2002 г., $p_1(2)$ – для детей 2001 года рождения, $p_1(3)$ - для поколения 2000 г.,…, $p_1(13)$ – для тех, кто родился в 1990 г., …, $p_1(33)$ – для поколения 1970 г.,…, $p_1(63)$ – для родившихся в 1940 г.,…, $p_1(93)$- для лиц 1910 г. рождения. Можно сконструировать случайную величину X_1 – продолжительность жизни в предположении постоянства имеющихся в фиксированный момент временных коэффициентов смертности. Ее распределение имеет вид $P(X_1 = k) = p_1(k),\ k = 1,2,3,...$

Средней ожидаемой продолжительностью предстоящей жизни (СОППЖ), или, короче и менее точно, ожидаемой продолжительностью жизни называется

$$MX_1 = \sum_{л=1}^{100} kp_1(k).$$

Средняя ожидаемая продолжительность предстоящей жизни – наиболее общая характеристика качества жизни. Чем она выше, тем лучше живут люди, тем лучше социально-экономические условия, медицина, обычаи.

Изменения СОППЖ в различные периоды времени имели различные причины. В первой половине XX в. СОППЖ росла в основном за счет снижения детской смертности. Затем наступила очередь снижения потерь в рабочих возрастах (20-60 лет). «Естественная» продолжительность жизни, при отсутствии ранних заболеваний, травм, убийств и самоубийств, сравнительно мало меняется во времени. Есть сведения [10], что она равна 89±5 лет.

СОППЖ в России. Приведем взятую из [9, с.84] табл.1

значений СОППЖ в России за 1960-1999 гг. Ее анализ показывает, что самым лучшим с точки зрения СОППЖ был 1965 год. Действительно, это был год, когда положение СССР в мире было самым лучшим за весь XX век. Последствия войн ушли в прошлое. Успехи СССР в мирном строительстве, в космосе, в области атомной энергии были общепризнанными. Социально-психологическое состояние населения было наилучшим за век.

По значениям СОППЖ выделяются два периода. В первом, с 1960 г. по 1990 г., СОППЖ для мужчин колеблется между 61,4 (1980 г.) и 64,6 (1964 г.), для женщин между 72,0 (1960 г.) и 74,3 (1990 г.). В дальнейшие годы (1991-1999) все значения СОППЖ для мужчин меньше, чем минимум за годы первого периода. Сначала идет резкое монотонное падение – с 63,8 лет в 1990 г. до 57,6 лет в 1994 г., всего на 6,2 года. Затем медленный подъем до 61,3 лет в 1998 г. И опять спад до 59,9 лет. Для женщин картина аналогичная, но менее выраженная. Сначала идет монотонное падение – с 74,3 лет в 1990 г. до 71,2 лет в 1994 г., всего на 3,1 года. Затем медленный подъем до 72,9 лет в 1998 г. И опять спад до 72,4 лет. Это меньше, чем любое значение за период 1965-1990 гг. Табл.1 демонстрирует корреляцию изменений СОППЖ и социально-экономического положения населения. Наибольшее падение СОППЖ как для мужчин, так и для женщин приходится на годы наиболее резкого снижения жизненного уровня, а именно, 1992-1994 гг. и 1999 г.

Таблица 1

Средняя ожидаемая продолжительность предстоящей жизни в России

Год	Мужчины	Женщины	Среднегодовой прирост	
			Мужчины	Женщины
1	63,6	72,0		

960				
1 965	64,6	73,4	0,19	0,28
1 970	63,1	73,4	-0,29	0,01
1 975	62,5	73,2	-013	-005
1 980	61,4	72,9	-0,22	-0,07
1 985	62,8	73,3	0,27	0,10
1 990	63,8	74,3	0,21	0,21
1 991	63,5	74,3	-0,27	-0,08
1 992	62,0	73,8	-1,50	-0,50
1 993	58,9	71,9	-3,09	-1,92
1 994	57,6	71,2	-1,32	-0,70
1 995	58,3	71,7	0,68	0,52
1 996	59,8	72,5	1,48	0,79
1 997	60,8	72,9	1,00	0,40
1 998	61,3	72,9	0,55	0,04
1 999	59,9	72,5	-1,37	-0,55

Артефакт или факт? Как и иные данные о социально-экономических явлениях и процессах, демографические данные зачастую пытаются интерпретировать в угоду политическим концепциям. Например, в [9, с.90] утверждается, что «небывалый в мирное время подъем смертности в России в первой половине 1990-х годов – артефакт». Значительное снижение СОППЖ (табл.1), значительное возрастание смертности в рабочих возрастах (см. табл.2 и [9, с.87]) и другие факты неопровержимо свидетельствуют, что небывалый в мирное время подъем смертности в России в первой половине 1990-х годов – достоверный факт.

Таблица 2.

Возрастные коэффициенты смертности (число смертей на 1000 человек) в России в 1991-1998 г. [11, с.309].

Возрастные группы	1991	1994	1998	1994/1991(%)
Мужчины				
15-19	1,7	2,1	1,9	123
20-24	2,7	4,0	4,1	148
25-29	3,5	5,5	4.6	157
30-34	4,5	7,7	5,8	171
35-39	5,9	10,6	7,5	180
40-44	8,0	15,2	10,2	190
45-49	11,6	20,8	14,4	179
50-54	16,5	29,1	19,5	176
55-59	23,3	36,2	28,6	155
60-64	34,6	51,0	38,1	136
65-69	47,3	64,2	55,3	136

70 и старше	104,0	121,4	97,0	116
Женщины				
15-19	0,7	0,8	0,8	114
20-24	0,7	1,0	1,0	143
25-29	0,9	1,3	1,2	143
30-34	1,1	1,8	1,5	164
35-39	1,6	2,7	2,0	169
40-44	2,5	4,2	2,8	168
45-49	3,8	6,2	4,4	163
50-54	5,5	9,0	6,4	163
55-59	8,6	12,3	10,0	143
60-64	13,6	18,4	14,5	135
65-69	22,0	27,1	24,1	123
70 и старше	78,1	89,6	77,5	115

Как же авторы [9] пытаются его опровергнуть? Во-первых, они пользуются не возрастными коэффициентами смертности, а данными об общем чисел умерших [9, с.86], пытаясь скрыть потери от «реформ» среди всех умерших, число которых монотонно возрастает в соответствии с общим постарением населения. Во вторых, они анализируют совместно два последовательных процесса – снижение смертности в 1985-1987 гг. в результате антиалкогольной компании и повышение смертности в 1991-1994 гг. вследствие «реформ». Они показывают, что мужские поколения, родившиеся между 1945 г. и 1984 г., и женские поколения, родившиеся между 1945 и 1974 г. (т.е. основные рабочие возраста), от совместного действия этих дух процессов проиграли, остальные (дети и пожилые люди) несколько выиграли [9, с.87]. Это говорит только о том, что положительный эффект антиалкогольной компании оказался перекрыт потерями населения в первые годы «реформ», но не может привести к выводу об отрицании этих потерь.

Из двух указанных ошибок первая является основной. Анализ возрастных коэффициентов – основа изучения демографических процессов. Как отмечено вначале пункта, попытки анализировать сводные характеристики непосредственно порождают ошибки.

Рождаемость. При изучении рождаемости необходимо, во-первых, знать численность женских контингентов (поколений) различных возрастов, во-вторых, иметь возрастные коэффициенты рождаемости, например, число рождений на 1000 женщин соответствующего возраста.

Как и при изучении смертности, возможны два подхода к моделированию процесса рождаемости. В первом из них прослеживается судьба женской части поколения. Пусть $N_1(t_0)$ – численность поколения (число девочек, родившихся в год t_0), а– Число женщин, доживших до k лет, обозначим $N(t_0)p_2(k)$. (Обратите внимание, что вероятности $p_2(k)$ имеют иной смысл, чем при рассмотрении смертности. Они являются аналогом функции распределения, а не плотности.) Число детей, рожденных женщинами этого поколения в k-й год, обозначим $\alpha(k)N(t_0)p_2(k)$. Здесь $\alpha(k)$ - возрастной коэффициент рождаемости.

Во втором подходе возрастные коэффициенты рождаемости для всех поколений принимаются равными, причем равными тем, что имеют быть в последний рассматриваемый год (подробнее этот подход расписан выше при обсуждении сводных характеристик смертности). Пусть $\alpha_1(k)$, k = 1,2,…, - соответствующие возрастные коэффициенты рождаемости, $p_3(k)$ - доли женщин, доживших до k лет (на анализируемый год). Пусть случайная величина Y – число детей, рожденных одной конкретной женщиной. Основная сводная характеристика рождаемости – коэффициент суммарной рождаемости, т.е. среднее число рожденных детей на одну женщину, т.е.

$$M(Y) = \sum_{л=1}^{100} \alpha_1(k) p_3(k).$$

В табл.3 приведены коэффициенты суммарной рождаемости по годам с разбивкой на городских и сельских жителей [9,с.40,44]. Очевидно, в перспективе (в следующем поколении через 20-30 лет) население будет расти, если в среднем на одну женщину приходится более двух детей, и уменьшаться, если менее двух. Если коэффициент суммарной рождаемости около 2,0, то ситуация является пограничной и неустойчивой.

Таблица 3.

Коэффициенты суммарной рождаемости в России

Годы	Коэффициенты суммарной рождаемости		
	Город	Село	Всего
1970	1,70	3,38	2,00
1980	1,71	2,50	1,89
1990	1,83	2,63	1,89
1995	1,24	1,84	1,34
1999	1,07	1,48	1,17

Из табл.3 очевидно, что из пограничного состояния 1970 г. страна перешла в область депопуляции, причем ситуация резко ухудшилась в годы «реформ». Обратим внимание на различие между городом и селом. В 1970-1990 гг. сельское (по месту рождения) население увеличивалось, в то время как город в течение всего рассматриваемого периода не обеспечивал воспроизводство населения. Это различие указывает на принципиальную возможность управления демографическими процессами.

Миграция. Большое значение в изменении численности населения страны играет миграция. Разность между числом прибывших в страну и числом уехавших называется чистой миграцией. Разность между числом родившихся и числом умерших называется естественным приростом. Общий прирост населения есть сумма естественного прироста и чистой миграции. В табл.4 [9, с.7] приведены сведения о численности населения России во второй половине XX в. и компонентах ее изменения. Из нее видно, что чистая миграция составляет заметную часть от изменения численности населения.

Таблица 4.

Изменение численности населения России

Год	Численность населения в конце года (тыс. чел.)	Изменение численности населения		
		Общий прирост (тыс. чел.)	В том числе	
			Естественный прирост	Чистая миграция
1955	112266	9321	9160	161
1	120766	85	9515	-1015

960		00		
1965	127189	6423	7067	-644
1970	130704	3515	4180	-195
1975	134690	3986	4180	-195
1980	139028	4338	3730	607
1985	143835	4807	3939	869
1990	148543	4707	3649	1058
1991	148704	162	110	52
1992	148673	-31	-207	176
1993	148366	-308	-738	430
1994	148306	-60	-870	810
1995	147976	-330	-832	502
1996	147502	-474	-818	344
1997	147105	-398	-751	353
1998	146693	-411	-696	285
1999	145925	-768	-923	155
2000	145185	-740	-954	214

Замечание. Демографические данные получают в результате учета населения, проводимого государственными органами. Система учета такова, что прибывшие в страну мигранты в дальнейшем «растворяются» среди коренного населения, смертность и рождаемость среди недавних мигрантов не отделяются от таковых среди коренного населения. Это приводит к тому, что возрастные коэффициенты типа $p_1(k)$ рассчитываются с учетом мигрантов. Прослеживание судьбы поколения и нахождение коэффициентов типа $p(k)$ становится невозможным из–за эмиграции части поколения. Если возрастные коэффициенты коренного населения и мигрантов сильно различаются, то искажение итоговых демографических характеристик населения может быть заметным. Однако в российской ситуации начала XXI века указанным различием можно пренебречь.

Прогнозирование демографической ситуации. Считая возрастные коэффициенты смертности и рождаемости постоянными, можно рассчитать прогнозируемое изменение половозрастной структуры населения (при отсутствии миграции).

Обычно прогнозирование проводят, исходя из некоторого числа сценариев развития ситуации. Например, в 2000 г. опубликован официальный прогноз Госкомстата РФ изменения численности структуры населения на 2000-2015 гг. [12]. В нем рассмотрено три сценария – оптимистический, вероятный и пессимистический.

Оптимистический сценарий предполагает экономический рост, повышение уровня жизни, а потому увеличение рождаемости, средней ожидаемой продолжительности предстоящей жизни (СОППЖ), а также достаточно высокую миграционную подвижность.

В вероятном сценарии предполагается постепенное улучшение социально-экономической ситуации в России, но гораздо более медленными темпами, чем в оптимистическом сценарии.

В пессимистическом сценарии стагнация сложившейся экономической ситуации влечет сохранение негативных тенденций в области смертности и миграции и делает маловероятным повышение рождаемости.

Динамика коэффициентов суммарной рождаемости приведена в табл.5. Отметим, что даже для оптимистического сценария невозможен выход на уровень простого воспроизводства. Это связано с накопившимися негативными тенденциями в структуре населения и невозможностью быстрого изменения возрастных коэффициентов рождаемости.

Таблица 5

Среднее число детей на одну женщину

Сценарий		1999	2005	2010	2015
Пессимистический	Город	1,072	0,946	0,873	0,800
	Село	1,479	1,223	1,052	0,932
Вероятный	Город	1,072	1,062	1,131	1,200
	Село	1,479	1,429	1,382	1,360
Оптимистический	Город	1,072	1,177	1,388	1,600
	Село	1,479	1,634	1,711	1,788

В табл.6 приведены прогнозные значения продолжительности жизни. В вероятном сценарии предполагается выйти на уровень 1960-1990-х годов, в оптимистическом превзойти его.

Таблица 6

Средняя ожидаемая продолжительность предстоящей жизни, лет

Сценарий		1999	2005	2010	2015
Пессими	Му	5	5	5	5

стический	жчины	9,9	9,7	9,7	9,7
	Женщины	72,4	72,3	72,3	72,3
Вероятный	Мужчины	59,9	60,8	61,5	62,3
	Женщины	72,4	73,0	73,4	73,8
Оптимистический	Мужчины	59,9	62,0	63,4	64,9
	Женщины	72,4	73,8	74,6	75,4

Труднее всего спрогнозировать будущую миграцию, поскольку она определяется развитием внутриполитической и социально-экономической ситуации во многих странах, связанных с Россией миграционными потоками. Мнение Госкомстата РФ отражено в табл.7.

Таблица 7

Прогноз чистой миграции (тыс. человек в год) на 2000-2015 гг.

Сценарий	1999	2005	2010	2015
Пессимистический	154,6	-0,5	-15,0	-22,1
Вероятный	154,6	167,1	148,4	133,3
Оптимистический	154,6	323,2	300,1	278,3

Прогноз фактической численности населения России приведен в табл.8. К 2015 г. население уменьшится. По пессимистическому сценарию – на 20,2 миллиона человек по сравнению с 1999 г.; по вероятному – на 11,5 миллиона; по оптимистическому – на 3,1 миллиона. И только для оптимистического варианта намечается небольшой подъем с 2010 г. по 2015 г. (на 0,1 млн. человек).

Таблица 8

Прогноз численности населения России (млн. человек)

Сценарий	1999	2005	2010	2015
Пессимистический	145,9	139,3	133,0	125,7
Вероятный	145,9	141,2	137,9	134,4
Оптимистический	145,9	143,1	142,7	142,8

Из приведенных результатов прогнозирования вытекают вполне определенные выводы, в частности, в области стратегического менеджмента. Сокращение численности населения означает, грубо говоря, сокращение внутреннего рынка. При более подробных расчетах можно получить прогнозируемую динамику для различных возрастных групп и соответствующие экономические выводы. Например, падение общего числа рождений в 1990-х годах (грубо говоря, в 2 раза) влечет в дальнейшем сокращение рынка образовательных услуг и рынка труда, а также числа лиц, годных к военной службе. После 2005 г. численность населения в рабочих возрастах начнет быстро снижаться, а доля пенсионеров в численности населения - возрастать, что, очевидно, вызовет трудности в пенсионном обеспечении. И т.д.

Различные виды прогнозов. При рассмотрении моделей взаимосвязи факторов типа ЖОК мы увидим (раздел 4.5), что при моделировании развития какого-либо социально-экономического процесса целесообразно рассматривать три типа сценариев: «Пассивный», «Активный» и «Цель». Первый из них соответствует случаю, когда не меняются эндогенные параметры (т.е. внешние по отношению к моделируемой системе параметры, обычно параметры управления). Сценарии второго типа соответствуют заданным законам изменения параметров управления. Для сценариев типа «Цель» для заданных целевых ограничений или значений параметров находятся способы управления (правила изменения параметров управления), обеспечивающие оптимальное (в том или ном смысле) достижение цели.

В Центре демографии и экологии человека Института народнохозяйственного прогнозирования РАН разработана система сценариев демографических прогнозов на период до 2050 г. [9]. Четыре сценария рассчитаны в предположении нулевой чистой миграции (эндогенными переменными, т.е. переменными управления, являются показатели рождаемости и смертности, а именно, число рождений на одну женщину, средняя продолжительность жизни мужчин и женщин):

Сценарий 1: низкая рождаемость (1,3 рождения на одну женщину; в 1999 г. в России – 1,17 рождений на одну женщину), высокая смертность (СОППЖ для мужчин – 59,9 лет, для женщин – 72,5 лет, как в 1999 г.).

Сценарий 2: низкая рождаемость (как в сценарии 1), снижающаяся смертность (СОППЖ растет и к 2050 г. достигает 77,0 лет для мужчин и 83,0 лет для женщин).

Сценарий 3: растущая рождаемость (к 2050 г. поднимается до 2,0 рождений на одну женщину), высокая смертность (как в 199 г.).

Сценарий 4: растущая рождаемость (как в сценарии 3) и снижающая смертность (как в сценарии 2).

Сценарий 1 относится к типу «Пассивный», сценарии 2-4 – к типу «Активный». Прогноз численности населения приведен в табл.9. Только сценарий 4 соответствует выходу России из демографического тупика – достижению к 2050 г. воспроизводимости населения и повышению средней продолжительности жизни до уровня передовых в этом отношении стран. Однако и в этом случае из-за накопившихся к настоящему моменту проблем населению России предстоит сократиться в ближайшие 50 лет на 33,5 млн. человек, т.е. на 23%.

Таблица 9

Прогноз численности населения России (млн. человек)

Год	Сценарий 1	Сценарий 2	Сценарий 3	Сценарий 4
2000	145,2	145,2	145,2	145,2
2025	121,4	128,0	122,2	128,8
2050	86,5	103,3	94,5	111,7

Введем в рассмотрение миграцию как параметр управления, позволяющий достигать те или иные цели. Первая цель – сохранить численность населения России на уровне 2000 г. Значения чистой миграции, необходимые для достижения этой цели, приведены в табл.10 (в предположениях сценариев 1-4 о характеристиках рождаемости и смертности).

Таблица 10

Среднегодовой миграционный прирост (тыс. человек), обеспечивающий сохранение численности населения России

Год/период	Сценарий 1	Сценарий 2	Сценарий 3	Сценарий 4
2000	214	214	214	214
2000-2025	1040	738	1002	702
2025-2050	1712	1066	1263	677

Приведенные в табл.10 значения среднегодового миграционного прироста в несколько раз превышают его значение на 2000 г. Динамика среднегодового миграционного прироста в 1990-х годах (табл.4) показывает, что после всплеска в первые годы после развала СССР наблюдается тенденция к стабилизации этого показателя. Следовательно, нет веских оснований надеяться на то, что за счет сложившегося механизма миграции удастся стабилизировать численность населения России.

Тем более не удастся обеспечить его увеличение, например, на 0,5% в год (в 1970-1980-х годах численность населения России росла на 0,6-0,7% в год). Соответствующие ежегодному росту на 0,5 % в 2000-2050 гг. значения миграционного прироста приведены в табл.11. Эти значения по сравнению с данными табл.10 выросли примерно в 2 раза.

Анализ рассмотренных сценариев типа «Цель» показывают, что для обеспечения сохранения или, тем более, роста численности населения России за счет миграции следует изменить сложившийся механизм миграции. Из табл.11 следует, что за 50 лет чистая миграция должна составить 75-140 миллионов человек. Русская диаспора составляет порядка 30 миллионов человек и может дать не более половины нужного числа мигрантов.

Таблица 11

Среднегодовой миграционный прирост (тыс. человек), дающий прирост численности населения России на 0,5% в год

Год/период	Сценарий 1	Сценарий 2	Сценарий 3	Сценарий 4
2000	214	214	214	214
2000-2025	1878	1550	1836	1510
2025-2050	2825	2028	2268	1542

Методы управления демографическими процессами. Государственная власть и общественные движения могут влиять на демографические процессы, т.е. осуществлять управления ими. Среди методов управления можно выделить административно-правовые, экономические, социально-психологические.

К административно-правовым относятся, например, правила, регулирующие возможность искусственного прерывания беременности. Исторический опыт показывает, что запрещение абортов, хотя и влечет некоторые отрицательные последствия, в целом приводит к повышению рождаемости. В некоторых странах прибегают к административно-правовым методам сокращения рождаемости. Речь идет, например, о популярной в США идее о принудительной стерилизации безработных, уже имеющих детей.

К снижению смертности приводит борьба с алкоголизмом и наркоманией. Ранее обсуждалось увеличение средней продолжительности жизни (СОППЖ) в результате антиалкогольной компании 1980-х годов. Законы, регулирующие миграцию и права переселенцев, очевидным образом влияют на численность населения. А иногда, при поощрении миграции лиц определенных возрастных групп, эти законы влияют также на показатели смертности и рождаемости.

К экономическим методам управления демографическими процессами относится прежде всего система пособий на детей, позволяющая в ряде случаев нейтрализовать материальные потери, которые несут семьи при появлении детей (потеря в заработке матери и расходы непосредственно на детей). Весьма эффективны вложения в систему здравоохранения, позволяющие сократить младенческую смертность и продлить жизнь пожилым людям. Необходимо упомянуть расходы на охрану труда и повышение промышленной безопасности, снижающие смертность в рабочих возрастах. Весьма важным является экономическое стимулирование различных форм оздоровления. Ясно, что экономическая поддержка мигрантов (первоначальная поддержка, сохранение пенсионных прав и др.) способствует росту населения страны.

Многообразны социально-психологические методы управления демографическими процессами. Господствующие в обществе взгляды весьма сильно влияют, например, на рождаемость. В традиционном обществе она существенно выше (это наглядно видно при сравнении сельского и городского населения России). Большое влияние (как на рождаемость, так и на смертность) имеет сложившийся в определенный момент времени оптимистический или пессимистический настрой в обществе. Различные движения «за здоровый образ жизни» могут снизить смертность, а терпимость к вредным привычкам – повысить ее. На миграционные процессы сильно влияет отношение масс к иммиграции и эмиграции. Совершенно очевидно, что государство и общественные структуры могут влиять на психологию масс, в частности, через средства массовой информации.

Ясно, что управление демографическими процессами должно быть комплексным. Методы управления многообразны, невозможно выделить только один или небольшое их число. Необходимо разрабатывать и реализовывать развернутые программы действий, включающие весьма много конкретных мероприятий. Это могут быть федеральные или региональные программы, программы партий или общественных объединений.

Управление персоналом на конкретном предприятии также требует разработки моделей движения персонала. Первый этап – прогнозирование этого движения. Кроме рождаемости в женской части коллектива, ухода на пенсию и смертности необходимо учитывать поступление на работу и увольнения, а также передвижение кадров внутри предприятия.

На основе прогнозирования, в том числе с помощью сценариев типа «Активный» и «Цель», проводится процесс принятия решений, в частности, планирование, а в процессе осуществления плана – контроль. На современном этапе весьма актуален контроллинг в области демографического менеджмента.

4.1.3. Математическое моделирование при принятии решений

Математическое моделирование экономических явлений и процессов с целью обеспечения принятия решений - область научно-практической деятельности, получившая мощный стимул к развитию во время и сразу после второй мировой войны. Эта тематика развивалась в рамках интеллектуального движения, связанного с терминами "кибернетика" (в нашей стране для ее развития много сделал Научный Совет АН СССР по комплексной проблеме "Кибернетика"), "исследование операций", а позже - "системный анализ", "информатика".

Впрочем, имелась и вполне практическая задача - контроль качества боеприпасов, вышедшая на первый план именно в годы второй мировой войны. Методы статистического контроля качества приносят (по западной оценке, обсуждаемой в [13], и по нашему мнению, основанному на опыте СССР и России, в частности, анализе организационно-экономических результатов работы служб технического контроля на промышленных предприятиях) наибольший экономический эффект среди всех экономико-математических методов принятия решений. Только дополнительный доход от их применения в промышленности США оценивается как 0,8 % валового национального продукта США, т.е. 24 миллиардов долларов (в ценах 2003 г.).

Для ориентации в практически необозримом море математических моделей экономических явлений и процессов (короче: экономико-математических моделей), необходима их классификация. Первым основанием для классификации служит отношение к практической деятельности. Экономико-математические модели делятся на:

1) ориентированные на практическое использование (примерами служат модели статистического контроля, с помощью которых принимается решение о приемке или забраковании партии конкретной продукции),

2) модели, которые практически использовать невозможно (примерами служат модели "основного уравнения количественной теории денег" или "спирали ЦЕНЫ - ЗАРПЛАТА" в учебнике макроэкономики [14]).

Экономико-математическое моделирование. Лучшее введение в проблемы построения экономико-математических моделей, особенно ориентированных на практическое использование в задачах принятия решений - это книги Н.Н.Моисеева [15] и В.А. Лотова [16]. Общие проблемы математического моделирования реальных явлений и систем рассматриваются в монографиях Н.П.Бусленко [17], Дж.Кемени и Дж.Снелла [18] , Н.Н.Моисеева [3, 19], Дж. фон Неймана и О.Моргенштейна [20] и многих иных монографиях. Имеется большое число сборников научных статей, посвященных математическим моделям в экономике. Отметим большое практическое значение моделей логистики или, в другой терминологии, управления запасами [7, 21]. В последние годы интерес вызывает моделирование финансового рынка.

Важная проблема - учет неопределенности. Основное место она занимает в вероятностно-статистических моделях экономических и социально-экономических явлений и процессов. Проблемы устойчивости (к допустимым отклонениям исходных данных и предпосылок модели) для социально-экономических моделей рассматриваются в [7].

Особое место занимают имитационные системы, позволяющие отвечать на вопросы типа: "Что будет, если...?" (Как подчеркнуто в [3, с.212], «любая модель, в принципе, имитационная, ибо она имитирует реальность».) Основа имитации (смысл которой мы будем понимать как анализ экономического явления с помощью вариантных расчетов) - это математическая модель. Согласно [3, с.213] имитационная система - это совокупность моделей, имитирующих протекание изучаемого процесса, объединенная со специальной системой вспомогательных программ и информационной базой, позволяющих достаточно просто и оперативно реализовать вариантные расчеты. Таким образом, под имитацией понимается численный метод проведения машинных экспериментов с математическими моделями, описывающими поведение сложных систем в течение продолжительных периодов времени [5, с.9], при этом имитационный эксперимент состоит из следующих 6 этапов:

1) формулировка задачи,

2) построение математической модели,

3) составление программы для ЭВМ,

4) оценка пригодности модели,

5) планирование эксперимента,

6) обработка результатов эксперимента.

Несколько иной (более подробный) список этапов дан в [22].

Имитационное моделирование (simulation modelling) широко применяется в различных областях, в том числе в экономике [5]. Наиболее перспективным представляется синтез экспертных систем и математических моделей, впервые осуществленный в нашей стране еще в 70-е годы [23].

Математические методы в экономике. При построении, изучении и применении экономико-математических моделей принятия решений используются различные математические методы, именуемые в данном контексте экономико-математическими (хотя они, как правило, могут с успехом использоваться вне экономики, как, в частности, эконометрические методы анализа эмпирических экономических данных). По математическим методам в экономике имеются многочисленные монографии и сборники статей. Экономико-математические методы можно разделить на несколько групп:

- методы оптимизации,
- - методы, учитывающие неопределенность, прежде всего вероятностно-статистические,
- методы построения и анализа имитационных моделей,
- методы анализа конфликтных ситуаций (теории игр).

Во всех этих группах можно выделить статическую и динамическую постановки. При наличии фактора времени используют дифференциальные уравнения и разностные методы.

Рассмотрим перечисленные группы методов по отдельности.

Методы оптимизации. Со времен классических работ [24, 25] нобелевского лауреата по экономике академика АН СССР Л.В.Канторовича один из основных классов экономико-математических методов - это методы оптимизации. Оптимальному управлению на основе экономико-математических моделей посвящена обширная литература [22, 26], в ней используются такие термины, как оптимальное программирование и оптимальное планирование. В случае одного критерия принципиальных сложностей нет - применяют диалоговые компьютерные системы. Сложные проблемы - это выбор целевых функций [27], оценка устойчивости принципов оптимальности [7], многокритериальность [28]. Для построения моделей с целью принятия решений используют теорию полезности [29].

Вероятностно-статистические модели. Исходная научная база таких моделей - теория вероятностей и математическая статистика. Выделяют как самостоятельное направление прикладную статистику. Она включает в себя прикладную математическую статистику, ее программное обеспечение и методы сбора статистических данных и интерпретации результатов расчетов. Только первая из этих трех областей одновременно входит и в математическую статистику. Последняя включает в себя также чисто математическую область, в которой статистические структуры рассматриваются как математические объекты. Они изучаются внутриматематическими методами. Эту область научных исследований в ряде публикаций называют "аналитической статистикой". Таким образом, математическая статистика состоит из прикладной математической статистики, ориентированной на практическое применение, и ветви чистой математики под названием "аналитическая статистика", полезность которой для применений не подтверждена. Можно всю жизнь доказывать теоремы в аналитической статистике, ни разу не обработав реальные данные и даже не думая об этом. В настоящее время аналитическая статистика постепенно вытесняет прикладную математическую статистику из научных журналов и учебных курсов. Так, в основном в России журнале по теории вероятностей и математической статистике "Теория вероятностей и ее применения" уже почти не встретишь статей, имеющих отношение к работе с реальными данными (см. ниже критику т.н. "математической экономики").

Статистические методы активно применяются в различных областях экономики, причем в России - уже более 150 лет. Как известно, эконометрика (или эконометрия) - это статистические методы анализа эмпирических экономических данных [4]. Однако в нашей стране этот термин употреблялся почти исключительно в переводной литературе [30-38].

Имеются многочисленные публикации по различным конкретным разделам прикладной статистики и эконометрии:

- по регрессионному анализу (методам восстановления зависимости и построения моделей, прежде всего линейных);

- по планированию эксперимента;

- по методам классификации (дискриминантного анализа, кластер-анализа, автоматической классификации, распознавания образов, систематики и типологии, теории группировок);

- по многомерному статистическому анализу экономической информации;

- по методам анализа и прогнозирования временных рядов;

- по теории робастности (robustness), т.е. устойчивости статистических процедур к допустимым отклонениям исходных данных и предпосылок модели [4, 7],

- по использованию различных индексов [39], в частности, индекса инфляции [4].

Основной журнал в России, в котором публикуются исследования по прикладной статистике и особенно по планированию эксперимента - это "Заводская лаборатория" (секция "Математические методы исследования").

Статистика объектов нечисловой природы. С 1970-х годов все большее значение приобретает область статистических методов, посвященная анализу статистических данных нечисловой природы, т.е. результатов измерений по качественным и разнотипным признакам; бинарных отношений (ранжировок, разбиений (классификаций), толерантностей и др.); результатов парных сравнений; векторов из 0 и 1 (люсианов); множеств, нечетких множеств; текстов; как обобщение - элементов пространств произвольной природы, в которых нет линейной структуры, но есть метрика или показатель различия [4]. Сводка основных подходов и результатов статистики объектов нечисловой природы, или статистики нечисловых данных, дана в монографиях [4, 7, 40, 41], сборнике статей [42].

Большое значение для развития статистики объектов нечисловой природы в России имела монография Дж. Кемени и

Дж.Снелла [18] и работы по теории измерений [43, 44]. В применении к теории средних удалось установить вид средних величин, адекватных тем или иным шкалам измерения [7], что имеет отношение также к социально-политическим исследованиям, в частности, к теории рейтингов. Теория измерений применялась в социологии (Ю.Н.Толстова) и других областях (подробнее см. главу 2.1 выше).

Одно из основных применений статистики объектов нечисловой природы - теория и практика экспертных оценок, связанные с теорией статистических решений [45-47] и проблемами голосования.

Большое значение придается различным способам описания неопределенности. Традиционное вероятностно-статистическое описание с интуитивной точки зрения применимо лишь к массовым событиям. Для единичных событий целесообразно применять теорию субъективных вероятностей и теорию нечетких множеств (fuzzy sets). которая развивалась ее основателем Л.Заде для описания суждений человека, для которого переход от "принадлежности" к множеству к "непринадлежности" не скачкообразен, а непрерывен. Первой монографией российского автора по теории нечеткости была книга А.И.Орлова [41]. По теории нечеткости сейчас уже имеется большое число публикаций. Давно обсуждаются связи между теорией нечеткости и теорией вероятностей. В [7] доказано, что теория нечетких множеств в определенном смысле сводится к теории случайных множеств, однако эта связь носит, возможно, чисто теоретический характер.

В 1980-е годы стала развиваться интервальная статистика [4, 48, 49] - часть статистики нечетких данных, в которой функция принадлежности, описывающая размытость, принимает значение 1 на некотором интервале, а вне его - значение 0. Другими словами, исходные данные, в том числе элементы выборки - не числа, а интервалы. Интервальная статистика тем самым связана с интервальной математикой, в частности, с интервальной оптимизацией.

Теория конфликтных ситуаций (теория игр). Теория игр (более подходящее название - теория конфликта, или теория конфликтных ситуаций) зародилась как теория рационального поведения двух игроков с противоположными интересами. Она наиболее проста, когда каждый из них стремится минимизировать свой средний проигрыш, т.е. максимизировать свой средний выигрыш. Отсюда ясно, что теория игр склонна излишне упрощать реальное поведение в ситуации конфликта. Участники конфликта могут оценивать свой риск по иным критериям. В случае нескольких игроков возможны коалиции. Большое значение имеет устойчивость точек равновесия и коалиций.

В экономике еще 150 лет назад теория дуополии (конкуренции двух фирм) О.Курно была развита на основе соображений, которые мы сейчас относим к теории игр. Новый толчок дан классической монографией Дж. фон Неймана и О.Моргенштейна [20], вышедшей вскоре после второй мировой войны. В учебниках по экономике обычно разбирается "дилемма заключенного" и точка равновесия по Нэшу (ему присуждена Нобелевская премия по экономике за 1994 г.).

По теории игр имеется обширная литература, часть из которой непосредственно адресована экономистам. Однако в практической работе теория игр почти не используется. Если же это происходит, то она обычно выступает как часть более широкого подхода, ассоциированного с терминами "принятие решений" [45, 46], "конфликтная ситуация" [50].

Критика математической экономики. Второе из указанных во введении к подразделу направлений экономико-математического моделирования, т.е. посвященное моделям, которые непосредственно использовать в практической работе невозможно, обычно связывается с термином "математическая экономика". О нем акад. РАН

Н.Н.Моисеев писал:

"...Имеется развитое направление исследований, получившее название математической экономики. В работах, относящихся к этому направлению, изучаются свойства математических моделей, построенных на основе формализации некоторых понятий экономической науки, таких как, например, конкурентное равновесие. Используя некоторые предположения о функциональных зависимостях (например, о выпуклости функций и множеств), исследователи анализируют общие свойства моделей - доказывают теоремы о существовании экстремальных значений тех или иных параметров, изучают свойства точек равновесия, траекторий равновесного роста и т.д. Эти исследования содействовали становлению экономико-математических методов, помогали и помогают отточить математические методы, используемые в прикладных исследованиях. Однако с развитием математической экономики рассматриваемые в ней проблемы все более уходили от экономической реальности и становились чисто математическими. В результате этого в настоящее время математическая экономика представляет собой своеобразный раздел математики, изучающий математические конструкции, которые лишь с большой степенью произвола можно назвать экономическими моделями..." (из предисловия к учебному пособию А.В. Лотова "Введение в экономико-математическое моделирование" [16, с.6]).

В чем причины отмеченных акад. Н.Н.Моисеевым недостатков в развитии математической экономики? Одна из них такова. В теоретическую и практическую экономику устремилось большое число людей из других сфер деятельности, которые хотят получать деньги как экономисты, но не хотят становиться ими по существу. В частности, большой вред наносят математики, выдающие себя за экономистов. Чтобы подтвердить свои претензии, они используют экономические термины для обозначения математических понятий, а затем доказывают свои любимые теоремы и требуют того же от студентов, а также добиваются финансирования, заявляя о своих достижениях в экономической науке. Беда, однако, в том, что эти теоремы не нужны для практической деятельности экономистов. Однако это не волнует математиков, выдающих себя за экономистов, как не волнуют и растрата денег налогоплательщиков и спонсоров, и судьбы студентов, которые потратят годы учебы на схоластику, никому не нужную.

Математическую экономику, т.е. математику, выраженную в псевдоэкономических терминах, мы вслед за акад. Н.Н.Моисеевым квалифицируем как псевдонауку. В то же время необходимо подчеркнуть, что методы математического моделирования реальных экономических явлений и процессов, разумеется, полезны и необходимы, в частности, для успешной работы менеджеров, экономистов и инженеров, как на предприятиях, так и на государственной службе. Но нужны только те математические результаты, которые помогают экономисту в работе, в частности, методы теории принятия решений, эконометрики, прикладной математической статистики, экспертных оценок (в частности, сценарный метод).

Нельзя не согласиться с тем очевидным утверждением, что некоторые теоретические работы, которые в настоящее время не удается связать с практикой, в будущем могут оказаться полезными для решения реальных задач. Лучший пример - история ядерной физики. Однако нельзя не указать на многочисленные монографии и сборники статей, в которых чисто математические рассуждения даны «под экономическим соусом».

Неправильное использование экономико-математических моделей. Экономико-математические модели иногда используются в качестве "дымовой завесы" для пропаганды сомнительных с научной точки зрения воззрений. В качестве примера рассмотрим некоторые западные курсы "экономикс".

Они построены, естественно, на обобщении западной экономической жизни. Так, потребитель предполагается совершенно рациональным, точно знающим, что он хочет максимизировать (т.е. знающим свою функцию полезности), а также полностью игнорирующим всех остальных потребителей, действующим совершенно самостоятельно. Общество состоит из эгоистичных индивидуумов-атомов, отстаивающих только свои интересы, т.е. живущих по принципу "человек человеку - волк". Законы правового государства удерживают такое общество от самоуничтожения.

Возможно, такая экономико-математическая модель годится для жителей западных стран, прежде всего США. Бесспорно совершенно, что она не годится для нас, для русских. Мы плохо знаем, что нам нужно, действуем под влиянием друзей, общественного мнения, моды, привыкли жить в коллективе, общине, семье, говорим о соборности, игнорируем экономические стимулы. Несмотря на снижение реальных доходов в несколько раз, пока нет бунтов. Хотя предприятия стоят, работники не уходят, а менеджеры (директора) их не увольняют. Сейчас зарплата профессора меньше зарплаты уборщицы в метро и в несколько раз меньше дохода продавца коммерческого киоска. Но, вопреки западным экономическим теориям, профессора не рвутся в продавцы. И рабочие выпускают продукцию, не получая зарплату. И потому Россия жива. Западные экономические теории не годятся не только для России. Они не подходят для исламских стран, для Индии и Китая, и т.д.

В некоторых публикациях с помощью экономико-математических моделей сознательно вводят читателей в заблуждение. В качестве примера возьмем учебник Р. Лэйарда [14]. В нем "доказывается", что "инфляционный налог" равен дефициту бюджета. Отсюда рекомендация - для снижения инфляции необходимо ограничивать поступление новых денежных масс в оборот (например, не выдавать зарплату). Однако это утверждение выводится в предположении, что суммарный выпуск постоянен, чего нет у нас - объем производства падает. При этом Р. Лэйарда отнюдь не смущает, что в другой главе, говоря о "мультипликаторе Кейнса", он рекомендует увеличивать государственные расходы в период спада производства.

Принципиально ошибочно рассмотрение Р. Лэйардом спирали "заработная плата - цены", основанное на математической ошибке (функция принимается за константу). Но вывод каков: чтобы снизить инфляцию, надо, якобы, увеличить безработицу!

Перечень примеров ошибочных рассуждений можно продолжать сколь угодно долго. И не так уж важно, являются ли ошибки следствием некомпетентности авторов или же сознательно ориентированы на "промывку мозгов" в интересах мирового капитала. Важно то, что эти ошибки дискредитируют применение экономико-математических моделей. С подобными ошибками надо бороться. Но это не так легко - требуется глубоко вникать в тексты. Следовательно, необходима организация соответствующих научно-исследовательских проектов.

Необходимо отметить, что название "Математическая экономика" носят и некоторые публикации, лишенные указанных выше недостатков, например, отличный учебник К.Ланкастера [51].

4.1.4. О методологии моделирования

Задача – модель - метод – условия применимости. Применение моделирования при принятии решений предполагает последовательное осуществление трех этапов исследования. Первый - от исходной практической проблемы до теоретической чисто математической задачи. Второй – внутриматематическое изучение и решение этой задачи. Третий – переход от математических выводов обратно к практической проблеме. Выбирая свой путь в мире исследований по теории и практике принятия решений, приходится обдумывать и решать вопросы, относящиеся к методологии науки.

В литературе вопросы методологии моделирования обсуждаются явно недостаточно. Зато наблюдается поток публикаций, в которых постановки решаемых задач иногда выглядят весьма искусственно. Цель настоящей подраздела - обосновать необходимость развития методологии моделирования статистических методов как самостоятельного научного направления, рассмотреть ряд проблем, относящихся к этому направлению.

В области моделирования задач принятия решений, как, впрочем, и в иных областях применения математики, целесообразно выделять четверки проблем:

ЗАДАЧА – МОДЕЛЬ - МЕТОД - УСЛОВИЯ ПРИМЕНИМОСТИ.

Обсудим каждую из только что выделенных составляющих.

Задача, как правило, порождена потребностями той или иной прикладной области. Вполне понятно, что при этом происходит одна из возможных математических формализаций реальной ситуации. Например, при изучении предпочтений потребителей у экономистов - маркетологов возникает вопрос: различаются ли мнения двух групп потребителей. При математической формализации мнения потребителей в каждой группе обычно моделируются как независимые случайные выборки, т.е. как совокупности независимых одинаково распределенных случайных величин, а вопрос маркетологов переформулируется в рамках этой модели как вопрос о проверке той или иной статистической гипотезы однородности. Речь может идти об однородности характеристик, например, о проверке равенства математических ожиданий, или о полной (абсолютной однородности), т.е. о совпадении функций распределения, соответствующих двух совокупностям.

Задача может быть порождена также обобщением потребностей ряда прикладных областей. Приведенный выше пример иллюстрирует эту ситуацию: к необходимости проверки гипотезы однородности приходят и медики при сравнении двух групп пациентов, и инженеры при сопоставлении результатов обработки деталей двумя способами, и т.д. Таким образом, одна и та же математическая модель может применяться для решения самых разных по своей прикладной сущности задач.

Важно подчеркнуть, что выделение перечня задач находится вне математики. Выражаясь инженерным языком, этот перечень является сутью технического задания, которое специалисты различных областей деятельности дают статистикам.

Метод, используемый в рамках определенной математической модели - это уже во многом, если не в основном, дело математиков. В эконометрических моделях речь идет, например, о методе оценивания, о методе проверки гипотезы, о методе доказательства той или иной теоремы, и т.д. В первых двух случаях алгоритмы разрабатываются и исследуются математиками, но используются прикладниками, в то время как метод доказательства касается лишь самих математиков.

Ясно, что для решения той или иной задачи в рамках одной и той же принятой исследователем модели может быть предложено много методов. Приведем примеры. Для специалистов по теории вероятностей и математической статистике наиболее хорошо известна история Центральной Предельной Теоремы теории вероятностей. Предельный нормальный закон был получен многими разными методами, из которых напомним теорему Муавра-Лапласа, метод моментов Чебышева, метод характеристических функций Ляпунова, завершающие эпопею методы, примененные Линдебергом и Феллером. В настоящее время для решения практически важных задач могут быть использованы современные информационные технологии на основе метода статистических испытаний и соответствующих датчиков псевдослучайных чисел. Они уже заметно потеснили асимптотические методы математической статистики. В рассмотренной выше проблеме однородности для проверки одной и той же гипотезы совпадения функций распределения могут быть применены самые разные методы – Смирнова, Лемана - Розенблатта, Вилкоксона и др. [4].

Наконец, рассмотрим последний элемент четверки - условия применимости. Он - полностью внутриматематический. С точки зрения математика замена условия (кусочной) дифференцируемости некоторой функции на условие ее непрерывности может представляться существенным научным достижением, в то время как прикладник оценить это достижение не сможет. Для него, как и во времена Ньютона и Лейбница, непрерывные функции мало отличаются от (кусочно) дифференцируемых. Точнее, они одинаково хорошо (или одинаково плохо) могут быть использованы для описания реальной действительности.

Точно также он не сможет оценить внутриматематическое достижение, состоящее в переходе от конечности четвертого момента случайной величины к конечности дисперсии. Поскольку результаты реальных измерений получены с помощью некоторого прибора (средства измерения), шкала которого конечна, то прикладник априори уверен, что все результаты измерений заведомо лежат на некотором отрезке (т.е. финитны). Он с некоторым недоумением наблюдает за математиком, который рассуждает о конечности тех или иных моментов - для прикладника они заведомо конечны.

Математики и прикладники. Таким образом, в настоящее время наблюдается значительное расхождение интересов "типового" математика и "типового" прикладника. Конечно, мы рассуждаем, строя гипотетические модели восприятия и поведения того и другого. Опишем эти модели более подробно.

Прикладник заинтересован в научно обоснованном решении стоящих перед ним реальных задач. При этом при формализации задач он готов принять достаточно сильные математические предположения. Например, с точки зрения прикладника случайные величины могут принимать конечное множество значений, или быть финитными, или иметь нужное математику число моментов, и т.д. Переход от дискретности к непрерывности для прикладника оправдан только тогда, когда этот переход облегчает выкладки и расчеты, как в математическом анализе переход от сумм к интегралам облегчает рассуждения и вычисления. Если же при переходе к непрерывности возникают сложности типа необходимости доказательства измеримости тех или иных величин относительно тех или иных сигма-алгебр, то прикладник готов вернуться к постановке задачи с конечным вероятностным пространством. Здесь уместно напомнить, что один из выдающихся вероятностников XX в. В. Феллер выпустил свой учебник по теории вероятностей в двух книгах, посвятив первую дискретным вероятностным пространствам, а вторую - непрерывным.

Другой пример - задачи оптимизации. Если оптимизация проводится по конечному множеству, то оптимум всегда достигается (хотя может быть не единственным). Если же множество параметров бесконечно, то задача оптимизации может и не иметь решения. Поэтому у прикладника есть стимул ограничиться математическими моделями с конечным множеством параметров. Напомним в связи с этим, что основные задачи прикладной статистики допускают оптимизационную постановку, а статистика объектов нечисловой природы в целом построена на решении оптимизационных задач (а не на суммировании тех или иных выражений, поскольку в пространствах объектов нечисловой природы нет операции сложения).

Модель поведения типового математика совершенно иная. Он, как правило, не обдумывает реальные задачи, поскольку не вникает в конкретные прикладные области. (Если же вникает, то является уже не только математиком, но и прикладником, и его поведение промоделировано в предыдущих абзацах.) Математик берет те задачи, которые уже ранее рассматривались, и старается получить для них математически интересные результаты. Зачастую это означает борьбу за ослабление математических условий, при которых были получены предыдущие результаты. При этом математика абсолютно не волнует, имеют ли какое-либо реальное содержание доказанные им теоремы, могут ли они принести какую-либо пользу прикладнику. Его интересует реакция математической общественности, а не реакция прикладников.

Сколько реально используется чисел? Для демонстрации разрыва между математиками и прикладниками обратим внимание на два парадокса.

Все реальные результаты наблюдений записываются рациональными числами (обычно десятичными числами с небольшим - от 2 до 5 - числом значащих цифр). Как известно, в математике множество рациональных чисел счетно, а потому вероятность попадания значения непрерывной случайной величины в него равно 0. Следовательно, все рассуждения, связанные с моделированием непрерывными случайными величинами реальных результатов наблюдений - это рассуждения о том, что происходит внутри множества меры 0. Первый парадокс состоит в том, что множествами меры 0 в теории вероятностей принято пренебрегать. Другими словами, в точки зрения теории вероятностей всеми реальными данными можно пренебречь, поскольку они входят в одно фиксированное множество меры 0.

Глубже проанализируем ситуацию. Сколько всего чисел используется для записи реальных результатов наблюдений? Речь идет о типовых результатах наблюдений, измерений, испытаний, опытов, анализов. Они используются в технических, естественнонаучных, экономических, социологических, медицинских и иных исследованиях. Анализ практики показывает, что эти числа имеют вид *(a,bcde)10^k*. Здесь *a* принимает значения от 1 до 9, а стоящие после запятой *b, c, d, e* - от 0 до 9. В то же время показатель степени *k* меняется от (-100) до +100. Ясно, что общее количество возможных чисел равно $9x10^4x201=18090000$, т.е. меньше 20 миллионов.

Итак, второй парадокс, усиливающий первый, состоит в том, что для описания реальных результатов наблюдений вполне достаточно 20 миллионов отдельных символов. Бесконечность натурального ряда и континуум числовой прямой - это математические абстракции, надстроенные над дискретной и состоящей из конечного числа элементов реальностью. (При изменении числа значащих цифр принципиальный вывод не меняется.) Таким образом, реальные данные лежат не только во множестве меры 0, но и в конечном множестве, причем число элементов в этом множестве вполне обозримо.

Практические следствия методологии моделирования. Из сказанного вытекают некоторые вполне определенные выводы, в том числе касающиеся преподавания и научных исследований.

Например, преподавание теории вероятностей может быть сосредоточено на случае конечного вероятностного пространства. Бесконечные вероятностные пространства могут при этом рассматриваться как удобные математические схемы. Их роль – давать возможность более легко и быстро получать полезные утверждения для конечных вероятностных пространств. Из сказанного вытекает, в частности, что различные параметрические семейства распределений (нормальные, логарифмически нормальные, экспоненциальные, Коши, Вейбулла-Гнеденко, гамма-распределений) приобретают статус не более чем удобных приближений для распределений на конечных вероятностных пространствах. При таком подходе теряет свою парадоксальность тот эмпирически не раз проверенный факт, что распределение погрешностей измерений, как правило, не является гауссовым [4].

В качестве другого примера рассмотрим методы оценивания параметров. По традиции много внимания в учебных курсах уделяется оценкам максимального правдоподобия (ОМП). Однако столь же хорошие асимптотические свойства имеют т.н. одношаговые оценки, гораздо более простые с вычислительной точки зрения [52]. Целесообразно их включить в учебные курсы, а ОМП исключить.

Целесообразно уделять внимание (репрезентативной) теории измерений, в частности, концепции шкал измерения. Необходимо знакомство с определениями и основными свойствами шкал наименований, порядковой, интервалов, отношений, разностей, абсолютной. Установлено, какими алгоритмами статистического анализа данных можно пользоваться в той или иной шкале, в частности, для усреднения результатов наблюдений. Так, для данных, измеренных в порядковой шкале, некорректно вычислять среднее арифметическое. В качестве средних величин для таких данных можно использовать порядковые статистики, в частности, медиану.

Статистические методы исследования часто опираются на использование современных информационных технологий. В частности, распределение статистики можно находить методами асимптотической математической статистики, а можно и путем статистического моделирования (метод Монте-Карло, он же - метод статистических испытаний).

Точки роста. Важно прогнозировать развитие методов моделирования, отличать перспективные направления от тупиковых. Рассмотрим эту проблему на примере прикладной статистики. В работе [53] выделено пять актуальных направлений, в которых развивается современная прикладная статистика, т.е. пять "точек роста": непараметрика, робастность, бутстреп, интервальная статистика, статистика объектов нечисловой природы. Кратко обсудим эти актуальные направления.

Непараметрика, или непараметрическая статистика, позволяет делать статистические выводы, оценивать характеристики распределения, проверять статистические гипотезы без слабо обоснованных предположений о том, что функция распределения элементов выборки входит в то или иное параметрическое семейство. Например, уже отмечалось, что широко распространена вера в то, что статистические данные часто подчиняются нормальному распределению. Математики думают, что это - экспериментальный факт, установленный в прикладных исследованиях. Прикладники уверены, что математики доказали нормальность результатов наблюдений. Между тем анализ конкретных результатов наблюдений, в частности, погрешностей измерений, приводит всегда к одному и тому же выводу - в подавляющем большинстве случаев реальные распределения существенно отличаются от нормальных. Некритическое использование гипотезы нормальности часто приводит к значительным ошибкам, например, при отбраковке резко выделяющихся результатов наблюдений (выбросов), при статистическом контроле качества и в других случаях. Поэтому целесообразно использовать непараметрические методы, в которых на функции распределения результатов наблюдений наложены лишь весьма слабые требования. Обычно предполагается лишь их непрерывность. К настоящему времени с помощью непараметрических методов можно решать практически тот же круг задач, что ранее решался параметрическими методами.

Основная идея работ по робастности, или устойчивости, состоит в том, что выводы, полученные на основе математических методов исследования, должны мало меняться при небольших изменениях исходных данных и отклонениях от предпосылок модели. Здесь есть два круга задач. Один - это изучение устойчивости распространенных алгоритмов анализа данных. Второй - поиск робастных алгоритмов для решения тех или иных задач. Отметим, что сам по себе термин "робастность" не имеет точно определенного смысла. Всегда необходимо указывать конкретную вероятностно-статистическую модель. При этом модель "засорения" Тьюки-Хубера-Хампеля обычно не является практически полезной. Дело в том, что она ориентирована на "утяжеление хвостов", а в реальных ситуациях "хвосты" обрезаются априорными ограничениями на результаты наблюдений, связанными, например, с используемыми средствами измерения.

Бутстреп - направление непараметрической статистики, опирающееся на интенсивное использование информационных технологий. Основная идея состоит в "размножении выборок", т.е. в получении набора из многих выборок, напоминающих выборку, полученную в эксперименте. По такому набору можно оценить свойства различных статистических процедур, не прибегая к излишне обременительным параметрическим вероятностно-статистическим моделям. Простейший способ "размножения выборки" состоит в исключении из нее одного результата наблюдения. Исключаем первое наблюдение, получаем выборку, похожую на исходную выборку, но с объемом, уменьшенным на 1. Затем возвращаем исключенный результат первого наблюдения, но исключаем второе наблюдение. Получаем вторую выборку, похожую на исходную. Затем возвращаем результат второго наблюдения, и т.д. Есть и иные способы "размножения выборок". Например, можно по исходной выборке построить ту или иную оценку функции распределения, а затем методом статистических испытаний смоделировать ряд выборок из элементов, функция распределения которых совпадает с этой оценкой.

Интервальная статистика - это анализ интервальных статистических данных. Вполне очевидно, что все средства измерения имеют погрешности. Однако до недавнего времени это очевидное обстоятельство никак не учитывалось в статистических процедурах. В результате возникла абсурдная концепция состоятельности как необходимого свойства статистических оценок параметров и характеристик. Только недавно начала развиваться теория интервальной статистики, избавленная от указанной абсурдной концепции. В ней предполагается, что исходные данные - это не числа, а интервалы. Интервальную статистику можно рассматривать как часть интервальной математики. Выводы в ней часто принципиально отличны от классических.

Нечисловая статистика. Перейдем к статистике объектов нечисловой природы (она же - статистика нечисловых данных, или нечисловая статистика). Сначала напомним, что исходный объект в прикладной статистике - это выборка, т.е. совокупность независимых одинаково распределенных случайных элементов. Какова природа этих элементов? В классической математической статистике элементы выборки - это числа. В многомерном статистическом анализе - вектора. А в нечисловой статистике элементы выборки - это объекты нечисловой природы, которые нельзя складывать и умножать на числа. Другими словами, объекты нечисловой природы лежат в пространствах, не имеющих векторной структуры.

Примерами объектов нечисловой природы являются:

- значения качественных признаков, т.е. результаты кодировки объектов с помощью заданного перечня категорий (градаций);

- упорядочения (ранжировки) экспертами образцов продукции (при оценке её технического уровня и конкурентоспособности)) или заявок на проведение научных работ (при проведении конкурсов на выделение грантов);

- классификации, т.е. разбиения объектов на группы сходных между собой (кластеры);

- толерантности, т.е. бинарные отношения, описывающие сходство объектов между собой, например, сходства тематики научных работ, оцениваемого экспертами с целью рационального формирования экспертных советов внутри определенной области науки;

- результаты парных сравнений или контроля качества продукции по альтернативному признаку ("годен" - "брак"), т.е. последовательности из 0 и 1;

- множества (обычные или нечеткие), например, зоны, пораженные коррозией, или перечни возможных причин аварии, составленные экспертами независимо друг от друга;

- слова, предложения, тексты;

- вектора, координаты которых - совокупность значений разнотипных признаков, например, результат составления статистического отчета о научно-технической деятельности организации (т.н. форма № 1-наука) или анкета эксперта, в которой ответы на часть вопросов носят качественный характер, а на часть - количественный;

- ответы на вопросы экспертной, маркетинговой или социологической анкеты, часть из которых носит количественный характер (возможно, интервальный), часть сводится к выбору одной из нескольких подсказок, а часть представляет собой тексты; и т.д.

Интервальные данные тоже можно рассматривать как пример объектов нечисловой природы, а именно, как частный случай нечетких множеств. А именно, если характеристическая функция нечеткого множества равна 1 на некотором интервале и равна 0 вне этого интервала, то задание нечеткого множества эквивалентно заданию интервала. Напомним, что *теория нечетких множеств в определенном смысле сводится к теории случайных множеств*. Цикл соответствующих теорем приведен в работах [4,7].

С 1970-х годов в основном на основе запросов теории экспертных оценок (а также технических исследований, экономики, социологии и медицины) развивались конкретные направления статистики объектов нечисловой природы. Были установлены основные связи между конкретными видами таких объектов, разработаны для них базовые вероятностные модели. Следующий этап (1980-е годы) - выделение статистики объектов нечисловой природы в качестве самостоятельной дисциплины, ядром которого являются методы статистического анализа данных произвольной природы. Для работ этого периода характерна сосредоточенность на внутренних проблемах нечисловой статистики. К 1990-м годам статистика объектов нечисловой природы с теоретической точки зрения была достаточно хорошо развита, основные идеи, подходы и методы были разработаны и изучены математически, в частности, доказано достаточно много теорем. Однако она оставалась недостаточно апробированной на практике. И в 1990-е годы наступило время перейти от математико-статистических исследований к применению полученных результатов на практике. Следует отметить, что в статистике объектов нечисловой природы одна и та же математическая схема может с успехом применяться во многих областях, а потому ее лучше всего формулировать и изучать в наиболее общем виде, для объектов произвольной природы.

Принципиальная новизна нечисловой статистики. Рассмотрим основные идеи статистики объектов нечисловой природы. В чем ее принципиальная новизна? Для классической математической статистики характерна операция сложения. При расчете выборочных характеристик распределения (выборочное среднее арифметическое, выборочная дисперсия и др.), в регрессионном анализе и других областях этой научной дисциплины постоянно используются суммы. Математический аппарат - законы больших чисел, Центральная предельная теорема и другие теоремы - нацелены на изучение сумм. В нечисловой же статистике нельзя использовать операцию сложения, поскольку элементы выборки лежат в пространствах, где нет операции сложения. Методы обработки нечисловых данных основаны на принципиально ином математическом аппарате - на применении различных расстояний в пространствах объектов нечисловой природы.

Кратко рассмотрим несколько идей, развиваемых в статистике объектов нечисловой природы для данных, лежащих в пространствах произвольного вида. Они нацелены на решение классических задач описания данных, оценивания, проверки гипотез - но для неклассических данных, а потому неклассическими методами.

Первой обсудим проблему определения средних величин. В рамках теории измерений удается указать вид средних величин, соответствующих тем или иным шкалам измерения. В классической математической статистике средние величины вводят с помощью операций сложения (выборочное среднее арифметическое, математическое ожидание) или упорядочения (выборочная и теоретическая медианы). В пространствах произвольной природы средние значения нельзя определить с помощью операций сложения или упорядочения. Теоретические и эмпирические средние приходится вводить как решения экстремальных задач. Теоретическое среднее определяется как решение задачи минимизации математического ожидания (в классическом смысле) расстояния от случайного элемента со значениями в рассматриваемом пространстве до фиксированной точки этого пространства (минимизируется указанная функция от этой точки). Для эмпирического среднего математическое ожидание берется по эмпирическому распределению, т.е. берется сумма расстояний от некоторой точки до элементов выборки и затем минимизируется по этой точке. При этом как эмпирическое, так и теоретическое средние как решения экстремальных задач могут быть не единственными элементами рассматриваемого пространства, а являться некоторыми множествами таких элементов, которые могут оказаться и пустыми. Тем не менее удалось сформулировать и доказать законы больших чисел для средних величин, определенных указанным образом, т.е. установить сходимость (в специально определенном смысле) эмпирических средних к теоретическим.

Оказалось, что методы доказательства законов больших чисел допускают существенно более широкую область применения, чем та, для которой они были разработаны. А именно, удалось изучить асимптотику решений экстремальных статистических задач, к которым, как известно, сводится большинство постановок прикладной статистики. В частности, кроме законов больших чисел установлена и состоятельность оценок минимального контраста, в том числе оценок максимального правдоподобия и робастных оценок. К настоящему времени подобные оценки изучены также и в интервальной статистике.

В статистике в пространствах произвольной природы большую роль играют непараметрические оценки плотности, используемые, в частности, в различных алгоритмах регрессионного, дискриминантного, кластерного анализов. В нечисловой статистике предложен и изучен ряд типов непараметрических оценок плотности в пространствах произвольной природы, в том числе в дискретных пространствах. В частности, доказана их состоятельность, изучена скорость сходимости и установлен примечательный факт совпадения наилучшей скорости сходимости в произвольном пространстве с той, которая имеет быть в классической теории для числовых случайных величин.

Дискриминантный, кластерный, регрессионный анализы в пространствах произвольной природы основаны либо на параметрической теории - и тогда применяется подход, связанный с асимптотикой решения экстремальных статистических задач - либо на непараметрической теории - и тогда используются алгоритмы на основе непараметрических оценок плотности.

Для проверки гипотез могут быть использованы статистики интегрального типа, в частности, типа омега-квадрат. Любопытно, что предельная теория таких статистик, построенная первоначально в классической постановке, приобрела естественный (завершенный, изящный) вид именно для пространств произвольного вида. Это объясняется тем, что при этом удалось провести рассуждения, опираясь на базовые математические соотношения, а не на те частные (с общей точки зрения), что были связаны с конечномерным пространством.

Представляют практический интерес результаты, связанные с конкретными областями статистики объектов нечисловой природы В частности, со статистикой нечетких множеств и со статистикой случайных множеств (напомним, что теория нечетких множеств в определенном смысле сводится к теории случайных множеств), с непараметрической теорией парных сравнений и бернуллиевских векторов (люсианов), с аксиоматическим введением метрик в конкретных пространствах объектов нечисловой природы, и с рядом других конкретных постановок.

Для анализа нечисловых, в частности, экспертных данных весьма важны методы классификации. С другой стороны, наиболее естественно ставить и решать задачи классификации, основанные на использовании расстояний или показателей различия, в рамках статистики объектов нечисловой природы. Это касается как распознавания образов с учителем (другими словами, дискриминантного анализа), так и распознавания образов без учителя (т.е. кластерного анализа).

Методологический анализ - первый этап моделирования задач принятия решений, да и вообще любого исследования. Он определяет исходные постановки для теоретической проработки, а потому во многом и успех всего исследования.

Подчеркнем, что анализ динамики развития методов моделирования позволяет выделить наиболее перспективные методы. В частности, при вероятностно-статистическом моделировании наиболее перспективными оказались методы нечисловой статистики.

Литература

1. Неуймин Я.Г. Модели в науке и технике. История, теория, практика. - Л.: Наука, 1984. - 190 с.

2. Жданова Г.А. Эффект лояльности как базисный элемент работы с покупателями. - Предприятия России в транзитивной экономике. Материалы международной научно-практической конференции (Ярославль, 29-30 октября 2002 г.). Часть I. - Ярославль: Концерн «Подати», 2002.

3. Моисеев Н.Н. Математические задачи системного анализа. - М.: Наука, 1981. - 488 с.

4. Орлов А.И. Эконометрика. – М.: Экзамен,2002. – 576 с.

5. Нейлор Т. Машинные имитационные эксперименты с моделями экономических систем. - М.: Мир, 1975. - 500 с.

6. Математическая экономика на персональном компьютере. Пер. с яп./ М. Кубонива, М. Табата, С.Табата, Ю. Хасэбэ; Под ред. М. Кубонива. - М.: Финансы и статистика, 1991. - 304 с.

7. Орлов А.И. Устойчивость в социально-экономических моделях. - М.: Наука, 1979. -296 с.

8. Бизнес-процесс реинжиниринг и проектирование информационных систем. Материалы семинара. - М.:МГУЭСИ - РосНИИ ИТСАП, 1996. - 100 с.

9. Население России 2000. Восьмой ежегодный демографический доклад. / Под ред. Вишневского А.Г. – М.: Книжный дом «Университет», 2000. – 176 с.

10. Экология / Под ред. С.А.Боголюбова. – М.: Знание, 1999.

11. Гундаров И. А. Пробуждение: пути преодоления демографической катастрофы в России. – М.: Центр творчества «Беловодье», 2001. – 352 с.

12. Предположительная численность населения Российской

Федерации до 2016 года (Статистический бюллетень). – Москва: Госкомитет России по статистике. 2000. – 149 с.
13. Гнеденко Б.В. Математика и контроль качества продукции.- М.: Знание, 1978. – 64 с.
14. Лэйард Р. Макроэкономика. - М.: Джон Уайли энд Санз, 1994.
15. Моисеев Н.Н. Математические модели экономической науки. - М.: Знание, 1973.
16. Лотов А.В. Введение в экономико-математическое моделирование. - М.: Наука, 1984.
17. Бусленко Н.П. Моделирование сложных систем. - М.: Наука, 1978.
18. Кемени Дж., Снелл Дж. Кибернетическое моделирование: Некоторые приложения. - М.: Советское радио, 1972.
19. Моисеев Н.Н. Математика ставит эксперимент. - М.: Наука, 1979.
20. Нейман Дж.фон, Моргенштейн О. Теория игр и экономическое поведение. - М.: Наука, 1970.
21. Рыжиков Ю.И. Управление запасами. - М.: Наука, 1969.
22. Багриновский К.А., Бусыгин В.П. Математика плановых решений. - М.: Наука, 1980.
23. Анализ на проблемных сетях / Под ред. С.А. Петровского. - М.: Институт мировой экономики и международных отношений АН СССР, 1980.
24. Канторович Л.В. Математические модели организации и планирования производства. - Л.: ЛГУ, 1939.
25. Канторович Л.В. Экономический расчет наилучшего использования ресурсов. - М.: Наука, 1959.
26. Юдин Д.Б., Юдин А.Д. Экстремальные модели в экономике, - М.: Экономика, 1979.
27. Гаврилец Ю.Н. Целевые функции социально-экономического планирования. - М.: Экономика, 1983.
28. Подиновский В.В., Ногин В.Д. Парето - оптимальные решения многокритериальных задач. - М.: Наука, 1982.

29. Фишберн П. Теория полезности для принятия решений. - М.: Наука, 1978.
30. Винн Р., Холден К. Введение в прикладной эконометрический анализ. - М.: Финансы и статистика, 1981.
31. Гейл Д. Теория линейных экономических моделей. - М.: ИЛ, 1963.
32. Джонстон Дж. Эконометрические методы.- М.: Финансы и статистика, 1980.
33. Драймз Ф. Распределенные лаги: проблема выбора и оценивания моделей. - М.: Финансы и статистика, 1982.
34. Зельнер А. Байесовские методы в эконометрии. - М.: Финансы и статистика, 1980.
35. Маленво Э. Статистические методы эконометрии. - М.: Статистика, 1975 (вып.1), 1976 (вып.2).
36. Пуарье Д. Эконометрия структурных изменений. - М.: Финансы и статистика, 1981.
37. Тейл Г. Экономические прогнозы и принятие решений. - М.: Статистика, 1971.
38. Фишер Ф. Проблема идентификации в эконометрии. - М.: Статистика, 1978.
39. Аллен Р. Экономические индексы. - М.: Финансы и статистика, 1980.
40. Анализ нечисловой информации / Тюрин Ю.Н., Литвак Б.Г., Орлов А.И., Сатаров Г.А., Шмерлинг Д.А. - М.: Научный Совет АН СССР по комплексной проблеме "Кибернетика", 1981.
41. Орлов А.И. Задачи оптимизации и нечеткие переменные. - М.: Знание, 1980.
42. Анализ нечисловой информации в социологических исследованиях / Под редакцией В.Г. Андреенкова, А.И.Орлова, Ю.Н.Толстовой. - М.: Наука, 1985.
43. Психологические измерения. - М.: Мир, 1967.
44. Пфанцагль И. Теория измерений. - М.:Мир, 1976.

45. Блекуэлл Д., Гиршик М. Теория игр и статистических решений. - М.: ИЛ, 1958.
46. Льюс Р.Д., Райфа Х. Игры и решения. - М.: ИЛ, 1975.
47. Ченцов Н.Н. Статистические решающие правила и оптимальные выводы. - М.: Наука, 1972.
48. Вощинин А.П. Метод оптимизации объектов по интервальным моделям целевой функции. - М.: МЭИ, 1987.
49. Вощинин А.П., Акматбеков Р.А. Оптимизация по регрессионным моделям и планирование эксперимента. - Бишкек: Изд-во "Илим", 1992.
50. Саати Т.Л. Математические модели конфликтных ситуаций. - М.: Советское радио, 1977.
51. Ланкастер К. Математическая экономика. - М.: Советское радио, 1972.
52. Орлов А.И. О нецелесообразности использования итеративных процедур нахождения оценок максимального правдоподобия // Заводская лаборатория. 1986. Т.52. No.5. С.67-69.
53. Орлов А.И. Современная прикладная статистика // Заводская лаборатория. 1998. Т.64. № 3. С.52-60.

Контрольные вопросы

1. В чем сходство и различие словесных и математических моделей?
2. Согласны ли Вы с моделью лояльности, описанной в подразделе 4.1.1.?
3. Основные виды переменных в математических моделях принятия регений.
5. Почему среднюю ожидаемую продолжительность предстоящей жизни считают наиболее адекватной характеристикой здоровья и уровня жизни населения?
6. Какие выводы о динамике численности населения России в

ближайшие 50 лет можно сделать на основе рассмотренных в подразделе 4.1.2 демографических моделей?

7. Какие виды математических моделей принятия решений обычно выделяют?

8. Приведите примеры практической пользы от применения тех или иных подходов методологии математического моделирования.

Темы докладов и рефератов

1. Классификация математических моделей принятия решений.
2. Соотношение словесных и математических моделей.
3. Средние величины для основных характеристик (смертности, рождаемости, продолжительности жизни) в демографических моделях.
4. Математическое моделирование и «математическая экономика».
5. «Точки роста» в математическом обеспечении теории принятия решений.
6. Роль нечисловых переменных в современных моделях принятия решений.

4.2. Макроэкономические модели в теории принятия решений

Принятие решений проводится на основе прогнозирования развития ситуации с учетом динамических связей между переменными. Эти связи описываются экономико-математическими моделями, краткий анализ которых необходим для рассмотрения задач принятия решений.

4.2.1. Примеры типовых макроэкономических моделей

Модель межотраслевого баланса (модель В. Леонтьева). Каждая из *n* отраслей производит свой (обобщенный) продукт. Выпуск распределяется в заданной пропорции между конечным потреблением, другими отраслями и внутренними потребностями отрасли. Кроме того, описывается прирост производственных мощностей. Модель описывается уравнениями:

$$v_i(t) = \sum_{j=1}^{n} \left[a_{ij} v_j(t) + b_{ij} \frac{dV_j(t+\tau_j)}{dt} \right] + P_i(t), \quad i = 1,2,\dots,n.,$$

где $v_i(t)$ - поток выпуска продукта *i* в момент времени *t* (единица измерения = единица продукта / единица времени);

$V_i(t)$ - мощность *i*- го производства или максимальный выпуск;

$P_i(t)$ - поток конечного (непроизводственного) потребления;

a_{ij} - коэффициенты прямых сырьевых затрат (количество продукта *i*, необходимое для производства продукта *j*);

b_{ij} - количество фондообразующего продукта *i* , идущее на единичный прирост мощности в отрасли *j*;

τ_j - продолжительность строительства мощности в отрасли *j* .

Таким образом, выпуск $v_i(t)$ расходуется на покрытие сырьевых и фондообразующих затрат и конечное потребление.

Эконометрические модели народного хозяйства (типа Брукингской и Уортоновской). В основе этих моделей лежат: 1) балансовые соотношения; 2) функциональные зависимости - производственная функция и функция потребительского спроса.

Производственная функция F задает зависимость национального дохода Y от стоимости основных фондов (капитала) K и от используемых трудовых ресурсов L:

$$Y(t) = F[K(t), L(t)].$$

Функция спроса $P=S(c,q)$ задает зависимость вектора P конечного потребления, т.е. набора потребляемых товаров, от вектора c цен на эти товары и дохода q.

Паутинообразные модели имеют дело с динамикой спроса и предложения. Пусть D - спрос, S - предложение, P - цена, P^* - равновесная цена, X - объем производства, X^* - равновесный объем производства. Равновесные P^* и X^* находят из условия совпадения спроса и предложения $D(P) = S(P)$.

Однако более реалистичной является гипотеза запаздывания предложения. Например, пусть при цене в прошлый период P_{t-1} объем предложения в данный период есть $S_t = S(P_{t-1})$. Считаем, что цена P_t устанавливается на рынке так, чтобы был куплен весь объем выпущенной продукции X_t. Следовательно,

$$X_t = D(P_t) = S(P_{t-1}).$$

Пусть спрос и предложение достаточно точно описываются линейными функциями от цены

$$D = \alpha + aP;$$

$$S = \beta + bP.$$

Такое предположение вполне естественно, если в модели рассматривается окрестность точки равновесия, а функции спроса и предложения гладкие. Тогда

$$X_t = \alpha + aP_t = \beta + bP_{t-1}. \quad (1)$$

Равновесие наступает, когда

$$X^* = \alpha + aP^* = \beta + bP^*. \quad (2)$$

Вычитая (1) из (2), получаем, что

$$X^* - X_t = a(P^* - P_t) = b(P^* - P_{t-1}). \quad (3)$$

Обозначим $x_t = X^* - X_t$; $p_t = P^* - P_t$ - отклонения от равновесия. Из (3) получим $x_t = ap_t = bp_{t-1}$, откуда $p_t = \frac{b}{a} p_{t-1}$. Решение этого уравнения имеет вид $p_t = p_0(\frac{b}{a})^t$.

В зависимости от того, чему равно $\frac{b}{a}$, получим либо затухающие колебания ($|\frac{b}{a}| < 1$), сходящиеся к $P = P^*$ и $X = X^*$, либо колебания с возрастающей амплитудой ($|\frac{b}{a}| > 1$). В промежуточном случае $a=b$ амплитуда колебаний постоянна.

Тот же результат справедлив и в модели с непрерывным временем. Будем считать, что спрос меняется не только в зависимости от цены, но и в зависимости от ее динамики, т.е.

$$D = D(P, \frac{dP}{dt}); \; S = S(P).$$

Тогда аналогом (1) является уравнение $X = \alpha + aP + a_1 \frac{dP}{dt} = \beta + bP$, решением которого является $p = p_0 e^{ct}$.

В рассматриваемых моделях считалось, что производители ожидают, что цена останется, как в предшествующий период (и устанавливают объем изготавливаемого товара исходя из этих ожиданий). Модель может быть усовершенствована. Для установления объема изготавливаемого товара производителям более реалистично считать, что в момент времени *t* цена на товар будет равна $P_{t-1} - \rho(P_{t-1} - P_{t-2})$, где $0 < \rho < 1$, т.е. цена изменится в направлении, обратном тому, в котором она изменялась в прошлый период. Тогда $X_t = \alpha + aP_t = \beta + b(1-\rho)P_{t-1} + b\rho P_{t-2}$, следовательно, $x_t = ap_t = b(1-\rho)p_{t-1} + b\rho p_{t-2}$.

Дальнейшее развитие модели состоит во введении в нее запасов. Ожидая повышения цен, продавцы создают запасы товара.

Запасы в момент времени *t* обозначим Q_t. Тогда изменение запасов за период времени от *t*-1 до t есть $Q_t - Q_{t-1} = S_t - D_t$. В модели цену можно устанавливать различными способами, например, $P_t = P_{t-1} - \lambda(Q_{t-1} - Q_{t-2})$ или $P_t = P_{t-1} - \lambda(Q_{t-1} - Q^*)$, где Q^* - запасы в точке равновесия. В первом случае получим $P_t = P^* + (P_0 - P^*)c^t$, где $c = 1 - \lambda(b - a)$, а во втором - $P_t = (2 - \lambda(b-a))P_{t-1} - P_{t-2}$.

Модель экономического цикла. Сначала рассмотрим простую модель без учета запаздывания, а также без учета экспорта-импорта, налогов и государственных расходов.

$$C = (1-s)Y + A, \quad (4)$$

$$DK = \gamma(vY - K), \quad (5)$$

$$DY = \lambda(C + DK - Y), \quad (6)$$

где $D = \frac{d}{dt}$ - символ операции дифференцирования; *Y* - реальный чистый доход, *C* - реальное потребление, *K* - объем основного капитала, $A, s < 1, v, \gamma, \lambda$ - положительные константы. Более точно, *Y* - сумма всех видов доходов, полученных в народном хозяйстве, деленная на индекс инфляции (т.е. реальный валовой национальный продукт за вычетом затрат на возмещение основного капитала); C - общие затраты на потребительские товары конечных покупателей в народном хозяйстве, деленные на индекс инфляции; K - объем основного капитала всего народного хозяйства (в сопоставимых ценах).

Уравнение (4) вытекает из теории Кейнса, а именно, из соотношения: потребление = национальный доход - сбережения + автономное потребление. Значит, sY- часть дохода, идущая на сбережения, s - предельная склонность к сбережениям, A - автономное потребление (та доля потребления, которая не зависит от дохода, своеобразный прожиточный минимум).

Уравнение (5) допускает несколько интерпретаций. Рассмотрим две из них.

1. В первой интерпретации DK - это норма капитальных вложений в основной капитал. Допустим, существует оптимальный объем основного капитала и он равен некоторой доле от национального дохода - vY, где v - оптимальное соотношение «капитал-выпуск». Тогда уравнение (5) означает, что норма капитальных вложений в основной капитал пропорциональна превышению оптимального объема основного капитала над действительным.

2. Основное соотношение, описывающее капитальные вложения, имеет вид:

$$\frac{DK}{K} = \gamma\left(\frac{P}{(1+c)rK} - 1\right) \qquad (7),$$

где P - реальная прибыль, r - норма процента, c - премия за риск. Из соотношения (7) легко получить (5).

В уравнении (6) $DY = \frac{dY}{dt}$ - рост производства (поскольку все производство = всему доходу = Y). Рост производства зависит от избытка спроса. Потребление (C) + накопление (оно превращается в капитальные вложения DK) - чистый национальный доход (Y) - это и есть избыток спроса (то, что потребляется и накопляется, может быть не равно чистому доходу).

Для равновесной системы все производные по времени равны 0. Равновесные значения Y, C и K таковы:

$$Y^* = C^* = \frac{A}{s}, \quad (8)$$

$$K^* = \frac{vA}{s}. \quad (9)$$

Этот результат не предназначен для непосредственного практического использования, т.к. в модели не учитываются ограничения на выпуск, накладываемые рабочей силой и объемом основного капитала. Однако он нужен, чтобы найти отклонения от равновесия

$Y = Y^* + B_1 e^{x_1 t} - B_2 e^{x_2 t}$ - решение системы (4)-(5)-(6)-(8)-(9), где B_1, B_2 зависят от λ, γ, v, s. В зависимости от B_1 и B_2 получим согласно теории линейных дифференциальных уравнений следующие четыре варианта траекторий Y: 1) незатухающие колебания (экономические циклы); 2) затухающие колебания; 3) взрывоподобные колебания; 4) взрывоподобная, но не колебательная траектория.

Обычно в экономике реально осуществляется приближение к первому варианту - экономические циклы.

Усложним модель, введем запаздывание. В модели (4)-(6) предполагается мгновенная реакция потребления на изменение дохода. На самом деле это неверно. Вместо уравнения (4) напишем

$$DC = \alpha((1 - s)Y + A - C), \quad (10)$$

где α - параметр, определяющий быстродействие системы.

Теперь добавим запасы. Вместо уравнения (6) получим

$$DY = \lambda(C + DK - Y) + \mu(S^0 - S), \quad (11)$$

$$S^0 = b(C + DK) + c, \quad (12)$$

$$DS = Y - C - DK, \quad (13)$$

где S^0 - оптимальный уровень запасов, равен некоторой постоянной величине + часть потребления и капитальных вложений, S - фактический уровень запасов. Уравнение (11) отражает тот факт, что рост производства зависит от избытка спроса и от превышения оптимальных запасов над фактическими. (Уравнения (10) и (11) аналогичны соответствующим соотношениям для паутинообразных моделей.)

Добавим в систему экспорт-импорт, налоги и государственные расходы. Теперь с учетом (11)-(13) получим модель в виде системы уравнений

$$DC = \alpha((1-s)(Y-T) + A - C) \quad (14),$$
$$DK = \gamma(\nu Y - k) \quad (15),$$
$$DY = \lambda(C + DK + G + E - I - Y) + \mu(S^0 - S) \quad (16),$$
$$S^0 = b(C + DK + G + E) + c \quad (17),$$
$$DS = Y + I - E - G - C - DK \quad (18),$$
$$I = m(C + DK + G + E) \quad (19),$$
$$T = \tau Y - B \quad (20),$$

где I - реальный импорт, T - реальный объем налогов за вычетом государственных трансфертных платежей, E - реальный экспорт, G - реальные государственные расходы на товары и услуги.

В уравнении (14) национальный доход, идущий на потребление и накопление, уменьшился на сумму налогов, т.е. по сравнению с (10) произошла замена $Y \to Y - T$.

Далее заметим, что теперь C- общее потребление товаров как отечественного, так и импортного производства, а DK теперь есть рост основного капитала частного сектора. Накопление основного капитала частного сектора входит в G.

Уравнение (16) отличается от (11) на величину G+E-I, т.к. DY - рост производства зависит от избытка спроса, который теперь равен тому, что общество расходует (т.е. потребляет (C) + вкладывает (DK) + экспорт (E) + государственные расходы (G)) за вычетом того, что общество получает (национальный доход (Y) + импорт (I)).

Уравнение (17) предполагает, что желаемый уровень запасов есть линейная функция валового сбыта, а валовой сбыт это: 1) сбыт потребительских товаров отдельным потребителям C; 2) сбыт капитальных благ фирмам (капитальные вложения) DK; 3) сбыт товаров в государственном секторе G; 4) сбыт иностранным производителям E.

Уравнение (18) означает, что изменение запасов равно всем товарам (Y+I) минус весь сбыт (C+DK+G+E).

Уравнение (19) предполагает, что импорт - это доля всего сбыта.

Уравнение (20) предполагает, что налоги - линейная функция доходов, тогда t - аналог процентной ставки. То, что в уравнении имеется отрицательная константа B, говорит о том, что $\frac{T}{Y}$ - возрастающая функция , т.е. чем больше доход, тем больше налог.

При решении системы (14)-(20) выяснилось, в частности, что введение налогов и импорта оказывает на экономику стабилизирующее воздействие.

Модель экономического роста. В этой модели, в отличие от модели экономического цикла, считается, что предложение денег пропорционально $\exp(mt)$, и предложение труда пропорционально $\exp(lt)$, т.е явно учитываются процессы инфляции и изменение численности необходимой рабочей силы, причем и в том, и в другом случае предполагается экспоненциальный рост.

Без учета бюджетной политики модель выглядит так:

$$C = (1 - s)Y, \qquad (21)$$

$$\frac{DK}{K} = \gamma \log\left(\frac{pY - wL}{(1 + c)rKp}\right), \qquad (22)$$

$$DY = \lambda (C + DK - Y), \qquad (23)$$

$$L = Be^{-\rho t}Y^{b}K^{1-b}, \qquad (24)$$

$$\frac{Dw}{w} = \log\left(\frac{L}{L_s}\right)\beta + a, \qquad (25)$$

$$p = (1 + \pi)w\frac{dL}{dY} = \frac{b(1 + \pi)wL}{Y}, \qquad (26)$$

$$\frac{M_d}{p} = AY^{u}r^{-v}, \qquad (27)$$

$$M_d = M_s, \qquad (28)$$

$$L_s = L_0e^{lt}, \qquad (29)$$

$$M_s = M_0e^{mt}, \qquad (30)$$

где L- численность используемой рабочей силы;

L_s - предложение труда;

p- уровень цен;

w- ставка заработной платы;

r- норма процента;

M_d - спрос на деньги;

M_s - предложение денег;

m - темп роста предложения денег;

s- склонность к сбережениям.

Остальные переменные определены выше при рассмотрении модели экономического цикла.

Уравнение (21) означает, что «доход = сбережение + потребление». Уравнение (22) - формула для нормы прироста основного капитала, аналогичная (7). Уравнение (23) означает, что рост производства равен избытку спроса. Уравнение (24) отражает тот факт, что количество рабочей силы, требуемой для выпуска одного и того же количества продукции, все время убывает благодаря НТР. Таким образом, уравнение учитывает технический прогресс.

Уравнение (25) описывает изменение цен на рынке труда. Уравнение (26) утверждает, что уровень цен равен предельным издержкам (издержки на рабочую силу *wL*, предельные издержки $\frac{d(wL)}{dY}$) плюс некоторая добавка. В уравнении (27) M_d - те активы, которые население желает держать в денежной форме. Реальный спрос на деньги $\frac{M_d}{p}$ тем выше, чем выше доход *Y* и ниже норма процента *r*. Уравнение (28) означает, что спрос на деньги равен предложению денег. Это возможно, если считать, что норма процента все время подстраивается так, чтобы выполнялось это равенство. В уравнении (29) зафиксировано, что предложение труда растет со временем. В уравнении (30) предполагается, что предложение денег растет со временем.

При решении этой системы выяснилось, что, как и раньше, чем больше s, тем стабильнее *K* и Y, но в отличие от модели экономического цикла, равновесные *K* и *Y* теперь растут при увеличении *m* - темпа роста и предложения денег.

Теперь отразим в модели экономическое регулирование. Существование денежной политики можно выразить заменой уравнения (30) на

$$\log M_s = \log \hat{M} + \theta \log(\frac{\hat{L}e^{lt}}{L}), \qquad (31)$$

где $\hat{L}, \hat{M}, \theta$ - положительные константы, $\hat{L}e^{lt}$ - оптимальная траектория занятости, $\hat{M}$ - оптимальное предложение денег при оптимальном уровне занятости.

Чтобы отразить существование государственных расходов и налогов, изменим в системе уравнений (21)-(29), (31) значения некоторых переменных:

C- личное потребление и государственные расходы;

K- сумма государственного и частного основного капитала;

sY- сумма частных и государственных сбережений.

Государственные сбережения - это налоги минус государственные расходы, поэтому, чтобы отразить налоги, сделаем s переменной величиной:

$$s = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \log(\frac{L}{\hat{L}e^{lt}}), \qquad (32)$$

где $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ - параметры бюджетной политики. В параметре s учитывается: 1) отношение личного потребления к личному доходу; 2) отношение поступлений от налогов к доходу; 3) отношение текущих государственных расходов к поступлениям от налогов. Все это можно учесть с помощью параметров $\varepsilon_1, \varepsilon_2$, которые являются управляющими.

Модель межотраслевых взаимодействий. Рассмотрим типичную макроэкономическую модель открытого типа (незамкнутую) - модель межотраслевых взаимодействий. Ее формируют две группы математических зависимостей: 1) система уравнений - баланс объема производства каждого вида продукции и его распределение между потребителями (другими производителями и конечными потребителями); 2) система неравенств, которые описывают зависимость между производственными возможностями каждой отрасли и ограничивающими наличными ресурсами (основные фонды и живой труд).

В эту модель нужно ввести извне вектор Y - конечный продукт и учесть его деление на потребление, накопление, экспорт, государственные резервы, налоги. Далее, следует задать вектор F - производственные фонды и вектор L - ресурсы живого труда. Это означает, что “вокруг” модели межотраслевых взаимодействий необходимо построить модель доходов и потребления населения - для определения Y, модель формирования национального дохода - для определения F, модель "демография - трудовые ресурсы" для определения L и.т.п., то есть создать т.н. макромодельный комплекс.

4.2.2. Модели экономики отдельных стран и мирового хозяйства

Макроэкономические модели можно условно разделить на два вида. Одни из них описывают, как сказать, типовую страну, без привязки к ее конкретным особенностям. Другие предназначены для использования в конкретных условиях, описывают вполне определенную экономическую реальность. К ним и переходим.

Модель влияния государственной финансовой политики на экономику США. В эту модель входят всего 6 переменных, она подходит для аналитического анализа и иллюстрации влияния правительственного фонда заработной платы, правительственного заказа, налога на деловую активность, на личное потребление, заработную плату частного сектора, прибыли, инвестиции, основной капитал и национальных доход.

В рассматриваемой модели переменные управления таковы:

$W2_t$ - правительственный фонд заработной платы на t-м отрезке времени;

G_t - правительственные заказы на t-м отрезке времени;

XT_t - налог на деловую активность.

Используются эндогенные (заданные извне) переменные:

C_t - потребление на t-м отрезке времени,

$W1_t$ - фонд заработной платы в частном секторе на t-м отрезке времени,

PP_t - прибыли на t -м отрезке времени,

I_t - инвестиции на t -м отрезке времени,

K_t - основной капитал в конце t -го отрезка времени,

Y_t - национальный доход на t-м отрезке времени.

В модель входят уравнения функционирования и тождества. Уравнения функционирования касаются потребления:

$$C_t = a_1 + a_2(W1_t + W2_t) + a_3 PP_t + a_4 PP_{t-1} + \mu_{1t};$$

инвестиций:

$$I_t = b_1 + b_2 PP_t + b_3 PP_{t-1} + b_4 K_{t-1} + \mu_{2t};$$

и спроса на рабочую силу:

$$W1_t = c_1 + c_2(Y_t + TX_t - W2_t) + c_3(Y_{t-1} + TX_{t-1} - W2_{t-1}) + c_4 T + \mu_{3t};$$

где $\mu_{it}, i = 1,2,3$ - случайные возмущения.

Тождества имеют смысл балансовых соотношений (законов сохранения):

$$Y_t = C_t + I_t + G_t - TX_t,$$
$$PP_t = Y_t - (W1_t + W2_t),$$
$$K_t = K_{t-1} + I_t.$$

Таким образом, в уравнении потребления зафиксировано, что потребление зависит от заработной платы в частном и государственном секторах, от прибыли в настоящий и предшествующий период времени. В уравнении инвестиций принято, что инвестиции зависят от прибылей в настоящий и предшествующий периоды времени и от основного капитала в предшествующий период времени. Спрос на рабочую силу фактически зависит от прибыльности в настоящий и предшествующий периоды времени.

Коэффициенты в уравнениях и тождествах определяются путем анализа конкретных экономико-статистических данных эконометрическими методами.

Модель экономики США. Существует множество моделей экономики США. Рассмотрим сначала т.н. Уортонскую модель (фактически макромодельный комплекс). Эта модель содержит 734 соотношения, из них 292 уравнения поведения и 442 тождества. Модель состоит из 8 блоков: 1) конечный спрос; 2) межотраслевые потоки; 3) потребность в трудовых ресурсах; 4) заработная плата; 5) цены производства; 6) цены конечного потребления; 7) прочие доходы; 8) финансы.

Используемые в модели сценарии состоят в том или ином изменении 1) федеральных закупок товаров; 2) закупок товаров и услуг органами штатов и местного управления; 3) трансфертных платежей; 4) экспорта; 5) налога на инвестиции. Управляющими параметрами были следующие: 1) статьи расходов государственного бюджета; 2) ставки налогов; 3) цены и заработная плата; 4) курс доллара; 5) импортные пошлины.

Цель модели - оценка эффективности деятельности федерального правительства. Упрощенная схема этой модели была приведена выше.

Рассмотрим более простую, нежели Уортонская, модель, содержащую гораздо меньше уравнений, однако хорошо иллюстрирующую принципы построения моделей рассматриваемого типа..

Сначала выделяются блоки, из которых будет состоять модель, затем перечисляются переменные, которые входят в модель (их 35). Формируется таблица объясняемых переменных и объясняющих факторов. На основании этой таблицы строится система уравнений. Например, по таблице находим, что основной капитал X_1 зависит от: 1) основного капитала в предшествующий период времени ($(X_1)_{-1}$; 2) инвестиций производственного назначения в предшествующий момент времени $(X_{16})_{-1}$; 3) краткосрочного процента в предшествующий момент времени $(X_{12})_{-1}$; 4) возмещения выбытия фондов $(X_{20})_{-1}$; 5) занятости в частном секторе $(X_2)_{-1}$. Теперь строим линейное регрессионное уравнение с авторегрессионным членом:

$$X_1 = a_1 + a_2(X_1)_{-1} + a_3(X_{16})_{-1} + a_4(X_{12})_{-1} + a_5(X_{20})_{-1} + a_6(X_2)_{-1}.$$

Сложный вопрос состоит в выборе тех переменных, от которых зависит X_1. Он решается с помощью того или иного алгоритма нахождения «информативного подмножества переменных» в регрессионном анализе. Используются парные и множественные коэффициенты линейной или непараметрической корреляции.

Модель мирового хозяйства. Рассмотрим проект ЛИНК, который разработан в 1970-х годах Уортонской ассоциацией эконометрических прогнозов под руководством нобелевского лауреата по экономике Л.Клейна.

Макромодельный комплекс ЛИНК - совокупность разрабатываемых независимо друг от друга, различных по размерам и структуре эконометрических моделей национальной экономики ряда стран и регионов, которые увязываются в единую систему посредством субмодели мировой торговли.

В систему ЛИНК включены:

1) модель экономики США - 207 уравнений;

2) модель экономики Канады - 183 уравнения;

3) модель экономики Франции - 32 уравнения;

4) модель экономики ФРГ - 137 уравнений;

и.т.д. (модели национальных экономик Великобритании, Италии, Швеции, Финляндии, Бельгии, Нидерландов, Австрии, Японии, Австралии);

14) единая модель экономики развивающихся стран;

15) единая модель экономики социалистических стран;

16) единая модель экономики стран остального мира.

Модель для каждой страны (группы стран) разрабатывалась независимо. Сначала модели опробовались для каждой страны (группы стран) отдельно. Потом все эти модели объединялись в мировую модель посредством модели мировой торговли.

Модели развитых стран содержали блоки:

1) блок производства; 2) блок потребления; 3) блок инвестиций; 4) блок доходов и занятости; 5) блок цен; 6) блок денежного обращения; 7) блок внешней торговли.

Каждая страна описывалась с помощью моделей верхнего и нижнего уровня.

Верхний уровень состоит из вышеперечисленных блоков. Далее каждый блок раскрывается. Например, в блок денежного обращения включены параметры: 6.1) количество денег в обращении; 6.2) дефицит бюджета; 6.3) сальдо платежного баланса; 6.4) индекс цен (дефлятор ВНП); 6.5) индекс розничных цен; 6.6) индекс оптовых цен; 6.7) учетная ставка по долгосрочным кредитам; 6.8) учетная ставка по краткосрочным кредитам. Модели верхнего уровня содержат взаимосвязи между этими параметрами.

Нижний уровень модельного комплекса содержит детализированные модели, описывающие регионально-страновые и проблемно-функциональные отношения.

С помощью системы ЛИНК были выявлены нетривиальные экономические связи. Например, оказалось, что снижение налогов в США приводит к улучшению платежного баланса Франции.

Модель мировой торговли. Рассмотрим моделирование товарных потоков между парами стран. Для этого используются, например, гравитационные методы, приводящие к соотношениям:

$$E_{ij}^{t} = f(Z_{ij}^{t}; Z_{j}^{t}; R_{ij}^{t}),$$

где E_{ij}^{t} - экспорт из страны i в страну j в интервал времени t;

Z_{ij}^{t} - факторы, определяющие потенциальное предложение экспорта страной i для страны j в интервал времени t;

Z_i^t - факторы, определяющие потенциальный спрос страны j на импорт в интервал времени t;

R_{ij}^t - факторы, относящиеся к продвижению товарного потока из страны i в страну j в интервал времени t.

С помощью этой и других моделей независимо разработанные модели отдельных стран можно увязать в единую мировую макромодель.

Вопросам построения, изучения и использования макроэкономических моделей посвящена огромная литература (см., например, [1-9]).

4.2.3. Моделирование процессов налогообложения

В системы поддержки принятия решений входят не только общие макроэкономические модели, но и модели, касающиеся отдельных сторон функционирования народного хозяйства, в частности, модели налогообложения.

Модель вычетов при налогообложении прибыли. Рассмотрим зарубежный опыт моделирования процессов налогообложения. Математические модели налогообложения, используемые в зарубежных странах, весьма разнообразны. Начнем с канадской модели Т2. Она посвящена моделированию изменения нормы вычетов из налоговых обязательств затрат капитальных активов (при уплате налогов на прибыль). Предполагается, что каждая фирма самостоятельно проводит максимизацию скидок и минимизацию налоговых сборов (в рамках действующего налогового законодательства).

Анализируются изменения в первый год после управляющего воздействия и в "зрелой" системе через большой промежуток времени. Любопытно, что управляющим воздействием является не изменение ставки налога, а изменение правил расчета амортизационных начислений, причем это изменение касается лишь вновь приобретаемых единиц основных фондов (поэтому новые ставки амортизации лишь постепенно распространяются на налоговую базу).

В модели "зрелой" системы налогообложения используются такие параметры, как:

- средняя прошлая норма прироста капитала,
- показатель экспоненциальной амортизации,
- индекс цен капитала (учитывающий, например, рост во времени стоимости участков земли в неизменных ценах),
- средний коэффициент (индекс) инфляции (для народного хозяйства в целом),
- норма вычетов из налоговой базы затрат капитальных активов.

Моделируется также влияние на налоговые поступления изменения ставки зачета налога на инвестиции.

Модель построена на основе анализа данных, приведенных в выборке налоговых деклараций 15000 фирм (из 760000 фирм Канады).

Модели поступлений от налога на добавленную стоимость. В Румынии и Венгрии для оценки суммарных поступлений от налога на добавленную стоимость сначала оценивают налоговую базу на основе макроэкономических показателей. Считают, что она равна:

(валовой внутренний продукт) + (импорт) - (экспорт) - (фиксированные капиталовложения) - (изменение запасов) - (добавленная стоимость по освобожденным от налога секторам) - (оценка НДС для малого бизнеса и строительства частного жилья (до 1992 г.)).

Прогноз на следующий год осуществляется умножением налоговой базы предыдущего года на коэффициент, равный сумме прогнозов индекса инфляции и экономического роста за следующий год.

Действительная ставка налоговых поступлений от НДС рассчитывается путем деления объема чистых поступлений на налоговую базу. Для целей прогноза налоговая ставка считается постоянной (либо прогнозируется с помощью теории временных рядов).

Прогноз объема налоговых поступлений получают перемножением прогнозов объема налоговой базы и прогноза действительной ставки поступлений от НДС.

В Венгрии в Министерстве финансов разработана модель налоговой базы и поступлений от налога на добавленную стоимость на основе межотраслевой модели "вход-выход" (21 отрасль).

Модель подоходного налога в Великобритании построена на основе репрезентативной выборки, включающей 80000 налогоплательщиков (физических лиц) из 25 миллионов плательщиков подоходного налога. Используются данные налоговых деклараций.

С использованием соображений демографии, социологии, медицинской статистики и макроэкономики прогнозируется изменение налоговой базы, при этом структура модели определяется экспертами из представителей перечисленных наук, а коэффициенты оцениваются по выборочным данным.

Знание налоговой базы позволяет прогнозировать первоначальное (в первый год) изменение налоговых сборов при применении управляющих воздействий. Для оценки дальнейшей динамики необходимо учитывать реакцию налогоплательщиков на изменение системы налогообложения (в первом приближении - линейный отклик с коэффициентами эластичности в качестве множителей перед приращениями переменных). Прогнозирование на далекую перспективу возможно лишь методом сценариев, поскольку необходимо спрогнозировать, в частности, динамику народонаселения.

4.2.4. Моделированию процессов налогообложения в России

Имитационная модель налогообложения. Разработка имитационных моделей процессов налогообложения с целью оценки влияния управляющих воздействий на эти процессы, сбора и обобщения информации о процессах налогообложения на основе компьютерных систем представляет собой достаточно наукоемкую и трудоемкую задачу. Основные задачи, которые необходимо решить при разработке подобной модели, таковы:

- анализ нормативной базы и практической реализации процессов налогообложения,
- постановка основных задач оценки управляющих воздействий на процессы налогообложения,
- разработка и изучение системы математических моделей, имитирующих процессы налогообложения в реально действующей налоговой системе,
- решение тех же задач для будущей, модифицированной согласно решениям государственной власти, налоговой системы;
- разработка диалоговой компьютерной системы и соответствующих программных средств, позволяющих сотрудникам налоговых служб решать стоящие перед ними задачи оценки управляющих воздействий на процессы налогообложения.

В дальнейшем целесообразно разработать модели для анализа предлагаемых различными организациями и лицами налоговых систем, а также для оценки влияния процессов налогообложения на статику и динамику микро- и макроэкономических характеристик).

Сформулируем основные требования к выполнению подобного исследования в российских условиях:

- работа должна основываться на анализе действующей системы сбора налогов и других обязательных платежей в бюджетную систему

Российской Федерации (в федеральный бюджет и в бюджеты территорий),

- математические модели и соответствующие компьютерные разработки, предназначенные для оценки управляющих воздействий на процессы налогообложения, должны позволять рассчитывать объемы налоговых поступлений при тех или иных значениях управляющих воздействий - ставок налогов, льгот, штрафов,

- они должны предоставлять возможности для анализа модификаций налоговой системы (в частности, путем изменения ставок, системы льгот и штрафов, правил относительно времени внесения платежей, а также введения новых видов налогов),

- конечный программный продукт должен предназначаться для эксплуатации специалистами государственной налоговой службы, не имеющими специальных знаний в программировании и математическом моделировании.

Работа должна основываться на анализе действующей системы сбора налогов и других обязательных платежей в бюджетную систему Российской Федерации (в федеральный бюджет и в бюджеты территорий), включающей:

а) основные виды налогов:

подоходный налог с физических лиц,

налог на добавленную стоимость,

налог на прибыль (доходы),

акцизы (в том числе на спирт, водку и ликеро-водочные изделия, вина, пиво, табачные изделия, легковые автомобили, нефть (включая газовый конденсат), природный газ, бензин автомобильный и др.товары),

б) поступления в государственные внебюджетные фонды:

Пенсионный фонд,

Фонд медицинского страхования,

Фонд социального страхования,

Фонд занятости населения,

налоги, поступающие в территориальный дорожный фонд, экологические фонды и др.,

в) а также прочие виды налогов и платежей:

налог на операции с ценными бумагами,

платежи за пользование недрами и природными ресурсами (в том числе платежи за право пользования недрами, акваторией и участками морского дна, лесной налог, плата за воду, отчисления на воспроизводство минерально-сырьевой базы и др.),

земельный налог,

налог на имущество предприятий и физических лиц,

специальный налог,

государственная пошлина (в том числе по делам, рассматриваемым в Конституционном суде, судах общей юрисдикции, арбитражных судах, нотариальных конторах, загсах и других организациях),

лицензионные сборы за право производства, розлива, хранения и оптовой продажи алкогольной продукции, розничной торговли спиртными напитками и пивом,

транспортный налог,

налоги, поступающие в Федеральный дорожный фонд (в том чмсле налоги на реализацию горюче-смазочных материалов) ,

прочие налоги, сборы и другие поступления, в том числе: дивиденды по акциям, принадлежащим государству, доходы от приватизации, доходы от сдачи в аренду государственного имущества.

С теоретической точки зрения к приведенному выше перечню налогов и других обязательных платежей в бюджетную систему Российской Федерации (в федеральный бюджет и в бюджеты территорий), естественно добавить также экспортные и импортные пошлины (как это предлагается Российским союзом промышленников и предпринимателей [10]), налоги на монополии, различные виды рент, "инфляционный налог", вызванный ростом цен, рассматриваемые в экономической теории (см., например, монографии [11, 12]).

Разрабатываемые математические модели должны отвечать на вопросы типа: "Что будет, если...?", т.е. являться имитационными (в том смысле, как этот термин понимап академик РАН Н.Н.Моисеев [13]).

Кроме переменных, связанных с управляющими воздействиями, т.е. описывающих характеристики налоговых систем - виды и ставки налогов, льгот, штрафов - в моделях должны использоваться переменные, описывающие экономическую ситуацию, в частности, объемы выпуска продукции и основных фондов, динамику индекса инфляции и процента за кредит и др. Методология математического моделирования (другими словами, построения имитационных моделей) достаточно хорошо отражена в литературе, в частности, в монографиях Н.Н.Моисеева [13], Т. Нейлора [14], К.А.Багриновского и В.П.Бусыгина [15].

При построении моделей должны активно применяться современные методы эконометрики [16]. Имеются в виду, в частности, подходы и результаты статистики объектов нечисловой природы и в том числе статистики интервальных данных, продвинутые методы анализа и прогнозирования временных рядов, планирования экспертных опросов и обработки ответов экспертов, прошедшие тестирование датчики псевдослучайных чисел, алгоритмы оптимизации и другие численные методы, отработанные технологии построения диалоговых систем и нужных для них баз данных, т.е. все необходимые современные методы математического моделирования.

Первоначальный выбор объекта моделирования определяется, в частности, оценкой доступности информации о процессах налогообложения. На первом этапе выполнения разработки естественно ограничиться изучением тех налогов и других поступлений в бюджет через систему Министерства налогов и сборов РФ, которые составляют не менее 95 % всех поступлений. Речь идет о следующих видах поступлений:

а) основные виды налогов:

подоходный налог с физических лиц,

налог на добавленную стоимость,

налог на прибыль (доходы),

налоги на ресурсы,

налог на имущество,

акцизы (в том числе на спирт, водку и ликероводочные изделия, вина, пиво, табачные изделия, легковые автомобили, нефть (включая газовый конденсат), природный газ, бензин автомобильный и др.товары),

а также

б) поступления в государственные внебюджетные фонды:

Пенсионный фонд,

Фонд медицинского страхования,

Фонд социального страхования,

Фонд занятости населения.

Далее естественно провести анализ временных рядов различных видов поступлений в бюджет. Для каждого включенного в модель вида налогов и других поступлений в бюджет (в соответствии со сказанным выше предполагаемое число видов порядка 10, при разделении на поступления в федеральный и местный бюджет - 20) предлагается построить временной ряд поступлений в бюджет. Совместный анализ 10 или 20 временных рядов позволит сопоставить характер их изменений, что может дать возможность агрегировать некоторые из видов налогов и поступлений, а также сопоставить теоретические и практические соотношения между различными видами налогов и поступлений. Представляет интерес также анализ по регионам. Представляет интерес точечный и интервальный прогноз поступлений в бюджет в будущие моменты времени.

Следующий шаг - применение метода статистического моделирования (метода Монте-Карло) при разработке и изучении модели поступления налогов и других сборов в бюджет в предположении (существенно облегчающем моделирование) отсутствия связей между параметрами, описывающими налогоплательщиков. При построении такой модели, которую временно будем именовать МОНЕПА (МОдель с НЕзависимыми Параметрами) налогоплательщик описывается имеющимися в действующей АИС параметрами, принимающими как количественный, так и нечисловой (качественный) характер. Например, для физического лица количественным параметром является величина заработка, нечисловым - наличие или отсутствие определенной льготы.

Последовательность работ такова. Просматривая базу данных (например, по Саратовской области), для каждого параметра вычисляем его эмпирическое распределение. Для количественных параметров эмпирические распределения описываются функциями распределения (конкретно, эмпирическими функциями распределения, оценками Пайка, сглаженными оценками (с помощью непараметрических оценок плотности типа Парзена-Розенблатта), возможны и иные варианты). Распределения нечисловых параметров описываются частотными таблицами.

Имея распределения по каждому параметру, формируем модельного налогоплательщика следующим образом. Описывающие налогоплательщика (юридическое или физическое лицо) параметры независимо друг от друга выбираем согласно соответствующим распределениям с помощью датчика псевдослучайных чисел. Смоделировав достаточно большое число налогоплательщиков - скажем, 1000000 - рассчитываем сводные характеристики.

Предположение о возможности использования гипотезы независимости существенно облегчает моделирование, но требует проверки на соответствие реальности.

Точность расчетов можно оценить с помощью соображений типа тех, что используются в бутстрепе [16]. Или же рассчитаем итоговые величины (на одного налогоплательщика) отдельно для каждой тысячи, получим выборку из 1000 векторов (поскольку всего испытаний 1000000), распределение которой можно оценить стандартными методами прикладной статистики, в частности, вычислить выборочное среднее квадратическое отклонение, которое и описывает погрешность итоговой величины.

Итог описанной процедуры моделирования - средние поступления в бюджет для налогов и сборов различных видов, приходящиеся на одного условного налогоплательщика, и погрешности этих величин. Умножая их на число реальных налогоплательщиков, получаем оценки реальных поступлений. Можно рассчитать и погрешности этих оценок.

Модель позволяет оценить результаты применения управляющих воздействий, т.е. изменений значений параметров системы налогообложения (ставок налогов, правил назначения льгот и т.д.). Для этого достаточно повторить моделирование, изменив правила расчета величины налогов и других поступлений в бюджеты.

При проведении обширных вычислительных экспериментов с моделью МОНЕПА целесообразно для снижения объема расчетов использовать рекомендации математической теории планирования эксперимента (см., например, [17]).

Анализ существующего математического аппарата и программного обеспечения с целью выбора средств для выполнения первоначальных работ по НИР - необходимый этап работы.

Анализ временных рядов должен проводиться на основе соответствующей вероятностно-статистической теории. Основные задачи - выделение тренда и спектральный анализ (выделение периодических волн). Следует сравнить возможности ряда диалоговых систем - пакетов МЕЗОЗАВР, СРСМ, АВРОРА, STATGRAPHICS, STATISTICA, ЛИСАТИС и др., с учетом их доступности для использования в работе.

Методы оценки функций распределения (с помощью эмпирических функций распределения, оценок Пайка, сглаженных непараметрических оценками функции распределения, построенных с помощью непараметрических оценок плотности типа Парзена-Розенблатта, иных возможных вариантов) должны быть проанализированы как с позиций прикладной статистики, так и с позиций компьютерных наук.

Выбор датчика равномерно распределенных псевдослучайных чисел следует производить с учетом дискуссии по датчикам в журнале "Заводская лаборатория" в 1985-1993 гг., в результате которой изучены свойства ряда датчиков. В частности, в работе Ю.Н.Тюрина и В.Э.Фигурнова [18] продемонстрированы преимущества M-перемешивающего датчика Кнута, в котором один исходный датчик генерирует случайную последовательность, а второй независимо от первого - случайный номер в этой последовательности, а в итоговую последовательность попадает элемент из последовательности первого датчика с номером, выданным вторым датчиком. В предположении, что функции распределения заданы в непараметрическом виде, переход от равномерно распределенной случайной величины X к случайной величине с заданной функцией распределения $F(x)$ происходит путем вычисления G(X), где G - функция, обратная к F.

Поскольку при проведении обширных вычислительных экспериментов с моделью МОНЕПА (см. выше) целесообразно для снижения объема расчетов использовать рекомендации математической теории планирования эксперимента, то необходимо проанализировать различные постановки этой теории и выбрать процедуру планирования вычислительного эксперимента.

Обсудим работы следующего уровня очередности выполнения. Одна из них - разработка методологии и методики формирования суррогатной базы данных о налогоплательщиках. В странах Европейского Союза обсуждается вопрос о принятии новых правил представления статистических данных для научных исследований, в соответствии с которыми не разрешается использовать данные о реальных организациях. Вместо них предлагается формировать по специальным алгоритмам так называемые "суррогатные базы данных", достаточно хорошо представляющие базы реальных данных. Методология и технология построения суррогатных баз данных обсуждается в главе 3.4 монографии [19].

Следует подчеркнуть, что в области моделирования процессов налогообложения продолжают использоваться выборки с данными о реальных налогоплательщиках. Так, в Великобритании в модели подоходного налога используется выборка, включающая данные о 80000 налогоплательщиках (из 25 млн.). Аналогичный подход применяется Госкомстатом РФ при проведении бюджетных обследований. Однако с учетом европейских тенденций к переходу к "суррогатным базам данных" и опасности утечки информации к криминальным структурам в России необходимо проработать возможность построения подобной "суррогатной базы данных". Вариантом представления информации для изучения может быть "усеченная" база данных о реальных налогоплательщиках, из которой исключены адреса, наименования, фамилии и иные сведения, позволяющие идентифицировать элемент используемой базы данных с реальным физическим или юридическим лицом.

Целесообразно начать работы по построению первоначальных моделей налогоплательщиков (юридических и физических лиц) с целью оценки краткосрочных и долгосрочных изменений налоговых поступлений, вызванных управляющими воздействиями (изменениями налоговых ставок, правил предоставления льгот и др.) Аналогом является канадская модель T2 налога на корпорации. Краткосрочные изменения в результате применения управляющих воздействий могут быть изучены и с помощью модели МОНЕПА, описанной выше. При моделировании долгосрочных изменений необходимо учитывать, как и в модели T2, такие макроэкономические показатели, как средний рост капитала за год (другими словами, рентабельность), индекс инфляции, а при более подробном моделировании (на следующих этапах работы) - объемы основных и оборотных средств, заработной платы, необходимый объем кредита и процент платы за кредит и т.д.

ЛИТЕРАТУРА

1. Аллен Р. Математическая экономия - М.: Мир, 1967.

2. Багриновский К.А. Имитационные системы принятия экономических решений. - М.: Наука, 1983.

3. Багриновский К.А. Модели и методы экономической кибернетики. - М.: Экономика, 1986.

4. Бергстром А. Построение и применение экономических моделей. - М.: Мир, 1970.

5. Дадаян В.С. Глобальные экономические модели. - М.: МГУ, 1981.

6. Дадаян В.С. Макроэкономические модели. - М.: 1983.

7. Емельянов А.С. Эконометрия и прогнозирование. - М.: Финансы и статистика, 1989.

8. Иванов Ю.Н. Математическое описание элементов экономики. - М.: Дело, 1993.

9. Кади Дж. Количественные методы в экономике. - М.: Мир, 1977.

10. Беляков А.А. Совершенствовать не просто налоги. - Российский экономический журнал, 1994, No.11, с.24-29.

11. Лейард Р. Макроэкономика. - М., Джон Уайли энд Санз, 1994. – 160 с.

12. Долан Э.Дж., Линдсей Д. Рынок: микроэкономическая модель. - СПб.: СП "Автокомп", 1992 - 496 с.

13. Моисеев Н.Н. Математика ставит эксперимент.- М.: Наука, 1979.- 224 с.

14. Нейлор Т. Машинные имитационные эксперименты с моделями экономических систем. - М.: Мир, 1975. - 376 с..

15. Багриновский К.А.,Бусыгин В.П. Математика плановых решений.- М.: Наука, 1980. - 224 с.

16. Орлов А.И. Эконометрика.- М.: Экзамен, 2002. - 576 с.

17. Математическая теория планирования эксперимента/ Под ред. С.М.Ермакова. - М.Наука, 1983. - 392 с.

18. Тюрин Ю.Н., Фигурнов В.Э. О датчиках псевдослучайных чисел - Заводская лаборатория, 1990, т.56, No.3, с.72-75.

19. Ìàòåìàòè÷åñêîå ìîäåëèðîâàíèå ïðîöåññîâ íàëîãîîáëîæåíèÿ (ïîäõîäû ê ïðîáëåìå) / Под ред. À.È. Îðëîâà и др. - Ì.: Èçä-âî ÖЭО Ìèíîáðàçîâàíèÿ ÐÔ, 1997. 232 ñ.

Êîíòðîëüíûå âîïðîñû

1. На основе паутинообразной модели ответьте на вопрос, всегда ли цена и объем выпуска приближаются к равновесным.

2. Чем модель экономического роста отличается от модели экономического цикла?

3. Каковы переменные управления в модели влияния государственной финансовой политики на экономику США**?**

4. Какова роль блоков в создании макромодельных комплексов?

5. Каковы цели создания имитационных моделей процессов налогообложения?

Òåìû äîêëàäîâ è ðåôåðàòîâ

1. Использование модели межотраслевого баланса В.Леонтьева при планировании.
2. Отражение возможностей управления государственными расходами и налогами в макроэкономических моделях.
3. Место математической теории планирования эксперимента при использовании имитационных экономических моделей.
4. Использование репрезентативной выборки в модели подоходного налога в Великобритании.
5. Соотношение экономической теории и эконометрики при построении экономико-математических моделей с целью принятия решений.

4.3. Микроэкономические модели в теории принятия решений

При принятии решений на уровне предприятия весьма полезны соответствующие экономико-математические и эконометрические модели. Рассмотрим несколько примеров.

4.3.1. Модель функционирования промышленного предприятия

Рассмотрим модель предприятия, являющегося частью более крупной экономической структуры (системы) – государственного сектора экономики, финансово-промышленной группы, транснациональной корпорации, холдинга и т.п. Предприятие действует в плановом сегменте экономики, план определяется вышестоящими органами управления. Основное внимание в модели предприятия уделяется влиянию фондов экономического стимулирования (ФРП - фонд развития производства, ФМП - фонд материального поощрения) на темпы роста прибыли.

Эти фонды (ФРП и ФМП) наполняются из прибыли, которую получило предприятие. Основная часть этой прибыли идет в бюджет вышестоящей структуры, оставшаяся - в фонды. Сверху вводятся нормативы распределения прибыли, т.е. доли от прибыли, которые идут в фонды.

Важно найти оптимальные величины этих нормативов, так как если нормативы будут малы, то фонды практически перестанут зависеть от темпа роста прибыли и рентабельности, как следствие, их воздействие на деятельность предприятия окажется минимальным. Фактически тут можно говорить о чрезмерно больших изъятиях средств вышестоящей структурой. С другой стороны, если в фонды идет слишком большая часть прибыли, это может привести к дефициту бюджета вышестоящей структуры.

Размер ФРП есть:

$$Ф=f(A, I, R, \alpha_1, \alpha_2),$$

где A- стоимость основных производственных фондов;

I- отношение $\frac{P_\phi}{P_n}$ (здесь P_ϕ, P_n- фактический и плановый объемы реализованной продукции);

R- рентабельность;

α_1, α_2 - отраслевые нормативы отчисления части прибыли в ФРП и ФМП соответственно.

Предположим, что вышестоящей структурой выделяются капитальные вложения в количестве, прямо пропорциональном объему произведенной продукции P. Пусть:

$$\frac{dA}{dt} = \alpha \frac{dA}{dt} + \gamma P.$$

Это уравнение означает, что полный прирост капитальных вложений в основные производственные фонды равен той доле, которая выделяется на это из ФРП ($\alpha \frac{dA}{dt}$) плюс вложения вышестоящей экономической структуры (γP). Коэффициент γ

определяется вышестоящим управляющим органом; величина $\alpha \frac{dA}{dt}$ зависит от величины ФРП, т.е. в конечном итоге от принятых в системе нормативов.

Примем, что производственная функция пропорциональна стоимости основных фондов, т.е. $P = kA$. Тогда

$$\frac{dA}{dt} = \frac{\gamma k A}{1 - \alpha}.$$

Решение этого уравнения $A(t) = A(t_0)\exp(\frac{\gamma k(t - t_0)}{1 - \alpha})$ описывает рост стоимости основных фондов. При этом пропорционально растет и объем произведенной продукции *P*.

Необходимо иметь современные научно-экономические инструменты анализа такого сравнительно нового для нашей страны вида хозяйственных объединений, как холдинги. Ясно, что без предварительного научного анализа невозможно выработать обоснованные рекомендации по повышению эффективности оперативного финансового управления компаниями холдингового типа.

В частности, в диссертации [1] разработана классификация компаний холдингового типа, определены основные критерии эффективности деятельности таких компаний, сформулированы принципы трансфертного ценообразования внутри холдинга. О практической направленности работы говорит внимание к разработке документооборота и сетевого графика процесса бюджетирования. Разработаны практические рекомендации по снижению налоговых потерь. Результаты работы внедрены в холдинге, состоящем из ярославских строительных организаций. Большое значение имеет эффективная работа службы контроллинга в компании холдингового типа. При рассмотрении процесса согласования интересов хозяйствующих субъектов целесообразно использовать подходы теории кооперативных игр.

4.3.2. Принятие решений в малом бизнесе на основе экономико-математического моделирования

Малое предпринимательство - важная составная часть современной российской экономики. Например, в Москве более 10% населения трудится на малых предприятиях. Поэтому весьма актуальным является изучение сферы малого бизнеса с позиций экономической теории, в частности, методами экономико-математического моделирования [2].

Развитие малого предпринимательства необходимо для эффективного функционирования экономики России. Для понимания особенностей этого развития могут оказаться полезными разнообразные экономико-математические модели. Подходам к построению и изучению некоторых из них посвящен настоящий раздел.

В отечественной литературе мало работ по экономико-математическому моделированию малого бизнеса. Поэтому целесообразно дать широкую панораму возможных подходов к построению моделей, которые могут оказаться полезными для описания динамики развития малых предприятий, а также и управления ими. Поскольку для описания тех или иных проблем малого предпринимательства могут использоваться самые разные виды экономико-математических моделей, то полезно рассмотреть достаточно широкий спектр таких моделей. Это повлекло довольно краткое описание конкретных моделей. Особое внимание уделено применению методов статистики нечисловых данных, наиболее актуальных в настоящее время.

Проблемы маркетинга малого бизнеса. Во всех странах с развитой рыночной экономикой нестабильность малого бизнеса во многом связана с его сильной зависимостью от внешней среды - как от STEP-факторов (социальных, технологических, экономических, политических), так и от факторов конкурентного окружения (в т.ч. - от поставщиков и потребителей) . Для того, чтобы выжить и занять свою рыночную нишу, малый бизнес должен хорошо ориентироваться и адаптироваться в условиях достаточно высокой степени неопределенности и риска. Это означает, что маркетинг малого бизнеса изначально носит рисковый характер [3].

Для снижения степени риска маркетинга малого бизнеса требуется высокий профессионализм менеджера малой организации в области управления рыночной информацией и быстрота реакции в принятии решений при изменении условий внешней среды. То есть как лицо, принимающее решения (ЛПР), менеджер малой организации должен быть одновременно хорошим маркетологом.

Маркетинг малого бизнеса имеет особенности. Для того, чтобы малая организация могла выжить и занять свою рыночную нишу, ее маркетинг с самого начала должен быть ориентирован не на абстрактные производство и сбыт, а на конкретного потребителя с его индивидуальными запросами. Иными словами, приоритетной формой маркетинга малого бизнеса является целевой специализированный маркетинг. Он позволяет сконцентрировать объективно небольшие ресурсы малой организации на наиболее важном направлении. Однако цена ошибки ЛПР, цена принятия неправильного решения в малом бизнесе многократно возрастает, т.к. у малой организации, как правило, нет финансовых возможностей диверсифицировать свою деятельность и свой риск.

Следовательно, для менеджера малой организации наиболее важные и сложные задачи таковы: проведение маркетинговых исследований по изучению рынка, сегментация рынка, выбор целевого сегмента, оценка его потенциальной мощности, оценка риска выбора рыночной ниши и силы потенциальных конкурентов.

Успешное решение перечисленных задач требует от менеджера малой организации достаточно серьезной подготовки в области теории принятия решений, эконометрики и экономико-математического моделирования, поскольку оплата услуг консалтинговых фирм по этим вопросам стоит достаточно дорого.

Вместе с тем для того, чтобы быстро реагировать на изменения внешней среды, оказывающей сильное воздействие на малую организацию, ее менеджер должен проводить постоянный мониторинг рыночной ситуации по определенным наиболее значимым параметрам (спрос, предложение, цены, товары-конкуренты, альтернативные технологии и др.). Сбор и оперативное использование такой информации является решающим фактором успеха в маркетинге малого бизнеса при принятии решений. Это требует определенных знаний и навыков у менеджера по формированию банка данных и работе с маркетинговой информацией. Наиболее доступными для менеджеров малого бизнеса являются экономико-статистические (эконометрические) методы и методы математического моделирования, позволяющие (при определенной подготовке менеджеров и наличии программной поддержки) достаточно быстро обрабатывать и использовать оперативную информацию на практике.

Математические методы и модели для решения задач малого бизнеса. Достаточно известными примерами применения методов экономико-математического моделирования в маркетинге для структурирования и анализа рыночной информации являются модели жизненного цикла товара (фирмы), модели маркетингового комплекса 4*p* (7*p*), матрица "Бостон-консалтинг групп", SWOT-анализ конкурентов, матрица определения проблемы и др.[3,4]. Они могут быть простейшими инструментами управления маркетингом в малом бизнесе и позволяют достаточно оперативно оценить место и конкурентные преимущества организаций. Вместе с тем возможности экономико-математического моделирования позволяют менеджеру самостоятельно структурировать свою собственную ситуацию и создавать собственные модели (или варианты типовых моделей с собственными значениями параметров) оптимального поведения на рынке в условиях неопределенности и риска. Так, известная среди маркетологов и менеджеров матрица "Бостон-консалтинг групп" является, на наш взгляд, не двухмерной, а трехмерной моделью, в которой наряду с долей на рынке и темпом роста продаж обязательно должен рассматриваться такой параметр, как прибыль организации.

При разработке системы экономико-математической поддержки малого бизнеса математические модели развития малого предпринимательства должны изучаться специалистами теоретически на основе вероятностных и имитационных методов и сопоставляться со статистическими данными, характеризующими реальное положение в рассматриваемой области экономики. Методология математического моделирования позволяет ставить и решать различные задачи, возникающие в маркетинге малого бизнеса. В частности, отметим задачи анализа и прогнозирования рыночной ситуации, оценки различных видов рисков.

Для повышения эффективности исследовательской работы целесообразно разделять экономико-статистические (эконометрические) методы и экономико-математическое моделирование, хотя такое деление и условно. Примером первых (т.е. методов прикладной статистики применительно к конкретным экономическим данным) являются методы выборочного изучения потребителей. Так, в 1994 г. сотрудниками Института высоких статистических технологий и эконометрики опрошены 500 потребителей и продавцов растворимого кофе, полученные результаты использованы фирмой-заказчиком при маркетинге, в частности, при планировании рекламной кампании [5]. Технология проведения таких маркетинговых исследований близка к технологии социологических опросов, а также имеет много общего со статистическим управлением качества продукции, в частности, с оценкой качества при сертификации [6].

При экономико-математическом моделировании используются нацеленные на конкретные применения модели, в отличие от моделей прикладной статистики, которые можно использовать в любой сфере деятельности. Примерами являются экономико-математические модели управления запасами (см. ниже), с помощью которых удается находить оптимальные размеры поставок и процедуру их поступления. Обычно применение таких моделей позволяет по крайней мере вдвое сократить суммарные издержки. Набор подобных компьютерных моделей должен быть рабочим инструментом менеджера малого предприятия.

При математическом моделировании маркетинговых проблем малого бизнеса используют эконометрические методы и методы экспертных оценок, а также методы имитационного моделирования. В настоящее время быстрых перемен в социальной, экономической и политической сферах отсутствуют достаточно длинные временные ряды экономических данных, и интерес исследователей и практических работников переместился из статистики временных рядов в области теории и практики экспертных оценок.

В маркетинговых исследованиях для малого бизнеса большую роль играют факторы нечисловой природы - качественные признаки, интервальные и нечеткие оценки и др. Развиваются и применяются современные методы статистического анализа нечисловых данных [5]. Оригинальность и эффективность математического аппарата в области статистики нечисловых данных определяется тем, что он основан на использовании расстояний в выборочных пространствах, а не операций суммирования.

При изучении экономических рисков, в частности, связанных с осуществлением инвестиционных проектов, необходимо моделировать различные неопределенности будущего и настоящего.

Неопределенность описывают с помощью вероятностно-статистических, нечетких, в частности, интервальных моделей. Вероятностно-статистические модели нацелены прежде всего на анализ массовых явлений. Неопределенность единичных событий более целесообразно описывать с помощью нечетких множеств, в частности, с помощью интервальных чисел, задающих нижние и верхние границы для неизвестных в точности параметров. Хотя около 30 лет назад доказано [7], что теория нечетких множеств в определенном смысле сводится к теории случайных множеств, при практическом применении математический аппарат теории нечеткости существенно отличается от вероятностно-статистического, а также и от аппарата статистики интервальных данных [5]. При применении математических моделей весьма важным является исследование устойчивости выводов по отношению к допустимым отклонениям исходных данных и предпосылок модели [7]. Только та модель может быть рекомендована для практического использования, для которой полученные с ее помощью выводы мало меняются при подобных отклонениях. Накоплен определенный опыт применения методологии экономико-математического моделирования при решении практических задач маркетинга малого бизнеса [5, 8], в частности, в области товаров народного потребления и производственного назначения, образовательных услуг, а также при анализе и моделировании инфляционных процессов, в сфере налогообложения и др.

Перейдем к более подробному рассмотрению некоторых экономико-математических моделей, предназначенных для описания маркетинговой деятельности и жизненного цикла предприятий малого бизнеса.

Маркетинговые модели принятия решений. Для структурирования и анализа рыночной информации могут быть успешно применены такие известные инструменты принятия управленческих решений, как SWOT-анализ и матрица "Бостон консалтинг групп", а также некоторые их обобщения. Эти обобщения позволяют эффективно использовать современные методы экспертного оценивания, в том числе основанные на применении статистики нечисловых, в частности, интервальных данных.

В обобщении SWOT-анализа предприятия оцениваются (в количественных или в качественных шкалах) по четырем группам показателей - сильные и слабые стороны, угрозы и возможности. Частные показатели сводятся в групповые, а групповые - в итоговый (обобщенный) показатель. Эта процедура дает возможность ранжировать и классифицировать конкурентов (например, на весьма опасных, опасных и неопасных), а также отслеживать и моделировать динамику показателей и итоговых оценок предприятий.

В обобщенной матрице "Бостон консалтинг групп" предлагается использовать трехмерную модель, в которой предприятие описывается долей на рынке, темпом роста продаж и прибылью. От качественных значений перечисленных переменных переходим к количественным, а также строим итоговый показатель и прогностические правила.

Рассматриваемые модели основаны на применении технологии построения единичных, групповых и обобщенных показателей (оценок отдельных сторон деятельности фирм - конкурентов и их экономического положения в целом), развитой ранее для решения задач экологического страхования [9]. Компьютерная поддержка этой технологии может быть осуществлена с помощью АРМ МАТЭК (МАТематические методы в ЭКспертных исследованиях) - автоматизированного рабочего места организатора экспертного опроса [10].

Как уже говорилось, экспертные оценки как самостоятельное направление научно-практической деятельности развивается в нашей стране с 70-х годов. В частности, с 1973 г. работает неформальный научный коллектив вокруг научного семинара “Математические методы экспертных оценок и нечисловая статистика”, часто обращающийся к проблемам принятия решений в условиях малого бизнеса. Проведена масса исследований, опубликованы десятки монографий и сборников, сотни статей. В настоящее время возникла масса аналитических центров, бизнес-инкубаторов и др., которым рассматриваемые разработки явно полезны. Однако важно установить контакты между теоретиками и менеджерами аналитических центров, наладить систему обучения. Накопленные теоретиками знания должны быть основой для компьютерных систем, например, таких, как АРМ МАТЭК.

О теории ранжировок и рейтингов. Ограничимся здесь одним сюжетом, связанным с ранжировками и рейтингами. В настоящее время в практике работы малых предприятий распространены маркетинговые, экспертные и социологические опросы. При их проведении опрашиваемых просят выставить баллы инвестиционным проектам, направлениям работ или исследований, товарам, идеям, проблемам, программам или политикам. Затем рассчитывают средние баллы и рассматривают их как интегральные оценки, выставленные фирмой или обществом в целом инвестиционным проектам, направлениям работ или исследований, товарам, идеям, проблемам, программам или политикам. Уже около 20 лет знаем, что согласно теории измерений такой способ расчета интегральных оценок некорректен (см. главу 2.1).

Хорошо известно, каким условиям должны удовлетворять методы обработки данных, измеренных в тех или иных шкалах. Например, для порядковых данных в качестве интегрального показателя использовать среднее арифметическое нельзя, а медиану – можно [5]. К сожалению, распространены некорректные методы расчетов. В качестве примера отметим, что методы расчета рейтингов “ведущих политиков” на основе усреднения ответов экспертов, публикуемые в “Независимой газеты”, являются математически некорректными. Впрочем, есть много иных претензий к этим публикациям, связанных, в частности, с нерепрезентативным составом экспертов.

Как известно, максимальными инвариантами в порядковой шкале являются ранжировки (нестрогие порядки). Поэтому от использования результатов теории измерений менеджеру малой организации естественно перейти к применению методов статистики объектов нечисловой природы [5].

Моделирование потока проектов. Кратко рассмотрим несколько экономико-математических моделей, описывающих развитие малых предприятий в течение их жизненного цикла.

При построении математических моделей типа «поток проектов» будем считать, что малое предприятие ассоциируется с последовательностью выполняемых им проектов. Новые малые предприятия порождаются в соответствии с пуассоновским процессом переменной интенсивности (аналогично потоку заявок в теории массового обслуживания [11]). Каждое новое малое предприятие выполняет вначале один проект, величина (стоимость) и продолжительность которого - случайные величины с заданными (в модели) распределениями.

Точнее, с учетом известных в менеджменте представлений о жизненном цикле продукции экономический эффект (на единицу времени) от выполнения проекта описывается (случайной) функцией от времени (с отсчетом от момента начала осуществления проекта), типовой вид которой таков: сначала отрицательные значения (вначале необходимы вложения), затем - рост до максимального значения, продолжительное "плато" на достигнутом уровне, затем - спад (окончание проекта). Поскольку для осуществления проекта, как правило, необходим начальный капитал, то в модель порождения малых предприятий необходимо внести новую переменную -

(случайную) величину начального капитала, которая, в частности, ограничивает круг проектов, возможных для данного малого предприятия. Возможно и разорение малого предприятия, если из-за случайных причин стартовый капитал окажется недостаточным для осуществления проекта. Отметим, что потоки платежей необходимо оценивать путем приведения к сопоставимым ценам, а при этом не обойтись без учета инфляции, изучение и прогнозирование которой встречает известные трудности [5].

Однако для некоторых видов деятельности, например, оказания научно-технических услуг, можно считать, что экономический эффект (в сопоставимых ценах) имеет простой частный вид описанной выше функции - является ступенчатой функцией, равной положительной константе C на отрезке $[0,T]$ и 0 вне его (здесь C и T - случайные величины).

Поскольку каждый проект рано или поздно заканчивается, малое предприятие, как правило, должно переходить к осуществлению новых проектов еще до окончания жизненного цикла предшествующего проекта. В модели принимаем, что каждый проект порождает своих потомков - новые проекты с определенной интенсивностью. С этой точки зрения малое предприятие - это совокупность проектов, в которую входят: 1) исходный проект (если он еще продолжается); 2) его непосредственные потомки; 3) потомки его потомков, и т.д. Развитие малого предприятия состоит в возникновении, выполнении и прекращении проектов, его образующих. Если все эти проекты прекращаются, то малое предприятие ликвидируется. Аналогом является развитие популяции фамилий, изучаемое с помощью теории ветвящихся процессов [12].

Рассматриваемые модели позволяют, в частности, изучать динамику распределения малых предприятий по размерам и длительности жизни, например, оценивать долю предприятий, прекративших деятельность в течение определенного интервала времени после организации. Можно продемонстрировать положительную роль технопарков как "инкубаторов" малых предприятий, влияние экспертизы бизнес-плана и др. - поддержка проектов на начальных стадиях при условии отсечения малоперспективных проектов существенно повышает вероятность "выживания" остальных.

Пример модели потока проектов. Приведенное выше описание задает достаточно обширное семейство математических моделей. Рассмотрим одну из них.

Пусть процесс порождения новых предприятий в регионе описывается пуассоновским процессом с постоянной интенсивностью q. Это означает, что за единицу времени возникает случайное число X малых предприятий, причем X имеет пуассоновское распределение с параметром q. В среднем за единицу времени возникает q малых предприятий, поскольку математическое ожидание X равно q. Величина q зависит от числа жителей и уровня социально-экономического развития региона.

Следующий шаг - моделирование начального капитала и стоимости проекта. При этом в случае, когда стоимость проекта больше начального капитала, то предприятие погибает, не приступив к деятельности. Хорошо известно, что в современной России большое число зарегистрированных малых предприятий (по крайней мере до 70%) не проявляет производственной активности. Все такие предприятия можно считать погибшими еще до начала выпуска продукции.

Рассмотрим предприятия с достаточным начальным капиталом. Пусть для простоты экономический эффект при выполнении проекта является ступенчатой функцией, равной положительной константе C на отрезке $[0,T]$ и 0 вне его, где C и T - случайные величины. Далее следует смоделировать процесс порождения «потомков» проекта. Естественно считать, что число потомков случайно, но при этом их в среднем больше у проекта большей стоимости и боле длительного. Дальнейшее опустим, поскольку основные идеи, лежащие в основе моделирования, уже сформулированы.

Модель занятия ниш. Предположим, что имеется конечный набор "ниш", которые могут занять вновь возникающие предприятия. В соответствии с некоторым распределением вероятностей порождаются новые предприятия (т.е. указываются для них ниши). Если ниша занята, то предприятие гибнет. Если нет - занимает нишу и функционирует некоторое случайное время, после чего прекращает деятельность и освобождает нишу. Действующее предприятие может захватывать свободные ниши - на тех же основаниях, что и вновь возникающие предприятия. Нетрудно получить расчетные формулы для числа свободных ниш и вероятности того, что ниша занята, а также для иных характеристик, описывающих развитие популяции малых предприятий.

Модель выбора ниши. Для описания поведения малого предприятия предлагается использовать модель выбора ниши на основе теории принятия решений с использованием дерева целей. Рассматривая выбор на каждом этапе как случайную величину, получаем возможность расчета распределения малых предприятий по вариантам окончательных решений. А это порождает итерационный процесс пересмотра решений, поскольку знание итогового распределения влечет пересмотр некоторых из ранее принятых решений, например, о количестве возможных конкурентов. Модель целесообразно реализовать в виде имитационной компьютерной системы, пригодной также для индивидуального обучения и проведения деловых игр. Интересны варианты модели с использованием интервальных или нечетких ответов, что делает и итоговое решение интервальным или нечетким.

Проблемам малого предпринимательства посвящено большое число официальных и научных публикаций, что объясняется, очевидно, заметным вкладом малых предприятий в отечественное производство, а также - что представляется нам более важным - пионерской ролью малых предприятий в опробовании различных вариантов организации экономической жизни, взаимодействия государственных и негосударственных структур. Именно малые предприятия лучше всего демонстрируют роль конкуренции в экономике.

Однако, несмотря на наличие достаточно большого числа публикаций по проблемам малого бизнеса, практически все они не используют развитого математического аппарата для анализа рассматриваемой области. Поэтому представляется полезным рассмотрение достаточно широкого спектра подходов к построению и использованию экономико-математических моделей в малом бизнесе. Выше продемонстрировано, что экономико-математическое моделирование имеет широкие перспективы практического применения в маркетинге малого бизнеса. Еще более интересные возможности раскрываются в области теоретических исследований проблем малого бизнеса. Совместная работа экономистов, эконометриков, математиков и практикующих менеджеров малого бизнеса принесет пользу как теории, так и практике.

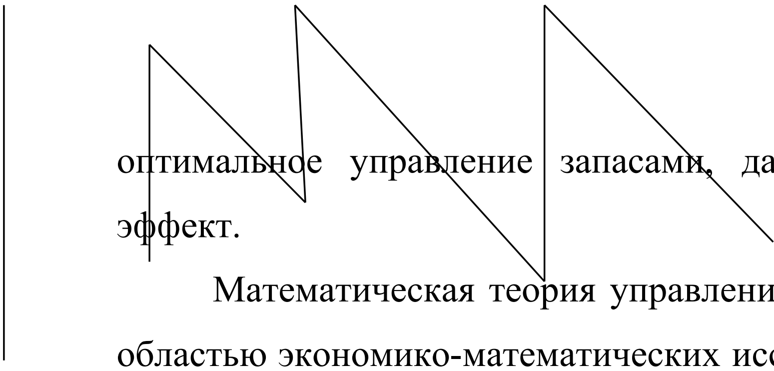
4.3.3. Принятие решений в задачах логистики

Термин «логистика» происходит от французского слова «loger» (размещение, расквартирование), которое употребляется в военной терминологии для определения движения военных грузов, их складирования и размещения, а также для описания процесса размещения и расквартирования военных подразделений. В настоящее время термин «логистика» широко используется в деловом мире и определяет теорию и практику движения сырья, материалов, комплектующих изделий, производственных, трудовых и финансовых ресурсов, готовой продукции от их источников к потребителям.

ЛОГИСТИКА – наука о планировании, управлении и контроле за движением материальных, информационных и финансовых ресурсов в различных производственно-экономических системах. Предметом логистики является комплексное управление всеми материальными и нематериальными потоками в таких системах. Новизна концепции логистики в области управления промышленными системами состоит во всестороннем подходе к вопросам движения материальных благ в процессе производства и управления. Логистическая система должна охватывать и согласовывать процессы производства, закупок и распределения продукции, а также быть основой при стратегическом планировании и прогнозировании. Итак, логистика – это экономическая дисциплина, занимающаяся оптимальной организацией материальных, финансовых и информационных потоков.

Одна из основных частей логистики – теория управления запасами. Сколько товара держать на складе? Много – будут омертвляться оборотные средства, вложенные в запас. Мало – слишком часто надо будет заниматься получением новых партий товара и нести соответствующие расходы. Значит, надо рассчитать и использовать оптимальный размер запаса. А для этого необходимо построить соответствующую математическую модель.

Управление запасами (другими словами, материально-техническое снабжение) – неотъемлемая часть работы фирм и организаций. Речь идет о запасах сырья, топлива, материалов, инструментов, комплектующих изделий, полуфабрикатов, готовой продукции на промышленном (или сельскохозяйственном) предприятии, о запасах товаров на оптовых базах, складах магазинов, на рабочих местах продавцов, наконец, у потребителей. Запасы постоянно расходуются и пополняются по тем или иным правилам, принятым на предприятии. Оптимизация этих правил, т.е.



оптимальное управление запасами, дает большой экономический эффект.

Математическая теория управления запасами является крупной областью экономико-математических исследований, получившей свое развитие в основном начиная с пятидесятых годов. Предложенная, видимо, еще в 1915 г. Ф.Харрисом классическая модель теории управления запасами, называемая также моделью Вильсона (в связи с тем, что получила известность после публикации работы Р.Г.Вильсона в 1934 г.), является одним из наиболее простых и наглядных примеров применения математического аппарата для принятия решений в экономической области. В то же время формула оптимального размера заказа, полученная в модели Вильсона, широко применяется на различных этапах производства и распределения продукции, поскольку оказывается практически полезной для принятия решений при управлении запасами, в частности, приносящей заметный экономический эффект [7]. Рассмотрим эту модель подробнее.

Классическая модель управления запасами. Пусть $y(t)$ – величина запаса некоторого товара на складе в момент времени t, $t \geq 0$. Дефицит не допускается, т.е. $y(t) \geq 0$ при всех t. Товар пользуется равномерным спросом с интенсивностью μ, т.е. за интервала времени Δt со склада извлекается и поступает потребителям часть запаса величиной $\mu \Delta t$. В моменты времени $t_0 = 0$, t_1, t_2,… пополняется запас на складе – приходят поставки величиной Q_0, Q_1, Q_2,… соответственно. Таким образом, изменение во времени величины запаса $y(t)$ товара на складе изображается зубчатой ломаной линией (рис.1), состоящей из наклонных и вертикальных звеньев, причем наклонные отрезки параллельны.

y

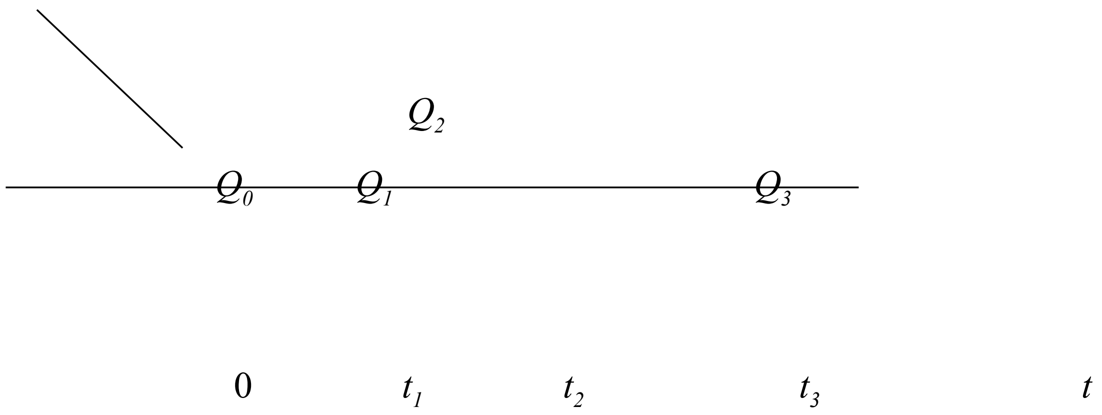


Рис. 1. График изменения величины запаса на складе

Таким образом, в момент t_i величина запаса на складе $y(t)$ скачком увеличивается на Q_i. Следовательно, функция $y(t)$ имеет разрывы в точках t_1, t_2,… Для определенности будем считать, что эта функция непрерывна справа.

Пусть s – плата за хранение единицы товара в течение единицы времени. Поскольку можно считать, что величина запаса $y(t)$ не меняется в течение интервала времени $(t;\ t+dt)$, где dt – дифференциал, т.е. бесконечно малая, то плата за хранение всего запаса в течение этого интервала времени равна $sy(t)dt$. Следовательно, затраты за хранение в течение интервала времени $[0;T)$, где T – интервал планирования, пропорциональны (с коэффициентом пропорциональности s) площади под графиком уровня запаса на складе $y(t)$ и равны

$$s\int_0^T y(t)dt.$$

Пусть g – плата за доставку одной партии товара. Примем для простоты, что она не зависит от размера поставки. Позже покажем, что если эта плата равна $g+g_1Q$, где Q – размер поставки, то оптимальный план поставки – тот же, что и при отсутствии линейного члена. Будет проанализирована и более сложная модель, в которой предусмотрена скидка с ростом поставки, приводящая к выражению $g+g_1Q+ g_2Q^2$ для платы за доставку одной партии товара размером Q.

Пусть $n(T)$ – количество поставок, пришедших в интервале

[0;T). При этом включаем поставку в момент $t = 0$ и не включаем поставку в момент $t = T$ (если такая происходит). Тогда суммарные издержки на доставку товара равны $gn(T)$. Следовательно, общие издержки (затраты, расходы) за время T равны

$$F(T;y) = F(y(t),\ 0 \le t < T) = gn(T) + s\int_0^T y(t)dt.$$

Запись $F(T;y) = F(y(t),\ 0 \le t < T)$ означает, что общие издержки зависят от значений функции $y=y(t)$ при всех $0 \le t < T$. Символ у обозначает функцию как целое. Другими словами, область определения $F(T;y)$ при фиксированном T – не множество чисел, а множество функций.

Общие издержки, очевидно, возрастают при росте горизонта планирования Т. Поэтому часто используют средние издержки, приходящиеся на единицу времени. Средние издержки за время Т равны

$$f(T;y) = f(y(t),\ 0 \le t < T) = \frac{1}{T}F(T;y) = \frac{1}{T}\left\{gn(T) + s\int_0^T y(t)dt\right\}.$$

Поскольку товар отпускается со склада с постоянной интенсивностью (скоростью), дефицит не допускается, то доходы от работы склада пропорциональны горизонту планирования, средние доходы постоянны. Следовательно, максимизация прибыли эквивалентна минимизации издержек или средних издержек.

Если задать моменты прихода поставок и величины партий, то будет полностью определена функция $y=y(t)$ при всех $0 \le t < T$. Верно и обратное – фиксация функции $y=y(t)$, $0 \le t < T$, рассматриваемого вида (рис.1) полностью определяет моменты прихода поставок и величины партий. И то, и другое будем называть *планом* поставок или планом работы системы управления запасами. Для ее оптимизации необходимо выбрать моменты времени $t_0 = 0$, t_1, t_2,… пополнения запаса на складе и размеры поставляемых партий товара Q_0, Q_1, Q_2,… так, минимизировать средние издержки $f_T(y)$ при фиксированном T.

Модель производственной ситуации (т.е. работы склада) описывается четырьмя параметрами - μ (интенсивность спроса), s (стоимость хранения единицы продукции в течение единицы времени), g (стоимость доставки партии товара), T (горизонт планирования).

Поставленная задача оптимизации работы склада интересна тем, что неизвестно число $2n(T)$-1 параметров, определяющих план поставок. Поэтому ее решение не может быть проведено с помощью стандартных методов теории оптимизации.

Решим эту задачу в три этапа. На первом установим, что оптимальный план следует искать среди тех планов, у которых все зубцы доходят до оси абсцисс, т.е. запас равен 0 в момент доставки очередной партии. Цель второго этапа – доказать, что все зубцы должны быть одной и той же высоты. Наконец, на третьем находим оптимальный размер поставки.

Оптимальный план. Найдем наилучший план поставок. План, для которого запас равен 0 (т.е. $y(t) = 0$) в моменты доставок очередных партий, назовем *напряженным.*

Утверждение 1. Для любого плана поставок, не являющегося напряженным, можно указать напряженный план, для которого средние издержки меньше.

Покажем, как можно от произвольного плана перейти к напряженному, уменьшив при этом издержки. Пусть с течением времени при приближении к моменту t_1 прихода поставки Q_1 уровень запаса не стремится к 0, а лишь уменьшается до $y(t_1 -) \neq 0$ (где знак «минус» означает предел слева функции $y(t)$ в точке t_1). Тогда рассмотрим новый план поставок с теми же моментами поставок и их величинами, за исключением величин поставок в моменты $t = 0$ и $t = t_1$. А именно, заменим Q_0 на $Q_{01} = Q_0 - y(t_1-)$, а Q_1 на $Q_{11} = Q_0 + y(t_1-)$. Тогда график уровня запаса на складе параллельно сдвинется вниз на интервале $(0; t_1)$, достигнув 0 в t_1, и не изменится правее точки t_1.

Следовательно, издержки по доставке партий не изменятся, а издержки по хранению уменьшатся на величину, пропорциональную (с коэффициентом пропорциональности s) площади параллелограмма, образованного прежним и новым положениями графика уровня запаса на интервале $(0; t_1)$ (см. рис.2).

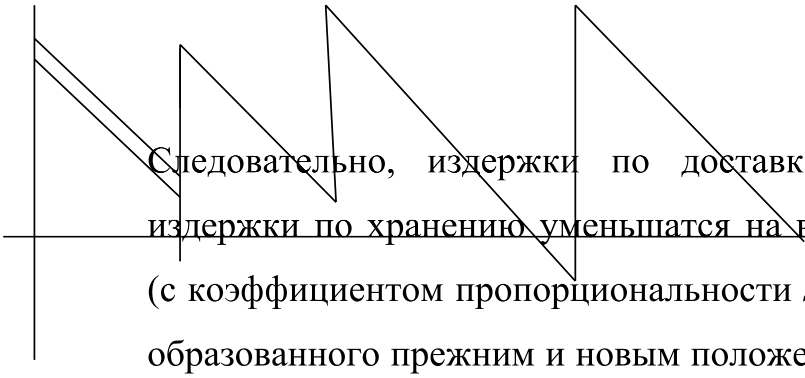


Рис. 2. Первый шаг перехода к напряженному плану

Итак, в результате первого шага перехода получен план, в котором крайний слева зубец достигает оси абсцисс. Следующий шаг проводится аналогично, только момент времени $t = 0$ заменяется на $t = t_1$. Если есть такая возможность, второе наклонное звено графика уровня запаса на складе параллельно сдвигается вниз, достигая в крайней правой точке t_2 оси абсцисс.

Аналогично поступаем со всеми остальными зубцами, двигаясь слева направо. В результате получаем напряженный план. На каждом шагу издержки по хранению либо сокращались, либо оставались прежними (если соответствующее звено графика не опускалось вниз). Следовательно, для полученного в результате описанного преобразования напряженного плана издержки по хранению меньше, чем для исходного плана, либо равны (если исходный план уже являлся напряженным).

Из утверждения 1 следует, что оптимальный план следует искать только среди напряженных. Другими словами, план, не являющийся напряженным, не может быть оптимальным.

Утверждение 2. Среди напряженных планов с фиксированным числом поставок минимальные издержки имеет тот, в котором все интервалы между поставками равны.

При фиксированном числе поставок затраты на доставку партий не меняются. Следовательно, достаточно минимизировать затраты на хранение.

Для напряженных планов размеры поставок однозначно определяются с помощью интервалов между поставками:

$$Q_{i-1} = \mu\,(t_i - t_{i-1}),\ i = 1,2,\dots,n(T)-1,\ Q_{n(T)-1} = \mu\,(T - t_{n(T)-1}).$$

Действительно, очередная поставка величиной Q_{i-1} совпадает с размером запаса на складе в момент t_{i-1}, расходуется с интенсивностью μ единиц товара в одну единицу времени и полностью исчерпывается к моменту t_i прихода следующей поставки.

Для напряженного плана издержки по хранению равны

$$s\int_0^T y(t)dt = s\sum_{i=1}^{n(T)} \frac{Q_{i-1}(t_i - t_{i-1})}{2} = s\sum_{i=1}^{n(T)} \frac{\mu\,(t_i - t_{i-1})^2}{2} = s\sum_{i=1}^{n(T)} \frac{\mu\,\Delta_i^2}{2} = \frac{\mu s}{2}\sum_{i=1}^{n(T)} \Delta_i^2,$$

где $\Delta_i = t_i - t_{i-1},\ i = 1,2,\dots,n(T),\ t_{n(T)} = T.$ Ясно, что $\Delta_i,\ i = 1,2,\dots,n(T)$ - произвольные неотрицательные числа, в сумме составляющие *T*. Следовательно, для минимизации издержек среди напряженных планов с фиксированным числом поставок достаточно решить задачу оптимизации

$$\begin{cases} \Delta_1^2 + \Delta_2^2 + \dots + \Delta_n^2 \to \min, \\ \Delta_1 + \Delta_2 + \dots + \Delta_n = T, \\ \Delta_i \ge 0,\ i = 1,2,\dots,n, \end{cases}$$

где $n = n(T)$.

Полученная задача оптимизации формально никак не связана с логистикой, она является чисто математической. Для ее решения целесообразно ввести новые переменные $\alpha_i = \Delta_i - \frac{T}{n},\ i = 1,2,\dots,n.$ Тогда

$$\sum_{i=1}^{n} \alpha_i = \sum_{i=1}^{n} (\Delta_i - \frac{T}{n}) = \left(\sum_{i=1}^{n} \Delta_i \right) - n\frac{T}{n} = T - T = 0.$$

Поскольку $\Delta_i = \frac{T}{n} + \alpha_i,$ то $\Delta_i^2 = \frac{T^2}{n^2} + 2\frac{T}{n}\alpha_i + \alpha_i^2,$ следовательно, с учетом предыдущего равенства имеем

$$\sum_{i=1}^{n} \Delta_i^2 = n\frac{T^2}{n^2} + 2\frac{T}{n}\sum_{i=1}^{n} \alpha_i + \sum_{i=1}^{n} \alpha_i^2 = \frac{T^2}{n} + \sum_{i=1}^{n} \alpha_i^2.$$

Сумма квадратов всегда неотрицательна. Она достигает минимума, равного 0, когда все переменные равны 0, т.е. при $\alpha_1 = \alpha_2 = ... = \alpha_n = 0.$ Тогда

$$\Delta_i = \frac{T}{n},\ i = 1,2,...,n.$$

При этих значениях Δ_i выполнены все ограничения оптимизационной задачи. Итак, утверждение 2 доказано.

Для плана с равными интервалами между поставками все партии товара имеют одинаковый объем. Для такого плана издержки по хранению равны

$$s\int_0^T y(t)dt = \frac{\mu s}{2}\sum_{i=1}^{n(T)} \Delta_i^2 = \frac{\mu s T^2}{2n(T)}.$$

Средние издержки (на единицу времени) таковы:

$$f(T;y) = \frac{1}{T}\left\{ gn(T) + \frac{\mu s T^2}{2n(T)} \right\} = g\frac{n(T)}{T} + \mu s\frac{T}{2n(T)}.$$

Итак, минимизация средних издержек – это задача дискретной оптимизации. На третьем этапе построения оптимального плана необходимо найти натуральное число *n(T)* – самое выгодное число поставок.

Поскольку к моменту *T* запас товара должен быть израсходован, то общий объем поставок за время *T* должен совпадать с общим объемом спроса, следовательно, равняться μT. Справедливо балансовое соотношение (аналог закона Ломоносова-Лавуазье сохранения массы при химических реакциях):

$$Qn(T) = \mu T.$$

Из балансового соотношения следует, что

$$\frac{n(T)}{T} = \frac{\mu}{Q}.$$

Средние издержки (на единицу времени) можно выразить как функцию размера партии Q:

$$f(T; y) = g\frac{n(T)}{T} + \mu s\frac{T}{2n(T)} = f_1(Q) = \frac{\mu g}{Q} + \frac{sQ}{2}. \quad (1)$$

Задача состоит в минимизации $f_1(Q)$ по Q. При этом возможная величина поставки принимает дискретные значения, $Q \in \left\{\frac{\mu T}{n}.\ n = 1,2,...\right\}.$

Изучим функцию $f_1(Q)$, определенную при $Q>0$. При приближении к 0 она ведет себя как гипербола, при росте аргумента – как линейная функция. Производная имеет вид

$$\frac{df_1(Q)}{dQ} = -\frac{\mu g}{Q^2} + \frac{s}{2}. \quad (2)$$

Производная монотонно возрастает, поэтому рассматриваемая функция имеет единственный минимум в точке, в которой производная равна 0, т.е. при

$$Q_0 = \sqrt{\frac{2\mu g}{s}}. \quad (3)$$

Получена знаменитая «формула квадратного корня». В литературе иногда без всяких комментариев рекомендуют использовать напряженный план, в котором размеры всех поставляемых партий равны Q_0. К сожалению, получаемый таким путем план почти всегда не является оптимальным, т.е. популярная рекомендация неверна или не вполне корректна. Дело в том, что почти всегда $Q_0 \notin \left\{\frac{\mu T}{n}.\ n = 1,2,...\right\}.$

Всегда можно указать неотрицательное целое число n такое, что

$$Q_1 = \frac{\mu T}{n+1} < Q_0 \le \frac{\mu T}{n} = Q_2. \quad (4)$$

Утверждение 3. Решением задачи оптимизации

$$f_1(Q) = \frac{\mu g}{Q} + \frac{sQ}{2} \to \min,$$

$$Q \in \left\{ \frac{\mu T}{n}.\ n = 1,2,\ldots \right\}$$

является либо Q_1, либо Q_2.

Действительно, из всех $Q \in \left\{ \frac{\mu T}{n}.\ n = 1,2,\ldots \right\}$ часть лежит правее Q_0, из них наименьшим является Q_2, а часть лежит левее Q_0, из них наибольшим является Q_1. Для построения оптимального плана обратим внимание на то, что производная (2) отрицательна левее Q_0 и положительна правее Q_0, следовательно, функция средних издержек $f_1(Q)$ убывает левее Q_0 и возрастает правее Q_0. Значит, минимум по $Q \in \left\{ \frac{\mu T}{n}.\ n = 1,2,\ldots \right\} \cap \{Q : Q \geq Q_0\}$ достигается при $Q = Q_2$, а минимум по $Q \in \left\{ \frac{\mu T}{n}.\ n = 1,2,\ldots \right\} \cap \{Q : Q < Q_0\}$ - при $Q = Q_1$ Последнее утверждение эквивалентно заключению утверждения 3.

Итак, алгоритм построения оптимального плана таков.

1. Найти Q_0 по формуле квадратного корня (3).

2. Найти n из условия (4).

3. Рассчитать $f_1(Q)$ по формуле (1) для $Q = Q_1$ и $Q = Q_2$, где Q_1 и Q_2 определены в (4).

4. Наименьшее из двух чисел $f_1(Q_1)$ и $f_1(Q_2)$ является искомым минимумом, а то из Q_1 и Q_2, на котором достигается минимум – решением задачи оптимизации. Обозначим его Q_{opt} .

Оптимальный план поставки – это напряженный план, в котором объемы всех поставок равны Q_{opt}.

Замечание. Если $f_1(Q_1) = f_1(Q_2)$, то решение задачи оптимизации состоит из двух точек Q_1 и Q_2. В этом частном случае существует два оптимальных плана.

Пример 1. На складе хранится некоторая продукция, пользующаяся равномерным спросом. За 1 день со склада извлекается 5 т продукции. Плата за хранение 1 т. продукции в день – 50 руб. Плата на доставку одной партии – 980 руб. Горизонт планирования – 10 дней. Найти оптимальный план поставок.

В рассматриваемом случае μ =5 (т/день), s=50 (руб./т·день), g=980 (руб./партия), T = 10 (дней). По формуле (3) рассчитываем

$$Q_0 = \sqrt{\frac{2\mu g}{s}} = \sqrt{\frac{2\times 5\times 980}{50}} = \sqrt{196} = 14.$$

Множество допустимых значений для Q имеет вид

$$\left\{\frac{\mu T}{n},\ n = 1,2,\ldots\right\} = \left\{50;\ \frac{50}{2};\ \frac{50}{3};\ \frac{50}{4};\ldots\right\} = \{50;\ 25;\ 16{,}67;\ 12{,}5;\ldots\}.$$

Следовательно, Q_1 = 12,5 и Q_2 = 16,67. Первое значение определяет напряженный план с четырьмя одинаковыми зубцами, а второе – с тремя. Поскольку

$$f_1(Q) = \frac{5\times 980}{Q} + \frac{50Q}{2} = \frac{4900}{Q} + 25Q,$$

то

$$f_1(Q_1) = f_1(12{,}5) = \frac{4900}{12{,}5} + 25\times 12{,}5 = 392 + 312{,}5 = 704{,}5$$

и

$$f_1(Q_2) = f_1(50/3) = \frac{4900\times 3}{50} + 25\times\frac{50}{3} = 294 + 416{,}67 = 710{,}67.$$

Поскольку $f_1(Q_1) < f_1(Q_2)$, то $Q_{opt} = Q_1$ = 12,5. Итак, оптимальным является напряженный план с четырьмя зубцами.

Как уже отмечалось, часто рекомендуют применять план поставок с $Q=Q_0$. Каков при этом проигрыш по сравнению с оптимальным планом?

Для плана с $Q=Q_0$ интервал между поставками составляет

$Q_0/\mu = 14/5 = 2{,}8$ дня. Следовательно, партии придут в моменты $t_0 = 0$; $t_1 = 2{,}8$; $t_2 = 5{,}6$; $t_3 = 8{,}4$. Следующая партия должна была бы придти уже за пределами горизонта планирования $T = 10$, в момент $t_4 = 11{,}2$. Таким образом, график уровня запаса на складе в пределах горизонта планирования состоит из трех полных зубцов и одного не полного. К моменту $T = 10$ пройдет 10 – 8,4 = 1,6 дня с момента последней поставки, значит, со склада будет извлечено $5 \times 1{,}6 = 8$ т продукции и останется 14 – 8 = 6 т. План с $Q=Q_0$ не является напряженным, а потому не является оптимальным для горизонта планирования $T = 10$.

Подсчитаем общие издержки в плане с $Q=Q_0$. Площадь под графиком уровня запаса на складе равна сумме площадей трех треугольников и трапеции. Площадь треугольника равна $\frac{14 \times 2{,}8}{2} = 19{,}6,$ трех треугольников – 58,8. Основания трапеции параллельны оси ординат и равны значениям уровня запаса в моменты времени $t_3 = 8{,}4$ и $T = 10$, т.е. величинам 14 и 6 соответственно. Высота трапеции лежит на оси абсцисс и равна 10 – 8,4 = 1,6, а потому площадь трапеции есть $\frac{(14 + 6) \times 1{,}6}{2} = 16.$ Следовательно, площадь под графиком равна 58,8 + 16 = 74,8, а плата за хранение составляет $50 \times 74{,}8 = 3740$ руб.

За 10 дней доставлены 4 партии товара (в моменты $t_0 = 0$; $t_1 = 2{,}8$; $t_2 = 5{,}6$; $t_3 = 8{,}4$), следовательно, затраты на доставку равны $4 \times 980 = 3920$ руб. Общие издержки за 10 дней составляют 3740+3920 = 7660 руб., а средние издержки – 766 руб. Они больше средних издержек в оптимальном плане в 766/704,5 = 1,087 раза, т.е. на 8,7%.

Отметим, что

$$f_1(Q_0) = \frac{4900}{Q_0} + 25Q_0 = \frac{4900}{14} + 25 \times 14 = 350 + 350 = 700,$$

т.е. меньше, чем в оптимальном плане. Таким образом, из-за дискретности множества допустимых значений средние издержки возросли на 4,5 руб., т.е. на 0,64%. При этом оптимальный размер партии (12,5 т) отличается от Q_0 = 14 т на 1,5 т, т.е. Q_{opt}/ Q_0 = 0,89 – различие на 11%. Достаточно большое различие объемов поставок привело к пренебрежимо малому изменению функции $f_1(Q)$. Это объясняется тем, что в точке Q_0 функция $f_1(Q)$ достигает минимума, а потому ее производная в этой точке равна 0.

Оба слагаемых в $f_1(Q_0)$ равны между собой. Случайно ли это? Покажем, что нет. Действительно,

$$\frac{\mu g}{Q_0} = \frac{\mu g}{\sqrt{\frac{2\mu g}{s}}} = \sqrt{\frac{\mu gs}{2}}; \ \frac{sQ_0}{2} = \frac{s\sqrt{\frac{2\mu g}{s}}}{2} = \sqrt{\frac{\mu gs}{2}}.$$

Таким образом, составляющие средних издержек, порожденные различными причинами, уравниваются между собой.

Средние издержки с плане с $Q=Q_0$ равны $\sqrt{2\mu gs}$. Интервал между поставками при этом равен

$$\frac{Q_0}{\mu} = \frac{\sqrt{\frac{2\mu g}{s}}}{\mu} = \sqrt{\frac{2g}{\mu s}}.$$

Издержки в течение одного интервала между поставками таковы:

$$\sqrt{2\mu gs} \times \sqrt{\frac{2g}{\mu s}} = 2g,$$

при этом половина (т.е. g) приходится на оплату доставки партии, а половина – на хранение товара.

Асимптотически оптимальный план. Из проведенных рассуждений ясно, что напряженный план с $Q=Q_0$ является оптимальным тогда и только тогда, когда горизонт планирования Т приходится на начало очередного зубца, т.е. для

$$T = n\frac{Q_0}{\mu} = n\sqrt{\frac{2g}{\mu s}}, \ n = 1,2,... \qquad (5)$$

Для всех остальных возможных горизонтов планирования T этот план не является оптимальным. Оптимальным будет напряженный план с другим размером поставки. Для дальнейшего весьма существенно, что при изменении горизонта планирования T оптимальный план меняется на всем интервале [0; T].

Как происходит это изменение? При малых T делается лишь одна поставка (при $T = 0$), график уровня запаса на складе состоит из одного зубца. При увеличении T размер зубца плавно увеличивается. В некоторый момент $T(1)$ происходит переход от одного зубца к двум. В этот момент оптимальны сразу два плана поставки – с одним зубцом и с двумя. При переходе планам с двумя зубцами размер зубца скачком уменьшается. При дальнейшем увеличении горизонта планирования оптимальный план описывается графиком с двумя одинаковыми зубцами, размер которых плавно растет. Далее в момент $T(2)$ становится оптимальным план с тремя зубцами, размер которых в этот момент скачком уменьшается (в компенсацию за увеличение числа скачков). И т.д.

Проблема состоит в том, что в реальной экономической ситуации выбор горизонта планирования T весьма субъективен. Возникает вопрос, какой план разумно использовать, если горизонт планирования не известен заранее. Проблема горизонта планирования возникает не только в логистике. Она является общей для любого перспективного планирования, поэтому весьма важна для стратегического менеджмента [7, 13]. Для решения проблемы горизонта планирования необходимо использование конкретной модели принятия решения, в рассматриваемом случае – классической модели управления запасами.

Ответ можно указать, если горизонт планирования является достаточно большим. Оказывается можно использовать план, в котором все размеры поставок равны Q_0. Для него уровень запаса на складе описывается функцией $y_0(t)$, $0 \le t < +\infty$, состоящей из зубцов высоты Q_0. Предлагается пользоваться планом, являющимся сужением этого плана на интервал [0; T). Другими словами, предлагается на интервале [0; T) использовать начальный отрезок этого плана. Он состоит из некоторого количества треугольных зубцов, а последний участок графика, описываемый трапецией, соответствует тому, что последняя поставка для почти всех горизонтов планирования не будет израсходована до конца. Такой план иногда называют планом Вильсона [7].

Ясно, что этот план не будет оптимальным (для всех T, кроме заданных формулой (5)). Действительно, план Вильсона можно улучшить, уменьшив объем последней поставки. Однако у него есть то полезное качество, что при изменении горизонта планирования его начальный отрезок не меняется. Действительно, планы поставок для горизонтов планирования T_1 и T_2 планы, определенные с помощью функции $y_0(t)$, $0 \le t < +\infty$, задающей уровень запасов на складе, совпадают на интервале [0; min $\{T_1, T_2\}$).

Определение. Асимптотически оптимальным планом называется план поставок – функция $y:[0;+\infty) \to [0;+\infty)$ такая, что

$$\lim_{T\to\infty} \frac{f(T;y_{opt}(T))}{f(T;y)} = 1,$$

где $y_{opt}(T)$ – оптимальный план на интервале [0; T).

В соответствии с определениями и обозначениями, введенными в начале раздела, $f(T;y_{opt}(T))$ - средние издержки за время T для плана $y_{opt}(T)$, определенного на интервале [0; T), а $f(T;y)$ - средние издержки за время T для плана $y:[0;+\infty) \to [0;+\infty)$.

Теорема 1. План $y = y_0$ является асимптотически оптимальным.

Таким образом, для достаточно больших горизонтов планирования T планы $y_0(t)$, $0 \le t \le T$, все зубцы у которых имеют высоту

Q_0, имеют издержки, приближающиеся к минимальным. Следовательно, эти планы Вильсона, являющиеся сужениями одной и той же функции $y:[0;+\infty)\to[0;+\infty)$ на интервалы [0; T) при различных T, можно использовать одновременно при всех достаточно больших T.

Замечание. Согласно [7] решение проблемы горизонта планирования состоит в использовании асимптотически оптимальных планов, которые близки (по издержкам) к оптимальным планам сразу при всех достаточно больших T.

Доказательство. По определению оптимального плана

$$\frac{f(T;y_{opt}(T))}{f(T;y)}\le 1. \qquad (6)$$

Найдем нижнюю границу для рассматриваемого отношения. При фиксированном T можно указать неотрицательное целое число n такое, что

$$\frac{nQ_0}{\mu}\le T<\frac{(n+1)Q_0}{\mu}.$$

Так как $Tf(T;\ y_{opt}(T))$ и $\frac{nQ_0}{\mu}f\left(\frac{nQ_0}{\mu};y_{opt}(T)\right)$ - общие издержки на интервалах (0; T) и (0; nQ_0/μ) соответственно при использовании оптимального на (0; T) плана, то, очевидно, поскольку второй интервала – часть первого (или совпадает с ним), первые издержки больше вторых, т.е.

$$Tf(T;y_{opt}(T))\ge\frac{nQ_0}{\mu}f\left(\frac{nQ_0}{\mu};y_{opt}(T)\right).$$

Далее, т.к. на интервале (0; nQ_0/μ), включающем целое число периодов плана y_0, оптимальным является начальный отрезок этого плана $y_0(nQ_0/\mu)$, то

$$\frac{nQ_0}{\mu}f\left(\frac{nQ_0}{\mu};y_{opt}(T)\right)\ge\frac{nQ_0}{\mu}f\left(\frac{nQ_0}{\mu};y_0(T)\right).$$

В правой части последнего неравенства стоит $\frac{nQ_0}{\mu}\sqrt{2\mu gs}$ (здесь использована формула для минимального значения средних издержек $f(T; y)$ при T, кратном nQ_0/μ). Из проведенных рассуждений вытекает, что

$$Tf(T; y_{opt}(T)) \geq \frac{nQ_0}{\mu}\sqrt{2\mu gs}. \quad (7)$$

Для общих издержек на интервалах $(0; T)$ и $(0; (n + 1)Q_0/\mu)$ при использовании плана y_0, очевидно, справедливо следующее неравенство

$$Tf(T; y_0(T)) \leq \frac{(n+1)Q_0}{\mu} f\left(\frac{(n+1)Q_0}{\mu}; y_0(T)\right).$$

Следовательно,

$$Tf(T; y_0(T)) \leq \frac{(n+1)Q_0}{\mu}\sqrt{2\mu gs}. \quad (8)$$

Из неравенств (7) и (8) вытекает, что

$$\frac{f(T; y_{opt}(T))}{f(T; y_0)} \geq \frac{n}{n+1} = 1 - \frac{1}{n+1} \geq 1 - \frac{Q_0}{\mu T}.$$

Так как $\frac{Q_0}{\mu T} \to 0$ при $T \to \infty$, то, учитывая неравенство (6), из последнего неравенства выводим справедливость заключения теоремы 1. Таким образом, асимптотическая оптимальность плана y_0 доказана.

При небольшом T средние издержки в плане Вильсона могут существенно превышать средние издержки в оптимальном плане. Превышение вызвано скачками функции $f(T; y_0(T))$, связанными с переходами через моменты прихода очередных поставок (и увеличением общих издержек скачком на величину платы за доставку партии). Величину превышения средних издержек в плане Вильсона по сравнению с оптимальными планами можно рассчитать.

Пусть горизонт планирования $T = t_k + \varepsilon$, где t_k – момент прихода (k+1)-й поставки в плане Вильсона, $\varepsilon > 0$. Тогда, как можно доказать,

$$\lim_{\varepsilon \to 0} \frac{f(T; y_0(T))}{f(T; y_{opt}(T))} = \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{f(t_k + \varepsilon; y_0(t_k + \varepsilon))}{f(t_k + \varepsilon; y_{opt}(t_k + \varepsilon))} = 1 + \frac{1}{2k}.$$

Таким образом, затраты в плане Вильсона являются минимальными (относительно оптимального плана) при $T = t_k$, $k = 1, 2, \ldots$, где t_k – моменты прихода поставок. Напомним, что план Вильсона является оптимальным при указанных T. Однако при T, бесконечно близком к t_k, но превосходящем t_k, затраты увеличиваются по сравнению с затратами в оптимальном плане в $\{1+1/(2k)\}$ раз. При дальнейшем возрастании T отношение издержек (средних или общих) в плане Вильсона к аналогичным издержкам в оптимальном плане постепенно уменьшается, приближаясь к 1 при приближении (снизу) к моменту t_{k+1} прихода следующей поставки. А там – новый скачок, но уже на меньшую величину $\{1+1/(2k+2)\}$. И т.д.

Сразу после прихода первой поставки отношение затрат составляет 1,5 (превышение на 50%), после прихода второй – 1,25 (превышение на 25%), третьей – 1,167 (превышение на 16,7%), четвертой – 1,125 (превышение на 12,5%), пятой – 1,1 (превышение на 10%), и т.д. Таким образом, при небольших горизонтах планирования T превышение затрат может быть значительным, план Вильсона отнюдь не оптимальный. Но чем больше горизонт планирования, тем отклонение меньше. Уже после сотой поставки оно не превышает 0,5%.

Влияние отклонений от оптимального объема партии. В реальных производственных и управленческих ситуациях часто приходится принимать решения об использовании объемов партии, отличных от оптимальной величины Q_0, рассчитанной по формуле квадратного корня (3). Например, при ограниченной емкости склада или для обеспечения полной загрузки транспортных средств большой вместимости. Это возможно также в ситуации, когда величина партии измеряется в целых числах (штучный товар) или даже в десятках, дюжинах, упаковках, ящиках, контейнерах и т.д., а величина Q_0 не удовлетворяет этому требованию и, следовательно, не может быть непосредственно использована в качестве объема поставки.

Поэтому необходимо уметь вычислять возрастание средних издержек при использовании напряженного плана с одинаковыми поставками объема Q, отличного от Q_0, по сравнению со средними издержками в оптимальном плане. Будем сравнивать средние издержки за целое число периодов. Как показано выше, они имеют вид

$$f_1(Q) = \frac{\mu g}{Q} + \frac{sQ}{2},$$

где Q- объем партии. Тогда

$$\frac{f_1(Q) - f_1(Q_0)}{f_1(Q_0)} = \frac{1}{2}\left(\frac{Q - Q_0}{Q}\right)\left(\frac{Q - Q_0}{Q_0}\right). \qquad (9)$$

Это тождество нетрудно проверить с помощью простых алгебраических преобразований.

Пример 2. Пусть используется план с $Q = 0{,}9\ Q_0$. Тогда

$$\frac{f_1(Q) - f_1(Q_0)}{f_1(Q_0)} = \frac{1}{2}\left(\frac{-0{,}1Q_0}{0{,}9Q_0}\right)\left(\frac{-0{,}1Q_0}{Q_0}\right) = \frac{0{,}01}{1{,}8} = 0{,}0056.$$

Таким образом, изменение объема партии на 10% привело к увеличению средних издержек лишь на 0,56%.

Пример 3. Пусть используемое значение объема поставки Q отличается от оптимального не более чем на 30%. На сколько могут возрасти издержки?

Из формулы (9) вытекает, что максимальное возрастание издержек будет в случае $Q = 0{,}7\ Q_0$. Тогда

$$\frac{f_1(Q)-f_1(Q_0)}{f_1(Q_0)}=\frac{1}{2}\left(\frac{-0{,}3Q_0}{0{,}7Q_0}\right)\left(\frac{-0{,}3Q_0}{Q_0}\right)=\frac{0{,}09}{1{,}4}=0{,}0643.$$

.

Таким образом, издержки могут возрасти самое большее на 6,43%.

На первый взгляд представляется удивительным, что сравнительно большое отклонение значения переменной Q от оптимального (на 10%) приводит к пренебрежимо малому возрастанию значения оптимизируемой функции. Этот факт имеет большое прикладное значение. Из него следует, что область «почти оптимальных» значений параметра весьма обширна, следовательно, из нее можно выбирать для практического использования те или иные значения, исходя из иных принципов. Можно, например, минимизировать какую-либо иную целевую функцию, тем самым решая задачу многокритериальной оптимизации. Можно «вписаться» в действующую дискретную систему возможных значений параметров. И т.д.

Важное замечание 1. Обширность области «почти оптимальных» значений параметра – общее свойство оптимальных решений, получаемых путем минимизации гладких функций. Действительно, пусть необходимо минимизировать некоторую функцию $g(x)$, трижды дифференцируемую. Пусть минимум достигается в точке x_0. Справедливо разложение Тейлора-Маклорена

$$g(x)=g(x_0)+\frac{dg(x_0)}{dx}(x-x_0)+\frac{1}{2}\frac{d^2g(x_0)}{dx^2}(x-x_0)^2+O((x-x_0)^3).$$

Однако в x_0 выполнено необходимое условие экстремума (в данном случае – минимума)

$$\frac{dg(x_0)}{dx}=0.$$

Следовательно, с точностью до бесконечно малых более высокого порядка (по сравнению с $(x\text{-}x_0)^2$) справедливо равенство

$$g(x) - g(x_0) = \frac{1}{2}\frac{d^2 g(x_0)}{dx^2}(x - x_0)^2. \qquad (10)$$

Это соотношение показывает, что приращение значений минимизируемой функции – бесконечно малая более высокого порядка по сравнению с приращением независимой переменной. Если

$$x = x_0 + \varepsilon,$$

то

$$g(x) - g(x_0) = C\varepsilon^2,$$

где

$$C = \frac{1}{2}\frac{d^2 g(x_0)}{dx^2}^{2}.$$

Вернемся к классической модели управления запасами. Для нее надо рассматривать $f_1(Q)$ в роли $g(x)$. С помощью соотношения (10) заключаем, что

$$f_1(Q) - f_1(Q_0) = \frac{1}{2}\frac{d^2 f_1(Q_0)}{dQ^2}(Q - Q_0)^2$$

с точностью до бесконечно малых более высокого порядка. Вычислим вторую производную $f_1(Q)$. Поскольку

$$\frac{df_1(Q)}{dQ} = \frac{d}{dQ}\left(\frac{\mu g}{Q} + \frac{sQ}{2}\right) = -\frac{\mu g}{Q^2} + \frac{s}{2},$$

то

$$\frac{d^2 f_1(Q)}{dQ^2} = \frac{d}{dQ}\left(-\frac{\mu g}{Q^2} + \frac{s}{2}\right) = \frac{2\mu g}{Q^3}.$$

Теперь заметим, что

$$\frac{2\mu g}{Q_0} = \frac{2\mu g}{\sqrt{\frac{2\mu g}{s}}} = \sqrt{2\mu g s} = f_1(Q_0).$$

Следовательно,

$$f_1(Q) - f_1(Q_0) = \frac{1}{2}\frac{f_1(Q_0)}{Q_0^2}(Q - Q_0)^2$$

с точностью до бесконечно малых более высокого порядка. Отличие этой формулы от точной формулы (9) состоит только в том, что Q в знаменателе одной из дробей заменено на Q_0.

Устойчивость выводов в математической модели. Вполне ясно, что рассматриваемая классическая модель управления запасами, как и любые иные экономико-математические модели конкретных экономических явлений и процессов, является лишь приближением к реальности. Приближение может быть более точным или менее точным, но никогда не может полностью уловить все черты реальности. Поэтому с целью повышения адекватности получаемых на основе экономико-математической модели выводов целесообразно изучить устойчивость этих выводов по отношению к допустимым отклонениям исходных данных и предпосылок модели [5, 7]. Выше изучено изменение средних издержек при малых отклонениях величины поставки.

Предположим теперь, что вместо истинных значений параметров μ, g, s нам известны лишь их приближенные значения $\mu^* = \mu + \Delta\mu$, $g^* = g + \Delta g$, $s^* = s + \Delta s$. Мы применяем план Вильсона, но с искаженным объемом партии

$$Q^* = Q^*(\mu^*, g^*, s^*) = \sqrt{\frac{2\mu^* g^*}{s^*}}.$$

Это приводит к возрастанию средних издержек. Согласно формулам (9) – (10) возрастание пропорционально $(\Delta Q)^2$ (с точностью до бесконечно малых более высокого порядка). Здесь

$$\Delta Q = Q^*(\mu^*, g^*, s^*) - Q_0(\mu, g, s).$$

Выделим в ΔQ главный линейный член:

$$\Delta Q = \frac{\partial Q}{\partial \mu}\Delta\mu + \frac{\partial Q}{\partial g}\Delta g + \frac{\partial Q}{\partial s}\Delta s = \sqrt{\frac{g}{2\mu s}}\Delta\mu + \sqrt{\frac{\mu}{2gs}}\Delta g - \sqrt{\frac{\mu g}{2s^3}}\Delta s \qquad (11)$$

(с точностью до бесконечно малых более высокого порядка).

Величину $\Delta\mu$ можно определить по фактическим данным о спросе, оценив величину отклонения реального спроса от линейного приближения [7], например, с помощью математического аппарата линейного регрессионного анализа [5]. Для определения значений параметров g и s необходимо проведение специальных трудоемких исследований. К тому же существуют различные методики расчета этих параметров, результаты расчетов по которым не совпадают. Поэтому естественно оценить разумную точность определения g и s по известной точности определения μ. Для этого воспользуемся «принципом уравнивания погрешностей», предложенным в [7].

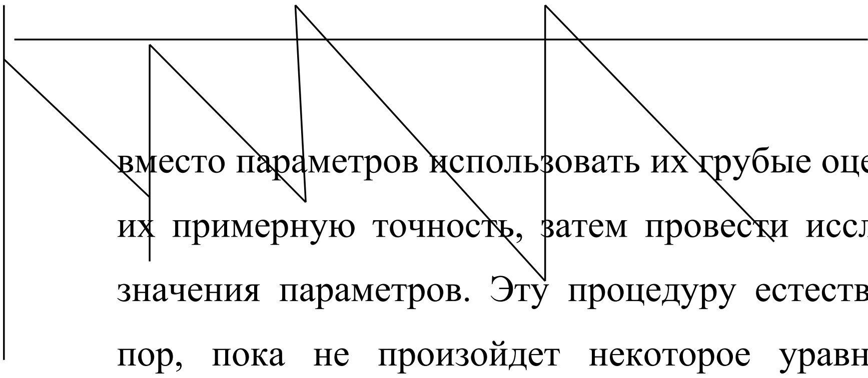
Важное замечание 2. Принцип уравнивания погрешностей состоит в том, что погрешности различной природы должны вносит примерно одинаковый вклад в общую погрешность математической модели. Так, определение рационального объема выборки в статистике интервальных данных основано на уравнивании влияния метрологической и статистической погрешностей. Согласно подходу [7] выбор числа градаций в социологических анкетах целесообразно проводить на основе уравнивания погрешностей квантования и неопределенности в ответах респондентов. В классической модели управления запасами целесообразно уравнять влияние неточностей в определении параметров на отклонение целевой функции от оптимума.

Выберем Δg и Δs так, чтобы увеличение затрат, вызванное неточностью определения g и s, было таким же, как и вызванное неточностью определения μ. С точностью до бесконечно малых более высокого порядка это означает, что необходимо уравнять между собой три слагаемых в правой части (11). После сокращения общего множителя получаем, что согласно принципу уравнивания погрешностей должно быть справедливо соотношение

$$\frac{|\Delta\mu|}{\mu} = \frac{|\Delta g|}{g} = \frac{|\Delta s|}{s}. \qquad (12)$$

Таким образом, относительные погрешности определения параметров модели должны совпадать.

В соотношении (12) используются истинные значения параметров, которые неизвестны. Поэтому целесообразно вначале



вместо параметров использовать их грубые оценки, из (12) определить их примерную точность, затем провести исследования, уточняющие значения параметров. Эту процедуру естественно повторять до тех пор, пока не произойдет некоторое уравнивание относительных погрешностей определения параметров модели.

Модель с дефицитом. Классическая модель управления запасами может быть обобщена в различных направлениях. Одно из наиболее естественных обобщений – введение в модель возможности дефицита.

В рассматриваемой до сих пор модели предполагалось, что дефицит не допускается, т.е. некоторое количество товара на складе всегда есть. Но, может быть, выгоднее сэкономить на расходах по хранению запаса, допустив небольшой дефицит – потребность в товаре в некоторые интервалы времени может остаться неудовлетворенной?

Как подсчитать убытки от дефицита, в частности, от потери доверия потребителя? Будем считать, что если нет товара, владеющая складом организация платит штраф – каждый день пропорционально нехватке. По приходе очередной поставки все накопленные требования сразу же удовлетворяются.

Сохраним все предположения и обозначения рассматриваемой до сих пор модели, кроме отсутствия дефицита. Неудовлетворенный спрос будем рассматривать как отрицательный запас. График изменения величины запаса на складе изображен на рис.3.

y

Q_2

Q_0 Q_1 Q_3

0 t_1 t_2 t_3 t

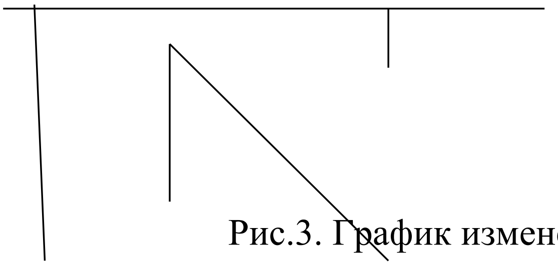


Рис.3. График изменения величины запаса на складе
при возможности дефицита.

Очевидно, рис.1 и рис.3 отличаются только тем, что на последнем рисунке зубцы графика могут опускаться ниже оси абсцисс, что соответствует сдвигу графика рис.1 как единого целого вниз вдоль оси ординат.

Пусть h – плата за нехватку единицы товара в единицу времени(например, в день). Тогда средние издержки за время T определяются формулой

$$f_1(T,y) = f_1(y(t),\ 0 \le t \le T) = \frac{1}{T}\left\{ s\int_0^T y(t)\chi\,(y(t) \ge 0)dt + h\int_0^T |\,y(t)\,|\,\chi\,(y(t) < 0)dt + gn(T)\right\},$$

где $\chi(A)$ – индикатор множества A, т.е. $\chi(y(t)\ge 0) = 1$ при $y(t)\ge 0$ и $\chi(y(t)\ge 0)=0$ при $y(t)<0$, в то время как $\chi(y(t)<0) = 1$ при $y(t)<0$ и $\chi(y(t)<0) = 0$ при $y(t)\ge 0$. Таким образом, площадь под частью графика уровня запаса, лежащей выше оси абсцисс, берется с множителем s, а площадь между осью абсцисс и частью графика $y(t)$, соответствующей отрицательным значениям запаса, берется с заметно большим по величине множителем h.

Для модели с дефицитом оптимальный план находится почти по той же схеме, что и для модели без дефицита. Сначала фиксируем моменты поставок и находим при этом условии оптимальные размеры поставок. Фактически речь идет о выборе уровня запаса Y в момент прихода очередной поставки (рис.4).

Y

Рис.4. Первый шаг построения оптимального плана в модели с дефицитом.

Увеличивая или уменьшая Y, можно увеличивать или уменьшать площадь треугольника над осью абсцисс (учитываемую с коэффициентом s) и соответственно уменьшать или увеличивать площадь треугольника под осью абсцисс (учитываемую с коэффициентом h), добиваясь минимизации взвешенной суммы этих площадей. Все элементы прямоугольных треугольников на рис.4 выражаются через Y, заданный интервал времени между поставками и параметры модели. Минимизация соответствующего квадратного трехчлена дает оптимальное значение

$$Y = \frac{h}{s+h}\mu\Delta .$$

При этом минимальная сумма затрат на хранение и издержек, вызванных дефицитом, равна

$$\frac{\Delta^2\mu}{2}\frac{sh}{s+h}.$$

Второй шаг нахождения оптимального плана в модели с дефицитом полностью совпадает с аналогичным рассуждением в исходной модели. Фиксируется число поставок, и с помощью варьирования размеров интервалов между поставками минимизируется целевой функционал. Поскольку сумма квадратов некоторого числа переменных при заданной их сумме достигает минимума, когда все эти переменные равны между собой, то оптимальным планом является план, у которого все зубцы одинаковы, т.е. уровень запаса в момент прихода очередной поставки – всегда один и тот же. При этом все объемы поставок, за исключением начальной (нулевой), равны между собой:

$$Q = Q_1 = Q_2 = Q_3 = ..., Q_0 = \frac{h}{s+h}Q. \qquad (13)$$

На третьем этапе среди указанного однопараметрического дискретного множества планов находим оптимальный. Как и для модели без дефицита, в качестве ориентира используется план с размером поставки, определяемой по формуле квадратного корня,

$$Q_0(\mu, g, s, h) = \sqrt{\frac{2\mu g(s+h)}{sh}}.$$

Для горизонтов планирования T, кратных $Q_0(\mu, g, s, h)/\mu$, оптимальным является план типа (13) с $Q = Q_0(\mu, g, s, h)$. Для всех остальных горизонтов планирования, как и в случае модели без дефицита, необходимо найти неотрицательное целое число n такое, что

$$Q_1 = \frac{\mu T}{n+1} < Q_0(\mu, g, s, h) < \frac{\mu T}{n} = Q_2,$$

а затем, сравнив издержки для $Q = Q_1$ и $Q = Q_2$, объявить оптимальным то из этих двух значений, для которого издержки меньше.

Отметим, что модель без дефицита является предельным случаем для модели с дефицитом при безграничном возрастании платы за дефицит. В частности,

$$\lim_{h \to \infty} Q_0(\mu, g, s, h) = \sqrt{\frac{2\mu g}{s}}.$$

Как и в случае модели без дефицита, план с объемом поставки, определяемой по формуле квадратного корня, $Q = Q_0(\mu, g, s, h)$, является асимптотически оптимальным.

Система моделей на основе модели Вильсона. Классическая модель теории управления запасами, называемая также моделью Вильсона, допускает различные обобщения.

Одно из таких обобщений – модель с конечной скоростью поставки υ, т.е. модель, в которой за время Δt поставляется продукция объемом $\upsilon\Delta t$ (при наличии в то же время постоянного спроса с интенсивностью μ, причем считается, что $\upsilon > \mu$). Таким образом, в этой модели поставка происходит не мгновенно, а в течение некоторого интервала времени, причем объем поставляемой продукции линейно зависит от времени. Такие поставки будем называть линейными с интенсивностью υ.

Другое обобщение классической модели связано с обобщением функции от объема запаса, задающей плату за хранение. В исходной модели считалось, что расходы за хранение пропорциональны объему продукции на складе. Естественно считать, что эти расходы должны содержать постоянный член a, не зависящий от объема продукции на складе (расходы на содержание самого склада, оплату работников и т.д.). Однако оптимальный план при таком обобщении не изменится. Действительно, в формуле для издержек добавится постоянный член a, и положение минимума не изменится при его добавлении.

Однако в модели с дефицитом ситуация иная. Затраты на хранение возникают только при наличии товара на складе, и издержки этого вида вполне естественно разделить на постоянные и переменные (пропорциональные объему запаса на складе).

Аналогично издержки, вызванные дефицитом, вполне естественно разделить на постоянные (вызванные самим фактом дефицита) и переменные (пропорциональные величине дефицита).

В классической модели плата за доставку партии не зависит от объема партии. Т.е. здесь используются только постоянные издержки. Представляется вполне естественным ввести линейный член, соответствующий возрастанию платы за доставку в зависимости от величины партии (переменные издержки). (Ниже будет показано, что добавление этого члена не влияет на решение задачи оптимизации и вид оптимального плана.) Дальнейшее обобщение – введение скидок в зависимости от величины партии. Это приводит к выражению платы за доставку в виде квадратного трехчлена от объема партии.

Можно рассматривать одновременно несколько обобщений. В результате получаем систему моделей на основе классической модели управления запасами, состоящую из 36 моделей [14]. Каждая из них может быть описана набором четырех чисел ($a(1)$, $a(2)$, $a(3)$, $a(4)$). Каждое из этих чисел соответствует одному из рассмотренных выше видов обобщений исходной модели.

При этом $a(1) = 0$, если поставки мгновенные, и а(1) = 1, если поставки являются линейными с интенсивностью υ, причем $\upsilon>\mu$.

Если плата за хранение продукции объемом y в течение единицы времени равна sy, то $a(2) = 0$. Если же учтены постоянные (при наличии товара на складе) издержки, т.е. указанная плата равна $sy+a$, $a>0$, то $a(2) =1$.

Если плата за нехватку продукции объемом y в течение единицы времени бесконечна (т.е. дефицит не допускается), то $a(3) = 0$. Если эта плата равна hy (рассмотренная выше модель с дефицитом), то $a(3)=1$. Если же вводятся также постоянные издержки (плата за само наличие дефицита), т.е. плата за нехватку продукции объемом y в течение единицы времени равна $hy + b$, $b > 0$, то $a(3) = 2$.

Наконец, $a(4) = 0$, если плата за доставку партии продукции объемом Q равна g. Если учитываются переменные издержки, т.е. эта плата равна $g + g_1Q$, то $a(4) = 1$. Если же в модели учитываются скидки на объем партии, т.е. если плата за доставку партии продукции объемом Q равна $g + g_1Q + g_2Q^2$, то $a(4) = 2$.

Для $a(1)$ имеется два возможных значения, для $a(2)$ – тоже два, для $a(3)$ – три возможных значения, для $a(4)$ – тоже три. Всего имеется 2 х 2 х 3 х 3 = 36 возможных комбинаций, т.е. 36 возможных моделей. Классическая модель управления запасами описывается набором (0, 0, 0, 0), а модель с дефицитом – набором (0, 0, 1, 0).

Рассмотрим наиболее обобщенную модель рассматриваемой системы. Она описывается набором (1, 1, 2, 2). Можно показать, что для нее справедливы основные утверждения, касающиеся классической модели и модели с дефицитом. Однако «формула квадратного корня» имеет более сложный вид, а именно,

$$Q_0(\mu,\nu,s,a,h,b,g,g_1,g_2)=\sqrt{\frac{\mu g-\dfrac{(a-b)^2}{2(s+h)}\left(\dfrac{1}{1-\dfrac{\mu}{\nu}}\right)}{\dfrac{sh}{2(s+h)}\left(1-\dfrac{\mu}{\nu}\right)+\mu g_2}}.$$

В частности, план с $Q = Q_0(\mu,\nu,s,a,h.b.g.g_1,g_2)$ является асимптотически оптимальным.

Формула для $Q^0(\mu,\nu,s,a,h,b,g,g_1,g_2)$ позволяет обнаружить ряд любопытных эффектов. Так, в ней не участвует параметр g_1. Другими словами, при любом изменении этого параметра оптимальный объем поставки не меняется. Если запас пополняется весьма быстро по сравнению со спросом, т.е. υ>>μ, то соответствующий множитель в «формуле квадратного корня» исчезает, и для моделей с $a(1) = 0$ получаем более простую формулу

$$Q_0(\mu,+\infty,s,a,h,b,g,g_1,g_2)=\sqrt{\frac{\mu g-\dfrac{(a-b)^2}{2(s+h)}}{\dfrac{sh}{2(s+h)}+\mu g_2}}.$$

Дальнейшее упрощение получаем при $a = b$. Это равенство означает, что постоянные (в другой терминологии – фиксированные) платежи за хранение и в связи с дефицитом совпадают, например, равны 0. Если последнее утверждение справедливо, то

$$Q_0(\mu,+\infty,s,0,h,0,g,g_1,g_2)=\sqrt{\frac{\mu g}{\dfrac{sh}{2(s+h)}+\mu g_2}}.$$

Предположим теперь, что при доставке партии отсутствуют скидки (или надбавки) за размер партии. Тогда «формула квадратного корня» упрощается дальше и приобретает вид

$$Q_0(\mu,+\infty,s,0,h,0,g,g_1,0)=\sqrt{\frac{\mu g}{\dfrac{sh}{2(s+h)}}}.=\sqrt{\frac{2\mu g(s+h)}{sh}}.$$

Эта формула уже была получена выше при рассмотрении модели с дефицитом. При безграничном возрастании h получаем формулу Вильсона для классической модели управления запасами:

$$Q_0(\mu,+\infty,s,0,+\infty,0,g,g_1,0)=\sqrt{\frac{2\mu g}{s}}.$$

Новое в последних двух формулах – наличие в левой части параметра g_1, не участвующего в формировании объема партии.

Важное замечание 3. Модели конкретных экономических (и не только) процессов и явлений обычно не встречаются и не изучаются поодиночке. Обычно имеется совокупность моделей, объединенных в систему, переходящих друг в друга при тех или иных предельных переходах. Часто более простые модели используются для расчетов, более сложные применяются для изучения точности, достигаемой с помощью более простых, согласно подходу, развитому в [5].

О практическом применении классической модели управления запасами. Для отработки методики практического использования классической модели управления запасами был проведен эксперимент на снабженческо-сбытовой базе, а именно, на Реутовской химбазе Московской области. Собраны и обработаны данные по одному из товаров, распространяемых этой организацией в большом объеме, - по кальцинированной соде. В качестве исходной информации о спросе использовались данные об ежедневном отпуске кальцинированной соды потребителям, зафиксированные на карточках складского учета. Рассчитана величина затрат на хранение как соответствующая доля общей суммы издержек по содержанию базы, а также расходы на доставку новых партий. Для определения расходов на хранение запасов использованы данные о заработной плате складского персонала (включая основную и дополнительную заработная плата, начисления на зарплату), расходах на содержание охраны, эксплуатацию складских зданий и сооружений, расходах по текущему ремонту, по таре, на приемку, хранение, упаковку и реализацию товаров, о величине амортизационных отчислений и др.

Для расчета расходов на доставку новых партий товара использованы данные о расходах по завозу, о плате за пользование вагонами и контейнерами сверх установленных норм, расходах на содержание и эксплуатацию подъемно-транспортных механизмов, о заработной плате работников, занятых в процессе доставки товара, канцелярских, почтовых и телеграфных расходах и др.

Полезным оказалось вытекающее из «принципа уравнивания погрешностей» соотношение (12). Интенсивность спроса μ и погрешность определения этого параметра найдены методом наименьших квадратов. Это дало возможность установить величину относительной точности определения параметров модели, вытекающих из величин погрешностей исходных данных для спроса. Параметры классической модели управления запасами g и s оценивались двумя способами – по методике Всесоюзного института материально-технического снабжения и по методике Центрального экономико-математического института АН СССР. Для каждой из методик с помощью соотношения (12) были определены абсолютные погрешности определения параметров g и s. Оказалось, что для каждой из методик интервалы $(s - \Delta s, s + \Delta s)$ и $(g - \Delta g, g + \Delta g)$ таковы, что числа, рассчитанные по альтернативной методике, попадают внутрь этих интервалов. Это означает, что для определения параметров g и s можно пользоваться любой из указанных методик (в пределах точности расчетов, заданной наблюдаемыми колебаниями спроса).

Вызванное отклонениями параметров модели в допустимых пределах максимальное относительное увеличение суммарных затрат на доставку и хранение продукции не превосходило 26% (колебания по кварталам от 22,5% до 25,95%). Фактические издержки почти в 3 раза превышали оптимальные (в зависимости от квартала фактические издержки составляли от 260% до 349% от оптимального уровня). Следовательно, внедрение модели Вильсона в практику управления запасами на Реутовской химбазе дает возможность снизить издержки, связанные с доставкой и хранением кальцинированной соды не менее чем в 2 раза [15].

Таким образом, несмотря на то, что параметры модели определены неточно и отклонения значений параметров (от тех значений, по которым рассчитывается оптимальный план поставок) приводят к некоторому увеличению затрат по сравнению с затратами в оптимальном плане, использование рассматриваемой модели для реального управления запасами конкретной продукции может дать значительный экономический эффект. Аналогичным является положение со многими другими моделями управления запасами. Это утверждение подтверждает и зарубежный опыт, проанализированный в монографии [7].

Двухуровневая модель управления запасами. Создание любой автоматизированной системы управления материально-техническим снабжением (в другой терминологии – процессами логистики), базирующейся на комплексе экономико-математических моделей, должно включать в себя разработку (в качестве блоков) моделей деятельности отдельных баз (складов). Поэтому большое внимание уделяется проблеме построения оптимальной политики управления запасами на базе (складе). Экономико-математическую теорию удается развивать в основном для однопродуктовых моделей.

Двухуровневая модель управления запасами – это однопродуктовая модель работы склада, в которой заявки потребителей удовлетворяются мгновенно. При отсутствии продукта заявки учитываются. Как только запас на складе опускается до уровня $R < 0$, мгновенно поступает партия товара величиной Q и запас на складе оказывается равным $R+Q>0$. Как и в рассмотренном выше варианте классической модели Вильсона с дефицитом, издержки складываются из издержек по хранению, издержек от дефицита и издержек по доставке. Средние издержки за время T имеют вид

$$f_1(T,y) = f_1(y(t),\ 0 \le t \le T) = \frac{1}{T}\left\{ s\int_0^T y(t)\chi\,(y(t) \ge 0)dt + h\int_0^T |\,y(t)\,|\,\chi\,(y(t) < 0)dt + gn(T)\right\},$$

где $y(t)$ – уровень запаса на складе, $\chi(A)$ – индикатор множества A, т.е. $\chi(y(t)\geq 0) = 1$ при $y(t)\geq 0$ и $\chi(y(t)\geq 0)=0$ при $y(t)<0$, в то время как $\chi(y(t)<0) = 1$ при $y(t)<0$ и $\chi(y(t)<0) = 0$ при $y(t)\geq 0$, параметры модели s, h, g имеют тот же смысл, что и выше. Оптимизация состоит в определении значений нижнего уровня R и верхнего уровня $R+Q$, минимизирующих средние издержки.

В 1950-х годах американский исследователь К.Эрроу (в будущем – нобелевский лауреат по экономике) с сотрудниками показал, что в ряде случаев оптимальная политика управления запасами – это политика, основанная на двухуровневой модели [7]. Этот принципиально важный теоретический результат стимулировал развитие исследований свойств двухуровневой модели. Однако окончательная теория была построена только в конце 1970-х годов [7].

Важными являются характеристики потока заявок. Пусть $\tau(T)$ – число заявок за время T. Эта величина предполагается случайной. С прикладной точки зрения вполне естественно предположить, что математическое ожидание $M\tau(T)$ конечно. Накопленный спрос за время T имеет вид

$$X(T) = X_1 + X_2 + ... + X_{\tau(T)},$$

где X_j – величина j-ой заявки. Предполагается, что $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ - последовательность независимых одинаково распределенных случайных величин с математическим ожиданием MX_1. Таким образом, накопленный спрос за время T является суммой случайного числа случайных слагаемых. Накопленный спрос определяет уровень запаса на складе, поэтому математический аппарат изучения двухуровневой модели – это предельная теория сумм случайного числа случайных слагаемых.

При некоторых условиях регулярности (выполняющихся для реальных систем управления запасами) в [7] найдены оптимальные (для горизонта планирования T) значения нижнего и верхнего уровней:

$$R_0(T) = -\sqrt{\frac{2gsM\tau(T)MX_1}{Th(s+h)}},$$

$$Q_0(T) = \sqrt{\frac{2g(s+h)M\tau(T)MX_1}{Tsh}}.$$

Часто можно принять, что число поступающих заявок обладает некоторой равномерностью. Например, вполне естественно принять, что

$$\lim_{T\to\infty}\frac{M\tau(T)}{T} = \lambda$$

при некотором λ. Здесь λ – параметр, описывающий предельную интенсивность спроса. Тогда асимптотически оптимальные уровни имеют вид:

$$R_0 = -\sqrt{\frac{2gs\lambda MX_1}{h(s+h)}},$$

$$Q_0 = \sqrt{\frac{2g(s+h)\lambda MX_1}{sh}}.$$

Отметим, что асимптотическое распределение уровня запаса на складе – равномерное на отрезке [R, R+Q].

Модель планирования размеров поставок на базу (склад). В двухуровневой модели накопленный спрос в любой момент времени является случайной величиной. Это не всегда соответствует экономической реальности. Достаточно часто в соответствии с заключенными договорами размеры поставок на базу и объемы запрашиваемой потребителями продукции определены до начала года (с разбивкой по кварталам или по месяцам) и затем не меняются. Однако поставщик имеет право отгружать продукцию, а потребители – забирать ее в течение всего квартала (или месяца).

Опишем соответствующую однопродуктовую модель [16].

Пусть интервал планирования разбит на m периодов, не обязательно одинаковых по продолжительности. В течение каждого периода приходит на базу одна поставка. В i-й период ее величина равна H_i, а момент поступления – случайная величина $\tau(i)$ с функцией распределения $G(i,t)$, $0\leq t\leq 1$, где t – отношение времени, прошедшего с начала i-го периода, к продолжительности его, $i = 1, 2, \ldots, m$.

В i-й период имеется $n(i)$ потребителей, получающих с базы строго определенное количество продукта, $c(1,i)$, $c(2,i)$, …, $c(n(i),i)$ соответственно. Моменты поступления требований от потребителей – случайные величины $\delta(i,j)$, $j = 1, 2, \ldots, n(i)$, $i = 1, 2, \ldots, m$, с функциями распределения $F(i,j,t)$, $0\leq t\leq 1$, где t – отношение времени, прошедшего после начала соответствующего периода, к продолжительности этого периода. Если в момент прихода требования на базе имеется достаточное количество продукта, то он отпускается мгновенно. Если продукта нет, то потребителю придется ждать очередной поставки. Если продукта недостаточно, то весь оставшийся товар отпускается сейчас же, а оставшуюся часть приходится ждать.

В течение i-го периода, $i = 1, 2, \ldots, m$, все моменты поступления товара и требований $\tau(i)$, $\delta(i,j)$, $j = 1, 2, \ldots, n(i)$, предполагаются независимыми в совокупности. Потери, как обычно, складываются из издержек по хранению и от дефицита (расходы на доставку партий заданы заранее, т.е. постоянны, а потому их можно не включать в минимизируемый функционал). Издержки по хранению предполагаются пропорциональными времени хранения и величине запаса с коэффициентами пропорциональности $s(i)$, $i = 1, 2, \ldots, m$. Издержки от дефицита складываются из потерь у каждого из потребителей; они пропорциональны величине и длительности дефицита с коэффициентами пропорциональности $h(i,j)$, $j = 1, 2, \ldots, n(i)$, $i = 1, 2, \ldots, m$.

Пусть $x(0)$ – начальный запас, $x(i)$ – количество продукта на базе в конце i-го периода, $i = 1, 2, \ldots, m$. Пусть $S(i) = \{s(i), c(j,i), \mathrm{h}(i,j), G(i,t), F(i,j,t), 0 \leq t \leq 1, j = 1, 2, \ldots, n(i)\}$ – исходные данные модели в i-й период. Как легко видеть, математическое ожидание издержек за i-й период зависит только от $x(i\text{-}1)$, $x(i)$ и $S(i)$. Для краткости обозначим его через $f(x(i\text{-}1), x(i), S(i))$. Тогда математическое ожидание издержек за m периодов равно

$$Z(m) = f(x(0), x(1), S(1)) + f(x(1), x(2), S(2)) + \ldots$$
$$+ f(x(i\text{-}1), x(i), S(i)) + \quad + f(x(m\text{-}1), x(m), S(m)).$$

Необходимо минимизировать $Z(m) = Z(x(0), x(1), \ldots, x(i), \ldots, x(m))$ по совокупности переменных. Таким образом, необходимо найти оптимальные значения уровней запаса на складе в начале и в конце периодов. Это эквивалентно определению оптимальных размеров поставок по периодам и начального запаса. Ограничения рассматриваемой оптимизационной задачи выписаны в [7, 16].

Вначале была сделана попытка рассматривать задачу минимизации $Z(m)$ как задачу динамического программирования и решать ее типовыми методами. Однако вычислительных мощностей оказалось недостаточно для выполнения расчетов. Тогда нам удалось показать, что функция $(m+1)$-го переменного $Z(m)$ в действительности является суммой $(m + 1)$ функции одного переменного.

Действительно,

$$f(x(i\text{-}1), x(i), S(i)) = f_1\,(x(i\text{-}1), x(i), S(i)) + f_2\,(x(i\text{-}1), x(i), S(i)),$$

где $f_1\,(x(i\text{-}1), x(i), S(i))$ – математическое ожидание затрат, произведенных до прихода очередной поставки, $f_2\,(x(i\text{-}1), x(i), S(i))$ – математическое ожидание затрат после поступления поставки.

Ясно, что $f_1\,(x(i\text{-}1), x(i), S(i))$ определяется запасом на начало периода и спросом до прихода поставки, но не зависит от запаса на конец периода, т.е. от $x(i)$. Таким образом, можно записать, что

$$f_1\,(x(i\text{-}1), x(i), S(i)) \equiv f_1\,(x(i\text{-}1), S(i)).$$

Пусть H_i – объем поставки на склад в i-й период. Сразу же после прихода поставки запас y на складе равен

$$y(\tau(i)) = x(i\text{-}1) + H_i - \xi(\tau(i)) = x(i) + \sum_{1\le j\le n(i)} c(j,i) - \xi(\tau(i)),$$

где $\xi(\tau(i))$ – накопленный с начала периода спрос. Поскольку $\xi(\tau(i))$ не зависит от $x(i\text{-}1)$, то и $f_2\,(x(i\text{-}1), x(i), S(i))$ не зависит от $x(i\text{-}1)$. Итак,

$$f_2\,(x(i\text{-}1), x(i), S(i)) \equiv f_2\,(x(i), S(i)).$$

Следовательно, минимизируемая функция имеет вид

$$Z(m) = f_1(x(0), S(1)) + \sum_{1\le i\le m-1} \{f_2(x(i), S(i)) + f_1(x(i), S(i+1))\} + f_2(x(m), S(m)).$$

При этом ограничения наложены на каждую переменную $x(i)$ по отдельности [7, 16]. Ясно, что задача минимизации $Z(m)$ распадается на m+1 задачу минимизации функций одной переменной:

$$f_1(x(0), S(1)) \to \min,$$

$$f_2(x(i), S(i)) + f_1(x(i), S(i+1)) \to \min, \quad (14)$$

$$f_2(x(m), S(m)) \to \min$$

(ограничения не указаны). Следовательно, $x(k)$ зависит только от исходных данных смежных периодов $S(k)$ и $S(k+1)$ и остается неизменным при любом изменении $S(i)$, $i \ne k$, $i \ne k+1$. Из указанного разложения задачи многомерной оптимизации на ряд задач одномерной оптимизации вытекает также, что при планировании на $m(1)$ и $m(2)$ периодов совпадают оптимальные значения начального запаса и поставок за первые $\min\{m(1), m(2)\}$ -1 периодов. В частном случае стационарного режима $S(i)= S$, i= 1, 2, …, m, оптимальный план имеет вид $\{a, b, b, \ldots, b, \ldots, b, c\}$, где a – решение первой из указанных в (14) задач, b – решение второй задачи и c – третьей.

Переход к задачам (14) не только позволяет решить исходную задачу минимизации (напомним, что для минимизации задачи в исходной форме не хватало вычислительных мощностей), но также получить весьма важный для экономической интерпретации вывод о независимости оптимальных значений поставок и начального запаса от горизонта планирования m.

Важное замечание 4. Рассмотренная модель дает хороший пример пользы математического анализа оптимизационной задачи принятия решений. Такой анализ позволяет решать задачу не стандартными методами, требующими больших вычислительных ресурсов, а с помощью специально разработанных алгоритмов, учитывающих специфику задачи и позволяющих на много порядков сократить вычисления. Плата за экономию вычислительных ресурсов – необходимость квалифицированного труда специалистов по экономико-математическим методам и прикладной математике.

В настоящее время логистика – одна из экономических дисциплин, весьма развитая как в теоретическом, так и в практическом отношении. В ней рассматривается масса конкретных моделей управления запасами. Из перспективных направлений назовем использование случайных множеств в моделях логистики. Моделирование с целью нахождение оптимальных решений выше было продемонстрировано на примерах системы моделей, исходящих из классической модели Вильсона, двухуровневой модели, модели оптимизации объемов поставок на базу (склад).

Литература

1. Щапов А.Н. Направления повышения эффективности оперативного финансового управления компанией холдингового типа. Автореферат дисс. канд. экон. наук. – М.: Московский государственный университет экономики, статистики и информатики, 2002. – 24 с.
2. Иванова Н.Ю., Орлов А.И. Экономико-математическое. моделирование малого бизнеса (обзор подходов) // Экономика и математические методы. 2001. Т.37. №2. С.128-136.
3. Иванова Н.Ю. Малый инновационный бизнес в странах развитой рыночной экономики // Российский экономический журнал, 1995, № 12. С. 42-51.

4. Малое инновационное предпринимательство / Под ред. Ивановой Н.Ю.- М.: ЦЭО Минобразования РФ, 1996. – 232 с.

5. Орлов А.И. Эконометрика.- М.: Экзамен, 2002. - 576 с.

6. Орлов А.И. Сертификация и статистические методы. // Заводская лаборатория, 1997, № 3. С. 55-62.

7. Орлов А.И. Устойчивость в социально-экономических моделях. - М., Наука, 1979. – 296 с.

8. Ìàòåìàòè÷åñêîå ìîäåëèðîâàíèå ïðîöåññîâ íàëîãîîáëîæåíèÿ (ïîäõîäû ê ïðîáëåìå) / Под ред. À.È. Îðëîâà и др. - Ì.: Èçä-âî ÖЭО Ìèíîáðàçîâàíèÿ ÐÔ, 1997. 232 ñ.

9. Горский В.Г., Моткин Г.А., Орлов А.И. и др. Методологические основы ранжирования и классификации промышленных объектов, подлежащих экологическому страхованию. // Труды Второй Всероссийской конференции "Теория и практика экологического страхования". - М.: Ин-т проблем рынка РАН, 1996, с.7-12.

10. Орлов А.И., Горский В.Г., Жихарев В.Н., Цупин В.А. и др. Экспертные оценки: современное состояние и перспективы использования в задачах экологического страхования.// Труды Второй Всероссийской конференции "Теория и практика экологического страхования". - М.: Ин-т проблем рынка РАН, 1996, с.20-23.

11. Гнеденко Б.В., Коваленко И.Н. Введение в теорию массового обслуживания. М.: Наука, 1966. - 432 с.

12. Севастьянов Б.А. Ветвящиеся процессы. - М.: Наука, 1971. - 436 с.

13. Менеджмент / Под ред. Ж.В. Прокофьевой. – М.: Знание, 2000. – 288 с.

14. Орлов А.И., Конюхова Т.А. Математические модели в экономике. Модель Вильсона управления запасами. - М.: Изд-во Московского государственного института электроники и математики (технического ун-та), 1994. – 31 с.

15. Душкесас Р.Ф. Проблемы устойчивости в классической модели управления запасами. Дипломная работа. М.: МИНХ им. Г.В.

Плеханова, факультет экономической кибернетики, 1977. – 70 с.
16. Орлов А.И., Пейсахович Э.Э. Некоторые модели планирования оптимальных размеров поставок и начального запаса // Экономика и математические методы. 1975. Т.XI. №.4. С.681-694.

Êîíòðîëüíûå âîïðîñû и задачи

1. Чем модель экономико-математическая модель малого предприятия типа «поток проектов» отличается от модели типа «занятие ниши»?
2. На складе хранится некоторая продукция, пользующаяся равномерным спросом. За 1 день со склада извлекается 0,5 *т* продукции, плата за хранение 1 *т* продукции в день – 2 тыс. руб., плата за доставку одной партии – 50 тыс. руб. Планирование производится на 21 день. На сколько процентов затраты в плане Вильсона (объем партии определяется по формуле квадратного корня) превышают затраты в оптимальном плане?
3. Оцените увеличение затрат в плане Вильсона (объем партии определяется по формуле квадратного корня) по сравнению с оптимальным планом за целое число периодов, если размер партии отличается от оптимального не более чем на 5%.
4. Каким образом концепция асимптотически оптимального плана позволяет решить проблему горизонта планирования?
5. В чем состоит основной вклад математики при разработке модели планирования оптимальных размеров поставок и начального запаса?

Òåìû äîêëàäîâ è ðåôåðàòîâ

1. Экономико-математическое моделирование работы промышленного предприятия.
2. Применение теории массового обслуживания при моделирования работы организаций сферы массовых услуг (телефонных сетей,

магазинов и др.).
3. Эконометрическая и экономико-математическая поддержка работы малого предприятия.
4. Специфика решения задачи оптимизации при анализе классической модели работы склада.
5. В каком смысле оптимальна двухуровневая модель управления запасами?
6. Современная логистика в системе организационно-экономических методов управления организацией.

4.4. Принятие решений на основе моделей обеспечения качества

Одна из наиболее важных прикладных областей принятия решений, приносящих наибольший доход в денежном выражении - это обеспечение качества, основанное на применении статистического моделирования для обеспечения надлежащего качества продукции. Японцы считают: "Все, начиная от председателя Совета Директоров и до рядового рабочего в цехе, обязаны знать хотя бы основы статистических методов [1, с.15]". Основам принятия решений в области управления качеством и сертификации продукции посвящена настоящая глава.

4.4.1. Основы принятия решений о качестве продукции

Сначала дадим общие сведения о месте статистических методов в принятии решений при управлении качеством и сертификации продукции. Затем рассмотрим центральную тему эконометрики качества - статистический контроль качества продукции. Продемонстрируем его высокую экономическую эффективность.

Качество продукции и рыночная экономика. Руководители и специалисты промышленных предприятий хотят не только выжить, но и выиграть в борьбе с конкурентами. Более частными задачами, которые они хотят решить, обычно являются:

- выйти на международный рынок;
- поднять качество продукции до японского уровня;
- полностью ликвидировать рекламации, и т.д.

Для решения этих задач им надо повышать качество продукции. Все руководители и специалисты промышленных предприятий это хорошо знают, слова "сертификация", "международные стандарты ИСО (т.е. разработанные *International Standardization Organization* - Международной организацией по стандартизации, сокращенно *ISO*, по-русски - ИСО) серии 9000 по системам качества" уже навязли в зубах. Менее осознано, что управление качеством - прежде всего применение современных методов принятия решений на основе статистического моделирования. На Западе (США) и на Востоке (Япония) это - аксиома. Вот типичное высказывание японского менеджера и инженера: "Методы статистики - именно то средство, которое необходимо изучить, чтобы внедрить управление качеством. Они - наиболее важная составная часть комплексной системы всеобщего управления качеством на фирме. В японских корпорациях все, начиная от председателя Совета Директоров и до рядового рабочего в цехе, обязаны знать хотя бы основы статистических методов". Так считает Каору Исикава, президент промышленного института Мусаси, заслуженный профессор Токийского университета [1, с.15].

Раз все японские работники знают про статистические методы - значит, их научили в школе. Во всем мире - в США, Японии и Ботсване - школьники учат статистические методы как один из обязательных школьных предметов, вместе с физикой, химией, математикой и историей. ЮНЕСКО регулярно проводит конференции по преподаванию статистики в средней школе. И вот всем виден результат - качество компьютеров IBM и японских телевизоров. А отечественные бюрократы десятилетиями "боролись за качество" (вспомните, была "пятилетка эффективности и качества"!), "внедряли" кипы бумаг - КС УКП ... (популярное сочетание в 1970-е и 1980-е годы: КС УКП - это Комплексная Система Управления Качеством Продукции; имелись областные варианты - горьковская, львовская, днепропетровская и т.д.).

Справедливости ради надо отметить, что популярные ныне международные стандарты ИСО серии 9000 ничем принципиально не отличаются от давних документов КС УКП, а в некоторых отношениях КС УКП были более прогрессивными, чем нынешние стандарты ИСО 9000. В очередной раз придуманное в нашей стране попало на Запад, было там оформлено по-другому, а потом стало внедряться у нас как последнее достижение западной цивилизации…

ИТОГ НА СЕГОДНЯ: весь мир, кроме нас, знает статистические методы и повсеместно применяет их для повышения качества. Мы вынуждены догонять. Очевидно, овладение основами статистического контроля качества продукции - неотъемлемая часть образования менеджера и инженера, экономического и тем более эконометрического образования.

О сертификации. Вслед за т. н. развитыми странами в России намечается всё расширяющаяся тенденция к сертификации продукции, т.е. к официальной гарантии поставки производителем продукции, удовлетворяющей установленным требованиям. Средства массовой информации отмечают, что в условиях рыночной экономики поставщики и продавцы должны иметь сертификаты качества на предлагаемые ими товары и услуги. Маркетинг, т.е. "производственная и коммерческая политика, нацеленная на получение максимальной прибыли на основе изучения рынка, создания конкурентоспособной продукции и её полной реализации". Определение взято из выпущенной Центром статистических методов и информатики Центрального правления Всесоюзного экономического общества брошюры [2, с.64-65]. Маркетинг включает в себя работы по сертификации. За новыми терминами зачастую скрываются хорошо известные понятия, несколько модернизированные в соответствии с современной обстановкой. Так, целесообразно связать комплексную систему управления качеством продукции с маркетингом: "маркетинг в широком смысле - это усовершенствованная, ориентированная на рыночную экономику КС УКП" [2,с.61].

Есть несколько уровней сертификации. Говоря о сертификации продукции, могут иметь в виду качество конкретной её партии. В ряде случаев это оправдано - рядового потребителя интересует качество лишь той единицы продукции, которую он сам приобрёл. Однако установление долговременных хозяйственных связей целесообразно лишь в случае, когда поставщик гарантирует высокое качество не одной, а всех партий своей продукции. Очевидно, для этого должны быть проведены оценка и сертификация технологических процессов и производств, обеспечивающих выпуск этой продукции.

Ещё больше повышается доверие к поставщику, если не только отдельные технологические процессы, но и всё предприятие в целом гарантированно выпускает продукцию высокого качества. Это обеспечивается действующей на предприятии системой качества, удовлетворяющей требованиям Международной организации по стандартизации, выраженным в системе стандартов ИСО 9000, о которых уже шла речь.

В условиях рыночной экономики основная характеристика товара - его конкурентоспособность. Очевидно, производителю необходимо уметь оценивать конкурентоспособность перед запуском продукции в производство или началом работы по продвижению на зарубежный рынок. Одним из основных компонентов конкурентоспособности является технический уровень продукции. Фирма, обладающая патентом или новой научно-технической разработкой, имеет более высокий излишек производителя по сравнению с другими фирмами. При принятии решений о выборе направления инвестиционных вложений одна из основных учитываемых характеристик - технический уровень продукции.

Из сказанного вытекает, что сертификация продукции - это современная форма управления качеством продукции. На Западе общепринято, что основная составляющая в управлении качеством продукции - это статистические методы (см., например, отчет Комитета ИСО по изучению принципов стандартизации [3]). В нашей стране внедрение комплексных систем управления качеством (КС УКП), как уже отмечалось, сводилось во многом к подготовке документации организационного характера. Статистические методы использовались в промышленности недостаточно, а государственные стандарты по этой тематике зачастую содержали грубейшие ошибки (см. ниже).

Подготовка предприятий к сертификации продукции, технологических процессов и производств, систем качества требует приложения труда квалифицированных специалистов, причем в достаточно большом объеме. Подобную работу обычно проводят специализированные организации.

О развитии статистических методов сертификации в России. Около 150 лет статистические методы применяются в России для проверки соответствия продукции установленным требованиям, т.е. для сертификации. Так, еще в 1846 г. действительный член Петербургской академии наук М.В. Остроградский рассматривал задачу статистического контроля партий мешков муки или штук сукна армейскими поставщиками. С тех пор в России в статистическом контроле качества было сделано многое, особенно в области теории: Так, монографии проф. Ю.К. Беляева и проф. Я.П. Лумельского можно смело назвать классическими. Был выпущен и длинный ряд практических руководств, в основном переводных.

С начала 1970-х годов стали разрабатываться государственные стандарты по статистическим методам. В связи с обнаружением в них грубых ошибок 24 из 31 государственного стандарта по статистическим методам были отменены в 1986-87 гг. (перечень стандартов и описание ошибок приведены в работе [4]). К сожалению, потеряв правовую силу как нормативные документы, ошибочные стандарты продолжают использоваться как научно-технические издания.

В 1989 г. был организован Центр статистических методов и информатики (ЦСМИ) для работ по развитию и внедрению современных статистических методов. Уже к середине 1990 г. ЦСМИ были разработаны 7 диалоговых систем по современным статистическим методам управления качеством, а именно, СПК, АТСТАТ-ПРП, СТАТКОН, АВРОРА-РС, ЭКСПЛАН, ПАСЭК, НАДИС (описания этих систем даны в работе [5]).

Параллельно ЦСМИ вел работу по объединению статистиков. В апреле 1990 г. в Большом Актовом Зале Московского Энергетического института прошла Учредительная конференция Всесоюзной организации по статистическим методам и их применениям. На Учредительном съезде Всесоюзной статистической ассоциации (ВСА) в октябре 1990 г. в Московском экономико-статистическом институте эта организация вошла в состав ВСА в качестве секции статистических методов. В 1992г. после развала СССР и фактического прекращения работы ВСА на основе секции статистических методов ВСА организована Российская ассоциация по статистическим методам (РАСМ), а затем и Российская академия статистических методов, существующие и в настоящее время. В мероприятиях секции статистических методов ВСА и РАСМ активно участвовали несколько сот человек. Основной тематикой работ многих из этих специалистов являются статистические методы в сертификации (управлении качеством). В ЦСМИ и РАСМ, объединивших большинство ведущих российских специалистов, коллективными усилиями разработан единый подход к проблемам принятия решений в сертификации и управлении качеством на основе применения статистических методов.

Статистический контроль - это выборочный контроль на научной основе. Контроль качества продукции всем знаком хотя бы по названию - им обычно занимается отдел технического контроля (ОТК) предприятия. Есть различные виды контроля - входной контроль, приемочный контроль (готовой продукции), и контроль при передаче полуфабрикатов и комплектующих из цеха в цех. Кроме сплошного контроля всех изделий подряд применяют выборочный, когда о качестве партии продукции судят по результатам контроля некоторой части - выборки.

Зачем нужен выборочный контроль? Чтобы проверить качество спички - надо чиркнуть ею. Загорится - должное качество, не загорится - брак. Но повторно однажды зажженную спичку использовать уже нельзя. Поэтому партию спичек можно контролировать только выборочно. Партии консервов, лампочек, патронов - тоже. Т.е. при разрушающем контроле необходимо пользоваться выборочными методами и судить о качестве партии продукции по результатам контроля её части - выборки.

Выборочные методы контроля могут применяться и из экономических соображений, когда стоимость контроля высока по сравнению со стоимостью изделия. Например, вряд ли целесообразно визуально проверять качество каждой скрепки в каждой коробке.

Для проведения выборочного контроля необходимо сформировать выборку, выбрать план контроля. А если план имеется - полезно знать его свойства. Анализ и синтез планов проводят с помощью математического моделирования на основе теории вероятностей и математической статистики, применяя компьютерные диалоговые системы (пакеты программ).

Зачем нужны диалоговые системы по статистическому контролю? Раньше, действительно, ОТК формально применяли планы контроля из ГОСТов на конкретную продукцию, а реальное качество выпускаемых изделий никого не интересовало. Сейчас - ситуация начинает меняться. С декабря 1990 г. обязательность большинства ГОСТов отменена (в части основных показателей качества, кроме показателей безопасности). У промышленности сняты кандалы. Но - со становлением рыночной экономики появляются конкуренты. В том числе зарубежные. Руководителям производства приходится отлаживать систему контроля качества не для галочки, не по приказу обкома, а для повышения доходов предприятий.

Компьютерные диалоговые системы позволяют прежде всего проводить анализ и синтез планов контроля. Пусть перед Вами - прежний ГОСТ на продукцию, в нем есть раздел "Правила приемки" с планами контроля. Хороша эта система планов или плоха? С помощью диалоговых систем Вы найдете характеристики конкретного плана, приемочный и браковочный уровни дефектности (см. ниже) и т.д. Можно провести и синтез планов, т.е. компьютер поможет принять решение в новых условиях - подберет план, удовлетворяющий Вашим условиям.

Российской ассоциацией статистических методов были проанализированы сотни стандартов на конкретную продукцию (разделы "Правила приемки") и ГОСТы по статистическим методам. Обнаружено, что более половины и тех и других стандартов содержат грубые ошибки, пользоваться ими нельзя. Причины этого печального положения проанализированы в статье [4]. В отличие от ГОСТов, диалоговым системам ЦСМИ по статистическому контролю верить можно и нужно. И экономически выгодно. По оценкам, полученным в работе [6], применение современных статистических методов позволяет в среднем вдвое сократить трудозатраты на контрольные операции (как известно, на них расходуют примерно 10% от стоимости машиностроительной продукции). Следовательно, от повышения эффективности решений менеджеров на основе внедрения современных эконометрических методов обеспечения качества продукции Россия может получить более 5 миллиардов долларов США дополнительного дохода в год.

Приведем ещё два сообщения о высокой экономической эффективности статистического контроля. "Мы документально зафиксировали экономию от применения методов статистического контроля и методов принятия решений, которым обучили наших сотрудников. Мы приближаемся к степени окупаемости около 30 долларов на 1 вложенный доллар. Вот почему мы получили такую серьезную поддержку от высшего руководства", - сообщает Билл Виггенхорн, ответственный за подготовку специалистов фирмы "Моторола" (цитируем по статье [7]).

По подсчетам профессора Массачусетского технологического института Фримена (см. монографию [8]), только статистический приемочный контроль давал промышленности США 4 миллиарда долларов в 1958 г. (это более 22 миллиардов долларов в ценах 2003 г.), т.е. 0,8% ВВП - валового внутреннего продукта.

На наш взгляд, российским предпринимателям и менеджерам промышленных предприятий целесообразно равняться на японских коллег - знать хотя бы основы статистических методов, т.е. эконометрики, и активно их применять при принятии решений, постоянно консультируясь со специалистами-эконометриками.

4.4.2. Основы теории статистического контроля

Выборочный контроль, построенный на научной основе, т.е. исходящий из теории вероятностей и математической статистики, называют статистическим контролем. Предпринимателя и менеджера выборочный контроль может интересовать не только в связи с качеством продукции, но и в связи, например, с контролем экологической обстановки, поскольку зафиксированные государственными органами экологические нарушения влекут штрафы и иные "неприятные" последствия. Обсудим основные подходы статистического контроля.

При статистическом контроле решение о генеральной совокупности – об экологической обстановке в данном регионе или о партии продукции - принимается по выборке, состоящей из некоторого количества единиц (единиц экологического контроля или единиц продукции). Следовательно, выборка должна представлять партию, т.е. быть репрезентативной (представительной). Как эти слова понимать, как проверить репрезентативность? Ответ может быть дан лишь в терминах вероятностных моделей выборки.

Наиболее распространенными являются две вероятностные модели—биномиальная и гипергеометрическая. В биномиальной модели предполагается, что результаты контроля n единиц можно рассматривать как совокупность n независимых одинаково распределенных случайных величин $X_1, X_2,\ldots,X_n$, где $X_i = 1$, если i-ое измерение показывает, что есть нарушение, т.е. превышено ПДК (предельная норма концентрации) или i-ое изделие дефектно, и $X_i= 0$, если это не так. Тогда число X превышений ПДК или дефектных единиц продукции в партии равно

$$X= X_1+ X_2+\ldots+ X_n \qquad .(1)$$

Из формулы (1) и Центральной Предельной Теоремы теории вероятностей вытекает, что при увеличении объема выборки n распределение X сближается с нормальным распределением. Известно, что распределение X имеет вид

$$P(X= k) = C_n^k\ p^k (1—p)^{n-k}\ , \qquad (2)$$

где C_n^k - число сочетаний из n элементов по k, а p —уровень дефектности (в другой предметной области - доля превышений ПДК в генеральной совокупности), т.е. $p = P(X_i= 1)$. Формула (2) задает так называемое биномиальное распределение.

Гипергеометрическое распределение соответствует случайному отбору единиц в выборку. Пусть среди N единиц, составляющих генеральную совокупность, имеется D дефектных. Случайность отбора означает, что каждая единица имеет одинаковые шансы попасть в выборку. Мало того, ни одна пара единиц не должна иметь при отборе в выборку преимущества перед любой другой парой. То же самое —для троек, четверок и т.д. Это условие выполнено тогда и только тогда, когда каждое из C_N^n сочетаний по n единиц из N имеет одинаковые шансы быть отобранным в качестве выборки. Вероятность того, что будет отобрано заранее заданное сочетание, равна, очевидно, 1/ C_N^n.

Отбор случайной выборки согласно описанным правилам организуют при проведении различных лотерей. Пусть Y —число дефектных единиц в случайной выборке, организованной таким образом. Известно, что тогда $P\ (Y\ =\ k)$ – гипергеометрическое распределение, т.е.

$$P(Y = k) = \frac{C_n^k C_{N-n}^{D-k}}{C_N^n}. \qquad (3)$$

Замечательный математический результат состоит в том, что биномиальная и гипергеометрическая модели *весьма близки*, когда объем генеральной совокупности (партии) по крайней мере в 10 раз превышает объем выборки. Другими словами, можно принять, что

$$P(X = k) = P\ (Y = k\ ), \quad (4)$$

если объем выборки мал по сравнению с объемом партии. При этом в качестве p в формуле (4) берут D/N. Близость результатов, получаемых с помощью биномиальной и гипергеометрической моделей, весьма важна с философской точки зрения. Дело в том, что эти модели исходят из принципиально различных философских предпосылок. В биномиальной модели случайность *присуща каждой* *единице* - она с какой-то вероятностью дефектна, а с какой-то - годна. В то же время в гипергеометрической модели качество определенной единицы детерминировано, задано, а случайность проявляется лишь *в отборе*, вносится экологом или экономистом при составлении выборки. В науках о человеке противоречие между аналогичными моделями выборки еще более выражено. Биномиальная модель предполагает, что поведение человека, в частности, выбор им определенного варианта при ответе на вопрос, определяется с участием случайных причин. Например, человек может случайно сказать «да», случайно—«нет». Некоторые философы отрицают присущую человеку случайность. Они верят в причинность и считают поведение конкретного человека практически полностью детерминированным. Поэтому они принимают гипергеометрическую модель и считают, что случайность отличия ответов в выборке от ответов во всей генеральной совокупности определяется всецело случайностью, вносимой при отборе единиц наблюдения в выборку.

Соотношение (4) показывают, что во многих случаях нет необходимости принимать чью-либо сторону в этом споре, поскольку обе модели дают близкие численные результаты. Отличия проявляются при обсуждении вопроса о том, какую выборку считать *представительной*. Является ли таковой выборка, составленная из 20 изделий, лежащих сверху в первом вскрытом ящике? В биномиальной модели - да, в гипергеометрической - нет.

Биномиальная модель легче для теоретического изучения, поэтому будем её рассматривать в дальнейшем. Однако при реальном контроле лучше формировать выборку, исходя из гипергеометрической модели. Это делают, выбирая номера изделий (для включения в выборку) с помощью датчиков псевдослучайных чисел на ЭВМ или с помощью таблиц псевдослучайных чисел. Алгоритмы формирования выборки встраивают в современные программные продукты по статистическому контролю.

Планы статистического контроля и правила принятия решений. Под планом статистического контроля понимают алгоритм, т.е. правила действий, на входе при этом - генеральная совокупность (партия продукции), а на выходе - одно из двух решений: «принять партию» либо «забраковать партию». Рассмотрим несколько примеров.

Одноступенчатые планы контроля *(n,c)*: отобрать выборку объема n; если число дефектных единиц в выборке X не превосходит c, то партию принять, в противном случае забраковать. Число c называется приемочным.

Частные случаи: план $(n,0)$ —партию принять тогда и только тогда, когда все единицы в выборке являются годными; план $(n,1)$ - партия принимается, если в выборке все единицы являются годными или ровно одно - дефектное, во всех остальных случаях партия бракуется.

Двухступенчатый план контроля *(n,a,b)* + *(m,c)*: отобрать первую выборку объема n; если число дефектных единиц в первой выборке X не превосходит a , то партию принять; если число дефектных единиц в первой выборке X больше или равно b, то партию забраковать; во всех остальных случаях, т.е. когда X больше a, но меньше b, следует взять вторую выборку объема m; если число дефектных единиц во второй выборке Y не превосходит c, то партию принять, в противном случае забраковать.

Рассмотрим в качестве примера план (20, 0, 2) + (40, 0). Сначала берется первая выборка объема 20. Если все единицы в ней - годные, то партия принимается. Если две или больше - дефектные, партия бракуется. А если только одно - дефектное? В реальной ситуации в таких случаях начинаются споры между представителями предприятия и экологического контроля, или поставщика и потребителя. Говорят, например, что дефектная единица случайно попала в партию, что ее подсунули конкуренты или что при контроле случайно сделан неправильный вывод. Поэтому, чтобы споры пресечь, берут вторую выборку объема 40 (вдвое большего, чем в первый раз). Если все единицы во второй выборке - годные, то партию принимают, в противном случае - бракуют.

В реальной нормативно-технической документации - договорах на поставку, стандартах, технических условиях, инструкциях по экологическому контролю и т.д. - не всегда четко сформулированы планы статистического контроля и правила принятия решений. Например, при описании двухступенчатого плана контроля вместо задания приемочного числа c может стоять загадочная фраза "результат контроля второй выборки считается окончательным". Остается гадать, как принимать решение по второй выборке. Менеджер, администратор (государственный служащий), эколог или экономист, занимающийся вопросами экологического контроля или контроля качества, должен первым делам добиваться кристальной ясности в формулировках правил принятия решений, иначе ошибочные и необоснованные решения, а потому и убытки неизбежны.

Оперативная характеристика плана статистического контроля. Каковы свойства плана статистического контроля? Они, как правило, определяются с помощью функции $f(p)$, связывающей вероятность p дефектности единицы контроля с вероятностью $f(p)$ положительной оценки экологической обстановки (приемки партии) по результатам контроля. При этом вероятность p того, что конкретная единица дефектна, называется входным уровнем дефектности, а указанная функция называется оперативной характеристикой плана контроля. Если дефектные единицы отсутствуют, $p = 0$, то партия всегда принимается, т.е. $f(0) = 1$. Если все единицы дефектные, $p = 1$, то партия наверняка бракуется, $f(1) = 0$. Между этими крайними значениями p функция $f(p)$ монотонно убывает.

Вычислим оперативную характеристику плана (n,0). Поскольку партия принимается тогда и только тогда, когда все единицы являются годными, а вероятность того, что конкретная единица - годная, равна *(1-p),* то оперативная характеристика имеет вид

$$f(p) = P(X=0) = (1—p)^n. \quad (5)$$

Для плана (n,1) оперативная характеристика, как легко видеть, такова:

$$f(p) = P(X=0)+P(X=1) = (1—p)^n + n\,(1—p)^{n-1} \qquad (6)$$

Оперативные характеристики для конкретных планов статистического контроля не всегда имеют такой простой вид, как в случае формул (5) и (6). Рассмотрим в качестве примера план (20, 0, 2) + (40, 0). Сначала найдем вероятность того, что партия будет принята по результатам контроля первой партии. Согласно формуле (5) имеем:

$$f_1(p) = P(X=0) = (1—p)^{20}.$$

Вероятность того, что понадобится контроль второй выборки, равна

$$P(X=1) = 20(1—p)^{19}.$$

При этом вероятность того, что по результатам её контроля партия будет принята, равна

$$f_2(p) = P(X=0) = (1—p)^{40}.$$

Следовательно, вероятность того, что партия будет принята со второй попытки, т.е. что при контроле первой выборки обнаружится ровно одна дефектная единица, а затем при контроле второй—ни одной, равна

$$f_3(p) = P(X=1)\,f_2(p) = 20(1—p)^{19}(1—p)^{40}= 20(1—p)^{59}.$$

Следовательно, вероятность принятия партии с первой или со второй попытки равна

$$f(p) = f_1(p) + f_3(p) = (1—p)^{20}+ 20(1—p)^{59}.$$

При практическом применении методов статистического приемочного контроля для нахождения оперативных характеристик планов контроля вместо формул, имеющих обозримый вид лишь для отдельных видов планов, применяют численные компьютерные алгоритмы или заранее составленные таблицы.

Риск поставщика и риск потребителя, приемочный и браковочный уровни дефектности. С оперативной характеристикой связаны важные понятия *приемочного и браковочного уровней дефектности*, а также понятия *"риск поставщика"* и *"риск потребителя"*. Чтобы ввести эти понятия, на оперативной характеристике выделяют две характерные точки, делящие входные уровни дефектности на три зоны (области) - *А*, *Б* и *В*. В зоне *А* все почти всегда хорошо, а именно - почти всегда экологическая обстановка признается благополучной, почти все партии принимаются. В зоне *В*, наоборот, почти всегда все плохо, а именно - почти всегда экологический контроль констатирует экологические нарушения, почти все партии бракуются. Зона. *Б* - буферная, переходная, промежуточная, в ней как вероятность приемки, так и вероятность браковки заметно отличаются от 0 и 1. Для задания границ между зонами выбирают два малых числа—риск поставщика (производителя, предприятия) α и риск потребителя (заказчика, системы экологического контроля) β, при этом границы между зонами задают два уровня дефектности - приемочный $p_{пр}$ и браковочный $p_{бр}$, определяемые из уравнений

$$f(p_{пр}) = 1 — \alpha\ , \ f(p_{бр}) = \beta\ . \qquad (7)$$

Таким образом, если входной уровень дефектности не превосходит $p_{пр}$, то вероятность забракования партии мала, т.е. не превосходит α. Приемочный уровень дефектности выделяет зону *А* значений входного уровня дефектности, в которой нарушения экологической безопасности почти всегда не отмечаются, партии почти всегда принимаются, т.е. соблюдаются интересы проверяемого предприятия (в экологии), поставщика (при контроле качества). Это - зона комфортности для поставщика. Если он обеспечивает работу (уровень дефектности) в этой зоне, то его практически никогда никто не потревожит.

Если же входной уровень дефектности больше браковочного уровня дефектности $p_{бр}$, то нарушения почти наверняка фиксируются, партия почти всегда бракуется, т.е. экологи узнают о нарушениях, потребитель оказывается защищен от попадания к нему партий со столь высоким уровнем брака. Поэтому можно сказать, что в зоне *В* соблюдаются интересы потребителей - брак к ним не попадает.

При выборе плана контроля часто начинают с выбора приемочного и браковочного уровней дефектности. При этом выбор конкретного значения приемочного уровня дефектности отражает интересы поставщика, а выбор конкретного значения браковочного уровня дефектности - интересы потребителя. Можно доказать, что для любых положительных чисел α и β, и любых входных уровней дефектности $p_{пр}$ и $p_{бр}$, причем $p_{пр}$ меньше $p_{бр}$, найдется план контроля *(n,c)* такой, что его оперативная характеристика *f(p)* удовлетворяет неравенствам

$$f(p_{пр}) > 1 - \alpha\ ,\ f(p_{бр}) < \beta\ .$$

При практических расчетах обычно принимают α = 0,05 (т.е. 5%) и β = 0,1 (т.е. 10%).

Вычислим приемочный и браковочный уровни дефектности для плана (n,0). Из формул (5) и (7) вытекает, что

$$(1 - p_{пр})^n = 1 - \alpha\ ,\ p_{пр} = 1 - (1 - \alpha\ )^{1/n}.$$

Поскольку риск поставщика α мал, то из известного соотношения математического анализа

$$\sqrt[n]{1-\alpha} = 1 - \frac{\alpha}{n} + O\left(\frac{\alpha^2}{n^2}\right)$$

вытекает приближенная формула

$$p_{пр} \approx \frac{\alpha}{n}.$$

Для браковочного уровня дефектности имеем

$$p_{\text{бр}} = 1 - \beta^{1/n}.$$

При практическом применении методов статистического приемочного контроля формулами, имеющих обозримый вид лишь для отдельных видов планов, не пользуются. Для нахождения приемочных и браковочных уровней дефектности планов контроля вместо них применяют численные компьютерные алгоритмы или заранее составленные таблицы. Такие таблицы имеются в нормативно-технической документации или научно-технических публикациях.

Предел среднего выходного уровня дефектности. Обсудим судьбу забракованной партии продукции. В зависимости от ситуации эта судьба может быть разной. Партия может быть утилизирована. Например, забракованная партия гвоздей может быть направлена на переплавку. У партии может быть понижена сортность, и она может быть продана по более низкой цене (при этом результаты выборочного контроля будут использованы не для проверки того, что выдержан заданный уровень качества, а для оценки реального уровня качества). Наконец, партия продукции может быть подвергнута сплошному контролю (для этого обычно привлекают инженеров из всех заводских служб). При сплошном контроле все дефектные изделия обнаруживаются и либо исправляются на месте, либо извлекаются из партии. В результате в партии остаются только годные изделия. Такая процедура называется "контроль с разбраковкой".

При среднем входном уровне дефектности p и применении контроля с разбраковкой с вероятностью $f(p)$ партия принимается (и уровень дефектности в ней по-прежнему равен p) и с вероятностью $(1-f(p))$ бракуется и подвергается сплошному контролю, в результате чего к потребителю поступают только годные изделия. Следовательно, по формуле полной вероятности средний выходной уровень дефектности равен

$$f_1(p) = pf(p) + 0(1 - f(p)) = pf(p).$$

Средний выходной уровень дефектности $f_1(p)$ равен 0 при p=0 и p=1, положителен на интервале (0;1), а потому достигает на нем максимума, который в теории статистического контроля называется пределом среднего выходного уровня дефектности (сокращенно ПСВУД):

$$\text{ПСВУД} = \max_{0 \le p \le 1} f_1(p).$$

Пример. Рассмотрим план (n,0). Для него $f(p) = (1 - p)^n$ и $f_1(p) = p(1-p)^n$. Чтобы найти ПСВУД, надо приравнять 0 производную среднего выходного уровня дефектности по среднему входному уровню дефектности:

$$\frac{df_1(p)}{dp} = \left(p(1-p)^n\right)' = (1-p)^n + pn(1-p)^{n-1} =$$

$$= (1-p)^{n-1}(1-p-pn) = (1-p)^{n-1}(1-(n+1)p) = 0.$$

В полученном уравнении корень p = 1 соответствует минимуму, а не максимуму. Поскольку непрерывная функция на замкнутом отрезке достигает максимума, то максимум достигается при

$$p_n = \frac{1}{n+1}.$$

Следовательно,

$$\text{ПСВУД} = p_n(1-p_n)^n = \frac{1}{n+1}\left(1 - \frac{1}{n+1}\right)^n. \qquad (8)$$

По выражению (8) могут быть проведены конкретные расчеты. Однако оно довольно громоздко. Его можно упростить, используя один замечательный предел из курса математического анализа, а именно:

$$\lim_{n \to \infty}\left(1 - \frac{1}{n+1}\right)^{n+1} = e^{-1} = \frac{1}{2{,}718281828...} \approx 0{,}368. \qquad (9)$$

Сравнивая соотношения (8) и (9), видим, что

$$\text{ПСВУД} = \left(\frac{\frac{1}{n+1}}{1-\frac{1}{n+1}}\right)\left(1-\frac{1}{n+1}\right)^{n+1}.$$

Первая скобка равна $1/n$, а вторая согласно соотношению (9) приближается к 0,368 при росте объема выборки. Поэтому получаем простую асимптотическую формулу

$$\text{ПСВУД} \approx \frac{0{,}368}{n}.$$

Для более сложных планов ПСВУД рассчитывают с помощью более или менее сложных компьютерных программ.

При рассмотрении основ статистического контроля в настоящем пункте расчетные формулы удалось получить лишь для простейших планов, в основном для планов вида *(n,*0). Если ослабить требования и рассчитывать не на точные формулы, а на асимптотические, при $n \to \infty$, то можно справиться и с одноступенчатыми планами вида *(n, c)*.

Асимптотическая теория одноступенчатых планов статистического контроля. Пусть X - число дефектных единиц продукции в выборке объема *n.* Как уже отмечалось, распределение X является биномиальным и имеет вид

$$P(X = k) = C_n^k\, p^k (1-p)^{n-k},$$

где C_n^k - число сочетаний из n элементов по k,

p - входной уровень дефектности.

Пусть используется одноступенчатый план контроля (n, c). Тогда оперативная характеристика этого плана имеет вид

$$f(p) = \sum_{1 \le k \le c} P(X = k) = \sum_{1 \le k \le c} C_n^k p^k (1-p)^{n-k}.$$

Пусть $n \to \infty$. Тогда по Закону Больших Чисел теории вероятностей (по теореме Бернулли)

$$\frac{X}{n} \to p$$

(сходимость по вероятности). Значит, если c/n окажется заметно больше входного уровня дефектности p, то партии будут почти всегда приниматься, а если c/n окажется заметно меньше входного уровня дефектности p, то партии будут почти всегда отклоняться. Ситуация будет нетривиальной только там, где величины c/n и p близки друг к другу.

Хотя оперативная характеристика приближается с помощью сумм биномиальных вероятностей, целесообразно найти для нее приближение с помощью теоремы Муавра-Лапласа. Имеем цепочку тождественных преобразований:

$$f(p) = P(X \le c) = P\left(\frac{X - np}{\sqrt{np(1-p)}} \le \frac{c - np}{\sqrt{np(1-p)}} \right).$$

Однако справа строит именно то выражение, которое участвует в теореме Муавра-Лапласа. Воспользовавшись равномерной сходимостью в этой теореме, можно записать, что

$$\lim_{n \to \infty} f(p) = \Phi\left(\frac{c - np}{\sqrt{np(1-p)}} \right),$$

где $\Phi(x)$ - функция стандартного нормального распределения с математическим ожиданием 0 и дисперсией 1.

Последняя формула позволяет без труда написать асимптотические выражения для приемочного и браковочного уровней дефектности. Действительно, согласно определениям этих понятий

$$\Phi\left(\frac{c - np_{пр}}{\sqrt{np_{пр}(1 - p_{пр}))}} \right) = 1 - \alpha, \quad \Phi\left(\frac{c - np_{бр}}{\sqrt{np_{бр}(1 - p_{бр}))}} \right) = \beta, \tag{10}$$

откуда с помощью элементарных преобразований получаем, что

$$p_{пр} = \frac{c}{n} - \frac{1}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{c}{n}\left(1 - \frac{c}{n}\right)} \Phi^{-1}(1 - \alpha), \quad p_{бр} = \frac{c}{n} - \frac{1}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{c}{n}\left(1 - \frac{c}{n}\right)} \Phi^{-1}(\beta). \tag{11}$$

Так как величины c/n и p близки друг к другу, то при переходе от формулы (10) к формуле (11) в подкоренных выражениях приемочный и браковочный уровни дефектности заменены на *c/n* (с точностью до бесконечно малых более высокого порядка).

Поскольку при практическом применении статистического приемочного контроля, как уже отмечалось, принимают α = 0,05, β =0,10, то в предыдущие формулы следует подставить $\Phi^{-1}(0{,}95)$ =1,64 и $\Phi^{-1}(0{,}10) = -1{,}28.$ Итак, итоговые формулы для приемочного и браковочного уровней дефектности имеют вид

$$p_{пр} = \frac{c}{n} - \frac{1{,}64}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{c}{n}\left(1 - \frac{c}{n}\right)}, \quad p_{бр} = \frac{c}{n} + \frac{1{,}28}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{c}{n}\left(1 - \frac{c}{n}\right)}.$$

Перейдем к задаче синтеза. Пусть заданы приемочный и браковочный уровни дефектности. Требуется построить одноступенчатый план, имеющий эти характеристики. Из формул (10) следует, в частности, что

$$c - np_{пр} = \Phi^{-1}(1-\alpha)\sqrt{np_{пр}(1-p_{пр})}, \quad c - np_{бр} = \Phi^{-1}(\beta)\sqrt{np_{бр}(1-p_{бр})}. \tag{12}$$

Вычитая из первого уравнения второе, получаем, что

$$np_{бр} - np_{пр} = \sqrt{n}\{\Phi^{-1}(1-\alpha)\sqrt{p_{пр}(1-p_{пр})} - \Phi^{-1}(\beta)\sqrt{p_{бр}(1-p_{бр})}\}.$$

Следовательно, оценка n^* необходимого объема выборки имеет вид

$$n^* = \left(\frac{\Phi^{-1}(1-\alpha)\sqrt{p_{пр}(1-p_{пр})} - \Phi^{-1}(\beta)\sqrt{p_{бр}(1-p_{бр})}}{p_{бр} - p_{пр}}\right)^2.$$

Для стандартных значений рисков α = 0,05, β =0,10 имеем:

$$n^* = \left(\frac{1{,}64\sqrt{p_{пр}(1-p_{пр})} + 1{,}28\sqrt{p_{бр}(1-p_{бр})}}{p_{бр} - p_{пр}}\right)^2 \tag{13}$$

С помощью уравнений (12) нетрудно найти оценку c^* приемочного числа, заменив неизвестный объем выборки на его оценку n^*. Будем использовать оценку

$$c^* = n^* p_{бр} + \Phi^{-1}(\beta)\sqrt{n^* p_{бр}(1-p_{бр})}.$$

Для стандартного значения β =0,10 имеем

$$c^* = n^* p_{бр} - 1{,}28\sqrt{n^* p_{бр}(1 - p_{бр})}. \quad (14)$$

Итак, по формуле (13) можно рассчитать оценку объема выборки, затем по формуле (14) найти оценку приемочного числа. Необходимо отметить, что результаты расчетов по рассматриваемым асимптотическим формулам отнюдь не всегда дают целые числа, поэтому необходима корректировка полученных результатов.

Полученные формулы позволяют решить сформулированную выше задачу - по заданным приемочному и браковочному уровням дефектности подобрать такой одноступенчатый план контроля, что его оперативная характеристика $f(p)$ удовлетворяет неравенствам

$$f(p_{пр}) \geq 1 - \alpha\ ,\ f(p_{бр}) \leq \beta\ .$$

Поэтому при практической работе корректировка асимптотических результатов должна быть направлена на выполнение указанных неравенств.

Пример. Пусть $p_{пр} = 0{,}02$, $p_{бр} = 0{,}09$. Тогда по формуле (13) оценка объема выборки равна

$$n^* = \left(\frac{1{,}64\sqrt{0{,}02(1-0{,}02)} + 1{,}28\sqrt{0{,}09(1-0{,}09)}}{0{,}09 - 0{,}02}\right)^2 = \left(\frac{1{,}64 \times 0{,}14 + 1{,}28 \times 0{,}286}{0{,}07}\right)^2 =$$

$$= \left(\frac{0{,}2296 + 0{,}3661}{0{,}07}\right)^2 = \left(\frac{0{,}5957}{0{,}07}\right)^2 = 8{,}51^2 = 72{,}42.$$

Полученное число не является натуральным, поэтому вполне естественно откорректировать объем выборки до ближайшего целого, т.е. до $n^* = 72$.

Оценку приемочного числа находим по формуле (14):

$$c^* = 72 \times 0{,}09 - 1{,}28\sqrt{72 \times 0{,}09 \times 0{,}91} = 6{,}48 - 1{,}28 \times 2{,}428 = 3{,}37.$$

Полученное число не является целым, поэтому в качестве приемочного числа надо взять ближайшее целое, т.е. до 3.

Если объем выборки округлить до 73, то аналогично получим

$$c^{**} = 73 \times 0{,}09 - 1{,}28\sqrt{73 \times 0{,}09 \times 0{,}91} = 6{,}57 - 1{,}28 \times 2{,}445 = 3{,}44.$$

При округлении снова получаем 3.

С помощью первого из уравнений (12) можно построить оценку c^* на основе приемочного уровнея дефектности:

$$c^* = n^* p_{пр} + \Phi^{-1}(1-\alpha)\sqrt{n^* p_{пр}(1-p_{пр})} = n^* p_{пр} + 1{,}64\sqrt{n^* p_{пр}(1-p_{пр})}.$$

Подставив конкретные значения, получим практически ту же оценку, что и раньше:

$$c^* = n^* p_{пр} + 1{,}64\sqrt{n^* p_{пр}(1-p_{пр})} = 72\times 0{,}02 + 1{,}64\sqrt{72\times 0{,}02\times 0{,}98} = 3{,}39.$$

Итак, в результате асимптотических расчетов найден одноступенчатый план (72, 3).

4.4.3. Некоторые практические вопросы принятия решений при статистическом контроле качества продукции и услуг

Познакомившись с некоторыми основными понятиями, подходами, и идеями теории статистического контроля качества, обсудим более практические стороны этой технико-экономической области.

Анализ и синтез планов контроля. На основе теории статистического контроля можно проанализировать планы контроля качества, имеющиеся в нормативно-технической документации (стандартах, технических условиях) и в договорах на поставку продукции и оказание услуг. Достаточно часто оказывается, что формулировки соответствующих разделов (разделов "Правила приемки", "Методы контроля" и др.) имеют различные недостатки и неточности, что может послужить в дальнейшем причиной к возникновению арбитражных ситуаций (т.е. решаемых через арбитражные или иные суды).

Если обсуждаемая система контроля качества выдерживает чисто логическую проверку, то наступает вторая стадия - анализ с точки зрения теории статистического контроля. На этой стадии рассчитывают характеристики применяемых планов контроля. О некоторых из них уже шла речь - приемочный и браковочный уровни дефектности, предел среднего выходного уровня дефектности. Есть и иные показатели, например, средний используемый объем выборки, средняя стоимость контроля, и т.п. Особенно важна прогнозируемая доля арбитражных ситуаций (споров между предприятиями) при используемой системе контроля.

На стадии анализа возможны неожиданные "открытия". Например, может оказаться, что существующая система контроля качества, хотя и является формально безупречной, но защищает лишь от приемки столь плохих партий продукции, в которых более половины единиц продукции дефектно (т.е. для применяемых планов контроля браковочный уровень дефектности больше 0,5). Или что система контроля защищает интересы поставщиков, у которых каждое пятое изделие является бракованным (приемочный уровень дефектности равен 0,2).

Замечание. До сих пор постоянно говорилось о контроле единиц и партий продукции. Однако нет никакого принципиального отличия с контролем услуг (медицинских, туристических, транспортных, образовательных, банковских и иных) или документации. Поэтому теория и практика статистического контроля качества продукции дает полезные рекомендации для банковского дела и бухгалтерского аудита. Надо только аккуратно заменить слова, описывающие предметную область применения теории статистического контроля.

После анализа ситуации с системой контроля естественно перейти к улучшению этой системы, к обоснованному выбору планов, к этапу синтеза. В зависимости от конкретных условий используются разнообразные подходы к выбору планов. Например, задают приемочный и браковочный уровни дефектности. В случае контроля с разбраковкой естественно использовать ограничения на предел среднего выходного уровня дефектности.

Обсудим подробнее оптимизационные постановки в статистическом приемочном контроле. Очевидно, имеется три вида затрат и потерь:

- затраты непосредственно на проведение контроля единиц продукции, включенных в выборку,

- потери в случае неверного решения о забраковании партии продукции (в которой на самом деле доля дефектной продукции соответствует требованиям нормативно-технической документации):

- потери в случае неверного решения о принятии партии продукции (в которой на самом деле доля дефектной продукции не соответствует требованиям нормативно-технической документации).

При этом первые два вида затрат непосредственно связаны с деятельностью предприятия, на котором производится продукция, третий вид затрат формируется там, где она потребляется. С этим связана принципиальная сложность подсчета затрат третьего вида. Особенно эта сложность проявляется тогда, когда попадание к потребителю дефектных изделий может привести к авариям с человеческими жертвами. Тогда в очередной раз возникает уже обсуждавшийся вопрос: сколько стоит человеческая жизнь? Только оценив потери здоровья и жизни в денежных единицах, можно сформировать функционал качества плана статистического контроля и затем оптимизировать его. К счастью, для большинства видов продукции вопрос о денежной оценке человеческой жизни не возникает. Проблема обычно "всего лишь" в том, что выпущенная продукция используется разнообразными конечными потребителями, а потому оценить эффект повышения доли ее дефектности затруднительно.

Поэтому наряду с функционалом качества, включающим все три вида затрат, рассматривают "условный" функционал на основе затрат первых двух типов, а на вероятность принятия партии продукции, в которой доля дефектной продукции не соответствует требованиям нормативно-технической документации, накладывают ограничение, т.е., грубо говоря, третий вид затрат учитывают в качестве ограничения.

Естественно также по-разному проводить контроль у поставщика (производителя) и потребителя (заказчика). Пусть для определенности поставщик используют план $(n_1, 0),$ а потребитель - $(n_2, 0).$ Тогда естественно зафиксировать в договоре о поставке, что $n_1 >> n_2.$ Такая договоренность обеспечит тщательный контроль со стороны изготовителя и почти автоматическое подтверждение приемки со стороны потребителя (т.е. отсутствие спора).

Одна из распространенных догм состоит в том, что изготовитель и потребитель должны проводить контроль по одним и тем же планам контроля. Если план контроля и входной уровень контроля таков, что ситуация контроля относится к буферной зоне Б, т.е. вероятность приемки партии заметно отличается от 0 и 1, то указанная догма приводит к высокой вероятности спорных ситуаций. Пусть, например, оперативная характеристика равна 0,5. Пусть изготовитель принял партию (с вероятностью 0,5). После этого при независимом контроле у потребителя с той же вероятностью 0,5 она может быть отклонена и с вероятностью 0,5 принята. Значит, общий итог таков: 59% за то, что партия будет забракована у поставщика, 25% - за спорную ситуацию (поставщик принял, потребитель забраковал), 25% - за принятие и поставщиком и потребителем. Конечно, рассмотрен крайний случай - наиболее частое появление спорных ситуаций. Но реальное появление 10-15% арбитражных споров - это типовая ситуация в 1980-е годы.

Один из вариантов выбора планов контроля поставщиком и потребителем выглядит так. Стороны договариваются о некотором "приемлемом" входном уровне дефектности p^*. Затем поставщик выбирает план контроля, используя p^* как браковочный уровень дефектности, а потребитель - рассматривая p^* как приемочный уровень дефектности. Подробнее об анализе, синтезе и оптимизации планов статистического контроля рассказано в специальной литературе, в частности, в работах [6,8].

Усеченные планы. Рассмотрим план статистического контроля (60, 3). Пусть при проверке единицы продукции появляются в таком порядке: дефектная, дефектная, дефектная, дефектная,… Четыре дефектные единицы подряд! Надо ли дальше проверять выборку? Исходя из здравого смысла - нет. Ведь совершенно неважно, каковы будут результаты по остальным 59-и единицам продукции, окажутся они годными или дефектными - 4 дефектные единицы уже есть, и партию следует забраковать. Контроль мог бы быть перекрашен и тогда, когда при проверке 60 единиц все 60 окажутся годными - независимо от качества остальных 3 партию надо принимать.

Усеченные планы - это планы статистического контроля, в которых контроль разрешается прекращать, если итог (принятие или забракование партии) становится ясен ранее, чем проведен контроль всех включенных в выборку единиц продукции. Усеченные планы применяются, когда единицы продукции поступают на контроль последовательно, одна за другой (или группа за группой). Это не всегда так. Если, например, план (60, 3) применяется для контроля качества электролампочек, и все 60 лампочек ввернуты в гнезда на испытательном стенде и одновременно включены, то подход на основе усеченных планов применить нельзя.

Возможность применения усеченных планов должна быть явным образом указана в нормативно-технической документации и в договорах на поставку. Опишем юридический казус, связанный с усеченными планами. В ГОСТе на штангенциркули был предусмотрен план контроля (20,0). Органы Госстандарта проверяли завод "Точнометр" (название изменено). Проверили первый штангенциркуль - дефектен, второй - дефектен,…, десятый - дефектен. На этом комиссия остановилась, вполне резонно (с точки зрения здравого смысла) решив, что партия штангенциркулей должна быть забракована. Органы Госстандарта наложили на завод "Точнометр" штраф за выпуск некачественной продукции (в соответствии с действующим в то время правопорядком). Однако завод опротестовал это решение в суд. И суд удовлетворил протест, ссылаясь на то, что порядок проведения контроля качества штангенциркулей был нарушен! Бракоделы не смогли бы уйти от наказания, если бы в соответствующих документах была бы прописана возможность использования усеченных планов.

Выделение единиц бесформенной (жидкой, газообразной) продукции. Во всем предыдущем изложении постоянно встречается термин "единица продукции". Он вполне ясен, если речь идет об отдельных изделиях - дискетах, коробках спичек, патронах, бутылках минеральной воды, электробритвах, или отдельных деталях - болтах, гвоздях, пластмассовых дисках… Совершенно ясно, что многие виды продукции имеют иной вид - газообразный, жидкий или, как говорят, бесформенный (порошкообразный, желеобразный,…). Как быть с ним? В работе [9] предложен подход, позволяющий применить к бесформенной продукции методы статистического контроля качества.

Основное - это выделить единицу продукции. Она не должна быть очень малой, поскольку ясно, что в бесформенной продукции свойства вещества в близких точках близки. Основная идея состоит в том, чтобы взять некоторое количество пар точек, отстоящих друг от друга на определенное расстояние, и выяснить, есть связь (т.е. значим ли ранговый коэффициент корреляции Спирмена - см. главу 5) между значениями изучаемого свойства в этих парах точек или нет. Если связь есть, значит, точки разнесены на недостаточное расстояние, другими словами, точки относятся к одной и той же единице продукции. Поэтому расстояние между точками надо увеличить. Если связь уже не обнаруживается, то это значит, что они относятся к разным единицам продукции. В процессе увеличения расстояния тем самым была оценена величина ребра куба, в виде которого условно представляем себе единицу бесформенной продукции. Разбив бесформенную продукцию на единицы, можно применять описанные выше подходы для контроля ее качества (подробнее см. [9]).

Отбор случайной выборки при статистическом контроле качества продукции. Как и при любом выборочном обследовании, при статистическом контроле качества продукции остро строит проблема отбора репрезентативной (представительной) выборки (см. главу 2 выше). Эта проблема усугубляется экономической заинтересованностью участников процесса. В соответствии с обсуждениями главы 11 наиболее научно-обоснованным является использование датчиков псевдослучайных чисел. С другой стороны, исходя из экономической и технической целесообразности, популярна схема многоступенчатой выборки. Например, из 15 вагонов отобрать вагон № 5, из него - контейнер №3 около двери (из 12 контейнеров), из контейнера №3 - ящики №№ 7, 15 и 23, а из этих ящиков - каждое пятое изделие. При этом описании составления выборки совершенно ясно, что реально классическая случайная выборка организуется лишь при контроле контейнера №3, и остается только надеяться, что он является типичным для всей партии.

4.4.4. Всегда ли нужен контроль качества продукции?

Чем выше достигнутый уровень качества, тем больше необходимый объем контроля - таков парадокс классической теории статистического контроля. Возможный выход состоит в переходе к принципиально новому подходу, обеспечивающему существенное расширение возможностей менеджера при выборе технической политики на основе учета экономических рисков. При этом оказывается, что даже «перекладывание» контроля на потребителя может быть экономически выгодно, если производитель организовал защиту от риска методом пополнения партий или путем развития технического обслуживания.

В государственных стандартах, технических условиях, другой нормативно-технической документации, относящейся к потребительским товарам и услугам, различным изделиям, веществам, материалам, иным видам продукции, а также в договорах между поставщиками и потребителями обычно присутствуют разделы "Правила приемки и методы контроля". Поэтому, в частности, методы статистического контроля качества продукции являются важной составной частью статистических методов сертификации, которым посвящена работа [4]. Как уже говорилось, имеется соответствующая вероятностно-статистическая теория, посвященная анализу и синтезу (выбору) планов контроля. Однако эта теория вообще не предусматривает отказа от контроля, поскольку игнорирует возможность перехода на иную стратегию организации взаимоотношений поставщика и потребителя, например, на стратегию технического обслуживания, при которой выходной контроль не проводится, а обнаруженные потребителями дефектные изделия заменяются годными или ремонтируются. Основная обсуждаемая в настоящем пункте идея - обоснование необходимости включения теории статистического приемочного контроля в более широкую технико-экономическую теорию взаимоотношений поставщиков и потребителей и целесообразности перехода при повышении качества продукции от контроля качества к иным способам защиты потребителя, например, к развитому техническому обслуживанию или к поставке запасных единиц продукции.

Использование экономических показателей при выборе планов статистического (выборочного) контроля пропагандировалось давно, но делалось это в рамках парадигмы обязательности контроля. Здесь рассматривается более широкая система взглядов, согласно которой контроль качества продукции - лишь один из способов урегулирования взаимоотношений между поставщиками и потребителями.

В более широком плане речь идет об отказе от получения детальной информации, если она стоит слишком дорого, и переходе к использованию иных механизмов управления. Так, качественные методы химического анализа часто используют именно потому, что соответствующие количественные методы более трудоемки и дороги, но не намного полезнее с практической точки зрения. Пример из всем знакомой области: в средней школе знания учащихся контролируются еженедельно, в высшей же - один или несколько раз в семестр, однако разница с точки зрения эффективности управления процессом обучения невелика. Другой пример: как показано в статистике интервальных данных, из-за погрешностей измерений нецелесообразно увеличивать их число сверх некоторого "рационального объема выборки", а для увеличения точности оценивания характеристик вероятностных распределений необходимо использовать более точные средства измерения. С учетом сказанного описываемый в настоящем пункте подход представляется менее необычным.

Оценка снизу необходимого объема выборки. Как известно, в теории статистического приемочного контроля качества продукции разработано много подходов к выбору планов контроля:

- на основе приемочного и браковочного уровней дефектности;

- исходя из предела среднего выходного уровня дефектности (при контроле с разбраковкой);

- с использованием экономических показателей, относящихся к предприятию (см., например, ГОСТ 24660-81);

- с использованием экономических показателей, относящихся к народному хозяйству в целом; и т.д. (см. предыдущий пункт).

Имеется обширная литература, посвященная обоснованию и сравнению этих подходов, разработке соответствующей математической теории и программного обеспечения. Не углубляясь в эти проблемы, сосредоточим внимание на одном парадоксальном явлении: при повышении качества выпускаемой продукции теория рекомендует увеличивать объем контроля!

Действительно, при повышении качества выпускаемой продукции требования потребителя, очевидно, обеспечиваются все лучше. Следовательно, должен уменьшаться браковочный уровень дефектности, т.е. то значение входного уровня дефектности, при котором вероятность приемки партии равна риску потребителя. Из всех планов с общим объемом контроля n минимум вероятности приемки партии (т.е. оперативной характеристики) достигается на одноступенчатом плане *(n,0)*. (Напомним, что согласно этому плану партия принимается тогда и только тогда, когда из n проверенных единиц продукции все оказываются годными.) Другими словами, оперативная характеристика для плана *(n,0)* является огибающей (снизу) множества всех оперативных характеристик. Следовательно, из всех планов с общим объемом контроля n минимум браковочного уровня дефектности достигается также на плане *(n,0)*.

В дальнейшем будем исходить из биномиальной модели выборки, согласно которой число дефектных единиц продукции в выборке объема n имеет биномиальное распределение с параметрами n и p, где p - входной уровень дефектности. Как хорошо известно, эта модель является приближением для модели простой случайной выборки из партии, согласно которой указанное число имеет гипергеометрическое распределение. Напомним, что по чисто математическим причинам гипергеометрическая модель переходит в биномиальную, если объем партии безгранично возрастает, а доля дефектных единиц продукции в партии приближается к p. Если объем выборки составляет не более 10% объема партии, то с достаточной для практики точностью принимают, что соответствующее биномиальное распределение хорошо приближает гипергеометрическое.

Примем обычное предположение о том, что риск потребителя равен 0,10. Как известно, браковочный уровень дефектности $p_{бр}$ для плана $(n,0)$ определяется из условия

$$(1 - p_{бр})^n = 0{,}10 \ .$$

Это соотношение дает возможность по заданному браковочному уровню дефектности $p_{бр}$ найти необходимый объем выборки:

$$n = \ln 0{,}10 \,/\, \ln (1 - p_{бр}) = - 2{,}30 \,/\, \ln (1 - p_{бр}) \ .$$

Поскольку в силу сказанного ранее представляют интерес малые значения браковочного уровня дефектности, воспользуемся тем, что при малых x согласно правилам математического анализа

$$\ln (1 + x) = x + O (x^2) \ .$$

Вторым слагаемым в правой части последней формулы, как обычно в асимптотических рассуждениях, можно пренебречь. Следовательно, необходимый объем выборки с достаточной точностью может быть найден по формуле

$$n = 2{,}30 \,/\, p_{бр} \ . \qquad (15)$$

(При конкретных расчетах надо, очевидно, правую часть округлить до ближайшего целого числа.) Например, при довольно низком (с точки зрения мирового рынка) качестве выпускаемой продукции можно задать $p_{бр} = 0{,}01$, т.е. потребовать, чтобы почти все (точнее, не менее 90%) партии, в которых дефектных единиц больше, чем 1 из 100, были забракованы и не достигли потребителя. Тогда объем контроля должен составлять не менее $n = 230$.

Основной парадокс теории статистического приемочного контроля. Как следует из сказанного выше, необходимый объем выборки, определяемый для какого-либо плана контроля по заданному браковочному уровню дефектности $p_{бр}$, будет не меньше, чем для плана *(n,0),* т.е. не меньше, чем $2{,}30 \,/\, p_{бр}$.Таким образом, если достигнут достаточно высокий уровень качества, такой, что потребителю может попасть не более 1 дефектной единицы продукции из 10000, т.е. $p_{бр}$ = 0,0001, то объем контроля должен быть не меньше n = 23000. Если же качество повысится в 100 раз, т.е. потребителю сможет попасть не более 1 дефектной единицы продукции из 1000000, то объем контроля и затраты на него возрастут также в 100 раз, и минимально необходимый объем контроля составит 2,3 миллиона единиц продукции. Поскольку объем партий большинства видов продукции существенно меньше этого числа, то проведенные выше расчеты говорят о необходимости перехода на сплошной контроль.

Итак, выводы парадоксальны: если качество выпускаемой продукции не очень хорошее, то целесообразно проводить статистический (выборочный) контроль, если же качество возрастает, то объем контроля и затраты на него увеличиваются, вплоть до перехода на сплошной контроль. Если это возможно, т.е. контроль не является разрушающим. А если невозможно, то попадаем в тупиковую ситуацию - высокое качество не может быть подтверждено.

В реальных ситуациях объемы контролируемых выборок - единицы или десятки, но обычно отнюдь не сотни и тысячи. Если контролируются 100 изделий, то согласно формуле (15) браковочный уровень дефектности равен 2,3 %. И это - предел для реально используемых объемов контроля. Следовательно, статистический приемочный контроль (в том числе выходной или входной) может быть применен для контроля лишь такой продукции, в которой из 50 изделий хотя бы одно дефектно. Другими словами, этот метод управления качеством предназначен лишь для продукции сравнительно низкого качества (входной уровень дефектности не менее 1-2%) или при обслуживании потребителя, согласного на довольно высокий браковочный уровень дефектности (не менее 2,3%).

Следовательно, для повышения качества необходимо использовать контрольные карты и другие методы статистического регулирования технологических процессов на предприятии. О них подробно рассказано, например, в монографиях [1,10]. В частности, упомянем методы «всеобщего» (в другом переводе - тотального) контроля качества и др. Недаром этим методам уделяется больше внимания в зарубежных методических изданиях, чем собственно статистическому приемочному контролю.

От контроля к пополнению партии. Рассмотрим простую идею: отказываемся от контроля качества вообще, но зато по первому требованию потребителя заменяем дефектную единицу продукции на новую. При этом экономим на контроле, но вместо этого тратим средства на замену продукции. Выгодно это или не выгодно?

Замена продукции может проводиться различными способами. Для многих видов товаров народного потребления это делается с помощью системы гарантийного обслуживания, гарантийных сроков и мастерских, через сеть розничной торговли и т.д.

Другой вариант - к партии поставляемой продукции добавляется некоторое количество единиц продукции для замены имеющихся, возможно, в ней дефектных единиц. Сначала обсудим подробнее именно этот вариант идеи замены продукции.

Пусть поставщик выпускает продукцию с известным ему уровнем дефектности p. Тогда число X дефектных единиц в партии объема N имеет биномиальное распределение с параметрами N и p. По теореме Муавра-Лапласа X не превосходит (при достаточно большом N) величины

$$D_0(t) = Np + t\,(Np(1-p))^{1/2}$$

с вероятностью $\Phi(t)$. где $\Phi(.)$ - функция стандартного нормального распределения с математическим ожиданием 0 и дисперсией 1. Поскольку $\Phi(4) = 0{,}999968329$, то для практических целей достаточно положить $t = 4$, при этом более чем $D_0(4)$ дефектных единиц продукции попадет в партию лишь в 3 случаях из 100000.

Пусть C_0 - цена одной единицы продукции, C_1 - стоимость неразрушающего контроля одной единицы продукции (с исправлением дефектов при их обнаружении). Сравним сначала две стратегии технико-экономических отношений поставщика с потребителями:

сплошной контроль (затраты C_1N)

и пополнение партии дополнительными изделиями в числе $D_0(4)$ (затраты $C_0D_0(4)$). Вторая стратегия лучше (экономически выгоднее), если

$$C_1N > C_0D_0(4) = C_0(Np + 4\sqrt{Np(1-p)}). \qquad (16)$$

Поделим на $C_0N,$ получим равносильное неравенство

$$\frac{C_1}{C_0} > p + 4\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{N}}.$$

Поскольку $p(1-p)$ не превосходит 1/4 при всех p, то из неравенства

$$C_1/C_0 > p + 2\,/\,N^{1/2} \qquad (17)$$

вытекает неравенство (16). Ясно, что в случае, если

$$C_1/C_0 > p\ ,$$

неравенство (17) (а потому и неравенство (16)) выполняется при достаточно больших объемах партии, а именно, при

$$N > \{2\,C_0\,/\,(C_1 - C_0\ p)\}^2\ .$$

Например, если стоимость контроля составляет 10% от стоимости продукции (типовая ситуация в машиностроении), т.е. $C_1/C_0 = 0{,}1$, а уровень дефектности $p = 0{,}01$, то последнее неравенство дает N>493. В то же время нетрудно проверить, что неравенство (16) выполняется при

$$0{,}1 > 0.01 + 4\,(0.01*0{,}99)^{1/2} / N^{1/2}\,,$$

т.е. при N > 19. Расхождение более чем на порядок (в 26 раз) объясняется заменой при переходе от формулы (16) к формуле (17) величины $p(1-p)$ на 1/4, т.е. на гораздо большую величину - при малом входном уровне дефектности p.

Выгодно ли введение статистического контроля? Пусть рассматривается описанная выше стратегия пополнения партий. Мы сравнивали ее со стратегией сплошного контроля, которая во многих случаях оказалась хуже. Может быть, поставщику имеет смысл использовать статистический контроль? Понятно, что речь может идти лишь о (неразрушающем) контроле с разбраковкой, поскольку только в этом случае меняется доля дефектности в потоке партий, направляемых потребителям.

Пусть используется план $(n,0)$ с приемочным уровнем дефектности, равным реально достигнутому предприятием уровню дефектности p. Как известно, тогда объем выборки определяется из условия

$$(1-p)^n = 0{,}95,$$

т.е.

$$n = \ln 0{,}95 / \ln(1 - p) = -\,0{,}0513 \;/ \ln(1 - p)\,.$$

При малом p уже не раз применявшееся соотношение из математического анализа дает с достаточной для практики точностью

$$n = 0{,}05 / p\,.$$

С вероятностью $(1-p)^n$ = 0,95 партия принимается, с вероятностью 0,05 подвергается разбраковке. В первом случае партия поступает к потребителю с тем же уровнем дефектности, что и до контроля, но при этом добавляются затраты на контроль, равные C_1n. Партию необходимо пополнить $D_0(4)$ изделиями (затраты $C_0D_0(4)$), общие затраты (в среднем на одну выпущенную партию) равны

$$0{,}95\ (C_1 n + C_0\, D_0\ (4))\ .$$

Во втором случае фактически проводится сплошной контроль с исправлением дефектов и затратами C_1N. Суммарные затраты при использовании выборочного контроля равны

$$0{,}95\ (C_1 n + C_0\, D_0\ (4))\ + 0{,}05\ C_1 N\ .$$

Он более выгоден, чем отсутствие контроля (с добавлением "запасных" изделий), в случае справедливости неравенства

$$0{,}95\ (C_1 n + C_0\, D_0\ (4))\ + 0{,}05\ C_1 N\ < C_0\, D_0\ (4),$$

что эквивалентно неравенству

$$19\ C_1 n\ + C_1 N < C_0\, D_0\ (4).$$

Сравнение с формулой (16) показывает, что если контроль не является разрушающим, то выборочный контроль менее выгоден, чем сплошной. По сравнению с формулой (16) добавляется первое слагаемое в левой части последней формулы. И тем более выборочный контроль в экономической эффективности весьма проигрывает по сравнению с отсутствием контроля в сочетании с пополнением партии.

Итак, введение статистического контроля в схеме пополнения партии не выгодно.

От системы контроля к системе технического обслуживания. Вернемся к первому из указанных ранее вариантов замены продукции. Что выгоднее - сплошной контроль на предприятии или замена дефектных изделий, обнаруженных потребителями? Реальное перекладывание контроля на потребителей влечет потери, связанные с удовлетворением их претензий, но при малой доле дефектных изделий эти потери малы по сравнению с затратами на контроль.

Действительно, пусть W - средние потери поставщика, связанные с пропуском потребителю дефектной единицы продукции. Сюда входят, в частности, такие виды потерь:

- стоимость новой единицы продукции (при замене изделия или возврате его стоимости);

- расходы системы распределения продукции и гарантийного ремонта, включая издержки на устранение дефектов;

- потери из-за нежелательного изменения предпочтений потребителя, из-за снижения имиджа фирмы;

- затраты на возмещение ущерба, понесенного потребителем, страховые сборы, судебные издержки, и т.д.

Потери W в несколько раз (по экспертной оценке - обычно в 5-10 раз) превышают расходы C_0 на изготовление единицы продукции. Кроме того, для быстрого решения проблем потребителей, связанных с обнаружением дефектов, необходима развитая система технического обслуживания.

Пусть изготовлена партия продукции объема N. Тогда расходы на сплошной (неразрушающий) контроль составляют C_1N (при этом дефектные единицы продукции извлекаются и утилизируются, расходами на утилизацию или доходами от нее в настоящем изложении пренебрегаем). Пусть p - доля дефектных единиц продукции в партии. Тогда Np - математическое ожидание числа дефектных единиц продукции в партии, а WNp - математическое ожидание потерь. Если

$$WNp < C_1 N, \quad p < C_1 / W, \quad (18)$$

то выгоднее отказаться от сплошного контроля. При повышении качества, т.е. снижении доли дефектности, целесообразно переходить к поиску и устранению дефектов не непосредственно на предприятии, а в пунктах системы технического обслуживания.

В формуле (18) участвует математическое ожидание WNp. Реальные потери могут быть больше, но не намного. Как и выше, с помощью теоремы Муавра-Лапласа можно утверждать, что практически наверняка они не превышают $WD_0(4)$, а потому преимущество решения об отказе от контроля неоспоримо при

$$WD_0(4) < C_1N, \quad p + 4\,(p(1-p))^{1/2} / N^{1/2} < C_1 / W. \qquad (19)$$

Аналогично выводу неравенства (17) заключаем, что неравенство (19) наверняка будет выполнено, если

$$p + 2 / N^{1/2} < C_1 / W. \quad (20)$$

Пусть $C_1 / W = 0{,}1$, выпускается партия объема $N = 1600$. Тогда согласно неравенству (20) отказ от контроля выгоден уже при $p < 0{,}05$, т.е. граничное значение соответствует довольно низкому уровню качества - 1 единица продукции из 20.

Выгодно ли в рассматриваемой ситуации вводить выборочный контроль? Пусть объем контроля равен n, приемочное число $c = 0$, с вероятностью y партия принимается, а с вероятностью $1 - y$ бракуется (и затем подвергается разбраковке). В первом случае расходы на контроль равны C_1n, а остальная часть партии содержит в среднем $(N - n)\,p$ дефектных единиц продукции, и средние издержки равны $y\{C_1n + W(N - n)p\}$. Во втором случае суммарные затраты равны $(1 - y)C_1N$. Следовательно, введение контроля выгодно, если

$$y\{C_1n + W(N - n)p\} + (1 - y)C_1 N < WNp .$$

Преобразуем это неравенство к виду

$$yn\{C_1 - Wp\}(1 - y)^{-1} + C_1N < WNp. \quad (21)$$

Если выполнено неравенство $p<C_1/W$, то второе слагаемое в левой части неравенства (21) больше правой части этого неравенства, в то время как первое слагаемое в левой части (21) положительно. Следовательно, неравенство (21) неверно, и введение выборочного контроля нецелесообразно - как и в разобранном ранее случае метода пополнения партий.

Выше приведен базовый (простейший, исходный) метод сравнения различных систем взаимоотношений поставщиков и потребителей. При разработке практически пригодных систем принятия решений целесообразно дальнейшее его развитие.

Отметим в заключение, что реально статистический контроль качества продукции, осуществляемый поставщиком (выходной контроль), решает две основные задачи: обеспечение интересов потребителя и обнаружение разладок собственных технологических процессов (по результатам контроля последовательности партий). Как показано выше, для решения первой из этих задач он не всегда оптимален. Вторую из названных задач также часто эффективнее решать с помощью иных методов, например, обнаруживать разладку технологических процессов с помощью тех или иных контрольных карт. Таким образом, область применения методов статистического приемочного контроля является довольно ограниченной. Очевидно, однако, что нельзя исключать эти методы из арсенала менеджеров по качеству, в частности, при использовании концепции "всеобщего управления качеством (*TQM - Total Quality Management)".* Хотя бы потому, что они незаменимы при использовании разрушающих методов контроля.

Наиболее перспективным представляется использование полученных результатов в рамках концепции контроллинга (см., например, [11-13]). Итак, выше сформулирован основной парадокс теории статистического приемочного контроля - повышение качества выпускаемой продукции приводит к увеличению объема контроля. Описан способ разрешения этого парадокса - на основе перехода от чисто технической политики выбора плана контроля к технико-экономической. Она исходит из сравнения по экономическим показателям схем контроля и схем технического обслуживания и пополнения партий. Проанализирован базовый метод такого сравнения, позволяющий выделить область экономического преимущества схемы пополнения партий и схемы технического обслуживания по сравнению со схемой контроля.

4.4.5. Принятие решений, качество и сертификация

Как уже отмечалось, в России намечается всё расширяющаяся тенденция к сертификации продукции, т.е. к официальной гарантии поставки производителем продукции, удовлетворяющей установленным требованиям. Поставщики и продавцы должны иметь сертификаты качества на предлагаемые ими товары и услуги. Маркетинг, т.е. производственная и коммерческая политика, нацеленная на получение максимальной прибыли на основе изучения рынка, создания конкурентоспособной продукции и ее полной реализации, включает в себя работы по сертификации.

Не будем останавливаться на быстро меняющейся организационной стороне процесса сертификации и соответствующих отечественных и зарубежных нормативных документах, а также на различных системах сертификации. Как общие проблемы сертификации, так и выбор схемы сертификации для конкретной продукции активно обсуждаются специалистами. Приведем лишь несколько замечаний, необходимых для дальнейшего изложения.

Напомним, что, говоря о сертификации продукции, могут иметь в виду качество конкретной ее партии. В ряде случаев это оправдано - рядового потребителя интересует качество лишь той единицы продукции, которую он приобрел. Однако установление долговременных хозяйственных связей целесообразно лишь в случае, когда поставщик гарантирует высокое качество не одной, а всех партий своей продукции. Другими словами, должны быть проведены оценка и сертификация технологических процессов и производств.

Еще больше повышается доверие к поставщику, если не только отдельные технологические процессы, но и всё предприятие в целом гарантированно выпускает продукцию высокого качества. Это обеспечивается действующей на предприятии системой качества, удовлетворяющей требованиям Международной организации по стандартизации ИСО.

Одна из основных характеристик товара - его конкурентоспособность. Очевидно, производителю необходимо уметь оценивать конкурентоспособность перед запуском продукции в производство или началом работы по продвижению на зарубежный рынок (подробнее см. рекомендации [2]). Следует отметить, что в литературе имеются различные мнения по поводу понятия "конкурентоспособность". В частности, нельзя согласиться с крайне упрощенным подходом в монографии [14], согласно которому конкурентоспособность сводится к соотношению цен на внутреннем и внешнем рынках. Достаточно напомнить о таких приемах конкурентной борьбы, как демпинг и (добросовестная или недобросовестная) реклама, таможенные пошлины и квоты.

Одним из основных компонентов конкурентоспособности продукции является ее технический уровень. В западных учебниках справедливо отмечают, что фирма, обладающая патентом или новой научно-технической разработкой, имеет более высокий “излишек производителя” по сравнению с другими фирмами (см., например, учебники [15-17]). В частности, согласно одному из наиболее популярных западных учебников [18] при выборе направления инвестиционных вложений одна из основных учитываемых характеристик - технический уровень продукции.

Из сказанного вытекает, что сертификация материалов и других видов продукции - это современная форма управления качеством продукции. На Западе общепринято, что основная составляющая в управлении качеством продукции - это статистические методы (см., например, отчет Комитета ИСО по изучению принципов стандартизации [3]). В нашей стране внедрение комплексных систем управления качеством (КС УКП), к сожалению, сводилось во многом всего лишь к подготовке документации организационного характера. Статистические методы использовались в промышленности недостаточно, прежде всего из-за недостаточной подготовки кадров, а государственные стандарты по этой тематике зачастую содержали грубейшие ошибки (см. ниже). Ситуация в области применения статистических методов и причины нашего отставания достаточно подробно разобраны в публикациях [4, 19].

За новыми терминами зачастую скрываются хорошо известные понятия, несколько модернизированные в соответствии с современной обстановкой. Так, например, "маркетинг в широком смысле - это усовершенствованная, ориентированная на рыночную экономику КС УКП" (см. рекомендации [2, с.61]). Другими словами, идея КС УКП была хороша, а вот ее реализация…

Подготовка предприятий к сертификации продукции, технологических процессов и производств, систем качества требует приложения труда квалифицированных специалистов, причем в достаточно большом объеме. Подобную работу обычно проводят специализированные организации на основе системы методических материалов, охватывающих все стороны подготовки предприятия к сертификации, в частности, с целью выхода на международный рынок.

Как отмечалось в начале главы, около 150 лет статистические методы применяются в России для проверки соответствия продукции установленным требованиям, т.е. для сертификации. С начала 1970-х годов стали разрабатываться государственные стандарты по статистическим методам. В связи с обнаружением в них грубых ошибок в 1985 г. была организована "Рабочая группа по упорядочению системы стандартов по прикладной статистике и другим статистическим методам". В ее работе приняли участие 66 специалистов, в том числе 15 докторов и 36 кандидатов наук. Выводы Рабочей группы кратко отражены в статьях [4, 19]. В соответствии с рекомендациями Рабочей группы 24 из 31 государственного стандарта по статистическим методам были отменены в 1986-87 гг. К сожалению, потеряв правовую силу как нормативные документы, ошибочные стандарты продолжают использоваться инженерами как научно-технические издания. Полученные Рабочей группой результаты и выводы не были широко и подробно опубликованы, ошибки в государственных стандартах не были публично вскрыты, и авторы дальнейших публикаций продолжают ссылаться на издания с грубейшими ошибками. Так, в многочисленных работах пропагандируются ошибочные стандарты, посвященные применению контрольных карт при статистическом регулировании технологических процессов. Продолжает широко использоваться грубо ошибочный ГОСТ 11.006-74 (СТ СЭВ 1190-78) "Прикладная статистика. Правила проверки согласия опытного распределения с теоретическим", хотя разбору ошибок в этом стандарте посвящена уже давняя статья [20]. Перечисленные факты делают целесообразным популяризацию результатов и выводов Рабочей группы и в настоящее время, через 15 лет после окончания анализа стандартов по статистическим методам. С точки зрения теории и практики принятия решений рассматриваемая ситуация весьма поучительна. Она показывает, что недостаточно продуманная система разработки управленческих документов (в рассматриваемом случае – стандартов по статистическим методам управления качеством продукции) позволяет отдельным лицам бесконтрольно определять содержание нормативно-технических документов, в том числе на десятилетия закреплять в них ошибочные положения. Не так уж важны мотивы поведения подобных лиц – невежество в сочетании с самонадеянностью, корысть или стремление нанести вред действующей научно-технической системе – важен результат.

В 1988-89 гг. наиболее активная часть Рабочей группы (10 докторов и 15 кандидатов наук) составили "Аванпроект комплекса методических документов и пакетов программ по статистическим методам стандартизации и управления качеством". Это обширное сочинение (около 1600 стр.) и на настоящий момент является наиболее полным руководством по рассматриваемой тематике. Информация о нем приложена к переводу книги японских авторов по аналогичной тематике [1].

К сожалению, под влиянием авторов ошибок в стандартах Госстандарт принял решение не финансировать реализацию заказанного им "Аванпроекта". Тогда решено было действовать самостоятельно. В 1989 г. организован Центр статистических методов и информатики (ЦСМИ; в настоящее время - Институт высоких статистических технологий и эконометрики). К середине 1990 г. в ЦСМИ были разработаны 7 диалоговых систем по современным статистическим методам управления качеством, а именно, СПК, АТСТАТ-ПРП, СТАТКОН, АВРОРА-РС, ЭКСПЛАН, ПАСЭК, НАДИС (описания этих систем приведены в работе [5]). В работе участвовали 128 специалистов. В дальнейшем к ЦСМИ присоединялись новые группы научно-технических работников, уже к концу 1991 г. их было более 300. Информация о программных продуктах и другой деятельности ЦСМИ постоянно помещалась в журналах "Заводская лаборатория" и "Надежность и контроль качества". Программные продукты, разработанные Центром статистических методов и информатики, использовались более чем в 100 организациях и предприятиях. Среди них - производственные объединения "Уралмаш", "АвтоВАЗ", "Пластик", ЦНИИ черной металлургии им. Бардина, НИИ стали, ВНИИ эластомерных материалов и изделий, НИИ прикладной химии, ЦНИИ химии и механики, НПО "Орион", НИЦентр по безопасности атомной энергетики, ВНИИ экономических проблем развития науки и техники, ВНИИ нефтепереработки, МИИТ, Казахский политехнический институт, Ульяновский политехнический институт, Донецкий государственный университет и др.

Как уже отмечалось, параллельно ЦСМИ вел работу по объединению статистиков и эконометриков. В апреле 1990 г. в Большом Актовом Зале Московского Энергетического института прошла Учредительная конференция Всесоюзной организации по статистическим методам и их применениям. На Учредительном съезде Всесоюзной статистической ассоциации (ВСА) в октябре 1990 г. в Московском экономико-статистическом институте эта организация вошла в состав ВСА в качестве секции статистических методов (подробнее о создании и задачах ВСА рассказано, например, в статьях [21, 22]). В 1992 г. после развала СССР и фактического прекращения работы ВСА на основе секции статистических методов ВСА организована Российская ассоциация по статистическим методам (РАСМ), а затем и Российская академия статистических методов, действующие и в настоящее время. В мероприятиях секции статистических методов ВСА и РАСМ активно участвовали несколько сот специалистов по статистическим методам и эконометрике. А одной из основных тематик этих специалистов являются, как следует из сказанного выше, статистические методы в сертификации (управлении качеством). В ЦСМИ и РАСМ, объединивших большинство ведущих российских специалистов, коллективными усилиями разработан единый подход к проблемам применения статистических методов в сертификации и управлении качеством.

Классификация статистических методов сертификации. Рассмотрим два основания для классификации. Первый - по виду статистических методов. Второй - по этапам жизненного цикла продукции, на которых соответствующий метод применяется. Первое основание привычно для специалистов по разработке статистических методов и соответствующего программного обеспечения, второе - для тех, кто эти методы применяет на конкретных предприятиях.

В ЦСМИ сложилось пятичленное деление по первому основанию (в скобках указаны наименования диалоговых систем ЦСМИ, рассмотренных, в частности, в работе [5]):

а) прикладная статистика - иногда с дальнейшим выделением статистики случайных величин, многомерного статистического анализа, статистики случайных процессов и временных рядов, статистики объектов нечисловой природы (Система Регрессионного Статистического Моделирования СРСМ, или СТАТМАСТЕР; АДДА, ГРАНТ, КЛАМС, ЭКОНОМЕТРИК, РЕГРЕССИЯ, ЛИСАТИС, ЭКОСТАТ, РЕСТ);

б) статистический приемочный контроль (СПК, АТСТАТ-ПРП, КОМПЛАН);

в) статистическое регулирование технологических процессов, в частности, методом контрольных карт (СТАТКОН, АВРОРА-РС);

г) планирование эксперимента (ПЛАН, ЭКСПЛАН, ПАСЭК, ПЛАНЭКС);

д) надежность и испытания (НАДИС, ОРИОН, СЕНС).

Быстрое развитие компьютерной техники имеет и свою оборотную сторону. Вполне добротные программные продукты устаревают и выходят из обращения просто потому, что они сделаны на отработавшем свой срок операционном (системном) программном обеспечении. "Выжить" может только то программное обеспечение, которое поддерживается соответствующей фирмой и постоянно совершенствуется с чисто программистской точки зрения. Важна система технической поддержки, обучение и, конечно, реклама. При этом чисто научная сторона дела отходит на задний план. Эти простые соображения объясняют, почему за 10 лет (с 1991 г. по 2001 г.) отечественный рынок программных продуктов по эконометрике и статистическим методам стал гораздо более бедным по числу продуктов, научный уровень явно понизился, зато дизайн явно стал более привлекательным.

Перейдем ко второму основанию классификации методов сертификации. Согласно п.5.1 "Петля качества" стандарта ИСО 9004-87 "Общее руководство качеством и элементы системы качества.

Руководящие указания" система качества функционирует "... одновременно со всеми остальными видами деятельности, влияющими на качество продукции или услуг, и взаимодействует с ними. Ее воздействие распространяется на все этапы от первоначального определения и до конечного удовлетворения требований и потребностей потребителя. Эти этапы и виды деятельности включают:

1) маркетинг, поиски и изучение рынка;

2) проектирование и/или разработку технических требований, разработку продукции (опытного образца);

3) поиски поставщиков и оптовых покупателей, организацию материально-технического снабжения (решение задач логистики);

4) подготовку и разработку производственных (технологических) процессов;

5) непосредственно производство продукции;

6) контроль качества продукции, проведение испытаний и обследований;

7) упаковку и хранение продукции;

8) реализацию (сбыт) и распределение (доставку) продукции;

9) монтаж и эксплуатацию продукции у потребителей;

10) технические помощь и обслуживание;

11) утилизацию после использования.

Подробное рассмотрение применения основных типов статистических методов на перечисленных этапах жизненного пути продукции не входит в задачу настоящей книги. Сводка, приведенная в табл. 1, показывает, что статистические методы широко применяются на всех этапах жизненного пути продукции.

Таблица .

Применение статистических методов на различных этапах жизненного цикла продукции по ИСО 9004-87

Номер этапа	а	б	в	г	д	Специальные модели
1	+	-	-	+	-	+
2	+	-	-	+	+	+
3	+	-	-	-	-	+
4	+	+	+	+	+	+
5	+	+	+	+	-	+
6	+	+	+	+	+	+
7	+	+	+	+	+	+
8	+	+	-	-	-	+
9	+	+	+	+	+	+
10	+	-	-	-	-	+
11	+	+	+	+	-	+

Помимо компьютерных диалоговых систем широкого назначения, на каждом конкретном предприятии и на любом конкретном этапе жизненного пути продукции могут быть использованы специальные модели, например, на этапе 3 “материально-техническое снабжение” - модели управления запасами (см. о них, например, главу 5 монографии [23]).

Среди диалоговых систем по статистическому анализу выделим пакеты, ориентированные на восстановление зависимостей (СТАТМАСТЕР, он же СРСМ - Система Регрессионного Статистического Моделирования, и его развитие ЭКОНОМЕТРИК, а также РЕГРЕССИЯ), анализ нечисловых данных на основе методов статистики объектов нечисловой природы (АДДА, КЛАМС, а также ориентированный на экспертное оценивание ГРАНТ, на анализ интервальных данных РЕСТ), прогнозирование (ЛИСАТИС и его развитие ЭКОСТАТ, а также относящиеся к временным рядам разделы пакета АВРОРА-РС - Анализ Временных Рядов и Обнаружение РАзладки).

Для регулярного и обоснованного принятия решений на основе решения обширных комплексов задач сертификации и управления качеством на конкретном предприятии в ряде случаев целесообразно создать диалоговую систему, предназначенную для использования именно на этом предприятии. В частности, для решения задач этапа 4 используют созданные для конкретного предприятия программные системы, соединяющие в себе банки данных и пакеты статистических методов анализа этих данных. Примерами являются "Автоматизированное рабочее место материаловеда (АРМ материаловеда)" и "Автоматизированное рабочее место математика (АРМ математика)", разработанные Центром статистических методов и информатики для ВНИИ эластомерных материалов и изделий.

Для объединения типовых пакетов в индивидуальную систему полезно программное средство ИНТЕГРАТОР - универсальный инструмент, предназначенный для создания интегрированных программных систем и обеспечивающий возможность совместного использования различных пакетов прикладных программ на персональных компьютерах IBM PC. Так, с помощью ИНТЕГРАТОРА был разработан АРМ математика на основе пакетов СРСМ, ПЛАН, АТСТАТ-ПРП, соответствующей базы данных и ряда программ, ориентированных на специфику ВНИИ эластомерных материалов и изделий.

На всех этапах жизненного цикла продукции, особенно на этапах 3, 8, 10, часто используют специализированные вероятностно-статистические модели, в том числе модели управления запасами (см., например, монографию [23, гл.5]), массового обслуживания и др. Такие модели и их программное обеспечение, как правило, разрабатываются для конкретного предприятия и потому хорошо приспособлены к особенностям этого предприятия.

Как избежать ошибок в нормативно-технической документации и инструктивно-методической документации? Как уже отмечалось, многие ошибочные государственные стандарты по статистическим методам управления качеством были отменены (хотя результаты анализа, проведенного Рабочей группой, так и не были вовремя и полностью опубликованы). Однако эти стандарты продолжают и до сих пор использоваться как авторитетные научно-технические публикации. Почему так происходит? Как вообще могли появиться ошибки в нормативно-технических документах и почему в течение ряда лет эти документы использовались, несмотря на очевидные для специалистов ошибки?

Дело в том, что инженеру, экономисту, менеджеру, работнику прикладной науки (короче - инженеру) несвойственно менять свою специальность, становиться математиком и самостоятельно повторять выкладки и рассуждения, положенные в основу ГОСТа. Поэтому инженер обычно не может самостоятельно обнаружить математические ошибки в ГОСТе, даже грубейшие. Главное - он не хочет этим заниматься. С другой стороны, математику несвойственно анализировать нормативно-техническую документацию. Он также обычно не хочет этим заниматься. "Рабочая группа по упорядочению системы стандартов по прикладной статистике и другим статистическим методам" была уникальным примером совместной работы математиков и инженеров, именно поэтому ей удалось сопоставить тексты стандартов с результатами современной науки.

Вполне естественно, что виновные в ошибках сделали всё возможное в рамках действовавшей системы принятия решений, чтобы помешать признанию и исправлению допущенных ими ошибок в государственных стандартах. До сих пор продолжаются попытки навязать промышленности (в качестве нормативных документов!) тексты, грубая ошибочность которых давно установлена. Кроме того, государственные стандарты, отмененные как нормативно-технические документы, продолжают физически существовать как издания (брошюры) и использоваться при проведении инженерных расчетов, проектировании систем контроля и т.д. Все это делает необходимым пропаганду выводов Рабочей группы относительно ГОСТов по статистическим методам. Они приведены в работе [4].

Обратим внимание только на результаты анализа государственных стандартов по общим вопросам статистических методов управления качеством (они не были отменены в результате деятельности Рабочей группы).

ГОСТ 15895-77 (СТ СЭВ 547-77, СТ СЭВ 3404-81). Статистические методы управления качеством продукции. Термины и определения.

Терминологический стандарт содержит огромное количество грубейших ошибок. Достойно удивления и сожаления, что подготовленные на столь низком научно-техническом уровне документы, как стандарты по терминологии и организации внедрения статистических методов, оказались утвержденными не только в СССР (и затем в России), но и в рамках международной стандартизации (в рамках СЭВ). На чиновников Госстандарта не подействовали ни заключения ведущих специалистов, ни научные публикации. Только общие решения по переводу подобных стандартов на уровень рекомендательных документов избавил академиков и профессоров - авторов учебников по теории вероятностей и математической статистике, по статистическим методам и эконометрике - от "преследования по закону" (!) за использование определений и обозначений, отличающихся от включенных в рассматриваемый стандарт. Наличие подобных "стандартов" - одна из причин появления терминологического "Приложения 1" в учебном пособии [24]. В свое время этот текст был разработан взамен негодного стандарта СТ СЭВ 3404-81, однако справиться с невеждами вовремя не удалось… Соответствующий раздел, посвященный вероятности и статистике, включен в часть 2 настоящей книги с целью обеспечить читателей свободной от ошибок базой для изучения современной теории принятия решений.

ГОСТ 23853-79 (СТ СЭВ 3946-82). Организация внедрения статистических методов анализа, регулирования технологических процессов и статистического приемочного контроля качества продукции. Основные положения.

Документ описывает статистические методы управления качеством лишь в том небольшом и во многом устаревшем объеме, в котором они были стандартизированы к моменту его разработки. В документах Рабочей группы приведены 33 конкретные замечания, показывающие чрезвычайно низкий научно-технический уровень подготовки рассматриваемого документа. Даже в момент разработки его нельзя использовать ни как методический, ни тем более как нормативный документ.

Подведем итоги настоящей главы. В России активно разрабатываются теоретические, программные и практические аспекты принятия решений на основе эконометрические и статистических методов сертификации и управления качеством продукции. Некоторые из них кратко рассмотрены выше. Ранее разработанные нормативно-техническая и методическая документация, диалоговые компьютерные системы по статистическим методам продолжают использоваться, несмотря на социально-политические преобразования. В частности, стандарты СССР и СЭВ продолжают оставаться широко известными методическими документами, хотя СССР и СЭВ уже нет. Большое значение имеет работа по устранению ошибок в нормативно-технических и инструктивно-методических документах с целью уменьшения числа ошибок в практической работе. Важно создать такую систему, чтобы никто не мог навязать стране свои ошибки в качестве стандартов, проигнорировав протесты ведущих специалистов. При этом условии внедрение современных эконометрических методов сертификации и управления качеством продукции могут дать нашей стране экономический эффект, измеряемый миллиардами долларов США в год.

Литература

1. Статистические методы повышения качества. Перевод с японского. / Под ред. Х. Кумэ. - М.: Финансы и статистика, 1990.- 301 с.

2. Организационно-методические материалы по маркетингу на предприятии. - М.: Всесоюзный центр статистических методов и информатики, 1991. - 91 с.

3. Цели и принципы стандартизации. / Под ред. Т. Сандерса. - М.: Изд-во стандартов, 1974. - 132 с.

4. Орлов А.И. Сертификация и статистические методы // Заводская лаборатория. - 1997. - Т.63 - No.3. - С.55-62.

5. Орлов А.И. Внедрение современных статистических методов с помощью персональных компьютеров // Качество и надежность изделий. No.5(21). - М.: Знание, 1992. - С.51-78.

6. Орлов А.И. Об оптимизации выборочного контроля качества продукции // Стандарты и качество. - 1989. - No. 3. - С. 91-94.

7. Broody M. Helping Workers Work Smarter / Fortune. June 8. 1987. Pp.86-88.

8. Гнеденко Б.В. Математика и контроль качества продукции. - М.: Знание, 1978. - 64 с.

9. Кравченко Г.Г., Орлов А.И. О статистическом приемочном контроле порошкообразных материалов // Надежность и контроль качества. 1991. No.2. С.37-39.

10. Мердок Дж. Контрольные карты. / Пер. с англ. - М.: Финансы и статистика, 1986. - 132 с.

11. Фалько С.Г., Носов В.М. Контроллинг на предприятии. - М.: Об-во "Знание" России, 1995. - 80 с.

12. Хан Д. Планирование и контроль: концепция контроллинга. / Пер. с нем. - М.: Финансы и статистика, 1997. - 800 с.

13. Карминский А.М., Оленев Н.И., Примак А.Г., Фалько С.Г. Контроллинг в бизнесе. Методологические и практические основы построения контроллинга в организациях. - М.: Финансы и

статистика, 1998. - 256 с.
14. Лэйард Р. Макроэкономика. Курс лекций для российских читателей. - М.: "Джон Уайли энд Санз", 1994. - 160 с.
15. Пиндайк Р., Рубинфельд Д. Микроэкономика. - М.: "Экономика" - "Дело", 1992. - 510 с.
16. Varian H.R. Intermediate Microeconomics. A Modern Approach. - New York: W.W.Norton & Company, 1993. - 623 pp.
17. Begg D., Fischer S., Dornbusch R. Economics. - London: McGraw-Hill Book Company, 1991. - 667 pp.
18. Brealey R.A., Myers S.C. Principles of Corporate Finance. - New York: McGraw-Hill, Inc., 1991. - 924 pp.
19. Орлов А.И. О современных проблемах внедрения прикладной статистики и других статистических методов. // Заводская лаборатория. - 1992. - Т.58.- №1. - С. 67-74.
20. Орлов А.И. Распространенная ошибка при использовании критериев Колмогорова и омега-квадрат. // Заводская лаборатория. 1985. Т.51. № 1. С.60-62.
21. Орлов А.И. Создана единая статистическая ассоциация. // Вестник Академии наук СССР. 1991. № 7. С.152-153.
22. Орлов А.И. Всесоюзная статистическая ассоциация - гарантия успешного внедрения современных статистических методов. // Надежность и контроль качества. 1991. № 6. С.54-55.
23. Орлов А.И. Устойчивость в социально-экономических моделях. - М.: Наука, 1979. - 296 с.
24. Орлов А.И. Эконометрика. – М.: Экзамен, 2002. - 576 с.

Контрольные вопросы

1. Какие решения необходимо принимать в связи с качеством продукции и сертификацией?
2. Почему необходимо использование выборочного контроля?

3. Для плана (n, 0) с $n = 27$ найти приемочный уровень дефектности.

4. Для плана (n, 0) предел среднего выходного уровня дефектности не превышает $t = 0{,}02$. Каково минимально возможное n?

5. Даны приемочный уровень дефектности $p_{пр} = 0{,}03$ и браковочный уровень дефектности $p_{бр} = 0{,}09$. Указать какой-либо допустимый план вида (n,0), т.е. план, значение оперативной характеристики которого в точке $p_{пр}$ не меньше 0,95, а в точке $p_{бр}$ не больше 0,10.

6. Как могли быть утверждены государственные стандарты по статистическим методам управления качеством продукции, содержащие грубейшие ошибки?

Темы докладов и рефератов

1. Комплексные системы управления качеством продукции и международные стандарты ИСО по менеджменту качества.

2. Экономическая эффективность усеченных планов статистического приемочного контроля.

3. Взаимосвязь технического уровня, качества и конкурентоспособности продукции.

4. Методы проведения статистического приемочного контроля порошкообразных материалов.

5. Различные варианты взаимодействия поставщика и потребителя в связи с системой принятием решений о качестве продукции.

4.5. ÌÎÄÅËÈÐÎÂÀÍÈÅ È ÎÖÅÍÊÀ ÐÅÇÓËÜÒÀÒÎÂ ÂÇÀÈÌÎÂËÈßÍÈÉ ÔÀÊÒÎÐÎÂ

4.5.1. Îñíîâíûå èäåè ìåòîäà êîìïüþòåðíîãî ìîäåëèðîâàíèÿ ÆÎÊ

Ðàçëè÷íûå ñóáúåêòû è ôàêòîðû ýêîíîìè÷åñêîé æèçíè ïîñòîÿííî âëèÿþò äðóã íà äðóãà. Êàê ïðàâèëî, äëÿ êàæäîãî èç ðàññìàòðèâàåìûõ ýêîíîìè÷åñêèõ ñóáúåêòîâ (è ôàêòîðîâ) ìîæíî âûäåëèòü "íåïîñðåäñòâåííîå îêðóæåíèå", êîòîðîå îêàçûâàåò íà íåãî âëèÿíèå íà íåãî â êîíêðåòíûé ìîìåíò. Êàê ïðàâèëî, íà íåãî æå ýòîò ñóáúåêò îêàçûâàåò íåêîòîðîå îáðàòíîå âëèÿíèå. Äàëüøå íà÷èíàåòñÿ ñàìîå èíòåðåñíîå - âîëíû âëèÿíèé, ïîðîæäåííûå ðàçíûìè ñóáúåêòàìè, ðàñïðîñòðàíÿþòñÿ ïî âñåé ñîâîêóïíîñòè, ÷àñòè÷íî óñèëèâàþò äðóã äðóãà, ÷àñòè÷íî ïîãàøàþò, ïîðîæäàÿ â êàæäûé ìîìåíò âðåìåíè íîâûå âîëíû.

Ðàçðàáîòàí êîìïüþòåðíûé ìåòîä (ñì. ðàáîòó [1]), íàçâàííûé äàëåå ÆÎÊ, ïðåäíàçíà÷åííûé äëÿ îöåíêè ðåçóëüòàòà âëèÿíèÿ ïîèñûâàþùèõ ñèòóàöèþ ôàêòîðîâ íà èòîãîâûå ïîêàçàòåëè è äðóã íà äðóãà. Ìåòîä ÆÎÊ ïîçâîëÿåò ïîëó÷èòü âûâîäû, ïîëåçíûå äëÿ óïðàâëåíèÿ ðàçëè÷íûìè ýêîíîìè÷åñêèìè ñòðóêòóðàìè íà ìèêðî- è ìàêðîóðîâíÿõ, îò áðèãàä è ïðåäïðèÿòèé äî ãîñóäàðñòâà â öåëîì. Ýòîò ìåòîä èñïîëüçóåò ýêîíîìèêî-ìàòåìàòè÷åñêóþ ìîäåëü ìíîãîìåðíîãî âðåìåííîãî ðÿäà, â êîòîðîì êîýôôèöèåíòû íåïîñðåäñòâåííîãî âëèÿíèÿ ôàêòîðîâ äðóã íà äðóãà è íà÷àëüíûå óñëîâèÿ çàäàþòñÿ ýêñïåðòàìè, ò.å. ïðåäñòàâëÿåò ñîáîé ñèíòåç ýêñïåðòíûõ è ýêîíîìèêî-ìàòåìàòè÷åñêèõ ìåòîäîâ. Îïèøåì îñíîâíûå ñîñòàâëÿþùèå ýòîãî ìåòîäà.

Ñíà÷àëà ýêñïåðòíûì ïóòåì îïðåäåëÿåòñÿ ñïèñîê ôàêòîðîâ, êîòîðûå íåîáõîäèìî ó÷èòûâàòü ïðè àíàëèçå êîíêðåòíîé ñèòóàöèè. Â êà÷åñòâå ïðèìåðà ðàññìîòðèì çäåñü òèïîâîå ïðîìûøëåííîå ïðåäïðèÿòèå. Äëÿ íåãî òàêèìè ôàêòîðàìè ÿâëÿþòñÿ, íà íàø âçãëÿä, óñòîé÷èâîñòü ðàçâèòèÿ, óðîâåíü ðåíòàáåëüíîñòè, îöåíêà ñîñòîÿíèÿ îñíîâíûõ è îáîðîòíûõ ôîíäîâ, ïîëîæåíèå íà ðûíêå, êàäðîâûé ïîòåíöèàë, ôèíàíñîâîå ïîëîæåíèå, òåõíîëîãè÷åñêèé óðîâåíü è êà÷åñòâî ïðîäóêöèè, ñòåïåíü ó÷åòà ýêîëîãè÷åñêèõ òðåáîâàíèé, óðîâåíü ñåðòèôèêàöèè, íàó÷íî-òåõíè÷åñêèé ïîòåíöèàë è ñòåïåíü åãî èñïîëüçîâàíèÿ, ïîëîæåíèå â ñîöèàëüíîé ñôåðå, ðàçâèòîñòü ïðîôñîþçíîãî äâèæåíèÿ, îöåíêà îòíîøåíèé ñ êîíêóðåíòàìè è âëàñòÿìè, è ò.ä. Îñíîâíàÿ ÷àñòü ïåðå÷èñëåííûõ ôàêòîðîâ íîñèò êà÷åñòâåííûé õàðàêòåð.

Äàëåå ïîðåäåëÿþòñÿ íåîáõîäèìûå äëÿ ðàáîòû ìîäåëè íà÷àëüíûå óðîâíè ôàêòîðîâ, ñîîòâåòñòâóþùèå ñîâðåìåííîìó (ò.å. íà÷àëüíîìó) ñîñòîÿíèþ èçó÷àåìîãî ýêîíîìè÷åñêîãî îáúåêòà (ïðîâîäèòñÿ îöèôðîâêà íå÷èñëîâûõ ïåðåìåííûõ). Îíè îöåíèâàþòñÿ ýêñïåðòàìè íà øêàëå îò (-1) äî (+1) ñ øàãîì 0,1. Â ìåòîäå ÆÎÊ ñòåïåíü ïðèáëèæåíèÿ ýêñïåðòîâ ìîæåò áûòü ðàçëè÷íà - îò èñïîëüçîâàíèÿ îäíîãî ýêñïåðòà, õîðîøî çíàþùåãî ñèòóàöèþ è íà îñíîâå ñâîèõ çíàíèé è èíòóèöèè óêàçûâàþùåãî íåîáõîäèìûå ïàðàìåòðû è ñâÿçè, äî ïîäêëþ÷åíèÿ ê ðàáîòå êîìèññèè ýêñïåðòîâ, êîëëåêòèâíî îöåíèâàþùèõ óêàçàííûå ïàðàìåòðû è ñâÿçè, ñ èñïîëüçîâàíèåì òîé èëè èíîé ñõåìû ñáîðà è àíàëèçà ýêñïåðòíûõ ìíåíèé.

Çàòåì ýêñïåðòàìè ñîñòàâëÿåòñÿ áëîê-ñõåìà íåïîñðåäñòâåííûõ âëèÿíèé ôàêòîðîâ äðóã íà äðóãà è îöåíèâàåòñÿ ñòåïåíü íåïîñðåäñòâåííûõ âëèÿíèé ñ ïîìîùüþ òàêîé æå øêàëû îò (-1) äî (+1) ñ øàãîì 0,1. Ïîëó÷àåòñÿ ýêîíîìèêî-ìàòåìàòè÷åñêàÿ ìîäåëü â âèäå âçâåøåííîãî îðèåíòèðîâàííîãî ãðàôà ñ íà÷àëüíûìè äàííûìè â âåðøèíàõ. Îíà íåñêîëüêî íàïîìèíàåò õîðîøî èçâåñòíóþ ýêîíîìèñòàì ñõåìó ìåæîòðàñëåâîãî áàëàíñà Â.Ëåîíòüåâà, íî â îòëè÷èå îò íåå èñïîëüçóåò íå òîëüêî êîëè÷åñòâåííûå, íî - â îñíîâíîì - êà÷åñòâåííûå ôàêòîðû. Çàòåì ïðîñ÷èòûâàþòñÿ èòåðàöèè (îïîñðåäîâàííûå âëèÿíèÿ âòîðîãî, òðåòüåãî è ò.ä. óðîâíåé, ñîîòâåòñòâóþùèå âòîðîìó, òðåòüåìó è ò.ä. ìîìåíòàì âðåìåíè) âïëîòü äî ïîëó÷åíèÿ ñòàáèëüíîãî ñîñòîÿíèÿ. Ðåçóëüòàò ðàáîòû ìîäåëè - êîíå÷íûå óðîâíè ôàêòîðîâ.

Ìîäåëü ïîçâîëÿåò ïðîñ÷èòàòü ðàçâèòèå ýêîíîìè÷åñêîé ñòðóêòóðû ïðè ðàçëè÷íûõ ñöåíàðèÿõ. Îáû÷íî îäíîâðåìåííî èñïîëüçóþò òðè òèïà ñöåíàðèåâ - “Ïðîãíîç”, “Ïîèñê” è “Îïòèìèçàöèÿ”.

Ñöåíàðèé “Ïðîãíîç” ïîêàçûâàåò ðåçóëüòàò ïðè îòñóòñòâèè óïðàâëÿþùèõ âîçäåéñòâèé. Îí äåìîíñòðèðóåò, êàê áóäåò ðàçâèâàòüñÿ ñèòóàöèÿ, åñëè â íåå íå âìåøèâàòüñÿ. Èñõîäíûå äàííûå äëÿ ñöåíàðèÿ “Ïðîãíîç” - íà÷àëüíûå çíà÷åíèÿ ôàêòîðîâ è ìàòðèöà íåïîñðåäñòâåííûõ âçàèìîâëèÿíèé ôàêòîðîâ.

Â ñöåíàðèÿõ òèïà “Ïîèñê” ââîäèòñÿ íîâîå ïîíÿòèå - óïðàâëÿþùèå ôàêòîðû. Â ñöåíàðèÿõ ýòîãî òèïà àíàëèçèðóþòñÿ ðåçóëüòàòû èçìåíåíèé ïðè íàëè÷èè òåõ èëè èíûõ êîíêðåòíûõ âîçäåéñòâèé íà óïðàâëÿþùèå ôàêòîðû. Îáû÷íî ñïåöèàëèñò, ðàáîòàþùèé ñ ñèñòåìîé ÆÎÊ, èìååò öåëüþ óâåëè÷åíèå çíà÷åíèé òåõ èëè èíûõ ôàêòîðîâ ïðè “óäåðæàíèè” íåêîòîðûõ èíûõ â çàäàííûõ ïðåäåëàõ. Â ñöåíàðèÿõ òèïà “Ïîèñê” îñóùåñòâëÿåòñÿ ýâðèñòè÷åñêèé ïðîöåññ îïòèìèçàöèè, à òàêæå àíàëèç ïîâåäåíèÿ ñèñòåìû ïðè òåõ èëè èíûõ âîçäåéñòâèÿõ íà íà÷àëüíûå çíà÷åíèÿ ôàêòîðîâ.

Â ñöåíàðèÿõ òèïà “Îïòèìèçàöèÿ” êðîìå ñïèñêà óïðàâëÿþùèõ ôàêòîðîâ çàäàþòñÿ öåëåâûå ôàêòîðû è óñëîâèÿ íà íèõ, êîòîðûõ íåîáõîäèìî äîáèòüñÿ. Îáû÷íî ýòî - óñëîâèÿ âûõîäà íà îïðåäåëåííûå óðîâíè, íàïðèìåð, ðåíòàáåëüíîñòü äîëæíà áûòü íå ìåíåå 0.5, à ñîöèàëüíàÿ íàïðÿæåííîñòü - íå áîëåå 0.3. Ñ ïîìîùüþ îïòèìèçàöèîííûõ àëãîðèòìîâ íàõîäèòñÿ íàèëó÷øåå óïðàâëåíèå, ïîçâîëÿþùåå äîñòèãíóòü öåëè èëè ìàêñèìàëüíî ê íåé ïðèáëèçèòüñÿ. Îäíàêî íàéäåííûå êîìïüþòåðîì ðåêîìåíäàöèè ìîãóò âêëþ÷àòü ñëèøêîì ðåçêèå èçìåíåíèÿ òåõ èëè èíûõ íà÷àëüíûõ ïàðàìåòðîâ, ïîýòîìó ðåçóëüòàòû ðàñ÷åòîâ ñêîðåå óêàçûâàþò íà ïåðñïåêòèâíûå âàðèàíòû èçìåíåíèÿ óïðàâëÿþùèõ ïàðàìåòðîâ, ÷åì íåïîñðåäñòâåííî çàäàþò ïëàí äåéñòâèé. Ñ ïîìîùüþ ñöåíàðèåâ òèïà “Ïîèñê” ìîæíî íà îñíîâå ýòèõ ðåçóëüòàòîâ íàéòè ïðàêòè÷åñêè ðåàëèçóåìûå ðåêîìåíäàöèè.

Ñèñòåìà ÆÎÊ ïîçâîëÿåò ïðîñëåäèòü äèíàìèêó èçìåíåíèÿ çíà÷åíèé ôàêòîðîâ âïëîòü äî èõ ñòàáèëèçàöèè, êîòîðàÿ îáû÷íî íàñòóïàåò ÷åðåç 15-25 èòåðàöèé (èíòåðâàëîâ âðåìåíè). Òàêàÿ áûñòðàÿ ñõîäèìîñòü âíà÷àëå êàæåòñÿ íåîæèäàííîé. Âîçìîæíî, ñàì ôàêò ñòàáèëèçàöèè ÿâëÿåòñÿ ñàìûì âàæíûì ìåòîäîëîãè÷åñêèì âûâîäîì èç ýêñïåðèìåíòîâ ñ ìîäåëüþ ÆÎÊ: "Ïîñëå ïåðâîíà÷àëüíûõ âñïëåñêîâ çàìêíóòàÿ ýêîíîìè÷åñêàÿ ñèñòåìà ñòàáèëèçèðóåòñÿ, õîòÿ áû è íà âåñüìà íèçêîì óðîâíå ïðîèçâîäñòâà è ïîòðåáëåíèÿ."

Ïðè ýòîì ñ ïîìîùüþ îöåíåííûõ ýêñïåðòàìè êîýôôèöèåíòîâ âàæíîñòè ôàêòîðîâ (ñ ó÷åòîì çíàêà) ìîæíî îòñëåæèâàòü îáùóþ îöåíêó ýêîíîìè÷åñêîé ñèòóàöèè.

Ñèñòåìà ÆÎÊ ÿâëÿåòñÿ ÷åëîâåêî-ìàøèííîé. Äëÿ ýôôåêòèâíîé ðàáîòû ñïåöèàëèñòà æåëàòåëüíî, ÷òîáû îáùåå ÷èñëî ôàêòîðîâ, èñïîëüçóåìûõ â êîíêðåòíîé ìîäåëè, íå ïðåâûøàëî 20, à ÷èñëî íåïîñðåäñòâåííûõ âçàèìîñâÿçåé - 40, õîòÿ ýòè îãðàíè÷åíèÿ íåñóùåñòâåííû äëÿ ìàòåìàòè÷åñêîãî îáåñïå÷åíèÿ êîìïüþòåðíîé ñèñòåìû ÆÎÊ. Îíè ñóùåñòâåííû äëÿ íàãëÿäíîñòè ïðè ïîñòðîåíèè, îáñóæäåíèè è ñîâåðøåíñòâîâàíèè ìîäåëè, äëÿ òîãî, ÷òîáû ôàêòîðû è ñâÿçè ìåæäó íèìè ìîæíî áûëî èçîáðàçèòü íà ëèñòå áóìàãè èëè ýêðàíå êîìïüþòåðà â âèäå áëîê-ñõåìû.

Ñèñòåìà ÆÎÊ ñ óñïåõîì èñïîëüçîâàëàñü äëÿ àíàëèçà ðÿäà êîíêðåòíûõ ýêîíîìè÷åñêèõ ñèòóàöèé. Òàê, ïî çàêàçó Ìèíôèíà ÐÔ îíà ïðèìåíÿëàñü äëÿ àíàëèçà âçàèìîâëèÿíèé ôàêòîðîâ, îïðåäåëÿþùèõ äèíàìèêó íàëîãîîáëàãàåìîé áàçû è ñáîðà ïîäîõîäíîãî íàëîãà ñ ôèçè÷åñêèõ ëèö, íàëîãà íà èìóùåñòâî, íàëîãîâ è ñáîðîâ çà ïîëüçîâàíèå ïðèðîäíûìè ðåñóðñàìè è äð. Ïîñòðîåííàÿ ñåðèÿ ýêîíîìåòðè÷åñêèõ ìîäåëåé îáëàäàëà íåêîòîðûìè îáùèìè ÷åðòàìè. Ïðîãíîç, èñõîäÿùèé èç ñîâðåìåííîãî ýêîíîìè÷åñêîãî ïîëîæåíèÿ, âî âñåõ ñëó÷àÿõ óêàçûâàë íà äàëüíåéøåå óõóäøåíèå ñèòóàöèè. Àêòèâíîå âìåøàòåëüñòâî ãîñóäàðñòâà â ýêîíîìèêó ïðèâîäèëî ê çíà÷èòåëüíîìó óëó÷øåíèþ ïîêàçàòåëåé, â òî âðåìÿ êàê óïðàâëåíèå ñ ïîìîùüþ ÷èñòî ýêîíîìè÷åñêèõ (ìîíåòàðèñòñêèõ) ìåòîäîâ íå ïîçâîëÿëî óëó÷øèòü èñõîäíîå ïîëîæåíèå. Ïîëó÷åííûå ðåçóëüòàòû ïîäòâåðæäàþò èçâåñòíóþ êîíöåïöèþ ïÿòè íîáåëåâñêèõ ëàóðåàòîâ ïî ýêîíîìèêå (Ê.Ýððîó, Â.Ëåîíòüåâ è äð.), ðàçðàáàòûâàåìóþ ñîâìåñòíî ñ Îòäåëåíèåì ýêîíîìèêè Ðîññèéñêîé àêàäåìèè íàóê (Ä.Ñ.Ëüâîâ, Ñ.Þ.Ãëàçüåâ è äð.), î íåîáõîäèìîñòè àêòèâíîãî ðåãóëèðîâàíèÿ ãîñóäàðñòâîì ýêîíîìè÷åñêèõ ïðîöåññîâ [2,3].

Äðóãèå ïðèìåðû ïðèìåíåíèÿ ñèñòåìû ÆÎÊ êàñàëèñü îïòèìèçàöèè ýêîíîìè÷åñêîé ñòîðîíû äåÿòåëüíîñòè ïðîìûøëåííîãî ïðåäïðèÿòèÿ èëè îðãàíèçàöèè â èíîé ñôåðå, ýêîíîìè÷åñêèõ âçàèìîîòíîøåíèé îòðàñëåé íàðîäíîãî õîçÿéñòâà, à òàêæå ìàêðîýêîíîìè÷åñêîãî ìîäåëèðîâàíèÿ, â õîäå êîòîðîãî óäàëîñü âñêðûòü äâå íåòî÷íîñòè â îñíîâíîé ñõåìå èçâåñòíîé ìîíîãðàôèè Ê.Ð.Ìàêêîííåëëà è Ñ.Ë.Áðþ “Ýêîíîìèêñ: Ïðèíöèïû, ïðîáëåìû è ïîëèòèêà” [4], à çàòåì èñïðàâèòü èõ, âêëþ÷èâ äîïîëíèòåëüíûå áëîêè â ñîîòâåòñòâóþùóþ ìîäåëü.

Ýêîíîìåòðè÷åñêèé ìåòîä ÆÎÊ ìîæåò íàéòè øèðîêîå ïðèìåíåíèå äëÿ àíàëèçà ýêîíîìè÷åñêîãî ñîñòîÿíèÿ è ïåðñïåêòèâ ïðîìûøëåííûõ ïðåäïðèÿòèé, áàíêîâ, ðàçëè÷íûõ ãîñóäàðñòâåííûõ è êîììåð÷åñêèõ ñòðóêòóð.

4.5.2. Ïðèìåð ïðèìåíåíèÿ ýêîíîìåòðè÷åñêîãî ìåòîäà ÆÎÊ äëÿ èçó÷åíèÿ ôàêòîðîâ, âëèÿþùèõ íà íàëîãîîáëàãàåìóþ áàçó ïîäîõîäíîãî íàëîãà ñ ôèçè÷åñêèõ ëèö

Ñèñòåìà ïîñòðîåííûõ ìîäåëåé. Ïîäîõîäíûé íàëîã íà ôèçè÷åñêèõ ëèö - îäèí èç îñíîâíûõ â ñèñòåìå íàëîãîîáëîæåíèÿ, äåéñòâóþùåé â Ðîññèéñêîé Ôåäåðàöèè.

Äëÿ èçó÷åíèÿ âëèÿíèÿ ðàçëè÷íûõ ôàêòîðîâ íà íàëîãîîáëàãàåìóþ áàçó ïîäîõîäíîãî íàëîãà íà ôèçè÷åñêèõ ëèö ïðîìîäåëèðîâàíà ñèòóàöèÿ â ýòîé îáëàñòè ñ ýêîíîìè÷åñêîé òî÷êè çðåíèÿ, âêëþ÷àÿ ñáîð ñòàòèñòè÷åñêèõ è èíûõ ìàòåðèàëîâ î äåéñòâóþùåé íàëîãîâîé ñèñòåìå ÐÔ. Çàòåì ïîñòðîåíà ñèñòåìû ìîäåëåé äëÿ èçó÷åíèÿ âëèÿíèÿ ðàçëè÷íûõ ôàêòîðîâ íà íàëîãîîáëàãàåìóþ áàçó ïîäîõîäíîãî íàëîãà íà ôèçè÷åñêèõ ëèö. Ìîäåëè ïðåäïîëàãàëè âûÿâëåíèå ôàêòîðîâ, âëèÿþùèõ íà íàëîãîîáëàãàåìóþ áàçó, è âçàèìîñâÿçåé ìåæäó ýòèìè ôàêòîðàìè, ÷èñëåííóþ îöåíêó âçàèìîâëèÿíèÿ ôàêòîðîâ. Ïîñëå ôîðìóëèðîâêè ñöåíàðèåâ ðàçâèòèÿ ñèòóàöèè ïîñëåäîâàëî ïðîâåäåíèå ðàñ÷åòîâ è àíàëèç ïîëó÷åííûõ ðåçóëüòàòîâ. Ðàñ÷åòû ïðîâîäèëèñü ñ ïîìîùüþ îðèãèíàëüíîãî ìàòåìàòè÷åñêîãî è ïðîãðàììíîãî îáåñïå÷åíèÿ, ðàçðàáîòàííîãî â Èíñòèòóòå âûñîêèõ ñòàòèñòè÷åñêèõ òåõíîëîãèé è ýêîíîìåòðèêè ÌÃÒÓ èì. Í.Ý.Áàóìàíà.

Î÷åâèäíûìè ôàêòîðàìè, âëèÿþùèìè íà íàëîãîîáëàãàåìóþ áàçó ïîäîõîäíîãî íàëîãà, ÿâëÿþòñÿ:

1) îáúåì ïðîèçâîäñòâà, ñîîòâåòñòâåííî, ÷èñëåííîñòü çàíÿòûõ ðàáîòíèêîâ è îáúåì ÔÎÒ (ôîíäà îïëàòû òðóäà),

2) ðàçìåðû ïåíñèé, ñòèïåíäèé, ÷àñòè÷íî áåçðàáîòèöû,

3) îáúåì äîõîäîâ, íå îáëàãàåìûõ íàëîãîì: îò íàòóðàëüíîãî ïðèóñàäåáíîãî (ñàäîâî-îãîðîäíîãî) è äîìàøíåãî õîçÿéñòâà, ÷àñòíûõ óñëóã â îáëàñòè ìåëêîãî ðåìîíòà. ðåïåòèòîðñòâà è äð.

4) èíôëÿöèÿ, ÷àñòè÷íî êîìïåíñèðóåìàÿ ïîâûøåíèåì çàðàáîòíîé ïëàòû;

5) óêëîíåíèåì îò óïëàòû ïîäîõîäíîãî íàëîãà ÷àñòè÷íî ëèöàìè, ðàáîòàþùèìè íà íåñêîëüêèõ ðàáîòàõ,

6) áàðòåð, "÷åðíûé íàë" (ìèíîâàâøèé êàññó) è äðóãèå ÿâëåíèÿ òåíåâîé ýêîíîìèêè;

6) îáúåì íåïëàòåæåé â öåëîì è íåâûïëàòû çàðàáîòíîé ïëàòû â ÷àñòíîñòè.

Â ó÷åáíîì ïîñîáèè "Íàëîãè" ïîä ðåä. Ä.Ã.×åðíèêà (Ì.: Ôèíàíñû è ñòàòèñòèêà, 1998, 688 ñ.) íà ñ.245-265 ïåðå÷èñëåíî áîëåå 50 âèäîâ ïîëíîãî èëè ÷àñòè÷íîãî îñâîáîæäåíèÿ ãðàæäàí îò óïëàòû ïîäîõîäíîãî íàëîãà. Ïåðå÷åíü ýòîò íå ïîëîí: íàïðèìåð, ëèöî, êóïèâøåå êâàðòèðó, îñâîáîæäàåòñÿ îò ïîäîõîäíîãî íàëîãà (ãîñóäàðñòâî ÷àñòè÷íî êîìïåíñèðóåò ñòîèìîñòü êâàðòèðû). Íåêîòîðûå èç äåéñòâóþùèõ îñâîáîæäåíèé âûçûâàþò ñîìíåíèÿ, â ÷àñòíîñòè, îñâîáîæäåíû îò óïëàòû íàëîãîâ äîõîäû (â âèäå ïðîöåíòîâ è âûèãðûøåé) îò âêëàäîâ â áàíêè; äîõîäû îò ïðèîáðåòåíèÿ èìóùåñòâà (àêöèé) íà ïðèâàòèçàöèîííûå ÷åêè, äàæå åñëè ñòîèìîñòü èìóùåñòâà ñóùåñòâåííî ïðåâûøàåò ñòîèìîñòü ÷åêà... Ïåðâîå èç óêàçàííûõ îñâîáîæäåíèé äàåò âîçìîæíîñòü âûïëà÷èâàòü çàðïëàòó ôèíàíñîâûì ðàáîòíèêàì ïóòåì îòêðûòèÿ ñ÷åòîâ, ïðîöåíòàìè ñ êîòîðûì îíè ìîãóò ðàñïîðÿæàòüñÿ, - ñïîñîá óéòè îò íàëîãîîáëîæåíèÿ.

Íàäî èìåòü â âèäó, ÷òî Ãîñêîìñòàò äàåò íå ðåàëüíîå, à ðàññ÷èòàííîå ðàñïðåäåëåíèå íàñåëåíèÿ ïî âåëè÷èíå ïîëó÷àåìîãî äîõîäà (íà îñíîâå ëîãàðèôìè÷åñêè íîðìàëüíîãî çàêîíà). Ýòî óñòàíîâèë ïðîô. Â.À.Ñêðèïêèí èç ÍÈÔÈ. Ïîýòîìó ïî äàííûì Ãîñêîìñòàòà íåëüçÿ ðàññ÷èòàòü âëèÿíèå èçìåíåíèÿ ñòàâîê ïîäîõîäíîãî íàëîãà íà ñóììàðíûé ñáîð.

Â ðàçëè÷íûõ ñòðàíàõ ñëîæèëàñü ðàçëè÷íàÿ äîëÿ ïîëàòû òðóäà â ñòîèìîñòè èçäåëèÿ. Â ÑØÀ â 1988 ã. ÂÍÏ ñîñòàâèë 4862 ìëðä. äîëë., â òî âðåìÿ êàê ëè÷íûé äîõîä - 4063 ìëðä., à èíäèâèäóàëüíûå íàëîãè - 590 ìëðä. (14,5% îò ëè÷íûõ äîõîäîâ, 12,13% îò ÂÍÏ). Â Ðîññèè â 1995 ã. ïîäîõîäíûé íàëîã ñîñòàâèë 2770,9 ìëðä. ðóá., èëè 2,17 %: îò âñåõ íàëîãîâûõ ñáîðîâ, èëè ïðèìåðíî 0,26% îò ÂÂÏ, ò.å. äîëÿ ýòîãî íàëîãà ïðèìåðíî â 50 ðàç ìåíüøå, ÷åì â ÑØÀ.

Ïîñëå ïðåäâàðèòåëüíîãî àíàëèçà íàëîãîâîé ñèòóàöèè â Ðîññèè áûëà ïîñòðîåíà ïðîñòàÿ ìîäåëü äèíàìèêè ýêîíîìèêè, âêëþ÷àþùàÿ 13 ôàêòîðîâ è 32 âçàèìîñâÿçè ìåæäó íèìè. Â íàñòîÿùåì ïîäðàçäåëå íå ðàññìàòðèâàåòñÿ, ïîñêîëüêó âêëþ÷àåò â ñåáÿ åäèíûé ôàêòîð íàëîãîîáëîæåíèÿ, áåç îòäåëüíîãî âûäåëåíèÿ ïîäîõîäíîãî íàëîãà ñ ôèçè÷åñêèõ ëèö.

Äàëåå áûë ðàññìîòðåí ñïèñîê èç 41 ôàêòîðà, êîòîðûå âëèÿþò íà íàëîãîîáëàãàåìóþ áàçó ïîäîõîäíîãî íàëîãà ñ ôèçè÷åñêèõ ëèö.

Ïîñëå àíàëèçà èç íèõ áûëè îòîáðàíû 30 ôàêòîðîâ, íà îñíîâå êîòîðûõ ïîñòðîåíà ìîäåëü ÍÔË-30 (ÍÔË - ïî ïåðâûì áóêâàì: Íàëîã íà Ôèçè÷åñêèõ Ëèö), âêëþ÷àþùàÿ ýòè 30 ôàêòîðîâ è 465 âçàèìîñâÿçåé ìåæäó íèìè. Ðàñ÷åò ïî ìîäåëè ÍÔË-30 ïîêàçàë, ÷òî ñîâðåìåííàÿ ñèòóàöèÿ â Ðîññèè âåäåò ê óõîäó ýêîíîìèêè "â òåíü", ðîñòó ñîêðûòèÿ íàëîãîâ è êîððóïöèè, ïàäåíèþ äîâåðèÿ ê âëàñòè è ãîòîâíîñòè ïëàòèòü íàëîãè, ïàäåíèþ óðîâíÿ æèçíè íàñåëåíèÿ è î÷åíü ñèëüíîìó ñîêðàùåíèþ íàëîãîîáëàãàåìîé áàçû.

Îäíàêî ìîäåëü ÍÔË-30 ÿâëÿåòñÿ ñëèøêîì ñëîæíîé è òðóäíîé äëÿ íåïîñðåäñòâåííîãî àíàëèçà. Â ÷àñòíîñòè, òðóäíî áûëî íàéòè ðàöèîíàëüíûå óïðàâëåíèÿ, îáåñïå÷èâàþùèå ðîñò íàëîãîîáëàãàåìîé áàçû ïîäîõîäíîãî íàëîãà. Ïîýòîìó ìîäåëü ÍÔË-30 áûëà óïðîùåíà â îñíîâíîì çà ñ÷åò èñêëþ÷åíèÿ ñëàáûõ è/èëè äóáëèðóþùèõ âçàèìîñâÿçåé ñ ïåðåíîñîì âíèìàíèÿ íà íåïîñðåäñòâåííûå âçàèìîäåéñòâèÿ. Êðîìå òîãî, òðè ôàêòîðà áûëè èñêëþ÷åíû, à îäèí äîáàâëåí.

Â ðåçóëüòàòå ïîñòðîåíà ìîäåëü ÍÔË-28 ñ 28 ôàêòîðàìè è 64 âçàèìîñâÿçÿìè. Ðàñ÷åò ïî ýòîé ìîäåëè ïîêàçàë íàëè÷èå áîëüøèõ âîçìîæíîñòåé ó ãîñóäàðñòâà â öåëîì è ó ãîñóäàðñòâåííîé íàëîãîâîé ñëóæáû (ÃÍÑ) â ÷àñòíîñòè ïî ðàñøèðåíèþ íàëîãîîáëàãàåìîé áàçû ïîäîõîäíîãî íàëîãà.

Õàðàêòåð âçàèìîäåéñòâèé ôàêòîðîâ â ìîäåëè ÍÔË-28 îïèñûâàåòñÿ ñ ïîìîùüþ îðèåíòèðîâàííîãî ãðàôà (îðãðàôà), äóãàì êîòîðîãî ïðèïèñàíû âåñîâûå êîýôôèöèåíòû îò (-1) äî (+1). Îò êîíêðåòíîãî ôàêòîðà äóãè âåäóò ê òåì ôàêòîðàì, íà êîòîðûå ýòîò ôàêòîð íåïîñðåäñòâåííî âëèÿåò. Âëèÿíèå ìîæåò áûòü êàê ïîëîæèòåëüíûì, òàê è îòðèöàòåëüíûì, âîçðàñòàíèå àáñîëþòíîé âåëè÷èíû îçíà÷àåò óâåëè÷åíèå ñòåïåíè âëèÿíèÿ.

Òàêèì îáðàçîì, ïîñòðîåíèå ìîäåëè ÍÔË-28 èçó÷åíèÿ ðîñòà íàëîãîîáëàãàåìîé áàçû ïîäîõîäíîãî íàëîãà ñ ôèçè÷åñêèõ ëèö , êàê è äðóãèõ ìîäåëåé ðàññìàòðèâàåìîãî òèïà, ñîñòîèò èç ðÿäà îïåðàöèé, îñóùåñòâëÿåìûõ ýêñïåðòàìè, à èìåííî:

âûäåëåíèÿ è îáîñíîâàíèÿ ñèñòåìû ôàêòîðîâ, âêëþ÷àåìûõ â ìîäåëü;

îöåíêè âàæíîñòè ôàêòîðîâ (ïî äåñÿòèáàëëüíîé øêàëå) ñ ó÷åòîì çíàêîâ - ïî îòíîøåíèþ ê çàäà÷å ðàñøèðåíèÿ íàëîãîîáëàãàåìîé áàçû ïîäîõîäíîãî íàëîãà ñ ôèçè÷åñêèõ ëèö ;

ïîñòðîåíèÿ îðèåíòèðîâàííîãî ãðàôà íåïîñðåäñòâåííîãî âëèÿíèÿ ôàêòîðîâ äðóã íà äðóãà (âàæíî èçáåãàòü ñâÿçåé, ñîîòâåòñòâóþùèõ ïîñðåäîâàííûì âëèÿíèÿì, à òàêæå ïî âîçìîæíîñòè ñîêðàòèòü ÷èñëî öèêëîâ);

ïðèïèñûâàíèÿ äóãàì âåñîâ èç èíòåðâàëà [-1; +1], îòðàæàþùèõ ñòåïåíü âëèÿíèÿ (ìàòðèöà âåñîâ íå äîëæíà ñîäåðæàòü ñëèøêîì ìíîãî íåíóëåâûõ ýëåìåíòîâ).

Çàòåì ñ ïîìîùüþ èìåþùåãîñÿ äèàëîãîâîãî êîìïëåêñà ÆÎÊ ïðîâîäÿòñÿ ðàñ÷åòû ïî ðÿäó ñöåíàðèåâ. Ðåçóëüòàòû èíòåðïðåòàöèè èòîãîâ ðàñ÷åòîâ ïîçâîëÿþò ïðîàíàëèçèðîâàòü ñâîéñòâà ìîäåëè.

Ïðè îïèñàíèþ êîíêðåòíûõ âçàèìîâëèÿíèé ôàêòîðîâ â ìîäåëÿõ ðàññìàòðèâàåìîãî òèïà èñïîëüçóåòñÿ ñëåäóþùàÿ øêàëà ñîîòâåòñòâèÿ ìåæäó ëèíãâèñòè÷åñêîé è ÷èñëîâîé øêàëàìè:

î÷åíü ñèëüíî âîçðàñòàåò (0,9; 1,0);

çíà÷èòåëüíî âîçðàñòàåò (0,7; 0,8);

ñóùåñòâåííî âîçðàñòàåò (0,5; 0,6);

óìåðåííî âîçðàñòàåò (0,3; 0,4);

î÷åíü ñëàáî âîçðàñòàåò (0,1; 0,2);

î÷åíü ñëàáî óáûâàåò (- 0,1; - 0,2);

óìåðåííî óáûâàåò (- 0,3; - 0,4);

ñóùåñòâåííî óáûâàåò (- 0,5; - 0,6);

çíà÷èòåëüíî óáûâàåò (- 0,7; - 0,8);

î÷åíü ñèëüíî óáûâàåò (- 0,9; - 1,0).

Îäíàêî è ìîäåëü ÍÔË-28 äîñòàòî÷íî ñëîæíà äëÿ àíàëèçà. Ïîýòîìó áûëè ïîñòðîåíû åùå äâå ìîäåëè - ÍÔË-18 è ÍÔË-19, ìíîæåñòâà ôàêòîðîâ êîòîðûõ ðàçëè÷íû.

Îñíîâîé äëÿ àíàëèçà ñëóæàò äâå ìîäåëè, îáîçíà÷åííûå êàê ÍÔË-18 è ÍÔË-19, ò.å. ìîäåëè ïîäîõîäíîãî íàëîãà íà ôèçè÷åñêèõ ëèö ñ èñïîëüçîâàíèåì 18 è 19 ôàêòîðîâ ñîîòâåòñòâåííî. Ìîäåëü ÍÔË-18 ñ 18 ôàêòîðàìè è 31 âçàèìîñâÿçüþ ìåæó íèìè îñíîâàíà íà ãèïîòåçå îá àêòèâíîì ó÷àñòèè ãîñóäàðñòâà â ýêîíîìè÷åñêèõ ïðîöåññàõ (ñ ïîìîùüþ çàêîíîòâîð÷åñòâà, ãîñçàêàçîâ è äð.). Â òî âðåìÿ êàê ìîäåëü ÍÔË-19 ñ 19 ôàêòîðàìè è 31 âçàèìîäåéñòâèåì ïðåäïîëàãàåò ëèøü êîñâåííîå âìåøàòåëüñòâî ãîñóäàðñòâà ïóòåì óñòàíîâëåíèÿ ñòàâîê òàìîæåííûõ ñáîðîâ, áîðüáû ñ êðèìèíàëüíûì ìèðîì è äð. Ýòà ìîäåëü ïîñòðîåíà â îñíîâíîì íà ÷èñòî ýêîíîìè÷åñêèõ âçàèìîäåéñòâèÿõ, áåç íåïîñðåäñòâåííîãî ðåãóëèðóþùåãî âëèÿíèÿ ãîñóäàðñòâà.

Íà÷àëüíûå çíà÷åíèÿ ôàêòîðîâ - ýòî ïðèðàùåíèÿ (èçìåíåíèÿ, "äèôôåðåíöèàëû") âêëþ÷åííûõ â ìîäåëè ýêîíîìè÷åñêèõ âåëè÷èí. Îíè âûáðàíû èñõîäÿ èç îöåíêè ýêîíîìè÷åñêîãî ïîëîæåíèÿ Ðîññèè â èþíå 1999 ãîäà. Êîíå÷íûå çíà÷åíèÿ ôàêòîðîâ îïðåäåëÿþòñÿ ðàññìàòðèâàåìûì ñöåíàðèåì. Îíè òàêæå èíòåðïðåòèðóþòñÿ êàê ïðèðàùåíèÿ âêëþ÷åííûõ â ìîäåëè ýêîíîìè÷åñêèõ âåëè÷èí.

Â êàæäîé èç ìîäåëåé ÍÔË-18 è ÍÔË-19 ðàññìîòðåíî ÷åòûðå ñöåíàðèÿ:

- ïðîãíîçèðóåòñÿ äèíàìèêà íàëîãîîáëàãàåìîé áàçû ïîäîõîäíîãî íàëîãà ïðè îòñóòñòâèè óïðàâëÿþùèõ âîçäåéñòâèé (ñöåíàðèé îáîçíà÷àåòñÿ êàê Ïàññèâíûé-1);

- ïðîãíîçèðóåòñÿ äèíàìèêà íàëîãîîáëàãàåìîé áàçû ïîäîõîäíîãî íàëîãà ïðè çàäàííûõ óïðàâëÿþùèõ âîçäåéñòâèÿõ (ñöåíàðèé îáîçíà÷àåòñÿ êàê Àêòèâíûé-1);

- èùóòñÿ óïðàâëÿþùèå âîçäåéñòâèÿ, ïîçâîëÿþùèå äîáèòüñÿ ïðèðîñòà íå ìåíåå 0.7 íàëîãîîáëàãàåìîé áàçû ïîäîõîäíîãî íàëîãà (ñöåíàðèé îáîçíà÷àåòñÿ êàê Öåëü-1);

- èùóòñÿ óïðàâëÿþùèå âîçäåéñòâèÿ, ïîçâîëÿþùèå äîáèòüñÿ ïðèðîñòà íå ìåíåå 0.5 íàëîãîîáëàãàåìîé áàçû ïîäîõîäíîãî íàëîãà è ïðèðîñòà íå ìåíåå 0,3 óðîâíÿ æèçíè íàñåëåíèÿ (ñöåíàðèé îáîçíà÷àåòñÿ êàê Öåëü-2).

Òàêèì îáðàçîì, â ñöåíàðèÿõ Öåëü-1 è Öåëü-2 âûäåëÿþòñÿ öåëåâûå ôàêòîðû, çíà÷åíèÿ êîòîðûõ òðåáóåòñÿ ìàêñèìèçèðîâàòü. Â ñöåíàðèè Öåëü-1 ýòî îäèí ôàêòîð - íàëîãîîáëàãàåìàÿ áàçà ïîäîõîäíîãî íàëîãà, â ñöåíàðèè Öåëü-2 äîáàâëÿåòñÿ åùå îäèí - óðîâåíü æèçíè íàñåëåíèÿ. Â ñöåíàðèè Àêòèâíûé-1 âûäåëÿåòñÿ äðóãîå ïîäìíîæåñòâî ôàêòîðîâ - óïðàâëÿþùèå, ïóòåì âîçäåéñòâèÿ íà êîòîðûå ñïåöèàëèñò, ðàáîòàþùèé ñ ìîäåëüþ, ìîæåò ïîïûòàòüñÿ èçìåíèòü íåáëàãîïðèÿòíûå òåíäåíöèè è óëó÷øèòü ñèòóàöèþ. Â ñöåíàðèÿõ Öåëü-1 è Öåëü-2 óïðàâëÿþùèå ôàêòîðû èñïîëüçóþòñÿ íåñêîëüêî ïî-èíîìó - âûáîð èõ çíà÷åíèé îñóùåñòâëÿåò íå ñïåöèàëèñò, à êîìïüþòåð â ñîîòâåòñòâèè ñ àëãîðèòìîì îïòèìèçàöèè. Âûäåëÿþòñÿ òàêæå íàáëþäàåìûå ôàêòîðû, íàèáîëåå âàæíûå äëÿ àíàëèçà íà÷àëüíîé è êîíå÷íîé ýêîíîìè÷åñêîé ñèòóàöèè â êàæäîì èç ñöåíàðèåâ. Âî âñåõ ñöåíàðèÿõ íà÷àëüíûå çíà÷åíèÿ ôàêòîðîâ ñîîòâåòñòâóþò ñîâðåìåííîìó ñîñòîÿíèþ ýêîíîìèêè Ðîññèè.

Èñïîëüçóåòñÿ òàêæå êîëè÷åñòâåííàÿ îöåíêà ýêîíîìè÷åñêîé ñèòóàöèè, ïðåäñòàâëÿþùàÿ ñîáîé âçâåøåííóþ ñóììó çíà÷åíèé ôàêòîðîâ. Äëÿ åå ðàñ÷åòà êàæäîìó èñïîëüçóåìîìó ôàêòîðó ïðèïèñàíî ÷èñëî îò (-10) äî 10 - åãî âàæíîñòü, ïðè ýòîì æåëàòåëüíîå íàïðàâëåíèå èçìåíåíèÿ ôàêòîðà îïðåäåëÿåò çíàê óêàçàííîãî ÷èñëà: åñëè æåëàòåëåí ðîñò, òî ñòàâèòñÿ ïëþñ, åñëè æåëàòåëüíî óáûâàíèå - ìèíóñ.

Îñíîâíàÿ ÷àñòü ïîäðàçäåëà íà÷èíàåòñÿ ñ îïèñàíèÿ ôàêòîðîâ, âêëþ÷åííûõ â ìîäåëè ÍÔË-18 è ÍÔË-19, è îáîñíîâàíèÿ íåîáõîäèìîñòè èõ âêëþ÷åíèÿ â ìîäåëè. Èìååòñÿ 12 ôàêòîðîâ, âêëþ÷åííûõ â îáå ìîäåëè, ïîýòîìó âñåãî èñïîëüçóåòñÿ 25 ôàêòîðîâ. Çàòåì ïðèâîäÿòñÿ ñõåìû (ãðàôû) âçàèìíîãî âëèÿíèÿ ôàêòîðîâ è ìàòðèöû âçàèìíîãî âëèÿíèÿ ôàêòîðîâ â ìîäåëÿõ ÍÔË-18 è ÍÔË-19.

Ðåçóëüòàòû ïðîâåäåííîé ðàáîòû ïîêàçûâàþò, ÷òî èñïîëüçîâàííûé ýêîíîìåòðè÷åñêèé àïïàðàò íà îñíîâå îðèåíòèðîâàííûõ ãðàôîâ ïîçâîëÿåò ïîëó÷àòü êà÷åñòâåííûå âûâîäû, ïîëåçíûå äëÿ âûáîðà ñòðàòåãèè óïðàâëåíèÿ ïðîöåññàìè íàëîãîîáëîæåíèÿ.

Ïîñòðîåíèå ìîäåëåé ÍÔË-18 è ÍÔË-19. Ðàññìîòðèì äâå ìîäåëè èçó÷åíèÿ ðîñòà íàëîãîîáëàãàåìîé áàçû ïîäîõîäíîãî íàëîãà ñ ôèçè÷åñêèõ ëèö. Îäíà èç íèõ, ñîêðàùåííî îáîçíà÷àåìàÿ ÍÔË-18, îñíîâàíà íà êîíöåïöèè àêòèâíîãî ó÷àñòèÿ ãîñóäàðñòâà â ýêîíîìè÷åñêîé æèçíè è èñïîëüçóåò 18 ôàêòîðîâ. Âòîðàÿ (ÍÔË-19) ïðåäïîëàãàåò óïðàâëåíèå ïðîöåññàìè íàëîãîîáëîæåíèÿ ýêîíîìè÷åñêèìè ìåòîäàìè è èñïîëüçóåò 19 ôàêòîðîâ.

Àíàëèç ýêîíîìè÷åñêîé ñèòóàöèè, íàöåëåííûé íà èçó÷åíèå äèíàìèêè íàëîãîîáëàãàåìîé áàçû ïîäîõîäíîãî íàëîãà, ïðèâîäèò ê âûäåëåíèþ ñëåäóþùèõ áëîêîâ ôàêòîðîâ: ìàêðîýêîíîìè÷åñêèå ïîêàçàòåëè; ïîêàçàòåëè äîõîäîâ è óðîâíÿ æèçíè íàñåëåíèÿ; ó÷àñòèå ãîñóäàðñòâà â ýêîíîìè÷åñêîé æèçíè; ôàêòîðû, îòíîñÿùèåñÿ íåïîñðåäñòâåííî ê ñôåðå íàëîãîâ; õàðàêòåðèñòèêè òåíåâîé ýêîíîìèêè è êðèìèíàëüíîãî ìèðà.

Ïîäõîä ê àíàëèçó ýêîíîìè÷åñêîé ñèòóàöèè â ìîäåëè ÍÔË-18 îñíîâàí íà èçâåñòíîé êîíöåïöèè ïÿòè íîáåëåâñêèõ ëàóðåàòîâ ïî ýêîíîìèêå (Ê.Ýððîó, Â.Ëåîíòüåâ è äð.) è Îòäåëåíèÿ ýêîíîìèêè ÐÀÍ, ïðåäóñìàòðèâàþùåé ñóùåñòâåííîå ïîâûøåíèå ðîëè ãîñóäàðñòâà â ýêîíîìèêå Ðîññèè [1,2].

Îïèñàíèå ôàêòîðîâ, âëèÿþùèå íà íàëîãîîáëàãàåìóþ áàçó ïîäîõîäíîãî íàëîãà ñ ôèçè÷åñêèõ ëèö. Äàëåå âûäåëÿþòñÿ è îáîñíîâûâàþòñÿ ôàêòîðû, èñïîëüçóåìûå â ìîäåëÿõ ÍÔË-18 è ÍÔË-19. Ïîñêîëüêó êîìïüþòåðíûå ìîäåëè íàöåëåíà íà èçó÷åíèå âëèÿíèÿ èçìåíåíèé (ïðèðàùåíèé, äèôôåðåíöèàëîâ) îäíèõ ôàêòîðîâ íà èçìåíåíèÿ äðóãèõ, òî â íàçâàíèÿõ ôàêòîðîâ èìåþòñÿ òåðìèíû "ðîñò", "ïðèðîñò" è äð. Äëÿ êîìïüþòåðíûõ ìîäåëåé, èìåþùèõ êà÷åñòâåííûé õàðàêòåð, ôàêòîðû áåðóòñÿ â îáîáùåííîì âèäå, ÷òî îòìå÷àåòñÿ ïðè èõ îïèñàíèè. Ìîäåëè, îõâàòûâàþùèå ñòîëü îáøèðíóþ îáëàñòü ýêîíîìè÷åñêîé æèçíè, êàê ðàññìàòðèâàåìàÿ, íå ìîãóò íå îïèðàòüñÿ íà ôàêòîðû â îáîáùåííîì âèäå, èíà÷å îíè ñòàíóò íåîáîçðèìûìè äëÿ âîñïðèÿòèÿ è áåñïîëåçíûìè äëÿ ïðèìåíåíèÿ.

Ïðèâåäåì ñíà÷àëà îïèñàíèå ôàêòîðîâ, èñïîëüçóåìûõ â ìîäåëè ÍÔË-18.

1. **Ïðèðîñò íàëîãîîáëàãàåìîé áàçû ïîäîõîäíîãî íàëîãà** - ïðèðîñò òåõ äîõîäîâ íàñåëåíèÿ, ñ êîòîðûõ ñîãëàñíî äåéñòâóþùåìó çàêîíîäàòåëüñòâó ðåàëüíî ìîæåò áûòü âçÿò ïîäîõîäíûé íàëîã â äåíåæíîé ôîðìå.
2. **Ïðèðîñò ÂÂÏ** (âàëîâîãî âíóòðåííåãî ïðîäóêòà) - ïðèðîñò ñòîèìîñòíîãî îáúåìà ïðîäóêöèè è óñëóã, ïðîèçâåäåííûõ íà òåððèòîðèè Ðîññèè [3], áàçîâûé ìàêðîýêîíîìè÷åñêèé ïîêàçàòåëü, õàðàêòåðèçóþùèé ïîëîæåíèå è äèíàìèêó ýêîíîìèêè Ðîññèè.
3. **Óâåëè÷åíèå ðîëè ãîñóäàðñòâà â ýêîíîìèêå** ñâÿçàíî ñ ñîçäàíèåì ýôôåêòèâíî ðàáîòàþùåãî àïïàðàòà ãîñóäàðñòâåííîãî óïðàâëåíèÿ, â òîì ÷èñëå ÃÍÑ; ñ ðîñòîì óðîâíÿ íàëîãîâîãî çàêîíîäàòåëüñòâà (ò.å. ñ ðîñòîì ñîãëàñîâàííîñòè è ïðèìåíèìîñòè çàêîíîâ, èõ îáîñíîâàííîñòè, ñîîòâåòñòâèÿ íàöèîíàëüíûì òðàäèöèÿì, äîñòóïíîñòè äëÿ ïîíèìàíèÿ ìàññ

íàëîãîïëàòåëüùèêîâ), íàïðèìåð, â ÷àñòè ðàçëè÷íûõ ëüãîò ïî óïëàòå ïîäîõîäíîãî íàëîãà, ðîñòà äîëè çàðïëàòû â öåíå òîâàðà (óñëóã); óïðàâëåíèåì ôèíàíñîâîé ñôåðîé, áîðüáîé ñ êðèìèíàëüíûì ìèðîì, êîððóïöèåé, òåíåâîé ýêîíîìèêîé, ýôôåêòèâíîé îðãàíèçàöèåé ïðîèçâîäñòâîì òîâàðîâ è óñëóã â ãîñóäàðñòâåííîì ñåêòîðå, ïîâûøåíèåì óðîâíÿ æèçíè íàñåëåíèÿ ÷åðåç ñèñòåìó òðàíñôåðòà, è äð.

4. **Ðîñò ãîñóäàðñòâåííûõ çàêàçîâ,** â ÷àñòíîñòè, ðàñõîäîâ íà ïîêóïêó óñëóã íàñåëåíèÿ ïóòåì îðãàíèçàöèè, ðàñøèðåíèÿ èëè âîññòàíîâëåíèÿ ãîñóäàðñòâåííûõ ïðåäïðèÿòèé, ñòðîèòåëüñòâà äîðîã è ïðîâåäåíèÿ òåõ èëè èíûõ "îáùåñòâåííûõ ðàáîò", ñîãëàñíî ñîâðåìåííîé ìàêðîýêîíîìè÷åñêîé òåîðèè íåîáõîäèì â ïåðèîä ñïàäà.
5. **Ðîñò êðåäèòîâàíèÿ îòå÷åñòâåííûõ òîâàðîïðîèçâîäèòåëåé** (çà ñ÷åò ñðåäñòâ íàñåëåíèÿ, íàõîäÿùèõñÿ â áàíêàõ) - íåîáõîäèìîå óñëîâèå ïîâûøåíèÿ ïðîèçâîäñòâà îòå÷åñòâåííûõ òîâàðîâ è óñëóã ñ öåëüþ óäîâëåòâîðåíèÿ ñïðîñà íà íèõ. Êðåäèòû äîëæíû áûòü ïðåäíàçíà÷åíû êàê äëÿ îïòèìèçàöèè îáîðîòíûõ ñðåäñòâ ïðåäïðèÿòèé, èñêëþ÷åíèÿ áàðòåðà è íåïëàòåæåé, òàê è äëÿ êàïèòàëèçàöèè (èíâåñòèöèè) ñ öåëüþ ïåðåõîäà íà ñîâðåìåííûå òåõíîëîãèè.
6. **Ïîâûøåíèå ñïðîñà íà îòå÷åñòâåííóþ ïðîäóêöèþ,** îñîáåííî ñîïóòñòâóþùèì ïîâûøåíèåì åå âûïóñêà, ïðèâîäèò ê óâåëè÷åíèþ îáúåìà ñðåäñòâ îòå÷åñòâåííûõ ïðîèçâîäèòåëåé, â ÷àñòíîñòè, ê óâåëè÷åíèþ ÔÎÒ, à ïîòîìó è ïîñòóïëåíèé ïîäîõîäíîãî íàëîãà. Ðå÷ü èäåò î ðåàëèçîâàííîì, ò.å. îïëà÷åííîì ñïðîñå.
7. **Ðîñò óðîâíÿ ðàáîòû ãîñóäàðñòâåííîé íàëîãîâîé ñëóæáû (ÃÍÑ)** ïðåäïîëàãàåò ñîâåðøåíñòâîâàíèå íàëîãîâîãî çàêîíîäàòåëüñòâà, ðîñò íàëîãîâîé ãðàìîòíîñòè íàñåëåíèÿ, èíäèâèäóàëüíóþ ðàáîòó ñ êàæäûì íàëîãîïëàòåëüùèêîì, ðîñò ðåàëüíîñòè è íåîòâðàòèìîñòè ñàíêöèé çà íåóïëàòó íàëîãà, øèðîêóþ èíôîðìèðîâàííîñòü îáùåñòâà î íèõ.
8. **Ðîñò êà÷åñòâà ðàáîòû áàíêîâñêîé ñèñòåìû** ïðåäïîëàãàåò, ñâîåâðåìåííîå îñóùåñòâëåíèå ïëàòåæåé, ñóùåñòâåííîå ñíèæåíèå íåîáîñíîâàííî çàâûøåííûõ ïëàò çà áàíêîâñêèå óñëóãè, çà ïåðåâîä ñðåäñòâ ñî ñ÷åòà íà ñ÷åò, çà ïîëüçîâàíèå áàíêîìàòàìè è äð.
9. **Ðîñò äîâåðèÿ íàñåëåíèÿ ê ãîñóäàðñòâåííîé âëàñòè** è ãîòîâíîñòè

ïëàòèòü íàëîãè ñòàíîâèòñÿ ðåàëüíîé ñèëîé êàê íåïîñðåäñòâåííî â ýêîíîìè÷åñêîé æèçíè, òàê è â áîðüáå ïðîòèâ êðèìèíàëüíîãî ìèðà è òåíåâîé ýêîíîìèêè - îñíîâíîãî âíóòðåííåãî âðàãà ãîñóäàðñòâà.

10. **Ðîñò óðîâíÿ æèçíè íàñåëåíèÿ -** ïîâûøàåò æåëàíèå è âîçìîæíîñòü óïëàòû ïîäîõîäíîãî íàëîãà, à åãî ñíèæåíèå äåéñòâóåò â îáðàòíîì íàïðàâëåíèè. Ïîíÿòèå "óðîâåíü æèçíè" ìíîãîãðàííî, ïîìèìî äîõîäà çà ïîñëåäíèå ïðîìåæóòîê âðåìåíè âêëþ÷àåò â ñåáÿ è èñïîëüçîâàíèå ïðåäûäóùèõ íàêîïëåíèé, è ñïîñîáû ðàñïîðÿæåíèÿ äîõîäîì è ëè÷íîé ñîáñòâåííîñòüþ [4,10].
11. **Ïðèðîñò îáúåìà** (íà÷èñëåííûõ) **âûïëàò èç ÔÎÒ** (ôîíäà îïëàòû òðóäà) ïðåäïðèÿòèé è îðãàíèçàöèé - îñíîâíîé èñòî÷íèê ïîñòóïëåíèé ïîäîõîäíîãî íàëîãà. Âëèÿíèå íåïëàòåæåé ñêàçûâàåòñÿ â óìåíüøåíèè ðåàëüíûõ âûïëàò èç ÔÎÒ è ñîîòâåòñòâóþùåãî óìåíüøåíèÿ ïîñòóïëåíèé ïîäîõîäíîãî íàëîãà. Âëèÿíèå èçìåíåíèÿ îáúåìà äðóãèõ èñòî÷íèêîâ äîõîäîâ, îáëàãàåìûõ ïîäîõîäíûì íàëîãîì [8], ó÷èòûâàåòñÿ ñ ïîìîùüþ ñâÿçåé ñ ïîêàçàòåëÿìè óðîâíÿ æèçíè è èíôëÿöèè.
12. **Ðîñò ñáåðåæåíèé (íàêîïëåíèé)** íàñåëåíèÿ, íàõîäÿùèõñÿ â áàíêàõ è ìîãóùèõ áûòü èñïîëüçîâàííûìè äëÿ êðåäèòîâàíèÿ îòå÷åñòâåííûõ òîâàðîïðîèçâîäèòåëåé - âàæíûé ïîêàçàòåëü äîâåðèÿ ê ãîñóäàðñòâó, à ïîòîìó è ãîòîâíîñòè ïëàòèòü íàëîãè. Îí ïðîòèâîïîñòàâëÿåòñÿ, ñ îäíîé ñòîðîíû, ïðàêòè÷åñêîìó îòñóòñòâèþ ñáåðåæåíèé ó ÷àñòè íàñåëåíèÿ, ñ äðóãîé ñòîðîíû, õðàíåíèþ ñáåðåæåíèé âíå áàíêîâ ("â ÷óëêå").
13. **Ïðèðîñò óðîâíÿ çàíÿòîñòè** íàñåëåíèÿ íà ôîðìàëüíî çàðåãèñòðèðîâàííûõ ðàáîòàõ - ïîíÿòèå, ïðîòèâîïîëîæíîå ïîíÿòèþ ïðèðîñòà áåçðàáîòèöû [4]. Îäíàêî ïðè îáñóæäåíèè áåçðàáîòèöû íå âñåãäà ÿñíî, ÿâëÿåòñÿ ëè îòêàç îò ðàáîòû âûíóæäåííûì èëè äîáðîâîëüíûì (äîìîõîçÿéêè ñ äåòüìè, ëèöà ñòàðøåãî âîçðàñòà), èìåþòñÿ ðàñõîæäåíèÿ (â íåñêîëüêî ðàç) ïðè îöåíêå óðîâíÿ áåçðàáîòèöû, íàïðèìåð, ìåæäó áèðæàìè òðóäà è ðàñ÷åòàìè ïî ïðàâèëàì ÌÎÒ (Ìåæäóíàðîäíîé Îðãàíèçàöèè Òðóäà).
14. **Èíôëÿöèÿ** - ïðèðîñò îáùåãî óðîâíÿ öåí (ïðè ïàäåíèè öåí îí ìîæåò áûòü îòðèöàòåëüíûì), èçìåðÿåìûé ïî ñïåöèàëüíûì ìåòîäèêàì [5].
15. **Ïðèðîñò íåïëàòåæåé** (ðàáîòíèêàì è îðãàíèçàöèÿì) äåçîðãàíèçóåò ýêîíîìè÷åñêóþ æèçíü â öåëîì è íàëîãîâóþ ñôåðó â ÷àñòíîñòè, ïðèâîäèò

ê ïðèðîñòó áàðòåðà, ê âûäà÷å çàðàáîòíîé ïëàòû â íàòóðàëüíîé ôîðìå, â ðåçóëüòàòå - ê ñîêðàùåíèþ íàëîãîâûõ ïîñòóïëåíèé (â ò.÷. ïîäîõîäíîãî íàëîãà) è ïîñòóïëåíèé âî âíåáþäæåòíûå ôîíäû.

16. **Ïðèðîñò äîõîäîâ â äîìîõîçÿéñòâàõ, îñòàþùèõñÿ âíå ñôåðû ÃÍÑ** - ýòî ïðèðîñò äîõîäîâ â íàòóðàëüíîé ôîðìå (ñåëüñêîõîçÿéñòâåííàÿ ïðîäóêöèÿ, âûðàùåííàÿ íà ñîáñòâåííîì ïðèóñàäåáíîì èëè ñàäîâî-îãîðîäíîì ó÷àñòêå, äà÷å äëÿ ñåìåéíîãî óïîòðåáëåíèÿ, äîìàøíÿÿ ðàáîòà (ðåìîíò, èçãîòîâëåíèå ìåáåëè, îäåæäû, ïèùè)). à òàêæå ïðèðîñò äîõîäîâ îò ìåëêèõ óñëóã òèïà êîñìåòè÷åñêèõ ðåìîíòíûõ ðàáîò â êâàðòèðàõ, èíäèâèäóàëüíîãî ïîøèâà îäåæäû, ðåìîíòà îáóâè, ðåïåòèòîðñòâà.

17. **Ïðèðîñò ñîêðûòèÿ äîõîäîâ è óêëîíåíèÿ îò óïëàòû íàëîãîâ** ÷àñòè÷íî ñâÿçàí ñ íàðóøåíèÿìè íîðìàëüíîãî õîäà ýêîíîìè÷åñêîé æèçíè, â òîì ÷èñëå ñ âûíóæäåííûìè íåïëàòåæàìè è áàðòåðîì, âåäóùèìè ê âûïëàòå çàðàáîòíîé ïëàòû íàòóðîé è âûäà÷å ñîáñòâåííîñòè îðãàíèçàöèé â ïîëüçîâàíèå ðàáîòíèêàì, ñ íàëîãîâîé íåãðàìîòíîñòüþ íàñåëåíèÿ, íî â îñíîâíîì èìååò êðèìèíàëüíûé õàðàêòåð, â ÷àñòíîñòè, ïðîèçâîäíûé ðàñïðîñòðàíåíèåì "÷åðíîãî íàëà". Îñâîáîæäåíèå îò íàëîãà ïðîöåíòîâ íà âêëàäû íàñåëåíèÿ äàåò îäíó èç "çàêîííûõ" ôîðì óêëîíåíèÿ îò óïëàòû ïîäîõîäíîãî íàëîãà.

18. **Ðîñò êðèìèíàëüíîãî ìèðà**, **òåíåâîé ýêîíîìèêè** è êîððóïöèè , ò.å. ñèë, ïðîòèâîñòîÿùèõ ãîñóäàðñòâåííîé âëàñòè, ïðèâîäèò ê "ñêðûòèþ" îò ÃÍÑ ÷àñòè ýêîíîìèêè (ò.í. "òåíåâîé") âìåñòå ñî âñåìè íàëîãàìè, êîòîðûå îáÿçàíû áûëè áû ïëàòèòü "ñïðÿòàâøèåñÿ" îðãàíèçàöèè è ëèöà.

Â ìîäåëè ÍÔË-19 îòñóòñòâóþò ôàêòîðû 3, 4, 6, 8, 9, 15, íî âêëþ÷åíû ñëåäóþùèå ñåìü ôàêòîðîâ:

19 **Óñèëåíèå áîðüáû ãîñóäàðñòâà ñ êðèìèíàëîì â ýêîíîìèêå,** ò.å. ëèøü îäíà, íî íàèáîëåå âàæíàÿ ÷àñòü èç ñôåðû **óñèëåíèÿ ðîëè ãîñóäàðñòâà â ýêîíîìèêå** ñîãëàñíî îïèñàííîìó âûøå ôàêòîðó 3.

20. **Óëó÷øåíèå ôèíàíñîâîãî ïîëîæåíèÿ ïðåäïðèÿòèé,** ò.å. óâåëè÷åíèå íàõîäÿùèõñÿ â ðàñïîðÿæåíèè ïðåäïðèÿòèé äåíåæíûõ ñðåäñòâ, ïîçâîëÿåò óâåëè÷èòü âûïóñê ïðîäóêöèè è óñëóã (ÂÂÏ), îñóùåñòâëÿòü èíâåñòèöèè, óìåíüøàòü íåïëàòåæè è áàðòåð, óâåëè÷èâàòü óðîâåíü

æèçíè íàñåëåíèÿ, åãî äåíåæíûå äîõîäû, à ïîòîìó è ñïðîñ ïîòðåáèòåëåé.

21. **Óëó÷øåíèå ôèíàíñîâîãî ïîëîæåíèÿ áþäæåòíîé ñôåðû** óâåëè÷èâàåò óðîâåíü æèçíè ðàáîòíèêîâ áþäæåòíîé ñôåðû, åãî äåíåæíûå äîõîäû, à ïîòîìó è ñïðîñ ïîòðåáèòåëåé íàñåëåíèÿ.
22. **Óëó÷øåíèå âíåøíåýêîíîìè÷åñêîé ñèòóàöèè** - ïîâûøåíèå öåí íà îòå÷åñòâåííûå òîâàðû è óñëóãè, ðàñøèðåíèå èíîñòðàííûõ èíâåñòèöèé â îòå÷åñòâåííûå ïðåäïðèÿòèÿ óëó÷øàþò ýêîíîìè÷åñêóþ ñèòóàöèþ â Ðîññèè, ïîâûøàåò óðîâåíü æèçíè íàñåëåíèÿ è óâåëè÷èâàþò ñïðîñ ïîòðåáèòåëåé íàñåëåíèÿ.
23. **Ðîñò êóðñà äîëëàðà ÑØÀ** ïðèâîäèò ê èíôëÿöèè è óìåíüøàåò æèçíåííûé óðîâåíü íàñåëåíèÿ, íî óâåëè÷èâàåò äîëþ ðûíêà, ïðèíàäëåæàùóþ îòå÷åñòâåííûì òîâàðîïðîèçâîäèòåëÿì è â èòîãå óëó÷øàåò èõ ôèíàíñîâîå ïîëîæåíèå.
24. **Ïîâûøåíèå òàìîæåííûõ ñáîðîâ íà èìïîðòíóþ ïðîäóêöèþ** óâåëè÷èâàåò îáúåì äîõîäîâ ãîñóäàðñòâà, à ïîòîìó óëó÷øàåò ôèíàíñîâîå ïîëîæåíèå áþäæåòíîé ñôåðû è ÷àñòè íàñåëåíèÿ, óâåëè÷èâàåò äîëþ ðûíêà, ïðèíàäëåæàùóþ îòå÷åñòâåííûì òîâàðîïðîèçâîäèòåëÿì è â èòîãå óëó÷øàåò èõ ôèíàíñîâîå ïîëîæåíèå, íî îäíîâðåìåííî ïðèâîäèò ê èíôëÿöèè è óìåíüøàåò æèçíåííûé óðîâåíü íàñåëåíèÿ
25. **Ïîâûøåíèå òàìîæåííûõ ñáîðîâ íà ýêñïîðòíóþ ïðîäóêöèþ** óâåëè÷èâàåò îáúåì äîõîäîâ ãîñóäàðñòâà, à ïîòîìó óëó÷øàåò ôèíàíñîâîå ïîëîæåíèå áþäæåòíîé ñôåðû è ÷àñòè íàñåëåíèÿ, íî îäíîâðåìåííî óõóäøàåò ôèíàíñîâîå ïîëîæåíèÿ îòå÷åñòâåííûõ òîâàðîïðîèçâîäèòåëåé.

Ñëåäóþùèé øàã – ñîñòàâëåíèå ñõåì âçàèìîäåéñòâèÿ ôàêòîðîâ â ðàññìàòðèâàåìûõ ìîäåëÿõ. Íà îñíîâå îïðîñà ýêñïåðòîâ ïîëó÷åíû ñõåìû, ïðåäñòàâëåííûå íà ðèñ.1 è ðèñ.2.

Ðèñ.2. Ìîäåëü

ÍÔË-19

Ìàòðèöû êîýôôèöèåíòîâ âçàèìíîãî âëèÿíèÿ ôàêòîðîâ â ìîäåëÿõ ÍÔË-18 è ÍÔË-19. Ñòåïåíü ñëèÿíèÿ ôàêòîðîâ äðóã íà äðóãà ìîæíî îöåíèòü ñ ïîìîùüþ ýëåìåíòîâ ìàòðèöû âëèÿíèÿ. Ïåðå÷èñëèì ýòè ýëåìåíòû â ñîîòâåòñòâèè ñî ñõåìîé âëèÿíèÿ ôàêòîðîâ. Ñëåâà óêàçàí âëèÿþùèé ôàêòîð, ñïðàâà - ôàêòîð, íà êîòîðûé îêàçûâàåòñÿ âëèÿíèå. Êîíêðåòíûå çíà÷åíèÿ ïîëó÷åíû ñ ïîìîùüþ ýêñïåðòîâ.

Ìîäåëü ÍÔË-18

2-11. Ïðèðîñò ÂÂÏ îêàçûâàåò çíà÷èòåëüíîå ïîëîæèòåëüíîå âëèÿíèå íà ïðèðîñò îáúåìà (íà÷èñëåííûõ) âûïëàò èç ÔÎÒ, îöåíèâàåìîå âåëè÷èíîé 0.7.

3-1. Óâåëè÷åíèå ðîëè ãîñóäàðñòâà â ýêîíîìèêå óìåðåííî óâåëè÷èâàåò íàëîãîîáëàãàåìóþ áàçó ïîäîõîäíîãî íàëîãà, â ÷àñòíîñòè, ñ ïîìîùüþ çàêîíîäàòåëüíûõ ìåð (óñòàíîâëåíèåì ëüãîò è äð.), êîýôôèöèåíò âëèÿíèÿ ïðèíèìàåì ðàâíûì 0.3.

3-4. Óâåëè÷åíèå ðîëè ãîñóäàðñòâà â ýêîíîìèêå â çíà÷èòåëüíîé ìåðå ïðîÿâëÿåòñÿ â óâåëè÷åíèè ãîñóäàðñòâåííûõ çàêàçîâ, âëèÿíèå îöåíèâàåì ÷èñëîì 0,7.

3-7. Óâåëè÷åíèå ðîëè ãîñóäàðñòâà â ýêîíîìèêå î÷åíü ñèëüíî ïðîÿâëÿåòñÿ â ðîñòå óðîâíÿ ðàáîòû ãîñóäàðñòâåííîé íàëîãîâîé ñëóæáû (ÃÍÑ), ñòåïåíü ñâÿçè îöåíèâàåì êàê 0,9.

3-8. Óâåëè÷åíèå ðîëè ãîñóäàðñòâà â ýêîíîìèêå îçíà÷àåò è çíà÷èòåëüíîå ïîâûøåíèå êà÷åñòâà ðàáîòû áàíêîâñêîé ñèñòåìû, ÷òî îáåñïå÷èâàåòñÿ ðàáîòîé çàêîíîäàòåëüíûõ è èñïîëíèòåëüíûõ ãîñóäàðñòâåííûõ îðãàíîâ, ïðåæäå âñåãî Öåíòðàëüíîãî áàíêà è ÌÂÄ. Ñòåïåíü âëèÿíèÿ îöåíèâàåòñÿ ÷èñëîì 0.7.

3-9. Óâåëè÷åíèå ðîëè ãîñóäàðñòâà â ýêîíîìèêå ïðèâîäèò ê ñóùåñòâåííîìó âîçðàñòàíèþ äîâåðèÿ íàñåëåíèÿ ê ãîñóäàðñòâåííîé âëàñòè, à ïîòîìó è ãîòîâíîñòè ïëàòèòü íàëîãè. Âîçðàñòàåò ïîääåðæêà ãîñóäàðñòâåííîé âëàñòè íàðîäîì, ñïëî÷åíèå âîêðóã íåå. Êîýôôèöèåíò âëèÿíèÿ ïðèíèìàåì ðàâíûì 0,6.

3-18. Óâåëè÷åíèå ðîëè ãîñóäàðñòâà â ýêîíîìèêå ïðèâîäèò ê çíà÷èòåëüíîìó óìåíüøåíèþ êðèìèíàëüíîãî ìèðà è òåíåâîé ýêîíîìèêè, êàê çà ñ÷åò íåïîñðåäñòâåííîé áîðüáû ãîñóäàðñòâà ñ íèìè, òàê è çà ñ÷åò "ïîâîðîòà" íàðîäíûõ ìàññ îò "ìàôèè" ê ãîñóäàðñòâó. Ñòåïåíü âëèÿíèÿ îöåíèâàåòñÿ ÷èñëîì (-0.7).

4-2. Ðîñò ãîñóäàðñòâåííûõ çàêàçîâ, î÷åâèäíî, ïðèâîäèò ê çíà÷èòåëüíîìó ïðèðîñòó ÂÂÏ, è ñòåïåíü âëèÿíèÿ îöåíèâàåòñÿ êàê 0,7.

4-13. Ðîñò ãîñóäàðñòâåííûõ çàêàçîâ âåäåò ê ñóùåñòâåííîìó ðîñòó óðîâíÿ çàíÿòîñòè. Êîýôôèöèåíò âëèÿíèÿ ïðèíèìàåì ðàâíûì 0,5.

5-6. Ðîñò êðåäèòîâàíèÿ îòå÷åñòâåííûõ òîâàðîïðîèçâîäèòåëåé âåäåò ê çíà÷èòåëüíîìó óâåëè÷åíèþ âûïóñêà êîíêóðåíòîñïîñîáíîé è ïîëüçóþùåéñÿ ñïðîñîì îòå÷åñòâåííîé ïðîäóêöèè. Ñòåïåíü âëèÿíèÿ îöåíèâàåòñÿ ÷èñëîì 0.7.

6-2. Ïîâûøåíèå ñïðîñà íà îòå÷åñòâåííóþ ïðîäóêöèþ âåäåò, åñòåñòâåííî, ê î÷åíü ñèëüíîìó ðîñòó ÂÂÏ ñ êîýôôèöèåíòîì âëèÿíèÿ 0,9.

7-9. Ðîñò êà÷åñòâà ðàáîòû ãîñóäàðñòâåííîé íàëîãîâîé ñëóæáû (ÃÍÑ) âûçûâàåò ñóùåñòâåííûé ðîñò äîâåðèÿ íàñåëåíèÿ ê ãîñóäàðñòâó è ãîòîâíîñòè ïëàòèòü íàëîãè. Êîýôôèöèåíò âëèÿíèÿ ïðèíèìàåì ðàâíûì 0,5.

7-17. Ðîñò êà÷åñòâà ðàáîòû ãîñóäàðñòâåííîé íàëîãîâîé ñëóæáû (ÃÍÑ) çíà÷èòåëüíî óìåíüøàåò ñîêðûòèå äîõîäîâ è óêëîíåíèå îò óïëàòû íàëîãîâ. Ñòåïåíü âëèÿíèÿ îöåíèâàåì ÷èñëîì (-0.7).

8-14. Ðîñò êà÷åñòâà ðàáîòû áàíêîâñêîé ñèñòåìû ñ ïîìîùüþ ðàçëè÷íûõ ôèíàíñîâûõ èíñòðóìåíòîâ ïîçâîëÿåò ñóùåñòâåííî ñîêðàòèòü èíôëÿöèþ. Êîýôôèöèåíò âëèÿíèÿ ïðèíèìàåì ðàâíûì (-0,5).

8-15. Ðîñò êà÷åñòâà ðàáîòû áàíêîâñêîé ñèñòåìû ïîçâîëÿåò ñóùåñòâåííî ñîêðàòèòü íåïëàòåæè, â ÷àñòíîñòè, ñ ïîìîùüþ ñèñòåìû âçàèìîçà÷åòîâ è çà ñ÷åò óñêîðåíèÿ è öåëåâîãî èñïîëüçîâàíèÿ âûäåëåííûõ ôåäåðàëüíûì öåíòðîì ñðåäñòâ. Êîýôôèöèåíò âëèÿíèÿ ïðèíèìàåì ðàâíûì (-0,5).

9-17. Ðîñò äîâåðèÿ ê ãîñóäàðñòâåííîé âëàñòè è ãîòîâíîñòè ïëàòèòü íàëîãè âåäåò ê ñóùåñòâåííîìó ñîêðàùåíèþ ñîêðûòèÿ äîõîäîâ è óêëîíåíèÿ îò óïëàòû íàëîãîâ ñ êîýôôèöèåíòîì âëèÿíèÿ (-0,5).

10-1. Ðîñò óðîâíÿ æèçíè íàñåëåíèÿ ïðèâîäèò ê ñóùåñòâåííîìó ðàñøèðåíèþ íàëîãîîáëàãàåìîé áàçû ïîäîõîäíîãî íàëîãà, êàê èç-çà îáùåãî ïîâûøåíèÿ äåíåæíûõ äîõîäîâ íàñåëåíèÿ, ïîäëåæàùèõ íàëîãîîáëîæåíèþ, òàê è çà ñ÷åò ñîêðàùåíèÿ ëüãîò äëÿ ìàëîîáåñïå÷åííûõ ãðàæäàí, äîëÿ êîòîðûõ óìåíüøàåòñÿ ïðè îáùåì ðîñòå óðîâíÿ æèçíè. Ñòåïåíü âëèÿíèÿ îöåíèâàåì ÷èñëîì 0.6.

10-12. Ðîñò óðîâíÿ æèçíè íàñåëåíèÿ ïðè ïðî÷èõ ðàâíûõ óñëîâèÿõ âåäåò ê ñóùåñòâåííîìó óâåëè÷åíèþ ñáåðåæåíèé (íàêîïëåíèé) ãðàæäàí, íàõîäÿùèõñÿ â áàíêàõ, ñ êîýôôèöèåíòîì âëèÿíèÿ 0.6.

11-1. Ïðèðîñò îáúåìà (íà÷èñëåííûõ) âûïëàò èç ÔÎÒ âåäåò ê î÷åíü ñèëüíîìó ïðèðîñòó íàëîãîîáëàãàåìîé áàçû ïîäîõîäíîãî íàëîãà (îäíàêî îäíîçíà÷íîé ñâÿçè íåò èç-çà íåïëàòåæåé è ëüãîò) ñ êîýôôèöèåíòîì âëèÿíèÿ 0.9.

11-10. Ïðèðîñò îáúåìà (íà÷èñëåííûõ) âûïëàò èç ÔÎÒ ê çíà÷èòåëüíîìó ðîñòó óðîâíÿ æèçíè íàñåëåíèÿ (îäíàêî ïîëíîãî ñîîòâåòñòâèÿ íåò èç-çà íåïëàòåæåé, äîõîäîâ âíå ÃÍÑ, òðàíñôåðòîâ è ëüãîò). Ñòåïåíü âëèÿíèÿ îöåíèâàåì ÷èñëîì 0.7.

12-5. Ðîñò ñáåðåæåíèé (íàêîïëåíèé) íàñåëåíèÿ, íàõîäÿùèõñÿ â áàíêàõ, äàåò âîçìîæíîñòü ñóùåñòâåííîãî ðîñòà êðåäèòîâàíèÿ îòå÷åñòâåííûõ òîâàðîïðîèçâîäèòåëåé, ñ êîýôôèöèåíòîì âëèÿíèÿ 0.6.

13-2. Ïðèðîñò óðîâíÿ çàíÿòîñòè, ò.å. ñîêðàùåíèå áåçðàáîòèöû, âåäåò ê óìåðåííîìó âîçðàñòàíèþ ÂÂÏ ñ êîýôôèöèåíòîì âëèÿíèÿ 0.4.

13-16. Ïðèðîñò óðîâíÿ çàíÿòîñòè, ò.å. ñîêðàùåíèå áåçðàáîòèöû, âåäåò ê óìåðåííîìó ñîêðàùåíèþ äîõîäîâ, îñòàþùèõñÿ âíå ñôåðû âëèÿíèÿ ÃÍÑ, â ÷àñòíîñòè, äîõîäîâ îò ëè÷íîãî íàòóðàëüíîãî õîçÿéñòâà è äîõîäîâ îò ëè÷íûõ óñëóã ìåæäó äîìîõîçÿéñòâàìè. Ñòåïåíü âëèÿíèÿ îöåíèâàåì ÷èñëîì (-0.4).

14-10. Èíôëÿöèÿ çíà÷èòåëüíî ñíèæàåò óðîâåíü æèçíè íàñåëåíèÿ, òîëêàåò åãî â ñòîðîíó ñîêðûòèÿ äîõîäîâ, óêëîíåíèÿ îò óïëàòû íàëîãîâ, ïîëó÷åíèÿ äîõîäîâ ñïîñîáàìè, îñòàþùèìèñÿ âíå âëèÿíèÿ ÃÍÑ. Ñòåïåíü âëèÿíèÿ îöåíèâàåì ÷èñëîì (-0.7).

15-1. Ïðèðîñò íåïëàòåæåé ñóùåñòâåííî ñîêðàùàåò íàëîãîîáëàãàåìóþ áàçó ïîäîõîäíîãî íàëîãà ñ êîýôôèöèåíòîì âëèÿíèÿ (-0.5).

15-10. Ïðèðîñò íåïëàòåæåé ñóùåñòâåííî ñíèæàåò óðîâåíü æèçíè íàñåëåíèÿ. Ñòåïåíü âëèÿíèÿ îöåíèâàåòñÿ ÷èñëîì (-0.6).

15-17. Ïðèðîñò íåïëàòåæåé ïðèâîäèò ê óìåðåííîìó ðîñòó ñîêðûòèÿ äîõîäîâ è óêëîíåíèÿ îò óïëàòû íàëîãîâ ñ êîýôôèöèåíòîì âëèÿíèÿ 0.4.

16-10. Ïðèðîñò äîõîäîâ, îñòàþùèõñÿ âíå ñôåðû âíèìàíèÿ ÃÍÑ, ïðèâîäèò ê óìåðåííîìó ðîñòó óðîâíÿ æèçíè íàñåëåíèÿ ñ êîýôôèöèåíòîâ âëèÿíèÿ 0,3

16-17. Ïðèðîñò äîõîäîâ, îñòàþùèõñÿ âíå ñôåðû âíèìàíèÿ ÃÍÑ, âëå÷åò çíà÷èòåëüíûé ðîñò ñîêðûòèÿ äîõîäîâ è óêëîíåíèÿ îò óïëàòû íàëîãîâ ñ êîýôôèöèåíòîì âëèÿíèÿ 0.7.

17-1. Ïðèðîñò ñîêðûòèÿ äîõîäîâ è óêëîíåíèÿ îò óïëàòû íàëîãîâ çíà÷èòåëüíî ñíèæàåò íàëîãîîáëàãàåìóþ áàçó ïîäîõîäíîãî íàëîãà ñ êîýôôèöèåíòîì âëèÿíèÿ (-0,7).

18-17. Ðîñò êðèìèíàëüíîãî ìèðà è òåíåâîé ýêîíîìèêè î÷åíü ñèëüíî âëèÿåò íà ïðèðîñò ñîêðûòèÿ äîõîäîâ è óêëîíåíèÿ îò óïëàòû íàëîãîâ ñ êîýôôèöèåíòîì âëèÿíèÿ 0.9.

Ìîäåëü ÍÔË-19

2-21. Ïðèðîñò ÂÂÏ âëå÷åò óëó÷øåíèå ôèíàíñîâîãî ïîëîæåíèÿ ãîñóäàðñòâà, óâåëè÷åíèå îáúåìà áþäæåòà, à ïîòîìó ñóùåñòâåííî óëó÷øàåò ôèíàíñîâîå ïîëîæåíèå áþäæåòíîé ñôåðû ñ êîýôôèöèåíòîì 0,6

5-20. Ðîñò êðåäèòîâàíèÿ îòå÷åñòâåííûõ òîâàðîïðîèçâîäèòåëåé âåäåò ê çíà÷èòåëüíîìó óâåëè÷åíèþ âûïóñêà êîíêóðåíòîñïîñîáíîé è ïîëüçóþùåéñÿ ñïðîñîì îòå÷åñòâåííîé ïðîäóêöèè, ê. çíà÷èòåëüíîìó óëó÷øåíèþ ôèíàíñîâîãî ïîëîæåíèÿ ïðåäïðèÿòèé. Ñòåïåíü âëèÿíèÿ îöåíèâàåòñÿ ÷èñëîì 0.7.

7-17. Ðîñò êà÷åñòâà ðàáîòû ãîñóäàðñòâåííîé íàëîãîâîé ñëóæáû (ÃÍÑ) çíà÷èòåëüíî óìåíüøàåò ñîêðûòèå äîõîäîâ è óêëîíåíèå îò óïëàòû íàëîãîâ. Ñòåïåíü âëèÿíèÿ îöåíèâàåì ÷èñëîì (-0.7).

10-12. Ðîñò óðîâíÿ æèçíè íàñåëåíèÿ ïðè ïðî÷èõ ðàâíûõ óñëîâèÿõ âåäåò ê ñóùåñòâåííîìó óâåëè÷åíèþ ñáåðåæåíèé (íàêîïëåíèé) ãðàæäàí, íàõîäÿùèõñÿ â áàíêàõ, ñ êîýôôèöèåíòîì âëèÿíèÿ 0.6.

11-1. Ïðèðîñò îáúåìà (íà÷èñëåííûõ) âûïëàò èç ÔÎÒ âåäåò ê î÷åíü ñèëüíîìó ïðèðîñòó íàëîãîîáëàãàåìîé áàçû ïîäîõîäíîãî íàëîãà (îäíàêî îäíîçíà÷íîé ñâÿçè íåò èç-çà íåïëàòåæåé è ëüãîò) ñ êîýôôèöèåíòîì âëèÿíèÿ 0.9.

11-10. Ïðèðîñò îáúåìà (íà÷èñëåííûõ) âûïëàò èç ÔÎÒ ê çíà÷èòåëüíîìó ðîñòó óðîâíÿ æèçíè íàñåëåíèÿ (îäíàêî ïîëíîãî ñîîòâåòñòâèÿ íåò èç-çà íåïëàòåæåé, äîõîäîâ âíå ÃÍÑ, òðàíñôåðòîâ è ëüãîò). Ñòåïåíü âëèÿíèÿ îöåíèâàåì ÷èñëîì 0.7.

12-5. Ðîñò ñáåðåæåíèé (íàêîïëåíèé) íàñåëåíèÿ, íàõîäÿùèõñÿ â áàíêàõ, äàåò âîçìîæíîñòü ñóùåñòâåííîãî ðîñòà êðåäèòîâàíèÿ îòå÷åñòâåííûõ òîâàðîïðîèçâîäèòåëåé, ñ êîýôôèöèåíòîì âëèÿíèÿ 0.6.

13-16. Ïðèðîñò óðîâíÿ çàíÿòîñòè, ò.å. ñîêðàùåíèå áåçðàáîòèöû, âåäåò ê óìåðåííîìó ñîêðàùåíèþ äîõîäîâ, îñòàþùèõñÿ âíå ñôåðû âëèÿíèÿ ÃÍÑ, â ÷àñòíîñòè, äîõîäîâ îò ëè÷íîãî íàòóðàëüíîãî õîçÿéñòâà è äîõîäîâ îò ëè÷íûõ óñëóã ìåæäó äîìîõîçÿéñòâàìè. Ñòåïåíü âëèÿíèÿ îöåíèâàåì ÷èñëîì (-0.4).

14-5. Èíôëÿöèÿ ñóùåñòâåííî ñíèæàåò îáúåì êðåäèòîâàíèÿ îòå÷åñòâåííûõ òîâàðîïðîèçâîäèòåëåé, ïîñêîëüêó çàñòàâëÿåò áàíêè ñîêðàùàòü ñðîêè êðåäèòîâàíèÿ è íàïðàâëÿåò êðåäèòíûå ïîòîêè â ñòîðîíó òîðãîâûõ ïðåäïðèÿòèé. Ñòåïåíü âëèÿíèÿ îöåíèâàåì ÷èñëîì (-0.6).

14-10. Èíôëÿöèÿ çíà÷èòåëüíî ñíèæàåò óðîâåíü æèçíè íàñåëåíèÿ, òîëêàåò åãî â ñòîðîíó ñîêðûòèÿ äîõîäîâ, óêëîíåíèÿ îò óïëàòû íàëîãîâ, ïîëó÷åíèÿ äîõîäîâ ñïîñîáàìè, îñòàþùèìèñÿ âíå âëèÿíèÿ ÃÍÑ. Ñòåïåíü âëèÿíèÿ îöåíèâàåì ÷èñëîì (-0.7).

16-10. Ïðèðîñò äîõîäîâ, îñòàþùèõñÿ âíå ñôåðû âíèìàíèÿ ÃÍÑ, ïðèâîäèò ê çíà÷èòåëüíîìó ðîñòó óðîâíÿ æèçíè íàñåëåíèÿ ñ êîýôôèöèåíòîâ âëèÿíèÿ 0,7

17-1. Ïðèðîñò ñîêðûòèÿ äîõîäîâ è óêëîíåíèÿ îò óïëàòû íàëîãîâ çíà÷èòåëüíî ñíèæàåò íàëîãîîáëàãàåìóþ áàçó ïîäîõîäíîãî íàëîãà ñ êîýôôèöèåíòîì âëèÿíèÿ (-0,7).

18-17. Ðîñò êðèìèíàëüíîãî ìèðà è òåíåâîé ýêîíîìèêè î÷åíü ñèëüíî âëèÿåò íà ïðèðîñò ñîêðûòèÿ äîõîäîâ è óêëîíåíèÿ îò óïëàòû íàëîãîâ ñ êîýôôèöèåíòîì âëèÿíèÿ 0.9

19-1. Óñèëåíèå áîðüáû ãîñóäàðñòâà ñ êðèìèíàëîì â ýêîíîìèêå, â òîì ÷èñëå â âèäå çàêîíîòâîð÷åñòâà, óìåðåííî óâåëè÷èâàåò ÂÂÏ, ïåðåâîäÿ ÷àñòü "òåíåâîé" ýêîíîìèêè â äîñòóïíóþ ó÷åòó îáëàñòü è çàùèùàÿ îôèöèàëüíî ïðèçíàííóþ ïðåäïðèíèìàòåëüñêóþ äåÿòåëüíîñòü (êîýôôèöèåíò 0,3).

19-7. Óñèëåíèå áîðüáû ãîñóäàðñòâà ñ êðèìèíàëîì â ýêîíîìèêå î÷åíü ñèëüíî ïðîÿâëÿåòñÿ â ðîñòå óðîâíÿ ðàáîòû ãîñóäàðñòâåííîé íàëîãîâîé ñëóæáû (ÃÍÑ), ñòåïåíü ñâÿçè îöåíèâàåì êàê 0,9.

19-18. Óñèëåíèå áîðüáû ãîñóäàðñòâà ñ êðèìèíàëîì â ýêîíîìèêå ïðèâîäèò ê çíà÷èòåëüíîìó óìåíüøåíèþ êðèìèíàëüíîãî ìèðà è òåíåâîé ýêîíîìèêè, êàê çà ñ÷åò íåïîñðåäñòâåííîé áîðüáû ãîñóäàðñòâà ñ íèìè, òàê è çà ñ÷åò "ïîâîðîòà" íàðîäíûõ ìàññ îò "ìàôèè" ê ãîñóäàðñòâó. Ñòåïåíü âëèÿíèÿ îöåíèâàåòñÿ ÷èñëîì (-0,7).

20-2. Óëó÷øåíèå ôèíàíñîâîãî ïîëîæåíèÿ ïðåäïðèÿòèé ïðèâîäèò ê çíà÷èòåëüíîìó âîçðàñòàíèþ ÂÂÏ â ðåçóëüòàòå ëèêâèäàöèè íåïëàòåæåé, ðîñòà êàïèòàëîâëîæåíèé (èíâåñòèöèé), ÷òî âåäåò ê ðîñòó ïðîèçâîäñòâà òîâàðîâ è óñëóã (êîýôôèöèåíò 0,7).

20-11. Óëó÷øåíèå ôèíàíñîâîãî ïîëîæåíèÿ ïðåäïðèÿòèé ïðèâîäèò ê çíà÷èòåëüíîìó âîçðàñòàíèþ îáúåìà âûïëàò èç ÔÎÒ (êîýôôèöèåíò 0,8).

20-13. Óëó÷øåíèå ôèíàíñîâîãî ïîëîæåíèÿ ïðåäïðèÿòèé ïðèâîäèò ê ñóùåñòâåííîìó âîçðàñòàíèþ çàíÿòîñòè. Ñòåïåíü âëèÿíèÿ îöåíèâàåòñÿ ÷èñëîì 0,5.

20-21. Óëó÷øåíèå ôèíàíñîâîãî ïîëîæåíèÿ ïðåäïðèÿòèé ïðèâîäèò ê óìåðåííîìó óëó÷øåíèþ ôèíàíñîâîãî ïîëîæåíèÿ áþäæåòíîé ñôåðû, â îñíîâíîì çà ñ÷åò óâåëè÷åíèÿ ñáîðà íàëîãîâ è ðàñøèðåíèÿ çàêàçîâ ïðåäïðèÿòèé îðãàíèçàöèÿìè áþäæåòíîé ñôåðû (êîýôôèöèåíò 0,3).

21-11. Óëó÷øåíèå ôèíàíñîâîãî ïîëîæåíèÿ áþäæåòíîé ñôåðû ïðèâîäèò ê çíà÷èòåëüíîìó âîçðàñòàíèþ îáúåìà âûïëàò èç ÔÎÒ (êîýôôèöèåíò 0,8).

21-13. Óëó÷øåíèå ôèíàíñîâîãî ïîëîæåíèÿ áþäæåòíîé ñôåðû ïðèâîäèò ê ñóùåñòâåííîìó âîçðàñòàíèþ çàíÿòîñòè. Ñòåïåíü âëèÿíèÿ îöåíèâàåòñÿ ÷èñëîì 0,5.

22-5. Óëó÷øåíèå âíåøíåýêîíîìè÷åñêîé ñèòóàöèè äàåò âîçìîæíîñòü óìåðåííîãî âîçðàñòàíèÿ êðåäèòîâàíèÿ îòå÷åñòâåííûõ òîâàðîïðîèçâîäèòåëåé, êàê çà ñ÷åò âûðó÷êè ýêñïîðòåðîâ, òàê è ïóòåì ïðÿìûõ èíîñòðàííûõ èíâåñòèöèé (êîýôôèöèåíò 0,3).

22-20. Óëó÷øåíèå âíåøíåýêîíîìè÷åñêîé ñèòóàöèè ïðèâîäèò ê óìåðåííîìó óëó÷øåíèþ ôèíàíñîâîãî ïîëîæåíèÿ ïðåäïðèÿòèé, â îñíîâíîì çà ñ÷åò ïðîäàæè ïðîäóêöèè íà ýêñïîðò (êîýôôèöèåíò 0,4).

23-14. Ðîñò êóðñà äîëëàðà ÑØÀ ïðèâîäèò ê ñóùåñòâåííîìó ðîñòó öåí (èíôëÿöèè). Ñòåïåíü âëèÿíèÿ îöåíèâàåòñÿ ÷èñëîì 0,5.

23-20. Ðîñò êóðñà äîëëàðà ÑØÀ ñóùåñòâåííî óëó÷øàåò ôèíàíñîâîå ïîëîæåíèå ïðåäïðèÿòèé, óâåëè÷èâàÿ èõ äîëþ îòå÷åñòâåííîãî ðûíêà è îáëåã÷àÿ (ïóòåì ñíèæåíèÿ èçäåðæåê) âûõîä íà çàðóáåæíûå ðûíêè. Ñòåïåíü âëèÿíèÿ îöåíèâàåòñÿ ÷èñëîì 0,5.

24-10. Ïîâûøåíèå òàìîæåííûõ ñáîðîâ íà èìïîðòíóþ ïðîäóêöèþ ïðèâîäèò ê ñóùåñòâåííîé èíôëÿöèè (êîýôôèöèåíò 0,5).

24-14. Ïîâûøåíèå òàìîæåííûõ ñáîðîâ íà èìïîðòíóþ ïðîäóêöèþ ïðèâîäèò ê ïîâûøåíèþ åå öåíû, à ïîòîìó ê ñóùåñòâåííîìó ñíèæåíèþ óðîâíÿ æèçíè íàñåëåíèÿ (êîýôôèöèåíò 0,5).

24-20. Ïîâûøåíèå òàìîæåííûõ ñáîðîâ íà èìïîðòíóþ ïðîäóêöèþ ñóùåñòâåííî óëó÷øàåò ôèíàíñîâîå ïîëîæåíèå ïðåäïðèÿòèé, èçáàâëÿÿ èõ îò èíîñòðàííûõ êîíêóðåíòîâ âíóòðè ñòðàíû (êîýôôèöèåíò 0,5).

24-21. Ïîâûøåíèå òàìîæåííûõ ñáîðîâ íà èìïîðòíóþ ïðîäóêöèþ çíà÷èòåëüíî óëó÷øàåò ôèíàíñîâîå ïîëîæåíèå áþäæåòíîé ñôåðû çà ñ÷åò ñáîðîâ, ïîñòóïàþùèõ â áþäæåò ãîñóäàðñòâà. Ñòåïåíü âëèÿíèÿ îöåíèâàåòñÿ êàê 0,8.

25-20. Ïîâûøåíèå òàìîæåííûõ ñáîðîâ íà ýêñïîðòíóþ ïðîäóêöèþ ïðèâîäèò ê óìåðåííîìó óõóäøåíèþ ôèíàíñîâîãî ïîëîæåíèÿ ïðåäïðèÿòèé çà ñ÷åò ôàêòè÷åñêîãî èçúÿòèÿ â áþäæåò ÷àñòè ñðåäñòâ çà ïðîäàííóþ èìè ïðîäóêöèþ. Ñòåïåíü âëèÿíèÿ îöåíèâàåòñÿ ÷èñëîì (-0,3).

25-21. Ïîâûøåíèå òàìîæåííûõ ñáîðîâ íà ýêñïîðòíóþ ïðîäóêöèþ çíà÷èòåëüíî óëó÷øàåò ôèíàíñîâîå ïîëîæåíèå áþäæåòíîé ñôåðû çà ñ÷åò ñáîðîâ, ïîñòóïàþùèõ â áþäæåò ãîñóäàðñòâà. Ñòåïåíü âëèÿíèÿ îöåíèâàåòñÿ êàê 0,8.

Îñíîâíûå ðåçóëüòàòû ìîäåëèðîâàíèÿ. Áûëè ðàññìîòðåíû ñöåíàðèè ïðîãíîçà (Ïàññ-1), àêòèâíîãî âîçäåéñòâèÿ (Àêò-1), îïòèìàëüíîãî óïðàâëåíèÿ (Öåëü-1 è Öåëü-2). Ñöåíàðèé Öåëü-1 ñîñòîÿë â íàõîæäåíèè óïðàâëåíèÿ, îáåñïå÷èâàþùåãî çíà÷èòåëüíîå óâåëè÷åíèå íàëîãîîáëàãàåìîé áàçû (íå ìåíåå ÷åì äî 0,7), à ñöåíàðèé Öåëü-2 íàöåëåí íà ðåøåíèå äâóõêðèòåðèàëüíîé çàäà÷è – îáåñïå÷èòü ñóùåñòâåííûé (íå ìåíåå 0,5) ïðèðîñò íàëîãîîáëàãàåìîé áàçû ïðè óìåðåííîì (íå ìåíåå 0,3) ïðèðîñòå óðîâíÿ æèçíè. Îñíîâíûå ðåçóëüòàòû ìîäåëèðîâàíèÿ ïðèâåäåíû â òàáë. 1 è 2.

Òàáëèöà 1.

Ñâîäíàÿ òàáëèöà äëÿ ÍÔË-18

Íàáëþäàåìûå ôàêòîðû	Íà÷àëüíîå ñîñòîÿíèå	Ïàññ-1	Àêò-1	Öåëü-1	Öåëü-2
Ïðèðîñò íàëîãîîáëàãàåìîé áàçû ïîäîõîäíîãî íàëîãà	0	- 0.76	1.71	2.45	2.45
Ïðèðîñò ÂÂÏ	0.1	- 0.2	0.71	1.62	1.62
Ðîñò äîâåðèÿ íàñåëåíèÿ ê ãîñóäàðñòâåííîé âëàñòè	- 0.5	- 0.34	0.58	0.21	0.21
Ðîñò óðîâíÿ æèçíè íàñåëåíèÿ	- 0.5	- 0.5	0.12	0.75	0.75
Ïðèðîñò óðîâíÿ çàíÿòîñòè	- 0.3	- 0.41	0.01	0.43	0.43
Èíôëÿöèÿ	0.3	0.51	0.34	0.16	0.16
Ñóììàðíàÿ îöåíêà	- 0.14	- 0.33	0.48	0.67	0.67

Òàáëèöà 2.

Ñâîäíàÿ òàáëèöà äëÿ ÍÔË-19

Íàáëþäàåìûå ôàêòîðû	Íà÷àëüíîå ñîñòîÿíèå	Ïàññ-1	Àêò-1	Öåëü-1	Öåëü-2
Ïðèðîñò íàëîãîîáëàãàåìîé áàçû ïîäîõîäíîãî íàëîãà	0	- 2.56	- 1.4	- 0.06	- 2.43
Ïðèðîñò ÂÂÏ	0.1	- 0.91	- 0.72	-0.82	- 0.82
Ðîñò óðîâíÿ æèçíè íàñåëåíèÿ	- 0.5	- 1.93	- 1.81	- 1.52	- 1.52
Ïðèðîñò óðîâíÿ çàíÿòîñòè	- 0.3	- 1.6	- 1.21	- 0.69	- 0.69
Èíôëÿöèÿ	0.3	0.6	0.9	1.1	1.1
Ñóììàðíàÿ îöåíêà	- 0.2	- 0.92	- 0.58	- 0.27	- 0.97

Îñíîâíûå ðåçóëüòàòû ñâåäåíû â ñâîäíûå òàáëèöû äëÿ ÍÔË-18 è ÍÔË-19 (ñì. íèæå), â êîòîðûõ äëÿ íàáëþäàåìûõ (ò.å. îñíîâíûõ) ôàêòîðîâ óêàçàíû íà÷àëüíûå ñîñòîÿíèÿ è ïðèâåäåíû èòîãîâûå çíà÷åíèÿ äëÿ êàæäîãî èç ÷åòûðåõ ñöåíàðèåâ. Àíàëîãè÷íûå ñâåäåíèÿ äàíû äëÿ ñóììàðíîé îöåíêè ýêîíîìè÷åñêîãî ñîñòîÿíèÿ.

Ðàññìîòðèì ñíà÷àëà ìîäåëü ÍÔË-18, êîòîðàÿ ïðåäïîëàãàåò àêòèâíîå ó÷àñòèå ãîñóäàðñòâåííûõ îðãàíîâ â ðåãóëèðîâàíèè ýêîíîìè÷åñêèõ ôàêòîðîâ. Åñòåñòâåííîå (ò.å. áåç âìåøàòåëüñòâà ñ ïîìîùüþ óïðàâëÿþùèõ ôàêòîðîâ) ðàçâèòèå ñèòóàöèè îïèñûâàåòñÿ ñöåíàðèåì Ïàññèâíûé-1. Ñèòóàöèÿ óõóäøàåòñÿ ïî âñåì ôàêòîðàì, êðîìå äîâåðèÿ íàñåëåíèÿ ê ãîñóäàðñòâåííîé âëàñòè. Íàëîãîîáëàãàåìàÿ áàçà ïîäîõîäíîãî íàëîãà çíà÷èòåëüíî óáûâàåò (îò íóëåâîãî íà÷àëüíîãî çíà÷åíèÿ ïðèõîäèì ê çíà÷åíèþ (-0.76)). Ðîñò ÂÂÏ (íà÷àëüíîå çíà÷åíèå 0.1) ìåíÿåòñÿ íà ñïàä, õîòÿ è ñëàáûé (-0.2). Óðîâåíü æèçíè íàñåëåíèÿ ïðîäîëæàåò ïàäàòü ñ òîé æå ñêîðîñòüþ (-0.5). Ïàäåíèå çàíÿòîñòè óñèëèâàåòñÿ (ñ -0.3 äî -0,41). Èíôëÿöèÿ ðàñòåò (ñ 0,3 äî 0.51). Õîòÿ ðîñò äîâåðèÿ íàñåëåíèÿ ê ãîñóäàðñòâåííîé âëàñòè íåñêîëüêî ðàñòåò (ñ

-0.5 äî -0.34), íî êîýôôèöèåíò îñòàåòñÿ îòðèöàòåëüíûì, òàê ÷òî áîëåå ïðàâèëüíî ñêàçàòü òàê, ñêîðîñòü íàðàñòàíèÿ îòðèöàòåëüíîãî îòíîøåíèÿ íàñåëåíèÿ ê ãîñóäàðñòâåííîé âëàñòè íåñêîëüêî ñíèçèëàñü. Âïîëíå åñòåñòâåííî, ÷òî óìåíüøèëàñü è èçíà÷àëüíî îòðèöàòåëüíàÿ ñóììàðíàÿ îöåíêà ýêîíîìè÷åñêîé ñèòóàöèè - ñ (-0.14) äî (-0.33). Îáùèé âûâîä òàêîâ: åñëè íè÷åãî íå äåëàòü, òî îò ïëîõîé èñõîäíîé ñèòóàöèè ñòðàíà ïðèäåò ê ãîðàçäî õóäøåé.

Íåîáõîäèìû àêòèâíûå äåéñòâèÿ. Âîçìîæíîñòü ðåçêî èçìåíèòü ñèòóàöèþ ê ëó÷øåìó äåìîíñòðèðóåò ñöåíàðèé "Àêòèâíûé-1". Â ðåçóëüòàòå ïðåäëîæåííûõ ñïåöèàëèñòàìè óïðàâëÿþùèõ âîçäåéñòâèé óäàåòñÿ ñóùåñòâåííî óëó÷øèòü ïî÷òè âñå ýêîíîìè÷åñêèå ïîêàçàòåëè. Íàëîãîîáëàãàåìàÿ áàçà ïîäîõîäíîãî íàëîãà î÷åíü ñèëüíî ðàñòåò(îò íóëåâîãî íà÷àëüíîãî çíà÷åíèÿ ïðèõîäèì ê çíà÷åíèþ 1.71)). Âàëîâîé âíóòðåííèé ïðîäóêò çíà÷èòåëüíî âîçðàñòàåò (îò íà÷àëüíîãî çíà÷åíèÿ 0.1 äî 0.71). Ïàäåíèå äîâåðèÿ íàñåëåíèÿ ê ãîñóäàðñòâåííîé âëàñòè (êîýôôèöèåíò -0.5) ñìåíÿåòñÿ çàìåòíûì ðîñòîì (êîýôôèöèåíò 0.58, ò.å. â öåëîì êîýôôèöèåíò óâåëè÷èëñÿ íà 1.08). Ïàäåíèå óðîâíÿ æèçíè íàñåëåíèÿ (êîýôôèöèåíò -0.5) ñìåíèëîñü ñëàáûì ðîñòîì (êîýôôèöèåíò 0.12). Ïàäåíèå çàíÿòîñòè (êîýôôèöèåíò -0.3) ïðåêðàòèëîñü (êîýôôèöèåíò 0.01). Åäèíñòâåííûé ïîêàçàòåëü, ïî êîòîðîìó ñèòóàöèÿ íåñêîëüêî óõóäøèëàñü - ýòî èíôëÿöèÿ (ðîñò ñ 0.3 äî 0.34), îäíàêî ýòî óõóäøåíèå âåñüìà íåçíà÷èòåëüíî ïî ñðàâíåíèþ ñ âïå÷àòëÿþùèì ðîñòîì ïî äðóãèì ïîêàçàòåëÿì. Âïîëíå åñòåñòâåííî, ÷òî ðåçêî âûðîñëà è èçíà÷àëüíî îòðèöàòåëüíàÿ ñóììàðíàÿ îöåíêà ýêîíîìè÷åñêîé ñèòóàöèè - ñ (-0.14) äî 0.48. Èòàê, ñöåíàðèé "Àêòèâíûé-1" äåìîíñòðèðóåò áîëüøèå âîçìîæíîñòè óëó÷øåíèÿ ýêîíîìè÷åñêîé ñèòóàöèè âîîáùå è íàëîãîâîé ñèòóàöèè â ÷àñòíîñòè ñ ïîìîùüþ öåëåíàïðàâëåííûõ óïðàâëÿþùèõ âîçäåéñòâèé ãîñóäàðñòâåííûõ îðãàíîâ.

Åñëè â ñöåíàðèè "Àêòèâíûé-1" ñèñòåìà óïðàâëÿþùèõ âîçäåéñòâèé ôîðìèðîâàëàñü ñïåöèàëèñòàìè, îïòèìàëüíîñòü ýòîé ñèñòåìû îñòàâàëàñü ïîä âîïðîñîì, òî â ñöåíàðèÿõ "Öåëü-1" è "Öåëü-2" ñèñòåìà óïðàâëÿþùèõ âîçäåéñòâèé ñòðîèëàñü ñ ïîìîùüþ êîìïüþòåðíîé îïòèìèçàöèè â ñîîòâåòñòâèè ñ çàäàííûìè çíà÷åíèÿìè öåëåâûõ ôàêòîðîâ. Ïîýòîìó âïîëíå åñòåñòâåííî, ÷òî ïî öåëåâûì ôàêòîðàì â ðåçóëüòàòå îïòèìèçàöèè óäàëîñü åùå áîëüøå óëó÷øèòü ñèòóàöèþ, ÷åì â ñöåíàðèè "Àêòèâíûé-1". Ïðè çàäàíèè "ïîëó÷èòü êîýôôèöèåíò íå ìåíåå 0.7" (ñöåíàðèé "Öåëü-1) èëè "íå ìåíåå 0.5" (ñöåíàðèé "Öåëü-2") äëÿ íàëîãîîáëàãàåìîé áàçû ïîäîõîäíîãî íàëîãà óäàëîñü ïîëó÷èòü çíà÷åíèå 2.45, çàìåòíî áîëüøåå, ÷åì â ñöåíàðèè "Àêòèâíûé-1", ò.å. 1.71. Ïðè çàäàíèè "ïîëó÷èòü êîýôôèöèåíò íå ìåíåå 0.3" äëÿ óðîâíÿ æèçíè íàñåëåíèÿ (ñöåíàðèé "Öåëü-2") óäàëîñü ïîëó÷èòü åãî çíà÷èòåëüíûé ðîñò ñ êîýôôèöèåíòîì 0.75(ïî ñðàâíåíèþ ñ 0.12 â ñöåíàðèè "Àêòèâíûé-1"). Åñëè æå ñðàâíèòü èòîã ñ èñõîäíûì êîýôôèöèåíòîì (-0.5), òî îáùèé ðîñò óðîâíÿ æèçíè - î÷åíü ñèëüíûé, íà 1.25. Âñå äðóãèå íàáëþäàåìûå ôàêòîðû, êðîìå îäíîãî, òàêæå âûðîñëè áîëüøå, ÷åì â ñöåíàðèè "Àêòèâíûé-1". Íàáëþäàåì î÷åíü ñèëüíûé ðîñò âàëîâîãî âíóòðåííåãî ïðîäóêòà - äî 1.62 (âïå÷àòëÿþùå ïî ñðàâíåíèþ ñ   íà÷àëüíûì çíà÷åíèåì 0.1 è ñîîòâåòñòâóþùèì ñöåíàðèþ "Àêòèâíûé-1" çíà÷åíèåì 0.71). Ïàäåíèå çàíÿòîñòè (êîýôôèöèåíò -0.3) ñìåíèëîñü åå óìåðåííûì ðîñòîì (êîýôôèöèåíò 0.43). Èíôëÿöèÿ óïàëà âäâîå (ñ 0.3 äî 0.16). Åäèíñòâåííûé ïîêàçàòåëü, ïî êîòîðîìó ðåçóëüòàòû ñöåíàðèåâ "Öåëü-1" è "Öåëü-2" óñòóïàþò ðåçóëüòàòàì ñöåíàðèÿ "Àêòèâíûé-1" - ýòî ðîñò äîâåðèÿ íàñåëåíèÿ ê ãîñóäàðñòâåííîé âëàñòè (çíà÷åíèÿ êîýôôèöèåíòà 0.21 è 0.58 ñîîòâåòñòâåííî ïðè íà÷àëüíîì çíà÷åíèè (-0.5)). (Óìåñòíî ïî ýòîìó ïîâîäó âñïîìíèòü óòâåðæäåíèå î òîì, ÷òî íàèëó÷øåé âëàñòüþ ÿâëÿåòñÿ òà, äåéñòâèÿ êîòîðîé íåçàìåòíû äëÿ íàñåëåíèÿ, âñå ñîâåðøàåòñÿ êàê áû ñàìî ñîáîé.) Âïîëíå åñòåñòâåííî, ÷òî ðåçêî âûðîñëà è èçíà÷àëüíî îòðèöàòåëüíàÿ ñóììàðíàÿ îöåíêà ýêîíîìè÷åñêîé ñèòóàöèè - ñ (-0.14) äî 0.67 (ïðè 0.48 â ñöåíàðèè "Àêòèâíûé-1"). Ïðèìå÷àòåëüíî, ÷òî îïòèìàëüíûå ðåøåíèÿ äëÿ ñöåíàðèåâ "Öåëü-1" è "Öåëü-2" ñîâïàëè. Ñëåäîâàòåëüíî, åñòü îïòèìàëüíàÿ òðàåêòîðèÿ ðàçâèòèÿ ýêîíîìèêè. Ïîñêîëüêó ïðè äâèæåíèè ïî íåé ñ ëèõâîé âûïîëíÿþòñÿ ïîñòàâëåííûå çàäàíèÿ ïî öåëåâûì ôàêòîðàì, òî êîìïüþòåðíàÿ îïòèìèçàöèÿ äàåò îäèíàêîâûå ðåøåíèÿ äëÿ äâóõ ñöåíàðèåâ.

Ïîâåäåì èòîãè ïî ìîäåëè ÍÔË-18. Ïðîãíîç ðàçâèòèÿ ýêîíîìè÷åñêîé ñèòóàöèè íåáëàãîïðèÿòåí (ñöåíàðèé "Ïàññèâíûé-1"), ïîýòîìó íåîáõîäèìû óïðàâëÿþùèå âîçäåéñòâèÿ. Îíè ïîçâîëÿþò ñóùåñòâåííî óëó÷øèòü ñèòóàöèþ (ñöåíàðèé "Àêòèâíûé-1"), îñîáåííî ïðè îïòèìèçàöèè âîçäåéñòâèé (ñöåíàðèè

"Öåëü-1" è "Öåëü-2"). Ìîäåëü ÍÔË-18, ïîâòîðèì, äåìîíñòðèðóåò áîëüøèå âîçìîæíîñòè óëó÷øåíèÿ ýêîíîìè÷åñêîé ñèòóàöèè ñ ïîìîùüþ öåëåíàïðàâëåííûõ óïðàâëÿþùèõ âîçäåéñòâèé ãîñóäàðñòâåííûõ îðãàíîâ.

Ïåðåéäåì ê ðàññìîòðåíèþ ìîäåëè ÍÔË-19, îñíîâàííîé íà èñïîëüçîâàíèè ïðåæäå âñåãî ýêîíîìè÷åñêèõ âçàèìîäåéñòâèé. Ïðîãíîç ýêîíîìè÷åñêîé ñèòóàöèè çäåñü ãîðàçäî áîëåå íåáëàãîïðèÿòåí, ÷åì â ïðåäûäóùåé ìîäåëè. Ñîãëàñíî ñöåíàðèþ "Ïàññèâíûé-1" íàëîãîîáëàãàåìàÿ áàçà ïîäîõîäíîãî íàëîãà î÷åíü ñèëüíî ñîêðàùàåòñÿ (îò èñõîäíîãî çíà÷åíèÿ 0 äî (-2.56)), ÂÂÏ òàêæå î÷åíü ñèëüíî ïàäàåò (îò 0.1 äî (-0.91)). Åùå áîëåå ñèëüíî ïàäàþò óðîâåíü æèçíè íàñåëåíèÿ (îò (-0.5) äî (-1.93)) è óðîâåíü çàíÿòîñòè (îò (-0.3) äî (-1.6)). Âäâîå ðàñòåò èíôëÿöèÿ (îò 0.3 äî 0.6). Åñòåñòâåííî, ÷òî ñóììàðíàÿ îöåíêà ýêîíîìè÷åñêîé ñèòóàöèè òàêæå ðåçêî ïàäàåò (îò (-0.2) äî (-0.92).

Î÷åâèäíî, íåîáõîäèìû àêòèâíûå äåéñòâèÿ, íàïðàâëåííûå íà óëó÷øåíèå ñèòóàöèè. Â ñöåíàðèè "Àêòèâíûé-1" óïðàâëÿþùèìè âîçäåéñòâèÿìè ÿâëÿþòñÿ ñóùåñòâåííîå óñèëåíèå áîðüáû ãîñóäàðñòâà ñ êðèìèíàëîì â ýêîíîìèêå (íà 0.5), ñóùåñòâåííîå ïîâûøåíèå òàìîæåííûõ ñáîðîâ íà èìïîðòíóþ ïðîäóêöèþ (íà 0.6) è ñëàáîå ñíèæåíèå òàìîæåííûõ ñáîðîâ íà ýêñïîðòíóþ ïðîäóêöèþ (íà 0.2). Â ðåçóëüòàòå óäàëîñü äîáèòüñÿ íåêîòîðîãî çàìåäëåíèÿ óõóäøåíèÿ ñèòóàöèè ïî âñåì ïîêàçàòåëÿì, êðîìå èíôëÿöèè. Íàëîãîîáëàãàåìàÿ áàçà ïîäîõîäíîãî íàëîãà ïî-ïðåæíåìó î÷åíü ñèëüíî ñîêðàùàåòñÿ (îò èñõîäíîãî çíà÷åíèÿ 0 äî (-1.4), ÷òî ëó÷øå, ÷åì ïðè îòñóòñòâèè âîçäåéñòâèé (ïàäåíèå äî (-2.56)). ÂÂÏ ñíîâà î÷åíü ñèëüíî ïàäàåò (îò 0.1 äî (-0.72), ÷òî âñå-òàêè ëó÷øå, ÷åì â ñöåíàðèè "Ïàññèâíûé-1", â êîòîðîì ïàäåíèå äîñòèãëî (-0.91)). ×óòü ìåäëåííåå ïàäàþò óðîâåíü æèçíè íàñåëåíèÿ (îò (-0.5) äî (-1.81), à íå äî (-1.93)) è óðîâåíü çàíÿòîñòè (îò (-0.3) äî (-1.21), íî íå(-1.6)). Îäíàêî èíôëÿöèÿ ðàñòåò âòðîå, à íå âäâîå(îò 0.3 äî 0.9, à íå äî 0.6). Ñóììàðíàÿ îöåíêà ýêîíîìè÷åñêîé ñèòóàöèè, ðàâíàÿ (-0.58), ïîêàçûâàåò åå óõóäøåíèå ïî ñðàâíåíèþ ñ èñõîäíûì óðîâíåì (-0.2), õîòÿ è íå òàêîå ðåçêîå, êàê ïðè îòñóòñòâèè âîçäåéñòâèé (-0.92).

Íàèëó÷øèå ðåçóëüòàòû â ìîäåëè ÍÔË-19 ïîëó÷åíû ïðè èñïîëüçîâàíèè ñöåíàðèÿ "Öåëü-1". Õîòÿ öåëåâîãî çíà÷åíèÿ (0.7) äëÿ íàëîãîîáëàãàåìîé áàçû ïîäîõîäíîãî íàëîãà äîñòè÷ü íå óäàëîñü, îêàçàëîñü âîçìîæíûì ñîõðàíèòü åå ïðàêòè÷åñêè íà ïðåæíåì óðîâíå (êîýôôèöèåíò (-0.06)). Îäíàêî ïî ñðàâíåíèþ ñ ïðåäûäóùèì ñöåíàðèåì íåñêîëüêî óñèëèëîñü ïàäåíèå ÂÂÏ (äî (-0.82) ïî ñðàâíåíèþ ñ (-0.72)), â òî âðåìÿ êàê íåñêîëüêî óëó÷øèëàñü ñèòóàöèÿ ñ óðîâíåì æèçíè íàñåëåíèÿ (êîýôôèöèåíò (-0.52) âìåñòî (-1.81)) è óðîâíåì çàíÿòîñòè (êîýôôèöèåíò (-0.69), à íå (-1.21)). Â òî æå âðåìÿ óñèëèëàñü èíôëÿöèÿ (êîýôôèöèåíò 1.1, à íå 0.9). Ñóììàðíàÿ îöåíêà ýêîíîìè÷åñêîé ñèòóàöèè, ðàâíàÿ (-0.27), ÿâëÿåòñÿ ñàìîé ëó÷øåé ñðåäè âñåõ ñöåíàðèåâ, íî ïðè ýòîì ïîêàçûâàåò óõóäøåíèå ýêîíîìè÷åñêîé ñèòóàöèè ïî ñðàâíåíèþ ñ èñõîäíûì óðîâíåì (-0.2).

Èíòåðåñíû ðåçóëüòàòû, ïîëó÷åííûå â ñöåíàðèè "Öåëü-2". Íè ïî îäíîìó èç öåëåâûõ ôàêòîðîâ (íàëîãîîáëàãàåìàÿ áàçà ïîäîõîäíîãî íàëîãà è óðîâåíü æèçíè íàñåëåíèÿ) íå óäàëîñü äîñòè÷ü çàäàííûõ çíà÷åíèé (0.5 è 0.3 ñîîòâåòñòâåííî). Îäíàêî ïîïûòêà "îäíèì âûñòðåëîì óáèòü äâóõ çàéöåâ" ïðèâåëà ê ýêîíîìè÷åñêèì ðåçóëüòàòàì, êîòîðûå ÿâëÿþòñÿ íàèõóäøèìè ñðåäè âñåõ ìîäåëåé. Íàëîãîîáëàãàåìàÿ áàçà ïîäîõîäíîãî íàëîãà î÷åíü ðåçêî óïàëà (äî (-2.43)). Îñòàëüíûå íàáëþäàåìûå ôàêòîðû ïîëó÷èëè òå æå ñòàöèîíàðíûå çíà÷åíèÿ, ÷òî è â ñöåíàðèè "Öåëü-1" (òàêîâà æå êàðòèíà ïî èíûì ôàêòîðàì - íåêîòîðûå èç íèõ ñîâïàäàþò â ýòèõ äâóõ ñöåíàðèÿõ. íåêîòîðûå ðàçëè÷àþòñÿ, ÷òî âèäíî ïî ìàòåðèàëàì ðàçäåëà 3). .Ñóììàðíàÿ îöåíêà ýêîíîìè÷åñêîé ñèòóàöèè, ðàâíàÿ (-0.97), ÿâëÿåòñÿ ñàìîé õóäøåé ñðåäè âñåõ ñöåíàðèåâ, õóæå äàæå, ÷åì ïðè îòñóòñòâèè êàêèõ-ëèáî âîçäåéñòâèé (êîýôôèöèåíò (-0.92) â ñöåíàðèè "Ïàññèâíûé-1").

Ïîäâåäåì èòîãè ïî ìîäåëè ÍÔË-19. Îêàçàëîñü, ÷òî ýêîíîìè÷åñêèìè ìåòîäàìè íåâîçìîæíî äîáèòüñÿ ïîñòàâëåííûõ öåëåé, óëó÷øèòü ýêîíîìè÷åñêóþ ñèòóàöèþ. Ìàêñèìóì, ÷åãî ìîæíî äîñòè÷ü - ýòî íå ïîçâîëèòü åé ñëèøêîì ñèëüíî óõóäøèòüñÿ, óäåðæàòü ïî÷òè íà èñõîäíîì óðîâíå íàëîãîîáëàãàåìóþ áàçó ïîäîõîäíîãî íàëîãà è ñóììàðíóþ îöåíêó ýêîíîìè÷åñêîé ñèòóàöèè (êàê â ñöåíàðèè "Öåëü-1").

Ïîëó÷åííûå ñ ïîìîùüþ ìîäåëåé ÍÔË-18 è ÍÔË-19 ðåçóëüòàòû ñâèäåòåëüñòâóþò î íåîáõîäèìîñòè àêòèâíîãî âìåøàòåëüñòâà ãîñóäàðñòâåííûõ îðãàíîâ â ýêîíîìè÷åñêèå ïðîöåññû, î íåâîçìîæíîñòè óëó÷øåíèÿ ñèòóàöèè ÷èñòî ýêîíîìè÷åñêèìè ñðåäñòâàìè. Ýòîò âûâîä ïîëíîñòüþ ñîîòâåòñòâóåò êîíöåïöèè ïÿòè íîáåëåâñêèõ ëàóðåàòîâ ïî ýêîíîìèêå (ÑØÀ) è îòå÷åñòâåííûõ àêàäåìèêîâ ÐÀÍ î íåîáõîäèìîñòè ãîñóäàðñòâåííîãî ðåãóëèðîâàíèÿ ýêîíîìèêè [1,2].

Ýêîíîìèêî-ìàòåìàòè÷åñêèå ìîäåëè ÍÔË-18 è ÍÔË-19, ïîñòðîåííûå íà îñíîâå âçâåøåííûõ îðèåíòèðîâàííûõ ãðàôîâ âëèÿíèÿ ôàêòîðîâ, äîïóñêàþò ðàçíîîáðàçíûå âàðèàíòû ñöåíàðèåâ çà ñ÷åò âûáîðà òåõ èëè èíûõ íà÷àëüíûõ çíà÷åíèé ôàêòîðîâ, íàáîðà óïðàâëÿþùèõ è öåëåâûõ ôàêòîðîâ, à òàêæå ìîäèôèêàöèè ñàìèõ ìîäåëåé ïóòåì ìîäåðíèçàöèè íàáîðà ôàêòîðîâ, êîíôèãóðàöèè èõ âçàèìîâëèÿíèÿ, è äð. Íà íàø âçãëÿä, ïðåäñòàâëåííûå â íàñòîÿùåì äîêëàäå ìàòåðèàëû è ðåçóëüòàòû ñâèäåòåëüñòâóþò î öåëåñîîáðàçíîñòè äàëüíåéøåãî ðàçâèòèÿ ðàñøèðåííîé òåìàòèêè ñ öåëüþ ïîëó÷åíèÿ íîâûõ òåîðåòè÷åñêèõ è ïðàêòè÷åñêèõ ðåçóëüòàòîâ.

4.5.3. Êîìïüþòåðíàÿ ñèñòåìà ÆÎÊ ïîääåðæêè àíàëèçà è óïðàâëåíèÿ â ñëîæíûõ ñèòóàöèÿõ[3]

Îñíîâíûå ñâåäåíèÿ î ñèñòåìå ÆÎÊ. Êîìïüþòåðíàÿ ñèñòåìà ÆÎÊ ïðåäíàçíà÷åíà äëÿ ñòðóêòóðèçàöèè è àíàëèçà ñëîæíûõ, òðóäíî ôîðìàëèçóåìûõ, ñëàáî ñòðóêòóðèðîâàííûõ çàäà÷ ðàçëè÷íîé ïðèðîäû (ýêîíîìè÷åñêîé, óïðàâëåí÷åñêîé, ïñèõîëîãè÷åñêîé, òåõíè÷åñêîé, ìåäèöèíñêîé, ñîöèàëüíî-ïîëèòè÷åñêîé, ýêîëîãè÷åñêîé è äð.). Îíà ïðèìåíÿåòñÿ äëÿ ïîñòðîåíèÿ ìîäåëåé ñèòóàöèé íà îñíîâå îïèñàíèÿ âëèÿíèé ôàêòîðîâ ñ ïîìîùüþ îðèåíòèðîâàííûõ ãðàôîâ è èñïîëüçîâàíèÿ îöåíîê ýêñïåðòîâ ñ ïîñëåäóþùèì ïðåäëîæåíèåì íàèáîëåå ýôôåêòèâíûõ óïðàâëåí÷åñêèõ ðåøåíèé. Êîìïüþòåðíàÿ ñèñòåìà ÆÎÊ:

•ïîääåðæèâàåò àíàëèòè÷åñêîå îáîñíîâàíèå ïîäõîäîâ ê ðåøåíèþ èññëåäóåìûõ ïðîáëåì;
•ïîçâîëÿåò ñïðîãíîçèðîâàòü ðàçâèòèå ìîäåëèðóåìîé ðåàëüíîé ñèñòåìû; îöåíèòü ðåçóëüòàòû öåëåíàïðàâëåííîãî èçìåíåíèÿ òåõ èëè èíûõ ôàêòîðîâ;
•äàåò âîçìîæíîñòü âûðàáîòàòü óñëîâèÿ äëÿ öåëåíàïðàâëåííîãî ïîâåäåíèÿ â èññëåäóåìîé ñèòóàöèè;
•îáåñïå÷èâàåò âîçìîæíîñòü ðåøåíèÿ ïðÿìûõ è îáðàòíûõ çàäà÷ óïðàâëåíèÿ.

Äëÿ ïîñòðîåíèÿ ìîäåëè èçó÷àåìîãî ÿâëåíèÿ èëè ïðîöåññà êîìïüþòåðíàÿ ñèñòåìà ÆÎÊ ïðåäóñìàòðèâàåò âûäåëåíèå îñíîâíûõ ôàêòîðîâ, îïèñûâàþùèõ ðåàëüíóþ ñèòóàöèþ, è óñòàíîâëåíèå íåïîñðåäñòâåííûõ âçàèìîñâÿçåé ìåæäó ôàêòîðàìè â âèäå ïîñòðîåíèÿ îðèåíòèðîâàííîãî âçâåøåííîãî ãðàôà. Ïîñòðîåííûå âçàèìîâëèÿíèÿ è èòîãîâûå ñòàöèîíàðíûå ñîñòîÿíèÿ ðàññ÷èòûâàþòñÿ ïî ïîèñàííûì íèæå àëãîðèòìàì. Ñèñòåìà ïîçâîëÿåò àíàëèçèðîâàòü òðè îñíîâíûõ òèïà ñöåíàðèåâ:

ñöåíàðèé “Ïðîãíîç”, ïîçâîëÿþùèé ïðîñëåäèòü “åñòåñòâåííîå” ðàçâèòèå ìîäåëèðóåìîé ñèñòåìû ïðè îòñóòñòâèè àêòèâíûõ âîçäåéñòâèé;

ñöåíàðèé òèïà “Àêòèâíûé”, ïðè êîòîðîì ðàáîòàþùèé ñ ñèñòåìîé ñïåöèàëèñò èçìåíÿåò çíà÷åíèÿ òåõ èëè èíûõ ïàðàìåòðîâ è àíàëèçèðóåò ïîëó÷àþùóþñÿ äèíàìèêó è èòîãîâûå ñîñòîÿíèå (íàïðèìåð, ñ öåëüþ ðó÷íîãî ïîèñêà ðàöèîíàëüíîãî óïðàâëåíèÿ);

ñöåíàðèé òèïà “Öåëü”, êîãäà êîìïüþòåðíàÿ ñèñòåìà ïî çàäàííîé öåëè

[3] В этом разделе использованы разработки В.Н.Жихарева.

óïðàâëåíèÿ (íàïðèìåð, çíà÷åíèÿ îïðåäåëåííûõ ïàðàìåòðîâ äîëæíû áûòü íå ìåíåå çàäàííûõ) íàõîäèò îïòèìàëüíûå âîçäåéñòâèÿ ïóòåì ðåøåíèÿ ñîîòâåòñòâóþùåé çàäà÷è îïòèìèçàöèè, â ÷àñòíîñòè, ïðîâîäèò àíàëèç ïðèíöèïèàëüíîé äîñòèæèìîñòè óêàçàííîé öåëè èç òåêóùåãî ñîñòîÿíèÿ ñ èñïîëüçîâàíèåì âûáðàííûõ ìåðîïðèÿòèé (óïðàâëåíèé).

ßäðîì êîìïüþòåðíîé ñèñòåìû ÆÎÊ ÿâëÿåòñÿ îïèñàííàÿ íèæå ìàòåìàòè÷åñêàÿ ìîäåëü. Ïðåîáðàçîâàíèå çàäà÷ àíàëèçà ðåàëüíûõ ÿâëåíèé è ïðîöåññîâ ê ìàòåìàòè÷åñêîé ïîñòàíîâêå, îöåíêà àäåêâàòíîñòè ðåàëüíîñòè è åå ìîäåëè, ïðîöåññ âûáîðà óïðàâëåíèé, ïðîöåññ ñðàâíèòåëüíîãî àíàëèçà ðàçëè÷íûõ ñèòóàöèé â öåëîì, ìîäåëèðîâàíèÿ è ïîñëåäóþùåé èíòåðïðåòàöèè ðåçóëüòàòîâ ìàòåìàòè÷åñêîãî ìîäåëèðîâàíèÿ îòíîñèòñÿ ê îáëàñòè “ðó÷íîãî òðóäà” ñïåöèàëèñòà â ñîîòâåòñòâóþùåé îáëàñòè çíàíèÿ è ïîëíîé àâòîìàòèçàöèè, êàê ïðàâèëî, íå ïîääàåòñÿ.

Íåêîòîðûå îñîáåííîñòè ìàòåìàòè÷åñêîé ìîäåëè è îñíîâíûõ àëãîðèòìîâ êîìïüþòåðíîé ñèñòåìû ÆÎÊ. Êîìïüþòåðíàÿ ñèñòåìà ÆÎÊ îáåñïå÷èâàåò ðàñ÷åò ðàâíîâåñíîãî (ñòàöèîíàðíîãî) ñîñòîÿíèÿ, ê êîòîðîìó áóäåò ñòðåìèòüñÿ ñèñòåìà âçàèìîâëèÿþùèõ ôàêòîðîâ, è âñåõ ïðîìåæóòî÷íûõ ñîñòîÿíèé íà ïóòè îò íà÷àëüíîãî ñîñòîÿíèÿ ê ðàâíîâåñíîìó. Â ñèñòåìó âêëþ÷åíû òðè âàðèàíòà ðàñ÷åòîâ:

- ðàñ÷åò ðàâíîâåñíîãî ñîñòîÿíèÿ áåç óïðàâëåíèÿ (ó÷èòûâàþòñÿ òîëüêî íà÷àëüíûå äàííûå);

- ðàñ÷åò ðàâíîâåñíîãî ñîñòîÿíèÿ ñ óïðàâëåíèåì èìïóëüñíîãî òèïà (ïðè $t = 0$). (Â òàêîé ìîäåëè ñèñòåìà èíòåðïðåòèðóåò èìïóëüñíîå óïðàâëåíèå, êàê ïîïðàâêó ê íà÷àëüíûì äàííûì.);

- ðàñ÷åò âåëè÷èíû óïðàâëåíèÿ ïî çàäàííûì çíà÷åíèÿì âåëè÷èíû ïðèðàùåíèÿ öåëåâûõ ôàêòîðîâ.

Ïåðâàÿ âåðñèÿ ñèñòåìû ÆÎÊ èìååò íåêîòîðûå îãðàíè÷åíèÿ. Îíà ïîêà íå ïîçâîëÿåò îïðåäåëÿòü óïðàâëÿþùèå âîçäåéñòâèÿ êàê ôóíêöèè âðåìåíè. Íå ïðåäóñìîòðåíî èçìåíåíèå ñ òå÷åíèåì âðåìåíè ñàìîãî ìíîæåñòâà óïðàâëÿþùèõ ôàêòîðîâ. Îòñóòñòâóåò ïîíÿòèå èíåðòíîñòè ôàêòîðîâ, ÷òî (ïðè èñïîëüçîâàíèè ôèçè÷åñêèõ àíàëîãèé) äåëàåò ìîäåëü ñêîðåå êèíåìàòè÷åñêîé, ÷åì

00000000000000000400000f0000100000e657e6e615000e030011010004000000f00000300040057e6e615
00320ac002650b01000000032000800000320ac0021b07010000003100100000000fb0200fe00000000000009

äèíàìè÷åñêîé. Øàãîì äèñêðåòíîãî âðåìåíè â ìîäåëè ïðèíèìàåòñÿ îäèí òàêò, â òå÷åíèè êîòîðîãî ëþáîé ôàêòîð-àðãóìåíò îêàçûâàåò ïîðîãîâûå âëèÿíèÿ (ðàâíûå âåñàì ñîîòâåòñòâóþùèõ äóã â ãðàôå) íà âñå íåïîñðåäñòâåííî çàâèñèìûå îò íåãî ôàêòîðû-ôóíêöèè. Â äàëüíåéøèõ âåðñèÿõ ñèñòåìû ýòè íåäîñòàòêè áóäóò óñòðàíÿòüñÿ.

Ìàòåìàòè÷åñêèå àëãîðèòìû èññëåäîâàòåëüñêîé ñèñòåìû ÆÎÊ. Èñïîëüçóþòñÿ ñëåäóþùèå îáîçíà÷åíèÿ:

n - êîëè÷åñòâî âåðøèí â îðèåíòèðîâàííîì ãðàôå G ìîäåëè, ò.å. ÷èñëî èñïîëüçóåìûõ â ìîäåëè ôàêòîðîâ;

$\mathbf{D} = \left[d_{i,j}\right]_{n\times n}$ - ìàòðèöà ïîðÿäêà n õ n íåïîñðåäñòâåííûõ âëèÿíèé ôàêòîðîâ (ìàòðèöà ñìåæíîñòè ãðàôà G);

$\mathbf{D}^T = \mathbf{A} = \left[a_{i,j}\right]_{n\times n}$ - ìàòðèöà, òðàíñïîíèðîâàííàÿ ê ìàòðèöå $\mathbf{D}$ (íàçûâàåìàÿ ìàòðèöåé íåïîñðåäñòâåííûõ êîíòðâëèÿíèé ôàêòîðîâ);

t – âðåìÿ, ïðèíèìàþùåå äèñêðåòíûå çíà÷åíèÿ 0,1,2,3,…

âåêòîð $\mathbf{V}(t) = \left(V_1(t), V_2(t), \ldots, V_n(t)\right)^T$, t=0,1,2,3,…, - âåêòîð èçìåíåíèé (ïðèðàùåíèé, äèôôåðåíöèàëîâ) ôàêòîðîâ â ìîìåíò äèñêðåòíîãî âðåìåíè t;

âåêòîð $\mathbf{W}(t) = \Delta\mathbf{V}(t) = \mathbf{V}(t) - \mathbf{V}(t-1)$, t=0,1,2,3,…, ÿâëÿåòñÿ âåêòîðîì äèôôåðåíöèàëîâ ôàêòîðîâ âòîðîãî ïîðÿäêà â ìîìåíò äèñêðåòíîãî âðåìåíè t;

âåêòîð $\mathbf{V}_{уcm} = \mathbf{V}(\infty) = \left(V_1(\infty), V_2(\infty), \ldots, V_n(\infty)\right)^T$ îáîçíà÷àåò âåëè÷èíû ïðåäåëüíûõ ñòàöèîíàðíûõ èçìåíåíèé (äèôôåðåíöèàëîâ) ôàêòîðîâ ïðè áåçãðàíè÷íîì ðîñòå t (î÷åâèäíî, ÷òî åñëè $\mathbf{V}(\infty)$ ñóùåñòâóåò, òî

$$\mathbf{W}(\infty) = \Delta\mathbf{V}(\infty) = \lim_{t\to\infty}\left(\mathbf{V}(t) - \mathbf{V}(t-1)\right) = 0$$
);

âåêòîð $\mathbf{g}(t) = \left(g_1(t), g_2(t), \ldots, g_n(t)\right)^T$ îáîçíà÷àåò âíåøíèå óïðàâëÿþùèå âîçäåéñòâèÿ, ïîäàâàåìûå íà ôàêòîð V_i.â ìîìåíò t;

âåêòîð $\mathbf{s} = \left(s_1, s_2, \ldots, s_n\right)^T$ îáîçíà÷àåò ñðàâíèòåëüíóþ âàæíîñòü ôàêòîðîâ V_i, çàäàâàåìóþ ýêñïåðòíûì ïóòåì;

âåêòîð $u = \left(u_1, u_2, \ldots, u_n\right)^T$ îáîçíà÷àåò îòíîøåíèå ñîñòàâèòåëÿ ìîäåëè ê íàïðàâëåíèþ èçìåíåíèÿ âåëè÷èí ôàêòîðîâ V_i (+1 – ðîñò çíà÷åíèÿ ôàêòîðà îöåíèâàåòñÿ ïîëîæèòåëüíî, (-1) – îòðèöàòåëüíî, 0 – íåéòðàëüíî);

$\mathbf{E}$ - åäèíè÷íàÿ n×n ìàòðèöà (íà ãëàâíîé äèàãîíàëè ñòîÿò 1, íà îñòàëüíûõ ïîçèöèÿõ – 0);

$\mathbf{C}$ - ïðîðåæåííàÿ åäèíè÷íàÿ n×n ìàòðèöà, â êîòîðîé åäèíèöû ñòîÿò íà äèàãîíàëè òîëüêî íà òåõ ïîçèöèÿõ, êîòîðûå ñîîòâåòñòâóþò öåëåâûì ôàêòîðàì. Î÷åâèäíî, ÷òî $\mathbf{C}$ ÿâëÿåòñÿ ïðîåêòîðîì íà êîîðäèíàòíóþ ïëîñêîñòü öåëåâûõ ôàêòîðîâ, è ñëåäîâàòåëüíî $\mathbf{C}^2 = \mathbf{C}$, ìàòðèöà $\mathbf{C}$ ÿâëÿåòñÿ ïñåâäîîáðàòíîé ê ìàòðèöå $\mathbf{C}$;

$\mathbf{B}$ - ïðîðåæåííàÿ åäèíè÷íàÿ n×n ìàòðèöà, â êîòîðîé åäèíèöû ñòîÿò íà äèàãîíàëè òîëüêî íà òåõ ïîçèöèÿõ, êîòîðûå ñîîòâåòñòâóþò óïðàâëÿþùèì ôàêòîðàì. Î÷åâèäíî, ÷òî $\mathbf{B}$ ÿâëÿåòñÿ ïðîåêòîðîì íà êîîðäèíàòíóþ ïëîñêîñòü óïðàâëÿþùèõ ôàêòîðîâ, è, ñëåäîâàòåëüíî $\mathbf{B}^2 = \mathbf{B}$, ìàòðèöà $\mathbf{B}$ ÿâëÿåòñÿ ïñåâäîîáðàòíîé ê ìàòðèöå $\mathbf{B}$;

$\mathbf{Q} = \left(\mathbf{E} - k_{cm}\mathbf{A}\right)^{-1}$ - ðåçîëüâåíòà, ãäå

k_{cm} - ìíîæèòåëü-ñòàáèëèçàòîð, êîòîðûé èñïîëüçóåòñÿ â öåëÿõ îáåñïå÷åíèÿ äîñòàòî÷íî óñòîé÷èâîé è áûñòðîé ñõîäèìîñòè èòåðàöèîííîãî ïðîöåññà ïðèáëèæåííîãî âû÷èñëåíèÿ ìàòðèöû ðåçîëüâåíòíîãî îïåðàòîðà

$$\mathbf{Q} = \left(\mathbf{E} - k_{cm}\mathbf{A}\right)^{-1} = \sum_{m=0}^{\infty} \left(k_{cm}\mathbf{A}\right)^m \approx \sum_{m=0}^{p} \left(k_{cm}\mathbf{A}\right)^m,$$

ãäå p äîñòàòî÷íî âåëèê;

$k_{cm} = 1$ â òîì ñëó÷àå, åñëè ñîáñòâåííûå ÷èñëà ìàòðèöû $\mathbf{A}$ äîñòàòî÷íî ìàëû (îáû÷íî ïðèíèìàåòñÿ, ÷òî $k_{cm}\mathbf{A}$ äîëæíà èìåòü ñîáñòâåííûå ÷èñëà íå òîëüêî ìåíüøå åäèíèöû, íî è ìåíüøå 0.9). Ïîñêîëüêó ñòàáèëèçàòîð k_{cm} èìååò ëèøü âíóòðèìàòåìàòè÷åñêèé ñìûñë è íå èñïîëüçóåòñÿ ïðè ïîñòðîåíèè ìîäåëè è èíòåðïðåòàöèè ðåçóëüòàòîâ ðàñ÷åòîâ, òî â äàëüíåéøåì åãî íå áóäåì óïîìèíàòü, ïðåäïîëàãàÿ ïî óìîë÷àíèþ $k_{cm} = 1$.

Ñèñòåìà óðàâíåíèé â ìàòåìàòè÷åñêîé ìîäåëè. Äëÿ îïèñàíèÿ äèíàìèêè ôàêòîðîâ â êîìïüþòåðíîé ñèñòåìå ÆÎÊ èñïîëüçóåòñÿ ìàòåìàòè÷åñêàÿ ìîäåëü â âèäå ñèñòåìû ëèíåéíûõ êîíå÷íîðàçíîñòíûõ ðåêóððåíòíûõ óðàâíåíèé íà òðåõòî÷å÷íîì øàáëîíå {t-1, t, t+1} ñëåäóþùåãî âèäà:

$$V_i(t+1) = V_i(t) + \sum_{j=1}^{n} a_{i,j}\left(V_j(t) - V_j(t-1)\right) + g_i(t) =$$
$$V_i(t) + \sum_{j=1}^{n} d_{j,i}\left(V_j(t) - V_j(t-1)\right) + g_i(t) \qquad (1),$$

ñ íà÷àëüíûìè óñëîâèÿìè

$$V_i(0) = V_i^0 \qquad (2),$$

ãäå i = 1,2, ... , n , t = 0, 1, 2, ...

Äëÿ ðåêóððåíòíîãî óðàâíåíèÿ íà òðåõòî÷å÷íîì øàáëîíå íåîáõîäèìî çàäàòü íà÷àëüíûå óñëîâèÿ ïðè t = 0 ($V_i(0) = V_i^0$), è ïðè t = 1 ($V_i(1) = V_i^1$). Ñëåäîâàòåëüíî, ïåðâûì óðàâíåíèåì öåïî÷êè ðåêóððåíòíûõ óðàâíåíèé (1) áóäåò óðàâíåíèå ïðè t = 1.

Ïðè t = 1 óðàâíåíèå ïîëàãàåòñÿ îïðåäåëåííûì è èìååò âèä

$$V_i(2) = V_i(1) + \sum_{j=1}^{n} a_{i,j}\left(V_j(1) - V_j(0)\right) + g_i(1)$$

Äëÿ t = 0 óðàâíåíèå ïðåäñòàâëÿåòñÿ ïîñðåäñòâîì ñîîòíîøåíèÿ

$$V_i(-1)=0 \tag{3},$$

è òîãäà íåäîñòàþùèå íà÷àëüíûå äàííûå $V_i(1)=V_i^1$ âû÷èñëÿþòñÿ èç óðàâíåíèÿ

$$V_i(1)=V_i(0)+\sum_{j=1}^{n}a_{i,j}\left(V_j(0)-V_j(-1)\right)+g_i(0)=$$

$$V_i(0)+\sum_{j=1}^{n}a_{i,j}V_j(0)+g_i(0)$$

(4)

Çàìåòèì, ÷òî äîîïðåäåëåíèå íà÷àëüíûõ äàííûõ $V_i(-1)=0$ íóëåì - âñåãî ëèøü îäèí èç ñïîñîáîâ. Â ÷àñòíîñòè, åñëè ïîëîæèòü $V_i(0)=V_i(1)=V_i^0$, òî ðåçóëüòàòû âû÷èñëåíèé áóäóò äðóãèìè.

Èç óðàâíåíèé (1) âèäíî, ÷òî èñïîëüçóåìàÿ ìîäåëü ïðåäïîëàãàåò, ÷òî çà îäèí øàã äèñêðåòíîãî âðåìåíè (Δt=1) ïðîèñõîäèò ðàñïðîñòðàíåíèå âëèÿíèÿ ôàêòîðîâ-àðãóìåíòîâ òîëüêî íà íåïîñðåäñòâåííî îò íèõ çàâèñÿùèå ôàêòîðû-ôóíêöèè. Âðåìåíè ìîæíî ïðèäàòü ñîäåðæàòåëüíûé ñìûñë, åñëè çà øàã ïðèíÿòü ðåàëüíûé èíòåðâàë âðåìåíè, íåîáõîäèìûé äëÿ îñóùåñòâëåíèÿ íåïîñðåäñòâåííîãî âëèÿíèÿ îäíîãî ôàêòîðà íà äðóãîé. Ýòîò èíòåðâàë ìîæåò áûòü îöåíåí ýêñïåðòîì, Â ðÿäå ñëó÷àåâ åãî ìîæíî ïðèíÿòü ðàâíûì êâàðòàëó.

Óðàâíåíèå (1) - (2) â âåêòîðíîé ôîðìå èìååò âèä

$$\mathbf{V}(t+1)=\mathbf{V}(t)+\mathbf{A}\circ\left(\mathbf{V}(t)-\mathbf{V}(t-1)\right)+\mathbf{g}(t)$$

(5)

$$\mathbf{V}(-1)=0,\ \mathbf{V}(0)=\mathbf{V}_0 \tag{6}$$

ãäå t = 0,1,2,...Ðåøåíèå çàäà÷è (5)-(6) ïðåäñòàâëÿþòñÿ ôîðìóëîé

$$\mathbf{V}(t)=\mathbf{V}(0)+\left(\sum_{k=0}^{t}\mathbf{A}^k\right)\circ\mathbf{V}(0)+\sum_{k=0}^{t-1}\sum_{m=0}^{t-1-k}\mathbf{A}^m\circ\mathbf{B}\circ\mathbf{g}(k) \tag{7}.$$

Ñòàöèîíàðíîå ñîñòîÿíèå è íà÷àëüíûå óñëîâèÿ. Ñòàöèîíàðíîå ñîñòîÿíèå $\mathbf{V}(\infty)$ âû÷èñëÿåòñÿ ïðèáëèæåííî ïðè $t\to\infty$. Äëÿ ïðàêòè÷åñêèõ ðàñ÷åòîâ äîñòàòî÷íî ïðèíÿòü, ÷òî $t \le \min(n,25)$.

Âåêòîðíîå óðàâíåíèå (5) ìîæåò áûòü ïðåäñòàâëåíî â âèäå óðàâíåíèÿ äëÿ äèôôåðåíöèàëîâ âòîðîãî ïîðÿäêà:

$$\mathbf{W}(t+1) = \mathbf{A} \circ \mathbf{W}(t) + \mathbf{g}(t) \qquad (8)$$

$$\mathbf{W}(0) = \Delta \mathbf{V}(0) = \mathbf{V}(0) - \mathbf{V}(-1) = \mathbf{V}(0), \qquad (9)$$

ãäå t = 0, 1, 2, ...

Ðåøåíèå óðàâíåíèÿ (8) – (9) èìååò âèä

$$\mathbf{W}(t) = \left(\sum_{k=0}^{t} \mathbf{A}^k\right) \circ \mathbf{W}(0) + \sum_{k=0}^{t-1} \sum_{m=0}^{t-1-k} \mathbf{A}^m \circ \mathbf{B} \circ \mathbf{g}(k) \qquad (10).$$

Åñëè ïðîñóììèðîâàòü óðàâíåíèÿ (8) ïðè t = 0, 1, 2, . . . , òî ïîëó÷èì (ïðè óñëîâèè ñõîäèìîñòè)

$$\mathbf{V}(\infty) - \mathbf{V}(0) = \mathbf{A} \circ (\mathbf{V}(\infty) - \mathbf{V}(-1)) + (\mathbf{g}(0) + \mathbf{g}(1) + \mathbf{g}(2) + \ldots) \qquad (11),$$

îòêóäà ñëåäóåò

$$\mathbf{V}(\infty) = (\mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1} \circ (\mathbf{V}(0) + \mathbf{g}(0) + \mathbf{g}(1) + \mathbf{g}(2) + \ldots) \qquad (12)$$

Åñëè æå ïðîñóììèðîâàòü óðàâíåíèÿ (8) ïðè t = 1, 2, . . . , òî ïîëó÷èì (ïðè óñëîâèè ñõîäèìîñòè)

$$\mathbf{V}(\infty) - \mathbf{V}(1) = \mathbf{A} \circ (\mathbf{V}(\infty) - \mathbf{V}(0)) + (\mathbf{g}(1) + \mathbf{g}(2) + \mathbf{g}(3) + \ldots), \qquad (13)$$

è ñîîòâåòñòâåííî

$$\mathbf{V}(\infty) = \mathbf{V}(0) + (\mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1} \circ ((\mathbf{V}(1) - \mathbf{V}(0)) + \mathbf{g}(1) + \mathbf{g}(2) + \mathbf{g}(3) + \ldots) \qquad (14),$$

îòêóäà âèäíî, ÷òî ïðè âûáîðå íà÷àëüíûõ óñëîâèé âèäà $V_i(0) = V_i(1) = V_i^0$ ðåçóëüòàò (14) îòëè÷àåòñÿ îò (12).

Â ÷àñòíîñòè, ïðè âûáîðå ðåæèìà ïðîãíîçà ðàçâèòèÿ ñèòóàöèè áåç óïðàâëåíèÿ $\mathbf{g}(1) = \mathbf{g}(2) = \mathbf{g}(3) = \ldots = 0$ è âûáîðå íà÷àëüíûõ óñëîâèé

$V_i(0) = V_i(1) = V_i^0$, êîòîðûå âûðàæàþò ðàâåíñòâî íóëþ âòîðûõ ïðîèçâîäíûõ îò âåëè÷èí ôàêòîðîâ ïðè t = 0, èç ôîðìóëû (14) ïîëó÷èì $\mathbf{V}(\infty) = \mathbf{V}(0)$. ÷òî îçíà÷àåò, ÷òî íèêàêîãî ðàçâèòèÿ ñèòóàöèè íå ïðîèñõîäèò è îíà ïðîäîëæàåò äâèãàòüñÿ “ðàâíîìåðíî è ïðÿìîëèíåéíî”, ïîñêîëüêó âòîðûå äèôôåðåíöèàëû ôàêòîðîâ ðàâíû íóëþ è ïåðâûå äèôôåðåíöèàëû ôàêòîðîâ íå èçìåíÿþòñÿ âî âðåìåíè.

Ñ äðóãîé ñòîðîíû ôîðìóëà (12) ïðåäïîëàãàåò, ÷òî íà÷àëüíûå äàííûå îêàçûâàþò òàêîå æå óäàðíîå âîçäåéñòâèå â ìîìåíò t = 0, êàê è âíåøíåå èìïóëüñíîå ïðè t = 0 óïðàâëåíèå, èãðàþùåå ðîëü è èìåþùåå “ðàçìåðíîñòü” “ìåõàíè÷åñêîé ñèëû”.

Åñëè ïðåäïîëàãàåòñÿ èñïîëüçîâàíèå òîëüêî èìïóëüñíûõ óïðàâëÿþùèõ âîçäåéñòâèé $\mathbf{g}(0) \neq 0$ ïðè t = 0 è â äàëüíåéøåì $\mathbf{g}(1) = \mathbf{g}(2) = \mathbf{g}(3) = \ldots = 0$, òî çàäà÷à ðàçâèòèÿ ñèòóàöèè áåç óïðàâëåíèÿ è ñ óïðàâëåíèåì íå îòëè÷àþòñÿ äðóã îò äðóãà, ïîñêîëüêó óïðàâëåíèå â ñóùíîñòè èãðàåò ðîëü ïîïðàâêè ê íà÷àëüíûì äàííûì è, íàîáîðîò, íà÷àëüíûå äàííûå âûïîëíÿþò ðîëü ïîïðàâêè ê óïðàâëåíèþ.

Ðåæèì ïîèñêà óïðàâëåíèÿ ïî öåëåâûì çíà÷åíèÿì ôàêòîðîâ. Ïðîåêöèÿ ñòàöèîíàðíîãî ðåøåíèÿ (12) óðàâíåíèÿ (8)-(9) íà êîîðäèíàòíóþ ïëîñêîñòü öåëåâûõ ôàêòîðîâ ìîæåò áûòü ïðåäñòàâëåíî â âèäå

$$\mathbf{Y}_{уст} = \mathbf{Y}(\mathbf{V}(0)) + \mathbf{Y}(\mathbf{g}(0)),$$

ãäå

$$\mathbf{Y}(\mathbf{V}(0)) = \mathbf{C} \circ \mathbf{Q} \circ \mathbf{V}(0), \quad \mathbf{Y}(\mathbf{g}(0)) = \mathbf{C} \circ \mathbf{Q} \circ \mathbf{B} \circ \mathbf{g}(0),$$

èëè èíà÷å

$$\mathbf{Y}_{уст} = \mathbf{C} \circ \mathbf{Q} \circ \mathbf{V}(0) + \mathbf{C} \circ \mathbf{Q} \circ \mathbf{B} \circ \mathbf{g}(0) = \mathbf{C} \circ \mathbf{Q} \circ (\mathbf{V}(0) + \mathbf{B} \circ \mathbf{g}(0)) \qquad (15).$$

Ïóñòü $\mathbf{Y}^*_{уст}$ - âåêòîð çíà÷åíèé äèôôåðåíöèàëîâ öåëåâûõ ôàêòîðîâ, òîãäà èìïóëüñíîå óïðàâëåíèå $\mathbf{g}(0)$ îïðåäåëÿåòñÿ ïî ôîðìóëå

$$\mathbf{g}(0) = \left(\mathbf{C}\circ\mathbf{Q}\circ\mathbf{B}\right)^{+} \circ \left(\mathbf{Y}^{*}_{уст} - \mathbf{C}\circ\mathbf{Q}\circ\mathbf{V}(0)\right) \qquad (16),$$

ãäå “+” îáîçíà÷àåò îïåðàöèþ ïñåâäîèíâåðñèè, è ìàòðèöà $\left(\mathbf{C}\circ\mathbf{Q}\circ\mathbf{B}\right)^{+}$ ÿâëÿåòñÿ ïñåâäîîáðàòíîé ê ìàòðèöå $\mathbf{C}\circ\mathbf{Q}\circ\mathbf{B}$;

$\mathbf{g}^{*}(0) = L_1(\mathbf{g}(0))$ ÿâëÿåòñÿ ðåçóëüòàòîì ïðèìåíåíèÿ ê âåêòîðó $\mathbf{g}(0)$ îïåðàöèè L_1 - îãðàíè÷åíèÿ ÷èñëîâûõ çíà÷åíèé êîìïîíåíò âåêòîðà $\mathbf{g}(0)$ âåëè÷èíàìè +1 è -1 , åñëè ýòè çíà÷åíèÿ âûõîäÿò çà ïðåäåëû îòðåçêà [-1; +1];

$\mathbf{g}^{**}(0) = Extr_1\left(\mathbf{g}^{*}(0)\right)$ ïîëó÷àåòñÿ èç $\mathbf{g}^{*}(0)$ ïðèìåíåíèåì îïåðàöèè $Extr_1$ - çàìåíû ÷èñëîâûõ çíà÷åíèé $\mathbf{g}^{*}(0)$ áëèæàéøèìè ê íèì ýêñòðåìàëüíûìè íà îòðåçêå [-1; +1] âåëè÷èíàìè +1 èëè -1 ñîîòâåòñòâåííî.

Òîãäà ñòàöèîíàðíûå ðåøåíèÿ, ïîëó÷àåìûå ñ èñïîëüçîâàíèåì ýòèõ óïðàâëåíèé, âû÷èñëÿþòñÿ ïî ôîðìóëàì

$$\mathbf{Y}^{**}_{уст} = \mathbf{C}\circ\mathbf{Q}\circ\mathbf{V}(0) + \mathbf{C}\circ\mathbf{Q}\circ\mathbf{B}\circ\mathbf{g}^{*}(0),$$

$$\mathbf{Y}^{***}_{уст} = \mathbf{C}\circ\mathbf{Q}\circ\mathbf{V}(0) + \mathbf{C}\circ\mathbf{Q}\circ\mathbf{B}\circ\mathbf{g}^{**}(0).$$

Ñòåïåíè ìàòðèöû ñìåæíîñòè ãðàôà G è îïîñðåäîâàííûå âçàèìîâëèÿíèÿ ôàêòîðîâ. Ïóñòü âåðøèíà x1 âëèÿåò íà âåðøèíó x2 ñ ñèëîé 0.5, âåðøèíà x2 âëèÿåò íà x4 ñ ñèëîé 0.6, âåðøèíà x1 âëèÿåò íà x3 ñ ñèëîé 0.8, âåðøèíà x3 âëèÿåò íà x4 ñ ñèëîé 0.4. Òîãäà îïîñðåäîâàííîå ñóììàðíîå âëèÿíèå x1 íà x4 èìååò ñèëó 0.5*0.6 + 0.8*0.4 = 0.62, ÷òî ðàâíî ñóììå âåñîâ äâóõ ïóòåé x1-x2-x4 è x1-x3-x4 èç x1 â x4, âåñà êîòîðûõ ðàâíû ñîîòâåòñòâåííî 0.5*0.6 = 0.3 è 0.8*0.4 = 0.32 . Ñóììàðíàÿ ñèëà âëèÿíèÿ îäíîãî ôàêòîðà íà äðóãîé ðàâíà ñóììå âåñîâ âñåõ ìàðøðóòîâ â îðèåíòèðîâàííîì ãðàôå G èç îäíîãî ôàêòîðà â äðóãîé. Âåñ ïóòè (ìàðøðóòà) îïðåäåëÿåòñÿ êàê ïðîèçâåäåíèå âåñîâ äóã ñîñòàâëÿþùèõ ýòîò ïóòü (ìàðøðóò). Óêàçàííûé àëãîðèòì ðàñ÷åòà îïîñðåäîâàííûõ âçàèìîâëèÿíèé â ñëó÷àå íåîáõîäèìîñòè ìîæåò áûòü ñêîððåêòèðîâàí ñ öåëüþ àäåêâàòíîãî ó÷åòà âçàèìîîòíîøåíèé ôàêòîðîâ â äàëüíåéøèõ âåðñèÿõ ñèñòåìû.

Åñëè ðàññìîòðåòü ñòåïåíè ìàòðèöû $\mathbf{D} = \lfloor d_{i,j} \rfloor_{n \times n}$, òî èõ ýëåìåíòàì ìîæíî ïðèäàòü âïîëíå îïðåäåëåííûé ñìûñë.

Òàê, íàïðèìåð, ýëåìåíò ìàòðèöû $\mathbf{D}^2$ ñ êîîðäèíàòàìè **(1,2)** ðàâåí ñóììå âåñîâ âñåõ ìàðøðóòîâ èç x1 â x2, ñîäåðæàùèõ ðîâíî äâå äóãè, à â $\mathbf{D}^3$ ñóììå âåñîâ âñåõ ìàðøðóòîâ èç x1 â x2, ñîäåðæàùèõ ðîâíî òðè äóãè è ò.ä.

Òàêèì îáðàçîì ìàòðèöà $\sum_{m=0}^{\infty} \mathbf{D}^m$ âûðàæàåò ñóììàðíûå îïîñðåäîâàííûå âëèÿíèÿ ôàêòîðîâ äðóã íà äðóãà ñ ó÷åòîì ðåôëåêñèâíîãî (m = 0) íåîïîñðåäñòâåííîãî âëèÿíèÿ ôàêòîðà íà ñàìîå ñåáÿ ñ ñèëîé +1, à ìàòðèöà

$\sum_{m=1}^{\infty} \mathbf{D}^m$ íå ó÷èòûâàåò ðåôëåêñèâíîãî íåîïîñðåäñòâåííîãî âëèÿíèÿ.

Ìàòðèöà $\mathbf{Q} = (\mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1} = \sum_{m=0}^{\infty} \mathbf{A}^m$ ÿâëÿåòñÿ ìàòðèöåé êîíòðâëèÿíèé ôàêòîðîâ ñ ó÷åòîì ðåôëåêñèâíîñòè, à ìàòðèöà

$$\mathbf{Q} - \mathbf{E} = -\mathbf{E} + \sum_{m=0}^{\infty} \mathbf{A}^m = \sum_{m=1}^{\infty} \mathbf{A}^m = \mathbf{A} \circ \sum_{m=0}^{\infty} \mathbf{A}^m = \mathbf{A} \circ \mathbf{Q} = \mathbf{A} \circ (\mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1}$$

-

ìàòðèöåé êîíòðâëèÿíèé ôàêòîðîâ áåç ó÷åòà ðåôëåêñèâíîñòè.

Îòäåëüíûé èíòåðåñ ïðåäñòàâëÿåò ñîáîé ìàòðèöà $\operatorname{sign}\left(\sum_{m=0}^{\infty} \mathbf{D}^m \right)$ çíàêîâ

ýëåìåíòîâ ìàòðèöû $\sum_{m=0}^{\infty} \mathbf{D}^m$, ò.å. ìàòðèöà íàïðàâëåííîñòè èíòåãðàëüíûõ âëèÿíèé ôàêòîðà íà ôàêòîð (èëè êîíòðâëèÿíèé, åñëè ðàññìîòðåòü ìàòðèöó

$$\operatorname{sign}\left(\sum_{m=0}^{\infty} \mathbf{A}^{m} \right)).$$

4.5.4. Áàëàíñîâûå ñîîòíîøåíèÿ â ñèñòåìå ÆÎÊ

Â íàñòîÿùåì ïîäðàçäåëå àíàëèçèðóåòñÿ ñîîòíîøåíèÿ ìåæäó îñíîâíûìè ìàêðîýêîíîìè÷åñêèìè õàðàêòåðèñòèêàìè íà îñíîâå áàëàíñîâûõ ñîîòíîøåíèé. Çà îñíîâó âçÿòà èçâåñòíàÿ ñõåìà Ìàêêîííåëëà è Áðþ [6] ñ äàííûìè ïî ÑØÀ çà 1988 ã. Àíàëèç ïðîâåäåí ïî ìåòîäîëîãèè ÆÎÊ. Îí ïîçâîëèë âñêðûòü äâà áàëàíñîâûõ íàðóøåíèÿ â ñõåìå Ìàêêîííåëëà è Áðþ äëÿ áëîêîâ “ãîñóäàðñòâî” è “áèçíåñ” è ïðåäëîæèòü ñïîñîá âîññòàíîâëåíèÿ êîððåêòíîñòè ñõåìû ïóòåì ââåäåíèÿ äâóõ äîïîëíèòåëüíûõ áëîêîâ. Óñòàíîâëåíû îòëè÷èÿ ñõåìû Ìàêêîííåëëà è Áðþ îò èñïîëüçóåìûõ â ìåòîäîëîãèè ÆÎÊ, â ÷àñòíîñòè, íàëè÷èå äâóõ ïðîòèâîïîëîæíî íàïðàâëåííûõ ôèíàíñîâûõ ïîòîêà, ñîåäèíÿþùèõ äâà áëîêà. Ïîñëå óñòðàíåíèÿ (ñóììèðîâàíèÿ) ïîäîáíûõ ïîòîêîâ íà îñíîâå êîëè÷åñòâåííûõ äàííûõ ñõåìû Ìàêêîííåëëà è Áðþ ïîñòðîåíà ìîäåëü “ÂÍÏ“ â ñîîòâåòñòâèè ñ ìåòîäîëîãèåé ÆÎÊ.

Äàëåå êðàòêî ðàññìîòðåíû âîçìîæíûå ïåðñïåêòèâíûå íàïðàâëåíèÿ ìàòåìàòèêî-êîìïüþòåðíîãî ðàçâèòèÿ ñèñòåìû ÆÎÊ, â ÷àñòíîñòè, ïðèìåíåíèå àïïàðàòà íå÷åòêèõ ìíîæåñòâ, îñóùåñòâëåíèå ñâÿçè ñ êîëè÷åñòâåííûìè ýêîíîìåòðè÷åñêèìè ìîäåëÿìè, îðãàíèçàöèÿ àâòîìàòèçèðîâàííîãî èçó÷åíèÿ óñòîé÷èâîñòè âûâîäîâ ïî îòíîøåíèþ ê ìàëûì îòêëîíåíèÿì íà÷àëüíûõ äàííûõ è ìàòðèöû âçàèìîâëèÿíèé.

Ìîäåëè áàëàíñîâîãî òèïà â ñèñòåìå ÆÎÊ. Ìåòîäîëîãèÿ êîìïüþòåðíîãî ìîäåëèðîâàíèÿ âçàèìîâëèÿíèÿ ôàêòîðîâ ÆÎÊ îðèåíòèðîâàíà íà èñïîëüçîâàíèå ýêñïåðòíûõ îöåíîê íåïîñðåäñòâåííûõ âëèÿíèé ôàêòîðîâ. Îäíàêî îíà ìîæåò áûòü óñïåøíî ïðèìåíåíà è äëÿ ïîñòðîåíèÿ è àíàëèçà ìîäåëåé áàëàíñîâîãî òèïà, â êîòîðûõ íåïîñðåäñòâåííûå âëèÿíèÿ ôàêòîðîâ ïîëó÷àþòñÿ êîëè÷åñòâåííûì îáðàçîì.

Â êà÷åñòâå ïðèìåðà âîçüìåì êëàññè÷åñêóþ ñèñòåìó ìàêðîýêîíîìè÷åñêèõ õàðàêòåðèñòèê (â ñîîòâåòñòâèè ñ êëàññè÷åñêîé ìîíîãðàôèåé Ê.Ð.Ìàêêîííåëë, Ñ.Ë.Áðþ [6, ñ.136-145]). Îñíîâíàÿ ñõåìà íà ñ.144 íå ìîæåò áûòü íåïîñðåäñòâåííî èñïîëüçîâàíà, ïîñêîëüêó â íåé äâà áëîêà ìîãóò áûòü ñâÿçàíû ôèíàíñîâûìè ïîòîêàìè, èäóùèìè â ïðîòèâîïîëîæíûõ íàïðàâëåíèÿõ (íàïðèìåð, ãîñóäàðñòâî èçûìàåò èç ëè÷íûõ äîõîäîâ èíäèâèäóàëüíûå íàëîãè, íî ïðè ýòîì íàïðàâëÿåò â ëè÷íûå äîõîäû òðàíñôåðòíûå ïëàòåæè). Êðîìå òîãî, ÷àñòü èíôîðìàöèè íà óêàçàííîé ñõåìå ïðèâåäåíà íå ïðè îïèñàíèè ìàêðîýêîíîìè÷åñêèõ õàðàêòåðèñòèê, à ïðè ðàññìîòðåíèè ôèíàíñîâûõ ïîòîêîâ.

Ïîýòîìó êëàññè÷åñêàÿ ñõåìà áûëà ïåðåäåëàíà â ñîîòâåòñòâèè ñ ìåòîäîëîãèåé ÆÎÊ. Ðåçóëüòàò ïðåäñòàâëåí íà ñõåìå 3 íèæå. Ïðè ýòîì âûÿâèëàñü íåîáõîäèìîñòü äîïîëíèòü ñèñòåìó õàðàêòåðèñòèê Ìàêêîííåëëà è Áðþ äâóìÿ íîâûìè, îïèñûâàþùèìè âûïîëíåíèå áàëàíñîâûõ ñîîòíîøåíèé äëÿ áëîêîâ “ãîñóäàðñòâî” è “áèçíåñ”. Âñå õàðàêòåðèñòèêè è áëîêè ñõåìû 3 ñíàáæåíû â êà÷åñòâå ïðèìåðà ÷èñëåííûìè çíà÷åíèÿìè, ñîîòâåòñòâóþùèìè õîçÿéñòâåííîé äåÿòåëüíîñòè ÑØÀ çà 1988 ã. [6, ñ.136-145].

Îäíàêî â ñõåìå 3 èìååòñÿ ðÿä áëîêîâ, èìåþùèõ îäèí âõîä è îäèí âûõîä. Åñòåñòâåííî óïðîñòèòü ñõåìó, “óáðàâ” òàêèå áëîêè. Â ðåçóëüòàòå ïîëó÷åíà ñõåìà 4. Îíà óæå íå ìîæåò óäîâëåòâîðÿòü áàëàíñîâûì ñîîòíîøåíèÿì (ñóììà âõîäîâ ðàâíà ñóììå âûõîäîâ äëÿ êàæäîãî áëîêà), ïîñêîëüêó ïðè åå ïîñòðîåíèè áûëî ïðîâåäåíî îáúåäèíåíèå âñåõ ôèíàíñîâûõ ïîòîêîâ, íåïîñðåäñòâåííî ñîåäèíÿþùèõ òå èëè èíûå äâà áëîêà. Ñõåìà 2 äîïîëíåíà îòíîñèòåëüíûìè âåëè÷èíàìè, ïîêàçûâàþùèìè äîëè ôèíàíñîâûõ ïîòîêîâ, íàïðàâëåííûõ èç îäíîãî áëîêà â äðóãîé. Èõ ìîæíî ðàññìàòðèâàòü êàê êîýôôèöèåíòû íåïîñðåäñòâåííîãî âëèÿíèÿ â èñõîäíîé ìåòîäîëîãèè ÆÎÊ. Îäíàêî ïîñêîëüêó îíè ïîëó÷åíû èç êîíêðåòíûõ çíà÷åíèé, ïðèâîäèì äâà çíàêà ïîñëå çàïÿòîé, à íå îäèí, êàê â èñõîäíûõ ìîäåëÿõ òèïà ÆÎÊ.

Îñíîâíûå ìàêðîýêîíîìè÷åñêèå õàðàêòåðèñòèêè. Ñîäåðæàíèå îñíîâíûõ ìàêðîýêîíîìè÷åñêèõ âåëè÷èí áóäåò ðàñêðûòî íèæå ÷åðåç ñîîòíîøåíèÿ ìåæäó íèìè.

1.	Ãîñóäàðñòâî (êàê õîçÿéñòâóþùèé ñóáúåêò)
2.	Âàëîâîé íàöèîíàëüíûé ïðîäóêò

3.	×èñòûé íàöèîíàëüíûé ïðîäóêò
4.	Íàöèîíàëüíûé äîõîä
5.	×èñòûé äîõîä äîìîõîçÿéñòâ (ïîñëå óïëàòû íàëîãîâ)
6.	×èñòûé ýêñïîðò (ýêñïîðò - èìïîðò)
7.	Áèçíåñ (êàê îáúåäèíåíèå õîçÿéñòâóþùèõ ñóáúåêòîâ)
8.	**Äðóãèå èñòî÷íèêè ôèíàíñèðîâàíèÿ ãîñóäàðñòâà (äîïîëíèòåëüíàÿ õàðàêòåðèñòèêà ïî ñðàâíåíèþ ñî ñõåìîé Ìàêêîííåëëà è Áðþ)**
9.	**Íàêîïëåíèÿ áèçíåñà (äîïîëíèòåëüíàÿ õàðàêòåðèñòèêà ïî ñðàâíåíèþ ñî ñõåìîé Ìàêêîííåëëà è Áðþ)**
10.	Ãîñóäàðñòâåííûå çàêóïêè òîâàðîâ è óñëóã
11.	Òðàíñôåðòíûå ïëàòåæè
12.	Èíâåñòèöèè áèçíåñà
13.	Àìîðòèçàöèîííûå îò÷èñëåíèÿ
14.	Íåðàñïðåäåëåííûå äîõîäû êîðïîðàöèé
15.	Êîñâåííûå íàëîãè íà áèçíåñ
16.	Íàëîãè íà ïðèáûëè êîðïîðàöèé
17.	Âçíîñû íà ñîöèàëüíîå ñòðàõîâàíèå
18.	Èíäèâèäóàëüíûå íàëîãè
19.	Ëè÷íûé äîõîä: çàðàáîòíàÿ ïëàòà, ðåíòà, ïðîöåíò, äèâèäåíäû
20.	Ëè÷íûå ñáåðåæåíèÿ
21.	Ëè÷íûå ïîòðåáèòåëüñêèå ðàñõîäû

Ñîîòíîøåíèÿ îñíîâíûõ ìàêðîýêîíîìè÷åñêèõ âåëè÷èí. Ðàññìîòðèì ñîäåðæàíèå è ïðèâåäåì êîëè÷åñòâåííûå äàííûå äëÿ îñíîâíûõ ìàêðîýêîíîìè÷åñêèõ õàðàêòåðèñòèê.

Â 1988 ã. âàëîâîé íàöèîíàëüíûé ïðîäóêò (ÂÍÏ) ÑØÀ ñîñòàâëÿë 4862 ìèëëèàðäà äîëëàðîâ. Â äàëüíåéøåì óêàçàíèÿ íà åäèíèöó èçìåðåíèÿ (ìèëëèàðä äîëëàðîâ) áóäåì îïóñêàòü. Îñíîâíûå õîçÿéñòâóþùèå ñóáúåêòû - ýòî ãîñóäàðñòâî, áèçíåñ è äîìîõîçÿéñòâà (ñåìüè, êîíå÷íûå ïîòðåáèòåëè).

Áóäåì âûïèñûâàòü ñîîòíîøåíèÿ ìåæäó ìàêðîýêîíîìè÷åñêèìè õàðàêòåðèñòèêàìè, à ñòðîêîé íèæå - ñîîòâåòñòâóþùèå áàëàíñîâûå ñîîòíîøåíèÿ (â ìèëëèàðäàõ äîëëàðîâ).

Êàê èçâåñòíî,

ÂÍÏ = (÷èñòûé íàöèîíàëüíûé ïðîäóêò) + (àìîðòèçàöèîííûå îò÷èñëåíèÿ),

4862 = 4357 + 505.

Ñëåäîâàòåëüíî, ÂÍÏ îòðàæàåò òîëüêî ðåçóëüòàò ðàáîòû ñòðàíû çà ãîä - íà 10% îí ñîñòîèò èç ðåçóëüòàòîâ òðóäà ïðåäûäóùèõ ëåò, ïåðåíåñåííûõ íà ïðîäóêòû è óñëóãè, âûïóùåííûå â äàííîì ãîäó. Ïðîøëûé òðóä ó÷èòûâàåòñÿ ñ ïîìîùüþ àìîðòèçàöèîííûõ îò÷èñëåíèé.

Ïî îïðåäåëåíèþ,

(÷èñòûé íàöèîíàëüíûé ïðîäóêò) = (íàöèîíàëüíûé äîõîä) +

+ (êîñâåííûå íàëîãè íà áèçíåñ),

â êîëè÷åñòâåííîì îòíîøåíèè -

4357 = 3964 + 393.

Êîñâåííûå íàëîãè íà áèçíåñ - ýòî ïðåæäå âñåãî àêöèçû íà àëêîãîëüíóþ è òàáà÷íóþ ïðîäóêöèþ, áåíçèí, äðàãîöåííîñòè, äîðîãèå àâòîìàøèíû è ò.ï. Ãîñóäàðñòâî ñîáèðàåò êîñâåííûå íàëîãè íà áèçíåñ, íè÷åãî íå ïðåäîñòàâëÿÿ âçàìåí (áðåìÿ íàëîãîâ äåëÿò ìåæäó ñîáîé ïîòðåáèòåëè è ïðîèçâîäèòåëè).

Ïîñêîëüêó ñîñòàâëÿþùåé (êîñâåííûå íàëîãè íà áèçíåñ) íå ñîîòâåòñòâóåò ïðîèçâîäñòâî ðåàëüíûõ òîâàðîâ è óñëóã, âïîëíå åñòåñòâåííî åå èñêëþ÷èòü. **Íàèáîëåå åñòåñòâåííîé õàðàêòåðèñòèêîé ðåçóëüòàòîâ ðàáîòû ñòðàíû çà ãîä ÿâëÿåòñÿ íàöèîíàëüíûé äîõîä, ñîñòàâëÿþùèé ëèøü 81,5% îò ÂÍÏ.**

Ïî îïðåäåëåíèþ,

(íàöèîíàëüíûé äîõîä) = (ëè÷íûé äîõîä (áåç òðàíñôåðòîâ): çàðïëàòà, ðåíòà,

ïðîöåíò, äèâèäåíäû) + (âçíîñû íà ñîöèàëüíîå ñòðàõîâàíèå) +

(íàëîãè íà ïðèáûëè êîðïîðàöèé) + (íåðàñïðåäåëåííûå äîõîäû êîðïîðàöèé),

3964 = 3295 + 445 + 145 + 79.

Ê ëè÷íîìó äîõîäó äîáàâëÿþòñÿ òðàíñôåðòíûå ïëàòåæè (ïåíñèè, ïîñîáèÿ è äð.) ñî ñòîðîíû ãîñóäàðñòâà â ðàçìåðå 768 ìèëëèàðäîâ äîëëàðîâ. Â ðàññìàòðèâàåìîì ìåñòå ñõåìû íàáëþäàåì êðóãîâîå çàìûêàíèå ôèíàíñîâûõ ïîòîêîâ - ÷àñòü íàöèîíàëüíîãî äîõîäà èäåò íà íàëîãè, ïîñòóïàþùèå ãîñóäàðñòâó, à ÷àñòü - â ëè÷íûé äîõîä ãðàæäàí, êóäà òàêæå ïîñòóïàþò òðàíñôåðòû îò ãîñóäàðñòâà:

(ëè÷íûé äîõîä: çàðïëàòà, ðåíòà, ïðîöåíò, äèâèäåíäû) =

= (ëè÷íûé äîõîä (áåç òðàíñôåðòîâ): çàðïëàòà, ðåíòà, ïðîöåíò, äèâèäåíäû) +

(òðàíñôåðòíûå ïëàòåæè),

4063 = 3295 + 768.

Ñ òî÷êè çðåíèÿ ñáàëàíñèðîâàííîñòè áþäæåòà ãîñóäàðñòâà íàñòîðàæèâàåò òîò ôàêò, ÷òî íàöèîíàëüíûé äîõîä (3064) îêàçûâàåòñÿ ìåíüøå ëè÷íîãî äîõîäà (4063), ïîñêîëüêó ÷àñòü íàöèîíàëüíîãî äîõîäà - ýòî íåðàñïðåäåëåííûå äîõîäû êîðïîðàöèé (79), êîòîðûå íèêàê íåëüçÿ îòíåñòè ê ëè÷íîìó äîõîäó.

Ïðèìå÷àíèå. Ê òðàíñôåðòíûì ïëàòåæàì îòíîñÿòñÿ

(1) âûïëàòû ïî ñòðàõîâàíèþ ïî ñòàðîñòè è ïî íåñ÷àñòíûõ ñëó÷àåâ, ïîñîáèÿ ïî áåçðàáîòèöå, îñíîâàííûå íà ñîöèàëüíûõ ïðîãðàììàõ;

(2) âûïëàòû ïî âñïîìîùåñòâîâàíèþ;

(3) ðàçíîîáðàçíûå âûïëàòû âåòåðàíàì, íàïðèìåð, ñóáñèäèè íà îáðàçîâàíèå è ïîñîáèÿ ïî íåòðóäîñïîñîáíîñòè;

(4) âûïëàòû ÷àñòíûõ ïåíñèé è ïîñîáèé ïî áåçðàáîòèöå è âñïîìîùåñòâîâàíèþ;

(5) ïðîöåíòíûå ïëàòåæè, âûïëà÷èâàåìûå ïðàâèòåëüñòâîì è ïîòðåáèòåëÿìè [6,ñ.143].

ßñíî, ÷òî

(ëè÷íûé äîõîä: çàðïëàòà, ðåíòà, ïðîöåíò, äèâèäåíäû) =

= (èíäèâèäóàëüíûå íàëîãè) + (÷èñòûé äîõîä äîìîõîçÿéñòâ),

4063 = 590 + 3437.

Ñëåäîâàòåëüíî, ñðåäíÿÿ ñòàâêà èíäèâèäóàëüíûõ íàëîãîâ ñîñòàâëÿåò 14,5%.

Î÷åâèäíî,

(÷èñòûé äîõîä äîìîõîçÿéñòâ) = (ëè÷íûå ñáåðåæåíèÿ) +

+ (ëè÷íûå ïîòðåáèòåëüñêèå ðàñõîäû),

3437 = 211 + 3226.

Â êåéíñèàíñêîé ìàêðîýêîíîìèêå áîëüøîå çíà÷åíèå èìååò ñêëîííîñòü ê ñáåðåæåíèþ. Äëÿ ÑØÀ 1988 ã. ýòîò êîýôôèöèåíò ðàâåí 6,1%.

Îñíîâíîå ñîîòíîøåíèå äëÿ ÂÍÏ èìååò âèä:

ÂÍÏ = (ëè÷íûå ïîòðåáèòåëüñêèå ðàñõîäû) + (ãîñóäàðñòâåííûå çàêóïêè òîâàðîâ è óñëóã) + (èíâåñòèöèè áèçíåñà) + (÷èñòûé ýêñïîðò),

4862 = 3226 + 964 + 765 - 93.

Çàñëóæèâàåò àíàëèçà õîçÿéñòâåííàÿ äåÿòåëüíîñòü ãîñóäàðñòâà (âòîðîå ñëàãàåìîå â ïîñëåäíåé ôîðìóëå äëÿ ÂÍÏ) è áèçíåñà (òðåòüå ñëàãàåìîå â òîé æå ôîðìóëå).

Õîçÿéñòâåííàÿ äåÿòåëüíîñòü ãîñóäàðñòâà è áèçíåñà. Êàê âèäíî èç ñõåìû 1, äîõîäû ãîñóäàðñòâà ñêëàäûâàþòñÿ èç ñëåäóþùèõ èñòî÷íèêîâ:

(äîõîäû ãîñóäàðñòâà) = (êîñâåííûå íàëîãè íà áèçíåñ) +

+ (íàëîãè íà ïðèáûëè êîðïîðàöèé) + (âçíîñû íà ñîöèàëüíîå ñòðàõîâàíèå) +

(èíäèâèäóàëüíûå íàëîãè),

1573 = 393 + 145 + 445 + 590.

Ñîãëàñíî òîé æå ñõåìå, ðàñõîäû ãîñóäàðñòâà òàêîâû:

(ðàñõîäû ãîñóäàðñòâà) = (ãîñóäàðñòâåííûå çàêóïêè òîâàðîâ è óñëóã) +

(òðàíñôåðòíûå ïëàòåæè),

1732= 964 + 768.

Ñëåäîâàòåëüíî, ðàñõîäû ãîñóäàðñòâà ïðåâûøàþò åãî äîõîäû íà 159 ìèëëèàðäîâ äîëëàðîâ. Ýòîò ôàêò íèêàê íå ðàçúÿñíÿåòñÿ â [6].

Îäíî èç âîçìîæíûõ ðàçúÿñíåíèé ìîæåò ñîñòîÿòü â òîì, ÷òî îòäåëüíûå ðàçäåëû ìîíîãðàôèè Ìàêêîííåëëà è Áðþ íå ñîîòâåòñòâóþò äðóã äðóãó, Òàê, ïðèâåäåííûå âûøå ðàññóæäåíèÿ èñõîäèëè èç ñõåìû íà ñ.144, íà êîòîðîé ôèíàíñîâûé ïîòîê (òðàíñôåðòíûå ïëàòåæè) âåäåò îò áëîêà (ãîñóäàðñòâî) ê áëîêó (ëè÷íûé äîõîä). Îäíàêî íà ñ.143 òîé æå êíèãè ïîäðîáíî ðàçúÿñíÿåòñÿ ïîíÿòèå “òðàíñôåðòíûå ïëàòåæè” (ýòî ðàçúÿñíåíèå ìû ïðîöèòèðîâàëè âûøå), è èç ñêàçàííîãî òàì ÿñíî, ÷òî òðàíñôåðòíûå ïëàòåæè îñóùåñòâëÿþò íå òîëüêî ãîñóäàðñòâî.

Åñòåñòâåííî âûáðàòü äðóãîé ïóòü - ââåñòè ñïåöèàëüíûé áëîê (äðóãèå èñòî÷íèêè ôèíàíñèðîâàíèÿ ãîñóäàðñòâà) ñ íàïîëíåíèåì â 159 ìèëëèàðäîâ äîëëàðîâ. Ê “äðóãèì èñòî÷íèêàì” ìîãóò îòíîñèòüñÿ äîõîäû îò ãîñóäàðñòâåííûõ ïðåäïðèÿòèé, îò âíåøíåýêîíîìè÷åñêîé äåÿòåëüíîñòè ãîñóäàðñòâà, îò ýìèññèè íàëè÷íîñòè è öåííûõ áóìàã è ò.ä.

Ïåðåéäåì ê ðàññìîòðåíèþ áëîêà (áèçíåñ). Ñîãëàñíî [6]

(äîõîäû áèçíåñà) = (àìîðòèçàöèîííûå îò÷èñëåíèÿ)

+ (íåðàñïðåäåëåííûå äîõîäû êîðïîðàöèé) + (ëè÷íûå ñáåðåæåíèÿ),

795 = 505 + 79 + 211,

â òî âðåìÿ êàê

(ðàñõîäû áèçíåñà) = (èíâåñòèöèè áèçíåñà, âêëþ÷àåìûå â ÂÍÏ) = 765.

Èòàê, äîõîäû áèçíåñà ïðåâûøàþò åãî ðàñõîäû íà 30 ìèëëèàðäîâ äîëëàðîâ. Ýòîò ôàêò íèêàê íå ðàçúÿñíÿåòñÿ â [6]. Îäíî èç îáúÿñíåíèé ìîæåò ñîñòîÿòü â íåêîòîðîé óñëîâíîñòè îòíåñåíèÿ ëè÷íûõ ñáåðåæåíèé ê äîõîäàì áèçíåñà, ñ ïîìîùüþ êîòîðûõ îí îñóùåñòâëÿåò èíâåñòèöèè. Îáû÷íî ñ÷èòàåòñÿ, ÷òî ëè÷íûå ñáåðåæåíèÿ õðàíÿòñÿ â áàíêàõ, à áàíêè èç ýòèõ ñðåäñòâ âûäàþò êðåäèòû áèçíåñó. Îäíàêî î÷åâèäíî, ÷òî íåêîòîðàÿ ÷àñòü ïîñòóïèâøèõ â áàíê ñðåäñòâ äîëæíà èñïîëüçîâàòüñÿ äëÿ îáåñïå÷åíèÿ áåñïåðåáîéíîé ðàáîòû áàíêà (ñ ïîìîùüþ ãîñóäàðñòâåííîé ðåçåðâíîé ñèñòåìû, ò.å. õðàíèòüñÿ â êà÷åñòâå ðåçåðâà â öåíòðàëüíîì áàíêå, à íå âûäàâàòüñÿ áèçíåñó â êðåäèò). Êðîìå òîãî, ÷àñòü êðåäèòîâ ìîæåò áûòü íå ñâÿçàíà ñ èíâåñòèöèÿìè (õîòÿ ñîãëàñíî [6] ñòðîèòåëüñòâî ÷àñòíûõ äîìîâ ó÷èòûâàåòñÿ â áëîêå (èíâåñòèöèè áèçíåñà), íî êðåäèòû ÷àñòíûì ëèöàì íå ñâîäÿòñÿ ê êðåäèòîâàíèþ ñòðîèòåëüñòâà).

Ïîéäåì äðóãèì ïóòåì - ââåäåì ñïåöèàëüíûé áëîê (íàêîïëåíèÿ áèçíåñà) ñ íàïîëíåíèåì â 30 ìèëëèàðäîâ äîëëàðîâ. Ìîæíî ñ÷èòàòü, ÷òî ýòè íàêîïëåíèÿ âûðàæåíû â äåíåæíîé ôîðìå è â ôîðìå öåííûõ áóìàã, íî íå â âèäå ìàòåðèàëüíûõ èíâåñòèöèé, êàê â áëîêå (èíâåñòèöèè áèçíåñà).

Âûâîäû ïî ñõåìå Ìàêêîííåëëà è Áðþ

1. Ìåòîäîëîãèÿ íàøåãî ïîäõîäà, êðàòêî èìåíóåìîãî ÆÎÊ, ïîçâîëÿåò àäåêâàòíî àíàëèçèðîâàòü ñõåìû òèïà ïðèâåäåííîé íà ñ.144 èçâåñòíîé ìîíîãðàôèè Ìàêêîííåëëà è Áðþ [6].

2. Ìåòîäîëîãèÿ ÆÎÊ ïîçâîëÿåò âûÿâëÿòü “äûðû” (íàðóøåíèÿ áàëàíñîâûõ ñîîòíîøåíèé) â ïîäîáíûõ ñõåìàõ.

3. Äàëüíåéøåå óñîâåðøåíñòâîâàíèÿ ñõåì òèïà ðàññìîòðåííîé ïðèâîäÿò ê äîñòàòî÷íî ñëîæíûì ïîñòðîåíèÿì ò.í. “íàöèîíàëüíîãî ñ÷åòîâîäñòâà” [3]. Íå ñî âñåìè ïîñòðîåíèÿìè “íàöèîíàëüíîãî ñ÷åòîâîäñòâà” ìîæíî ñîãëàñèòüñÿ. Òàê,

âðÿä ëè ìîæíî îáîñíîâàòü óòâåðæäåíèå î òîì, ÷òî áàíêè ñîçäàþò òàêóþ áîëüøóþ äîëþ ÂÍÏ, êàê 13%.

4. Âíåøíå áîëåå îáîñíîâàííûå ñõåìû òèïà ïðèâåäåííîé íà ñ.144 èçâåñòíîé ìîíîãðàôèè Ìàêîííåëëà è Áðþ [6], îñíîâàííûå íà êîëè÷åñòâåííûõ ñîîòíîøåíèÿõ, ïðè ðåàëüíîì èñïîëüçîâàíèè íå ÿâëÿþòñÿ áîëåå ïîëåçíûìè äëÿ ðåøåíèé ñòîÿùèõ â òåìàòèêå ÆÎÊ çàäà÷, ÷åì ñõåìû, îñíîâàííûå íà ýêñïåðòíîé îöåíêå íåïîñðåäñòâåííûõ âëèÿíèé ôàêòîðîâ. Ñâÿçàíî ýòî ñ äîñòàòî÷íî áîëüøèì ïðîèçâîëîì ïðè ôîðìóëèðîâêàõ ïîäâåäåíèé ÷èñëåííûõ çíà÷åíèé.

5. Íà îñíîâå äàííûõ ñõåìû, ïðèâåäåííîé íà ñ.144 èçâåñòíîé ìîíîãðàôèè Ìàêîííåëëà è Áðþ [6], ìîæåò áûòü ïîñòðîåíà ìîäåëü “ÂÍÏ” òèïà ÆÎÊ (ñì. íèæå).

ÂÂÏ è ÂÍÏ. ÂÍÏ îòëè÷àåòñÿ îò âàëîâîãî âíóòðåííåãî (îòå÷åñòâåííîãî) ïðîäóêòà (ÂÂÏ) íà âåëè÷èíó äîõîäà îò ýêîíîìè÷åñêîé äåÿòåëüíîñòè, ïîëó÷åííûõ èç-çà ãðàíèöû, çà âû÷åòîì àíàëîãè÷íûõ äîõîäîâ, ïåðåäàííûõ äðóãèì ñòðàíàì [11,c.55]. Äðóãèìè ñëîâàìè, ÂÂÏ ðàññ÷èòûâàåòñÿ ïî âñåì ïðåäïðèÿòèÿì, äåéñòâóþùèì âíóòðè ðàññìàòðèâàåìîé ñòðàíû, íåçàâèñèìî îò äîëè èíîñòðàííîé ñîáñòâåííîñòè â òåõ èëè èíûõ ïðåäïðèÿòèÿõ. Â îòëè÷èå îò ÂÂÏ, ÂÍÏ ðàçäåëÿåò ïðåäïðèÿòèÿ ïî ñòðàíå ïðèíàäëåæíîñòè: äëÿ ðàñ÷åòà ÂÍÏ íàäî ê ÂÂÏ äîáàâèòü äîõîäû îòå÷åñòâåííûõ ïðåäïðèÿòèé, ïîëó÷åííûå çà ðóáåæîì, è âû÷åñòü äîõîäû çàðóáåæíûõ ñòðóêòóð, ïîëó÷åííûå íà òåððèòîðèè íàøåé ñòðàíû. Ïîíÿòíû ñëîæíîñòè, ñâÿçàííûå ñ äåÿòåëüíîñòüþ òðàíñíàöèîíàëüíûõ êîðïîðàöèé, ñ àêöèîíåðíûìè îáùåñòâàìè (ñîâìåñòíûìè ïðåäïðèÿòèÿìè), îáúåäèíÿþùèìè êàïèòàë èç ðàçëè÷íûõ ñòðàí. Î÷åâèäíî, ðàñ÷åò ÂÂÏ áîëåå ïðîñò è îáîñíîâàí. Îäíàêî â ó÷åáíèêàõ óêðåïèëñÿ ðàññêàç î ÂÍÏ.

Â ñòðàíàõ, â êîòîðûõ ïîäàâëÿþùàÿ ÷àñòü ýêîíîìèêè ïðèíàäëåæèò îòå÷åñòâåííûì õîçÿéñòâóþùèì ñóáúåêòàì, ðàçëè÷èå ìåæäó ÂÍÏ è ÂÂÏ íåçíà÷èòåëüíî. Ïîëàãàåì, ÷òî Ðîññèÿ îòíîñèòñÿ ê òàêèì ñòðàíàì.

Â ðîññèéñêîé ýêîíîìè÷åñêîé ïðàêòèêå èñïîëüçóåòñÿ ÂÂÏ, à íå ÂÍÏ. Íàïðèìåð, ñîãëàñíî äåéñòâóþùåìó çàêîíîäàòåëüñòâó ôèíàíñèðîâàíèå Âîîðóæåííûõ Ñèë, îáðàçîâàíèÿ, íàóêè è äð. óñòàíîâëåíî â ïðîöåíòàõ îò ÂÂÏ.

Ìîäåëü ÂÍÏ. Ìîäåëü ÂÍÏ ïîñòðîåíà íà îñíîâå ìåòîäîëîãèè ÆÎÊ ñ ïîìîùüþ ïðèâåäåííîé âûøå ñõåìû 3. Îíà ñîäåðæèò 9 ôàêòîðîâ, óêàçàííûõ â ñõåìå 3 ïîä íîìåðàìè 1-9.

1.	Ãîñóäàðñòâî (êàê õîçÿéñòâóþùèé ñóáúåêò)
2.	Âàëîâîé íàöèîíàëüíûé ïðîäóêò
3.	×èñòûé íàöèîíàëüíûé ïðîäóêò
4.	Íàöèîíàëüíûé äîõîä
5.	×èñòûé äîõîä äîìîõîçÿéñòâ (ïîñëå óïëàòû íàëîãîâ)
6.	×èñòûé ýêñïîðò (ýêñïîðò - èìïîðò)
7.	Áèçíåñ (êàê îáúåäèíåíèå õîçÿéñòâóþùèõ ñóáúåêòîâ)
8.	Äðóãèå èñòî÷íèêè ôèíàíñèðîâàíèÿ ãîñóäàðñòâà
9.	Íàêîïëåíèÿ áèçíåñà

Âçàèìîâëèÿíèÿ îñíîâíûõ ìàêðîýêîíîìè÷åñêèõ õàðàêòåðèñòèê ïðèâåäåíû íà ñõåìå 4.

Ñòåïåíü âëèÿíèÿ îäíîãî ôàêòîðà íà äðóãîé îöåíèâàëàñü ïî êîëè÷åñòâåííûì äàííûì, ïðèâåäåííûì âûøå. Íàïðèìåð, åñëè èç ÂÍÏ (4862 ìèëëèàðäà äîëë.) â ÷èñòûé íàöèîíàëüíûé ïðîäóêò ïåðåõîäèò 4357 ìèëëèàðäîâ äîëë., òî âëèÿíèå îöåíèâàåòñÿ âåëè÷èíîé 4357 / 4862 = 0,90. Äðóãèì ïðèìåðîì ÿâëÿåòñÿ âçàèìîîòíîøåíèå áëîêîâ (ãîñóäàðñòâî) è (÷èñòûé äîõîä äîìîõîçÿéñòâà). Ñ îäíîé ñòîðîíû, ãîñóäàðñòâî áåðåò 590 ìèëëèàðäîâ èíäèâèäóàëüíûõ íàëîãîâ, ñ äðóãîé - âûïëà÷èâàåò 768 ìèëëèàðäîâ òðàíñôåðòíûõ ïëàòåæåé. Ýòè ôèíàíñîâûå ïîòîêè îáúåäèíÿþòñÿ, è èòîã - 178 ìèëëèàðäîâ â ïîëüçó äîìîõîçÿéñòâà.

Ìîäåëü ÂÍÏ ñîäåðæèò 14 ñâÿçåé. Îíè ïðèâåäåíû â òàáëèöå. Â êàæäîé ïàðå óêàçàíà ñèëà âîçäåéñòâèÿ ïåðâîãî ýëåìåíòà íà âòîðîé.

3-1	Âåëè÷èíà ÷èñòîãî íàöèîíàëüíîãî ïðîäóêòà âëèÿåò íà ãîñóäàðñòâî (êàê õîçÿéñòâóþùèé ñóáúåêò) ñ êîýôôèöèåíòîì âëèÿíèÿ 0,09.
4-1	Íàöèîíàëüíûé äîõîä âëèÿåò íà ãîñóäàðñòâî (êàê õîçÿéñòâóþùèé ñóáúåêò) ñ êîýôôèöèåíòîì âëèÿíèÿ 0,15.
8-1	Äðóãèå èñòî÷íèêè ôèíàíñèðîâàíèÿ ãîñóäàðñòâà âëèÿþò íà ãîñóäàðñòâî (êàê õîçÿéñòâóþùèé ñóáúåêò) ñ êîýôôèöèåíòîì âëèÿíèÿ 0,09.
1-2	Ãîñóäàðñòâî (êàê õîçÿéñòâóþùèé ñóáúåêò) âëèÿåò íà âàëîâîé íàöèîíàëüíûé ïðîäóêò ñ êîýôôèöèåíòîì âëèÿíèÿ 0,56.
5-2	×èñòûé äîõîä äîìîõîçÿéñòâ (ïîñëå óïëàòû íàëîãîâ) âëèÿåò íà âàëîâîé

	íàöèîíàëüíûé ïðîäóêò ñ êîýôôèöèåíòîì âëèÿíèÿ 0,94.
6-2	×èñòûé ýêñïîðò (ýêñïîðò - èìïîðò) âëèÿåò íà âàëîâîé íàöèîíàëüíûé ïðîäóêò ñ êîýôôèöèåíòîì âëèÿíèÿ 0,02.
7-2	Áèçíåñ (êàê îáúåäèíåíèå õîçÿéñòâóþùèõ ñóáúåêòîâ) âëèÿåò íà âàëîâîé íàöèîíàëüíûé ïðîäóêò ñ êîýôôèöèåíòîì âëèÿíèÿ 0,33.
2-3	Âàëîâîé íàöèîíàëüíûé ïðîäóêò âëèÿåò íà ÷èñòûé íàöèîíàëüíûé ïðîäóêò ñ êîýôôèöèåíòîì âëèÿíèÿ 0,90.
3-4	×èñòûé íàöèîíàëüíûé ïðîäóêò âëèÿåò íà íàöèîíàëüíûé äîõîä ñ êîýôôèöèåíòîì âëèÿíèÿ 0,91.
1-5	Ãîñóäàðñòâî (êàê õîçÿéñòâóþùèé ñóáúåêò) âëèÿåò íà ÷èñòûé äîõîä äîìîõîçÿéñòâ (ïîñëå óïëàòû íàëîãîâ) ñ êîýôôèöèåíòîì âëèÿíèÿ 0,10.
4-5	Íàöèîíàëüíûé äîõîä âëèÿåò íà ÷èñòûé äîõîä äîìîõîçÿéñòâ (ïîñëå óïëàòû íàëîãîâ) ñ êîýôôèöèåíòîì âëèÿíèÿ 0,87.
4-7	Íàöèîíàëüíûé äîõîä âëèÿåò íà áèçíåñ (êàê îáúåäèíåíèå õîçÿéñòâóþùèõ ñóáúåêòîâ) ñ êîýôôèöèåíòîì âëèÿíèÿ 0,02.
5-7	×èñòûé äîõîä äîìîõîçÿéñòâ (ïîñëå óïëàòû íàëîãîâ) âëèÿåò íà áèçíåñ (êàê îáúåäèíåíèå õîçÿéñòâóþùèõ ñóáúåêòîâ) ñ êîýôôèöèåíòîì âëèÿíèÿ 0,06.
7-9	Áèçíåñ (êàê îáúåäèíåíèå õîçÿéñòâóþùèõ ñóáúåêòîâ) âëèÿåò íà íàêîïëåíèÿ áèçíåñà ñ êîýôôèöèåíòîì âëèÿíèÿ 0,04.

Ïåðñïåêòèâíûå íàïðàâëåíèÿ ìàòåìàòèêî-êîìïüþòåðíîãî ðàçâèòèÿ ñèñòåìû ÆÎÊ. Òåõíîëîãèÿ ÆÎÊ è åå ïðîãðàììíîå îáåñïå÷åíèå ìîãóò áûòü ðàçâèòû â ðàçëè÷íûõ íàïðàâëåíèÿõ ñ öåëüþ ðàñøèðåíèÿ èõ ïîçíàâàòåëüíûõ è ïðèêëàäíûõ âîçìîæíîñòåé.

Ïðèìåíåíèå àïïàðàòà íå÷åòêèõ ìíîæåñòâ. Â ïðîöåññå ðàñïðîñòðàíåíèÿ âëèÿíèé ôàêòîðîâ ïåðåõîä îò îäíîãî ôàêòîðà ê äðóãîìó ìîæåò ïðîèñõîäèòü ìíîãèìè ïóòÿìè. Âîçíèêàþò äâà âîïðîñà:

- êàê ðàññ÷èòàòü èòîãîâîå âëèÿíèå ïðè äâèæåíèè ïî ôèêñèðîâàííîìó ïóòè, åñëè çàäàíû êîýôôèöèåíòû íåïîñðåäñòâåííîãî âëèÿíèÿ ìåæäó ñîñåäíèìè ôàêòîðàìè íà ýòîì ïóòè?

- êàê ñâåñòè âìåñòå ðåçóëüòàòû âëèÿíèé ïî ðàçëè÷íûì ïóòÿì?

Â îïèñàííîì âûøå âàðèàíòå ñèñòåìû ÆÎÊ â îòâåò íà ïåðâûé âîïðîñ çàäàííûå êîýôôèöèåíòû íåïîñðåäñòâåííîãî âëèÿíèÿ ìåæäó ñîñåäíèìè ôàêòîðàìè ïåðåìíîæàþò, à ðåçóëüòàòû âëèÿíèé ïî ðàçëè÷íûì ïóòÿì ñêëàäûâàþò.

Ïðåäñòàâëÿåòñÿ öåëåñîîáðàçíûì èñïîëüçîâàòü àëüòåðíàòèâíûé âàðèàíò íà îñíîâå êîíöåïöèé òåîðèè íå÷åòêèõ ìíîæåñòâ [13]: èòîãîâîå âëèÿíèå ïðè äâèæåíèè ïî ôèêñèðîâàííîìó ïóòè ðàññ÷èòûâàåòñÿ êàê ìèíèìóì çàäàííûõ êîýôôèöèåíòîâ íåïîñðåäñòâåííîãî âëèÿíèÿ ìåæäó ñîñåäíèìè ôàêòîðàìè íà ýòîì ïóòè, à äëÿ ïîëó÷åíèÿ èòîãîâîãî ðåçóëüòàòà âëèÿíèÿ íàõîäèòñÿ ìàêñèìóì èç ðåçóëüòàòîâ âëèÿíèé ïî ðàçëè÷íûì ïóòÿì. Èìååòñÿ ðÿä àðãóìåíòîâ ïðîòèâ èñïîëüçóåìîé íûíå ïðîöåäóðû è çà ïðåäëàãàåìóþ ïðîöåäóðó.

Ñèíòåç ñ êîëè÷åñòâåííûìè ýêîíîìåòðè÷åñêèìè ìîäåëÿìè . Ñîâìåùåíèå îñíîâàííîé íà íå âïîëíå êîëè÷åñòâåííûõ ýêñïåðòíûõ îöåíêàõ òåõíîëîãèè ÆÎÊ ñ äîñòàòî÷íî ðàçâèòîé òåõíîëîãèåé êîëè÷åñòâåííûõ ýêîíîìåòðè÷åñêèõ óðàâíåíèé [7, 14-19], â ÷àñòíîñòè, èñïîëüçîâàíèå ëàãîâ, ò.å. íå íåïîñðåäñòâåííûõ âëèÿíèé, à âëèÿíèé ñ çàäåðæêîé, ïðåäñòàâëÿåò íåñîìíåííûé òåîðåòè÷åñêèé è ïðàêòè÷åñêèé èíòåðåñ. Ìîæíî ñðàâíèòü ìåòîäîëîãèþ ÆÎÊ ñ ýêîíîìåòðè÷åñêîé ìîäåëüþ, â êîòîðîé èñõîäíûå äàííûå è ïðàâèëà ïåðåõîäà çàäàþòñÿ ýêñïåðòàìè â øêàëå ïîðÿäêà. Ïðè äâèæåíèè â îáñóæäàåìîì íàïðàâëåíèè íåîáõîäèìî äèñòàíöèðîâàòüñÿ îò ïîïûòîê èñïîëüçîâàòü íîðìàëüíûå ðàñïðåäåëåíèÿ, ïîñêîëüêó ïîäîáíûõ ðàñïðåäåëåíèé â ðåàëüíîé ýêîíîìèêå íå ìîæåò áûòü â ïðèíöèïå. Äðóãèå ïàðàìåòðè÷åñêèå ìîäåëè, â ÷àñòíîñòè, ëîãàðèôìè÷åñêè íîðìàëüíûå ðàñïðåäåëåíèÿ, ìîãóò èìåòü îãðàíè÷åííóþ îáëàñòü ïðèìåíèìîñòè, íî íàèáîëåå îáîñíîâàííûì ÿâëÿåòñÿ íåïàðàìåòðè÷åñêèé ïîäõîä [19].

Àâòîìàòèçèðîâàííîå èçó÷åíèå óñòîé÷èâîñòè âûâîäîâ ïî îòíîøåíèþ ê ìàëûì îòêëîíåíèÿì íà÷àëüíûõ äàííûõ è ìàòðèöû âçàèìîâëèÿíèé. Ïîñêîëüêó òî÷íîñòü âñåõ èñõîäíûõ ýêñïåðòíûõ îöåíîê î÷åâèäíûì îáðàçîì ìàëà, íåîáõîäèìî èçó÷èòü âûâîäû íà óñòîé÷èâîñòü [19, 20]. Ýòî ìîæåò áûòü ñäåëàíî “ìàëîé êðîâüþ”, ïóòåì äîáàâëåíèÿ â êîìïüþòåðíóþ ñèñòåìó ÆÎÊ áëîêà, êîòîðûé áû ìîäåëèðîâàë îïèñàííûå âûøå ìàëûå îòêëîíåíèÿ è âûäàâàë èññëåäîâàòåëè ðàñïðåäåëåíèå (ðàçáðîñ) ïîëó÷àåìûõ ïðè ýòîì âûâîäîâ. Ñ íàó÷íîé òî÷êè çðåíèÿ ýòîò ïîäõîä - îäèí èç âàðèàíòîâ áóòñòðåïà.

Ñèñòåìà ÆÎÊ ïîëó÷èëà íàçâàíèå ïî ïåðâûì áóêâàì îñíîâíûõ ðàçðàáîò÷èêîâ (Â.Í.Æèõàðåâ, À.È.Îðëîâ, Â.Ã Êîëüöîâ). Îïûò 1999 ã. ïðàêòè÷åñêîãî ïðèìåíåíèÿ ýòîé ñèñòåìû ïîêàçàí â ðàáîòàõ [12, 19, 21]. Ñèñòåìà

ÆÎÊ ðàçâèâàåò èäåè êîãíèòèâíîãî ïîäõîäà ïðè ðåøåíèè ñëàáîñòðóêòóðèðîâàííûõ çàäà÷, ðàçðàáîòàííîãî â Èíñòèòóòå ïðîáëåì óïðàâëåíèÿ ÐÀÍ [22, 23], íî íà îñíîâå èíîãî ìàòåìàòè÷åñêîãî îáåñïå÷åíèÿ.

Ëèòåðàòóðà

1. Èíòðèëèãàéòîð Ì., Ìàêèíòàéð Ð., Òåéëîð Ë., Ýìñäåí À. Ñòðàòåãèÿ ýôôåêòèâíîãî ïåðåõîäà è øîêîâûå ìåòîäû ðåôîðìèðîâàíèÿ ðîññèéñêîé ýêîíîìèêè. - Â ñá.: Øàíñû ðîññèéñêîé ýêîíîìèêè / Ïîä ðåä. Þ.Ì.Îñèïîâà, Å.Ñ.Çîòîâîé. - Ì.: Èçä-âî ÒÅÈÑ, 1997. - Ñ.168-195.

2. Îðëîâ À.À., Îðëîâ À.È. Íîâåéøàÿ èñòîðèÿ ðîññèéñêîé ýêîíîìèêè - çà ãîñóäàðñòâåííîå ðåãóëèðîâàíèå ýêîíîìèêè. - Æ-ë "Îáîçðåâàòåëü - Observer", 1998, :¹1, ñ.44-46. Ïåðåïå÷àòàíî â: Ñîâðåìåííàÿ ïîëèòè÷åñêàÿ èñòîðèÿ Ðîññèè (1985-1998), ò.1. Õðîíèêà è àíàëèòèêà. - Ì.: "Äóõîâíîå íàñëåäèå"- ÐÀÓ-Êîðïîðàöèÿ, 1999. - Ñ.909-911.

3. Íàöèîíàëüíîå ñ÷åòîâîäñòâî / Ïîä ðåä. Ã.Ä.Êóëàãèíîé. - Ì.: Ôèíàíñû è ñòàòèñòèêà, 1997. - 448 ñ.

4. Ñîöèàëüíàÿ ñòàòèñòèêà / Ïîä ðåä. ÷ë.-êîð. ÐÀÍ È.È.Åëèñååâîé. - Ì.: Ôèíàíñû è ñòàòèñòèêà, 1997. - 416 ñ.

5. Æèõàðåâ Â.Í., Îðëîâ À.È., Öóïèí Â.À. Àíàëèç äèíàìèêè öåí íà ïðîäîâîëüñòâåííûå òîâàðû â Ìîñêâå è Ìîñêîâñêîé îáëàñòè.- Íàó÷íûå òðóäû Ðèæñêîãî èíñòèòóòà ìèðîâîé ýêîíîìèêè. Âûï.2. - Ðèãà: ÐÈÌÝ, 1997, ñ.19-25.

6. Ìàêêîííåëë Êýìïáåëë Ð., Áðþ Ñòýíëè Ë. Ýêîíîìèêñ: Ïðèíöèïû, ïðîáëåìû è ïîëèòèêà. Â 2-õ ò.: Ò.1. Ïåð. ñ àíãë. 11-ãî èçä. - Ì.: Ðåñïóáëèêà, 1995. - 400 ñ.

7. Ìàòåìàòè÷åñêîå ìîäåëèðîâàíèå ïðîöåññîâ íàëîãîîáëîæåíèÿ (ïîäõîäû ê ïðîáëåìå) / Êîëëåêòèâíàÿ ìîíîãðàôèÿ ïîä ðåä. Â.Í.Æèõàðåâà, Í.Þ.Èâàííîâîé, Â.Ã.Êîëüöîâà, À.È.Îðëîâà. - Ì.: ÖÝÎ Ìèíîáðàçîâàíèÿ, 1997. - 232 ñ.

8. Íàëîãè / Ïîä ðåä. Ä.Ã.×åðíèêà. - Ì.: Ôèíàíñû è ñòàòèñòèêà, 1998. - 688 ñ.

9. Óãîëîâíûé êîäåêñ Ðîññèéñêîé Ôåäåðàöèè. -Ì.: Îáúåäèíåííàÿ ðåäàêöèÿ ÌÂÄ Ðîññèè, 1996. - 160 ñ.

10. Ñòàðêîâ Ð.Ô. Ýêîíîìèêî-ñòàòèñòè÷åñêèå ïðîáëåìû èçìåðåíèÿ óðîâíÿ æèçíè íàñåëåíèÿ. - Àâòîðåôåðàò äèññåðòàöèè íà ñîèñêàíèå ó÷åíîé ñòåïåíè äîêòîðà ýêîíîìè÷åñêèõ íàóê ïî ñïåöèàëüíîñòÿì 08.00.18 - Ýêîíîìèêà íàðîäîíàñåëåíèÿ è äåìîãðàôèÿ è 08.00.11 - Ñòàòèñòèêà. - Ìîñêâà, 1995. - 32 ñ.

11. Ñòàòèñòè÷åñêèé ñëîâàðü. - Ì.: Ôèíàíñû è ñòàòèñòèêà, 1989. - 623 ñ.

12. Æèõàðåâ Â.Í., Êîëüöîâ Â.Ã., Îðëîâ À.È. Ýêîíîìåòðè÷åñêèé ìåòîä îöåíêè ðåçóëüòàòîâ âëèÿíèÿ / Òåçèñû êîíôåðåíöèè “Îðãàíèçàöèÿ ïðîèçâîäñòâà íà ïðåäïðèÿòèÿõ â ñîâðåìåííûõ óñëîâèÿõ”. - Ì.: Èçä-âî ÌÃÒÓ èì. Í.Ý.Áàóìàíà, 1999. - Ñ.113-114.

13. Îðëîâ À.È. Çàäà÷è îïòèìèçàöèè è íå÷åòêèå ïåðåìåííûå. - Ì.: Çíàíèå, 1980. - 64 ñ.

14. Íåéëîð Ò. Ìàøèííûå èìèòàöèîííûå ýêñïåðèìåíòû ñ ìîäåëÿìè ýêîíîìè÷åñêèõ ñèñòåì. - Ì.: Ìèð, 1975. - 500 ñ.

15. Àéâàçÿí Ñ.À., Ìõèòàðÿí Â.Ñ. Ïðèêëàäíàÿ ñòàòèñòèêà è îñíîâû ýêîíîìåòðèêè. - Ì.: Þíèòè, 1998. - 1022 ñ.

16. Ìàãíóñ ß.Ð., Êàòûøåâ Ï.Ê., Ïåðåñåöêèé À.À. Ýêîíîìåòðèêà. Íà÷àëüíûé êóðñ. - Ì.: Äåëî, 1997. - 248 ñ.

17. Êàòûøåâ Ï.Ê., Ïåðåñåöêèé À.À. Ñáîðíèê çàäà÷ ê íà÷àëüíîìó êóðñó ýêîíîìåòðèêè. - Ì.: Äåëî, 1999. - 72 ñ.

18. Äîóãåðòè Ê. Ââåäåíèå â ýêîíîìåòðèêó. - Ì.: ÌÃÓ, 1999. - 402 ñ.

19. Îðëîâ À.È. Ýêîíîìåòðèêà. – Ì.: Ýêçàìåí, 2002. – 576 ñ.

20. Îðëîâ À.È. Óñòîé÷èâîñòü â ñîöèàëüíî-ýêîíîìè÷åñêèõ ìîäåëÿõ. - Ì.: Íàóêà, 1979. - 296 ñ.

21. Îðëîâ À.È., Æèõàðåâ Â.Í., Êîëüöîâ Â.Ã. Íîâûé ýêîíîìåòðè÷åñêèé ìåòîä "ÆÎÊ" îöåíêè ðåçóëüòàòîâ âçàèìîâëèÿíèé ôàêòîðîâ â èííîâàöèîííîì ìåíåäæìåíòå. -- Â ñá.: Ïðîáëåìû òåõíîëîãèè, óïðàâëåíèÿ è ýêîíîìèêè / Ïîä îáùåé ðåäàêöèåé ê. ý. í. Ïàíêîâà Â.À. ×.1. Êðàìàòîðñê: Äîíáàññêàÿ ãîñóäàðñòâåííàÿ ìàøèíîñòðîèòåëüíàÿ àêàäåìèÿ, 1999. - Ñ.87-89.

22. Ìàêñèìîâ Â.È., Êîðíîóøåíêî Å.Ê. Àíàëèòè÷åñêèå îñíîâû ïðèìåíåíèÿ êîãíèòèâíîãî ïîäõîäà ïðè ðåøåíèè ñëàáîñòðóêòóðèðîâàííûõ çàäà÷ // Òðóäû

Èíñòèòóòà ïðîáëåì óïðàâëåíèÿ ÐÀÍ, 1998. ¹2.
23. Êîðíîóøåíêî Å.Ê., Ìàêñèìîâ Â.È. Óïðàâëåíèå ïðîöåññàìè â ñëàáîôîðìàëèçèðîâàííûõ ñðåäàõ ïðè ñòàáèëèçàöèè ãðàôîâûõ ìîäåëåé ñðåäû // Òðóäû Èíñòèòóòà ïðîáëåì óïðàâëåíèÿ ÐÀÍ, 1998. ¹2.

Êîíòðîëüíûå âîïðîñû

1. Ñêîëüêî ôàêòîðîâ èñïîëüçóþò ïðè ïîñòðîåíèè ýêîíîìèêî-ìàòåìàòè÷åñêèõ ìîäåëåé ñ ïîìîùüþ ñèñòåìû ÆÎÊ?
2. Ñêîëüêî âçàèìîñâÿçåé ìåæäó ôàêòîðàìè èñïîëüçóþò ïðè ïîñòðîåíèè ýêîíîìèêî-ìàòåìàòè÷åñêèõ ìîäåëåé ñ ïîìîùüþ ñèñòåìû ÆÎÊ?
3. Â ÷åì ñîñòîèò îäèí øàã ó÷åòà âçàèìîâëèÿíèé ôàêòîðîâ â ñèñòåìå ÆÎÊ?
4. Êàêàÿ ýêîíîìåòðè÷åñêàÿ ìîäåëü ëåæèò â îñíîâå ñèñòåìû ÆÎÊ?
5. Íà ÷åì îñíîâàíà ñõîäèìîñòü ê ñîîòâåòñòâóþùèì ïðåäåëàì îöåíîê ôàêòîðîâ â ñèñòåìå ÆÎÊ?
6. ×åì ñöåíàðèè òèïà «Àêòèâíûé» îòëè÷àþòñÿ îò ñöåíàðèåâ òèïà «Öåëü»?

Òåìû äîêëàäîâ è ðåôåðàòîâ

1. Ðàçëè÷íûå âèäû ýêñïåðòíûõ îöåíîê ïðè ïîñòðîåíèè ýêîíîìèêî-ìàòåìàòè÷åñêèõ ìîäåëåé ñ ïîìîùüþ ñèñòåìû ÆÎÊ.
2. Ðîëü îöèôðîâêè êà÷åñòâåííûõ îöåíîê ïðè èñïîëüçîâàíèè ñèñòåìû ÆÎÊ.
3. Ñóùåñòâîâàíèå ðàâíîâåñíûõ ñîñòîÿíèé ïðè ðàçëè÷íûõ ðåæèìàõ èñïîëüçîâàíèÿ ñèñòåìû ÆÎÊ.
4. Ñèñòåìà ÆÎÊ êàê ñïîñîá ïîëó÷åíèÿ íîâîãî ýêîíîìè÷åñêîãî çíàíèÿ (íà ïðèìåðå äâóõ òèïîâ ìîäåëåé äèíàìèêè íàëîãîîáëàãàåìîé áàçû ïîäîõîäíîãî íàëîãà ÍÔË-18 è ÍÔË-19).
5. Ñðàâíåíèå âàðèàíòîâ ïðàêòè÷åñêîãî ïðèìåíåíèÿ ñèñòåìû ÆÎÊ â ñëó÷àå èñïîëüçîâàíèÿ êà÷åñòâåííûõ è êîëè÷åñòâåííûõ ïðèçíàêîâ.